

ПРОЦЕССЫ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ. I. ВНУТРИПОДЗОННОЕ РАССЕЯНИЕ

М. П. Теленков^{}, Ю. А. Митягин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 19 апреля 2025 г.,
после переработки 23 июня 2025 г.
Принята к публикации 25 июня 2025 г.

Рассмотрены процессы электрон-электронного рассеяния в квантовой яме в квантующем магнитном поле. Рассчитана матрица скоростей электрон-электронного рассеяния, содержащая все типы переходов между уровнями Ландау в пределах одной подзоны. Проведен анализ этой матрицы и установлена относительная величина скоростей переходов различного типа.

DOI: 10.7868/S3034641X25100154

1. ВВЕДЕНИЕ

Квантующее магнитное поле приводит к изменению характера энергетического спектра электрона в квантовой яме — непрерывные двумерные подзоны размерного квантования становятся дискретными наборами уровней Ландау, каждый из которых вырожден с макроскопической кратностью [1]. Это качественное изменение структуры энергетического спектра влечет за собой существенное изменение процессов рассеяния и релаксации [2–15].

В квантующем магнитном поле энергия Ландау превышает ширину уровней, что приводит к существенному подавлению одноэлектронных процессов межуровневого упругого и квазиупругого рассеяния (на примесях, шероховатости гетерограниц, акустических фононах и др.). Одновременно с этим из-за большой плотности состояний на уровнях Ландау возрастает интенсивность электрон-электронного рассеяния. В результате электрон-электронное рассеяние становится доминирующим механизмом перераспределения электронов по уровням Ландау, определяющим физическую картину протекания процессов релаксации [12, 15].

Несмотря на столь важную роль электрон-электронного рассеяния, достаточно слабо изучена

сама матрица скоростей электрон-электронного рассеяния. Существует довольно мало работ [4, 12, 15], в которых рассмотрены несколько видов переходов вследствие электрон-электронного рассеяния.

Однако возможных видов переходов намного больше. Одна из отличительных особенностей уровней Ландау в квантовых ямах заключается в том, что система уровней Ландау каждой подзоны является эквидистантной. Эквидистантность приводит к наличию большого числа внутривозонных переходов различного типа, для каждого из которых выполняется закон сохранения энергии при любом значении магнитного поля. Возможны переходы, когда взаимодействуют электроны, находящиеся на одном уровне Ландау (рис. 1а). Также возможны переходы, когда в начальном состоянии электроны находятся на разных уровнях Ландау. Среди них есть переходы, когда электрон с нижележащего уровня опускается вниз, а электрон с вышележащего уровня поднимается вверх по лестнице уровней Ландау (рис. 1б), и наоборот, когда электрон с меньшей энергией поднимается, а электрон с большей энергией опускается по лестнице уровней Ландау (рис. 1с). Кроме того, электроны могут рассеиваться на соседние уровни Ландау, а могут «перескакивать» через несколько уровней (рис. 1д). Среди последних переходов имеются «перекрестные», когда электрон, имеющий во взаимодействующей паре меньшую энергию, после рассеяния находится выше по лестнице уровней Ландау, нежели другой (рис. 1е).

^{*} E-mail: telenkovmp@lebedev.ru

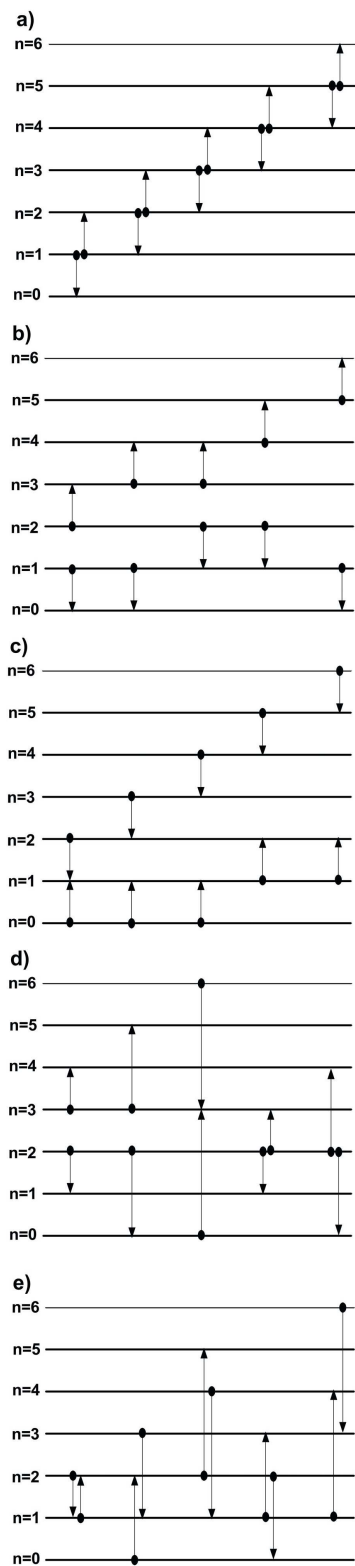


Рис. 1. Различные виды межуровневых переходов при электрон-электронном рассеянии в системе уровней Ландау одной подзоны

В случае, когда в процессе электрон-электронного рассеяния вовлечены уровни Ландау разных подзон, разнообразие переходов значительно возрастает. Возможны переходы, когда в начальном состоянии электроны взаимодействующей пары находятся на одном или разных уровнях Ландау одной и той же подзоны и каждый из них уходит в другую подзону (рис. 2а и 2б). Возможны процессы электрон-электронного рассеяния, когда в другую подзону уходит только один электрон, тогда как второй электрон переходит по лестнице уровней Ландау своей исходной подзоны (рис. 2с). Возможны переходы, обусловленные взаимодействием электронов в разных подзонах. При этом электроны могут как менять подзону (рис. 2д), так и оставаться в пределах своих исходных подзон (рис. 2е).

Здесь также следует отметить, что матрица скоростей является четырехмерной. Причем, вследствие макроскопически большой кратности вырождения уровней Ландау в квантующем магнитном поле, каждый элемент этой матрицы представляет собой 10-кратный интеграл. Наш опыт [11–15] моделирования процессов релаксации в структурах из квантовых ям показал, что для их корректного описания необходимо учитывать несколько сотен переходов различного типа. Все это делает расчет этой матрицы довольно сложной и трудоемкой задачей.

Наша цель — провести анализ четырехмерной матрицы скоростей электрон-электронного рассеяния и установить относительную величину скоростей переходов различного типа.

2. СПЕКТР ЭЛЕКТРОНА В КВАНТОВОЙ ЯМЕ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Характер влияния магнитного поля на электронный спектр существенным образом зависит от его ориентации относительно оси роста квантовой ямы (плоскости ее слоев) [16].

В том случае, когда магнитное поле направлено параллельно слоям структуры (перпендикулярно оси ее роста), оно не меняет структуру энергетического спектра. Энергетический спектр остается набором непрерывных двумерных подзон размерного квантования. Влияние магнитного поля в этом случае сводится к сдвигу подзон друг относительно друга [17] и изменению закона их дисперсии [18]. С увеличением магнитного поля происходит уплотнение дна подзоны размерного квантования в на-

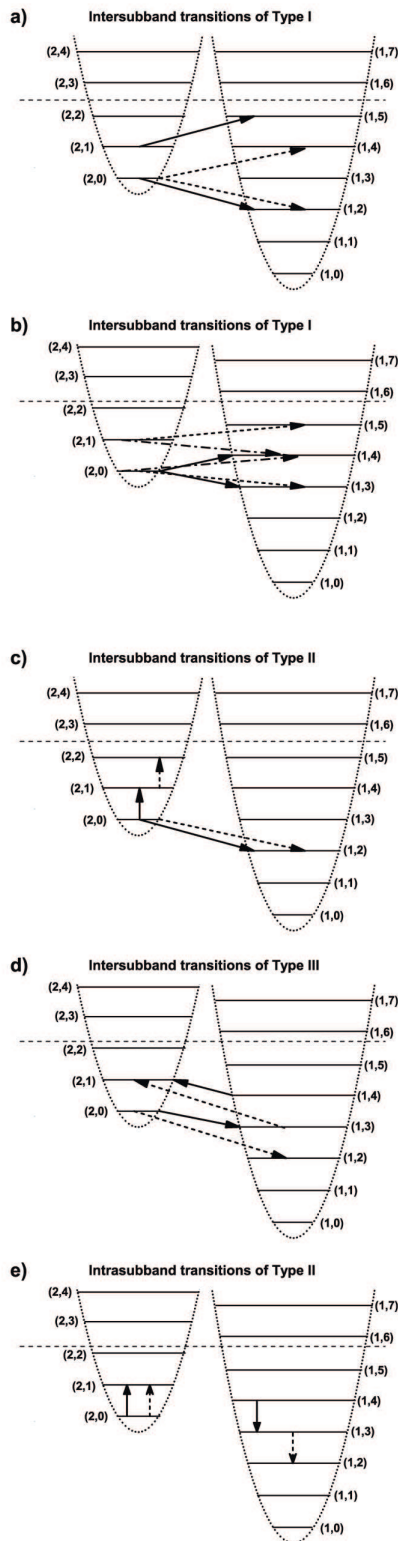


Рис. 2. Различные типы переходов, в которых участвуют электроны, находящиеся на уровнях Ландау разных подзон. Стрелки различного типа показывают различные переходы первого и второго электронов взаимодействующей пары

правлении компоненты импульса, перпендикулярной магнитному полю и оси роста квантовой ямы, и лишь при очень больших значениях магнитного поля (магнитная длина много меньше ширины квантовой ямы) электронный спектр переходит в набор одномерных подзон Ландау, соответствующих объемному материалу [19].

Ситуация качественно изменяется в случае, когда магнитное поле приложено перпендикулярно слоям квантовой ямы (вдоль оси ее роста). В этом случае магнитное поле меняет характер энергетического спектра — оно трансформирует каждую подзону в дискретный набор уровней Ландау [20]:

$$E_{(\nu,n)} = \varepsilon_{\nu} + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (1)$$

где ε_{ν} — уровень энергии размерного квантования, $\omega_c = eB/mc$ — циклотронная частота, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ — номер уровня Ландау.

Таким образом, квантование возникает именно в том случае, когда магнитное поле приложено вдоль оси роста структуры (перпендикулярно ее слоям). Система уровней Ландау в подзоне является эквидистантной. Расстояние между соседними уровнями Ландау в подзоне (энергия Ландау) $\hbar\omega_c$ возрастает пропорционально напряженности магнитного поля B и в квантующих магнитных полях достигает значений, превышающих ширину уровней Ландау (например, в ямах GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As энергия Ландау $\hbar\omega_c = 1.72 [\text{мэВ/Тл}] \times B$, тогда как характерная ширина уровня Ландау 1 мэВ).

Кратность вырождения уровня Ландау

$$\alpha = \frac{1}{\pi l^2} = \frac{eB}{\pi \hbar c} = 4.9 \cdot 10^{10} [\text{см}^{-2}/\text{Тл}] \times B \quad (2)$$

линейно растет с напряженностью магнитного поля и в квантующих магнитных полях достигает макроскопических значений.

В случае, когда в дополнение к квантующему магнитному полю $\mathbf{B}_{\perp} = B_{\perp} \mathbf{e}_z$ (z — ось роста структуры) приложено магнитное поле $\mathbf{B}_{\parallel} = B_{\parallel} \mathbf{e}_y$, параллельное слоям квантовой ямы (т. е. магнитное поле $\mathbf{B} = B_{\perp} \mathbf{e}_z + B_{\parallel} \mathbf{e}_y$ наклонено по отношению к плоскости слоев квантовой ямы), в формализме огибающей [21] гамильтониан

$$\hat{H} = \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \frac{1}{2m(z)} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) + U(z), \quad (3)$$

в калибровке Ландау $\mathbf{A} = (B_{\parallel} z - B_{\perp} y) \mathbf{e}_x$ принимает следующий вид:

$$\hat{H} = \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{2m(z)} \hat{\mathbf{p}} + U(z) + \frac{m_w}{m(z)} \left[(\omega_{\parallel} z - \omega_{\perp} y) \hat{p}_x + \frac{m_w}{2} (\omega_{\parallel} z - \omega_{\perp} y)^2 \right]. \quad (4)$$

Здесь $U(z)$ — потенциальный профиль квантовой ямы, $m(z)$ — эффективная масса электрона (в яме и в барьере соответственно m_w и m_b),

$$\omega_{\perp} = eB_{\perp}/m_w c, \quad \omega_{\parallel} = eB_{\parallel}/m_w c$$

— циклотронные частоты для компонент магнитного поля вдоль оси роста структуры (B_{\perp}) и в плоскости ее слоев (B_{\parallel}) соответственно.

Поскольку

$$\hat{H} \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{H} = 0,$$

можно построить базис из стационарных состояний с определенным значением проекции импульса $p_x = \hbar k_x$ на ось x . Волновые функции такого базиса имеют вид

$$\psi(x, y, z) = \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} w(y - k_x l_{\perp}^2, z), \quad (5)$$

где L — поперечный размер гетероструктуры, $l_{\perp} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\perp}} = \sqrt{\hbar c/eB_{\perp}}$ — магнитная длина для поперечной компоненты B_{\perp} магнитного поля. Уровни энергии E электрона и волновые функции $w(y, z)$ стационарных состояний определяются двумерным гамильтонианом [22]

$$\hat{H}_{2D} = \hat{H}_{\perp} + \hat{H}_{\parallel}, \quad (6)$$

где

$$\hat{H}_{\perp} = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \frac{m_w}{m(z)} \left[\frac{\hat{p}_y^2}{2m_w} + \frac{m_w \omega_{\perp}^2}{2} y^2 \right] \quad (7)$$

— гамильтониан электрона в случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси роста структуры. Вклад

$$\hat{H}_{\parallel} = \frac{m_w}{m(z)} \frac{m_w \omega_{\parallel}^2 z^2}{2} - \frac{m_w}{m(z)} m_w \omega_{\parallel} \omega_{\perp} z y \quad (8)$$

обусловлен компонентой магнитного поля B_{\parallel} , параллельной слоям квантовой ямы.

Переменные в уравнении Шредингера с гамильтонианом \hat{H}_{\perp} разделяются. Уровни энергии имеют вид (1), а волновые функции даются выражением [20]

$$\psi(x, y, z) = \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \varphi_{\nu}(z) \Phi_n(y), \quad (9)$$

где $\varphi_{\nu}(z)$ — волновая функция уровня ε_{ν} размерного квантования, т. е. собственная волновая функция гамильтониана

$$\hat{H}_z = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z),$$

$\Phi_n(y)$ — волновая функция n -го ($n = 0, 1, 2, \dots$) уровня энергии линейного гармонического осциллятора с циклотронной частотой ω_{\perp} .

Отметим, что отношение $m_w/m(z)$ в третьем слагаемом гамильтониана (7) приводит к эффективному понижению высоты барьера с увеличением номера n уровня Ландау — к добавлению в \hat{H}_z слагаемого $[m_w/m(z) - 1]\hbar\omega_{\perp}(n + 1/2)$. Это приводит к зависимости от n уровней энергии размерного квантования ε и их волновых функций $\varphi(z)$ [22]. Этот эффект по своей природе сходен с эффектом трансформации размерности при больших значениях волнового вектора в квантовых ямах [23]. Однако, как известно, зависимость стационарных состояний в квантовой яме от высоты барьера является существенной только для уровней в непосредственной близости от непрерывного спектра. Поэтому мы будем в дальнейшем пренебрегать этим эффектом в силу его малости для нижних подзон в рассматриваемых достаточно глубоких (несколько сотен миллиэлектронвольт) и широких (более 5 нм) квантовых ямах при разумных значениях номеров уровней Ландау.

Матрица гамильтониана (4) в базисе из волновых функций (5) является диагональной по k_x , и матричный элемент при $k_{x1} = k_{x2}$

$$\left\langle \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} w_1(y - k_x l_{\perp}^2, z) \left| \hat{H} \right| \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} w_2(y - k_x l_{\perp}^2, z) \right\rangle = \langle w_1(y, z) | \hat{H}_{2D} | w_2(y, z) \rangle, \quad (10)$$

не зависит от k_x . Поэтому в наклонном квантующем магнитном поле кратность вырождения определяется только компонентой магнитного поля B_{\perp} и дается выражением

$$\alpha = \frac{e}{\pi \hbar c} B_{\perp}. \quad (11)$$

Матричный элемент между уровнями Ландау (ν_1, n_1) и (ν_2, n_2) дается выражением [24]

$$\begin{aligned}
\langle \nu_1, n_1 | \hat{H}_{2D} | \nu_2, n_2 \rangle &= \left[\varepsilon_{\nu_1} + \hbar\omega_{\perp} \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\
&\times \delta_{\nu_1, \nu_2} \delta_{n_1, n_2} + \frac{m_w \omega_{\parallel}^2}{2} \langle z^2 \rangle_{\nu_1, \nu_2} \delta_{n_1, n_2} - \\
&- \hbar\omega_{\parallel} \sqrt{\hbar\omega_{\perp}} \sqrt{\frac{m_w}{2\hbar^2}} \langle z \rangle_{\nu_1, \nu_2} \times \\
&\times \left[\sqrt{n_2 + 1} \delta_{n_1, n_2 + 1} + \sqrt{n_2} \delta_{n_1, n_2 - 1} \right]. \quad (12)
\end{aligned}$$

В квантовой яме в наклонном магнитном поле имеются два масштаба энергий — циклотронная энергия и энергия размерного квантования, обусловленная потенциальным профилем гетероструктуры (расстояние между подзонами размерного квантования). Для нас будет представлять интерес случай, когда циклотронная энергия в несколько раз меньше энергии размерного квантования. В этом случае в матрице (12) можно пренебречь связью между подзонами (элементами с $\nu_1 \neq \nu_2$) и диагонализировать ее аналитически [25–28]. В результате получаются следующие выражения для уровней Ландау и волновых функций стационарных состояний:

$$E_{(\nu, n)} = \varepsilon_{\nu} + \Delta_{\nu}(B_{\parallel}) + \hbar\omega_{\perp} \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (13)$$

и

$$\begin{aligned}
\psi_{(\nu, n), k_x}(x, y, z) &= \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \varphi_{\nu}(z) \times \\
&\times \Phi_n(y - k_x l_{\perp}^2 - \langle z \rangle_{\nu} \text{tg} \theta). \quad (14)
\end{aligned}$$

Здесь

$$\Delta_{\nu}(B_{\parallel}) = \frac{m_w \omega_{\parallel}^2}{2} (\delta z)_{\nu}^2 = \frac{e^2}{2m_w c^2} (\delta z)_{\nu}^2 B_{\parallel}^2, \quad (15)$$

$$\langle z \rangle_{\nu} = \int dz \varphi_{\nu}^*(z) z \varphi_{\nu}(z) \quad (16)$$

— среднее значение координаты z электрона, $(\delta z)_{\nu}$ — ее среднеквадратичное отклонение, θ — угол наклона магнитного поля к оси роста квантовой ямы ($\text{tg} \theta = B_{\parallel}/B_{\perp}$).

Как видно, квантование Ландау обусловлено только компонентой магнитного поля B_{\perp} , перпендикулярной слоям гетероструктуры.

Компонента B_{\parallel} не приводит к квантованию энергии электрона. Ее основное влияние на энергетический спектр заключается в сдвиге каждой подзоны как целого на величину, пропорциональную B_{\parallel}^2 и $(\delta z)_{\nu}^2$ в состояниях данной подзоны. Также B_{\parallel} приводит к тому, что магнитная компонента волновой функции становится зависимой от волновой функции уровня энергии размерного

квантования — происходит сдвиг центра линейного гармонического осциллятора на величину $\langle z \rangle_{\nu} \text{tg} \theta$, пропорциональную B_{\parallel} .

Мы пренебрегаем спиновым расщеплением уровней Ландау в силу его малости в рассматриваемых структурах из полупроводников $A^{III}B^V$ типа GaAs. В рассматриваемом диапазоне магнитных полей (1–10 Тл) величина зеемановского расщепления значительно меньше ширины уровня Ландау [5, 29, 30].

3. МАТРИЦА СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ

Для описания кинетики электронов в системе уровней Ландау необходимо вычислять потоки электронов между уровнями. В частности, эти потоки определяют систему скоростных уравнений [7–15]

$$\frac{dN_i}{dt} = J_{e-e}^{i,+} - J_{e-e}^{i,-} + \text{одночастичные процессы}. \quad (17)$$

Здесь N_i — число электронов на уровне Ландау $i = (\nu_i, n_i)$, отнесенное к единице площади гетероструктуры (населенность уровня Ландау), ν_i — номер подзоны, n_i — номер уровня Ландау внутри подзоны, $J_{e-e}^{i,-}$ — полный поток электронов, уходящих с уровня Ландау i вследствие электрон-электронного рассеяния (среднее число уходящих электронов в единицу времени на единицу площади гетероструктуры), $J_{e-e}^{i,+}$ — поток электронов, приходящих на уровень Ландау i в результате электрон-электронного рассеяния.

В разреженном электронном газе (двумерная концентрация носителей $N \ll \alpha$) в первом неисчезающем порядке формализма хаотических фаз имеем [4]

$$J_{e-e}^{i,-} = \sum_{j,f,g} J_{e-e} \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где

$$J_{e-e} \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix} = W_{e-e} \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix} N_i N_j \left[1 - \frac{N_g}{\alpha} \right] \left[1 - \frac{N_f}{\alpha} \right] \quad (19)$$

— полная интенсивность рассеяния электронов с уровней Ландау i и j на уровни Ландау f и g соответственно (в дальнейшем такой переход будет обозначаться $\{(\nu_i, n_i) \rightarrow (\nu_f, n_f); (\nu_j, n_j) \rightarrow (\nu_g, n_g)\}$),

$$W_{e-e} \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix} = A_{e-e} \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix} \delta(E_i + E_j - E_f - E_g) \quad (20)$$

— элемент матрицы скоростей электрон-электронного рассеяния, отвечающий данному переходу,

$$\begin{aligned} A_{e-e} \left(\begin{array}{cc} i & j \\ f & g \end{array} \right) &= \\ &= \frac{8\pi}{\hbar} \frac{1}{L^2} \sum_{k_i, k_j, k_f, k_g} |V_{(i,f)(j,g)}^{e-e}(k_i, k_f, k_j, k_g)|^2 \frac{1}{\alpha^2} = \\ &= \frac{L^2}{2\pi^3 \hbar \alpha^2} \int dk_i dk_j dk_f dk_g |V_{(i,f)(j,g)}^{e-e}(k_i, k_f, k_j, k_g)|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

— амплитуда перехода,

$$\begin{aligned} V_{(i,f)(j,g)}^{e-e}(k_i, k_f, k_j, k_g) &= \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \psi_{f,k_f}^*(\mathbf{r}_1) \times \\ &\times \psi_{g,k_g}^*(\mathbf{r}_2) \frac{e^2}{\varepsilon_s |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \psi_{i,k_i}(\mathbf{r}_1) \psi_{j,k_j}(\mathbf{r}_2), \end{aligned} \quad (22)$$

ε_s — статическая диэлектрическая проницаемость.

Поскольку газ носителей заряда сильно разрежен ($1/\sqrt{N} \gg l_\perp$), столкновительная ширина уровня мала по сравнению с тепловой энергией [31], и ширина перехода определяется неоднородным уширением уровней Ландау вследствие флуктуации ширины квантовой ямы. Отметим, что для того, чтобы обеспечить требуемую концентрацию носителей заряда в квантовой яме при гелиевых температурах, в рассматриваемых структурах селективно легируются барьеры достаточно далеко от квантовой ямы, вследствие чего влияние потенциала заряженных примесей незначительно. Поскольку в квантовом магнитном поле параметр неупругости рассеяния на акустических фононах $\eta = \hbar c_s / l_\perp \hbar \omega_c \ll 1$, где c_s — скорость звука, при гелиевых температурах в рассматриваемых структурах вклад акустических фононов в ширину уровня также мал [32, 33].

Поэтому будем рассматривать в (19) энергии уровней Ландау $E_i(a)$ как функции ширины a квантовой ямы. Поскольку газ носителей сильно разрежен, можем считать, что электроны распределены независимо в плоскости слоев. Тогда усреднение по флуктуациям ширины ямы приводит к замене в (20) дельта-функции Дирака на форм-фактор

$$\begin{aligned} F_{e-e} \left(\begin{array}{cc} i & j \\ f & g \end{array} \right) &= \int da_1 \int da_2 \int da_3 \int da_4 \times \\ &\times \Pi(a_1) \Pi(a_2) \Pi(a_3) \Pi(a_4) \times \\ &\times \delta(E_i(a_1) + E_j(a_2) - E_f(a_3) - E_g(a_4)). \end{aligned} \quad (23)$$

Используя нормальное распределение для ширины квантовой ямы в плоскости слоев,

$$\Pi(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(a - a_0)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (24)$$

и линейную аппроксимацию

$$E_i(a) \approx E_i(a_0) - \gamma(a - a_0)$$

в окрестности среднего значения a_0 ширины ямы, получаем

$$\begin{aligned} F_{e-e} \left(\begin{array}{cc} i & j \\ f & g \end{array} \right) &= \int dE_1 dE_2 dE_3 dE_4 \rho_{i,k_i}(E_1) \rho_{f,k_f}(E_2) \times \\ &\times \rho_{j,k_j}(E_3) \rho_{g,k_g}(E_4) \delta(E_1 + E_3 - E_2 - E_4), \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_{i,k_i}(E) &= \int da \Pi(a) \delta(E - E_i(a)) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Gamma} \exp \left\{ -\frac{(E - E_i(a_0))^2}{2\Gamma^2} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

— плотность состояний неоднородно уширенного уровня Ландау, $\Gamma = \gamma\sigma$ — величина неоднородного уширения уровня Ландау.

Форм-фактор (25) является гауссианом

$$\begin{aligned} F_{e-e} \left(\begin{array}{cc} i & j \\ f & g \end{array} \right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Gamma_\Sigma^{ee}} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{(E_i(a_0) + E_j(a_0) - E_f(a_0) - E_g(a_0))^2}{2(\Gamma_\Sigma^{ee})^2} \right\} \equiv \\ &\equiv F_{ee}(E_i + E_j - E_f - E_g) \end{aligned} \quad (27)$$

с максимумом, соответствующим закону сохранения энергии при электрон-электронном рассеянии

$$E_i(a_0) + E_j(a_0) = E_f(a_0) + E_g(a_0)$$

при средней ширине ямы a_0 , и с шириной (перехода)

$$\Gamma_\Sigma^{ee} = \sqrt{\Gamma_i^2 + \Gamma_j^2 + \Gamma_f^2 + \Gamma_g^2}.$$

В дальнейшем под E_i будем понимать значение энергии уровня Ландау при средней ширине ямы a_0 . При проведении усреднения мы пренебрегли зависимостью волновой функции уровня размерного квантования $\varphi_\nu(z)$ от ширины квантовой ямы в силу малости эффекта.

Как видно, амплитуда скорости рассеяния представляет собой многократный интеграл с кулоновской особенностью, что делает его вычисление довольно непростой и трудоемкой задачей и, по всей видимости, служит причиной столь скудной информации о матрице скоростей в литературе.

Используя волновые функции (14), нам удалось провести аналитическое интегрирование в (21) и тем самым существенно понизить кратность интеграла. В результате мы получили следующее выражение для амплитуды электрон-электронного рассеяния:

$$A_{e-e} \left(\begin{smallmatrix} i & j \\ f & g \end{smallmatrix} \right) = \frac{4e^4}{\pi^2 \varepsilon_s^2 \hbar} \frac{\exp \left\{ -(\xi_{\nu_f, \nu_i} + \xi_{\nu_g, \nu_j})^2 / 4 \right\}}{2^{n_i + n_j + n_f + n_g} n_i! n_j! n_f! n_g!} \times \\ \times \iint dk_1 dk_2 \exp \left\{ -[k_2 - (\xi_{\nu_i, \nu_j} + \xi_{\nu_g, \nu_f}) / 2]^2 \right\} |M_{i,j,g,f}(k_1, k_2)|^2, \quad (28)$$

где

$$M_{i,j,g,f}(k_1, k_2) = \int dy \exp \left\{ -(y + k_1 - k_2)^2 / 2 \right\} \times \\ \times G_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(|k_2|, |y + (\xi_{\nu_i, \nu_j} + \xi_{\nu_g, \nu_f}) / 2|) \Lambda_{n_i, n_j, n_g, n_f}(k_2, y + k_1 - k_2), \quad (29)$$

$$G_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(\gamma, y) = \int dz_1 K_0 \left(\gamma \sqrt{y^2 + 4z_1^2 / l_\perp^2} \right) R_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(z_1), \quad (30)$$

$$R_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(z_1) = \int dz_2 \varphi_{\nu_i}(z_2) \varphi_{\nu_j}(z_2 - 2z_1) \varphi_{\nu_g}^*(z_2 - 2z_1) \varphi_{\nu_f}^*(z_2), \quad (31)$$

$$\Lambda_{n_i, n_j, n_g, n_f}(k, y) = 2^{\frac{n_i + n_j + n_f + n_g}{2}} \sqrt{2} \sum_{p_1=0}^{n_i} \frac{1}{2^{p_1/2}} \binom{n_i}{p_1} H_{p_1}(\delta_i) \times \\ \times \sum_{p_2=0}^{n_j} \frac{1}{2^{p_2/2}} \binom{n_j}{p_2} H_{p_2}(\delta_j) \sum_{p_3=0}^{n_g} \frac{1}{2^{p_3/2}} \binom{n_g}{p_3} H_{p_3}(\delta_g) \sum_{p_4=0}^{n_f} \frac{1}{2^{p_4/2}} \binom{n_f}{p_4} H_{p_4}(\delta_f) \times \\ \times \frac{1 + (-1)^{n_i + n_j + n_f + n_g - p_1 - p_2 - p_3 - p_4}}{2} \Gamma \left(\frac{1 + n_i + n_j + n_f + n_g - p_1 - p_2 - p_3 - p_4}{2} \right), \quad (32)$$

$K_0(x)$ — функция Макдональда, $H_n(x)$ — полином Эрмита степени n , $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера,

$$\delta_i = \frac{y + k + \xi_{\nu_f, \nu_i}}{2}, \quad (33)$$

$$\delta_j = \frac{-y - k + \xi_{\nu_g, \nu_j}}{2}, \quad (34)$$

$$\delta_g = \frac{-y + k - \xi_{\nu_g, \nu_j}}{2}, \quad (35)$$

$$\delta_f = \frac{y - k - \xi_{\nu_f, \nu_i}}{2}, \quad (36)$$

$$\xi_{\nu_1, \nu_2} = \sqrt{\frac{e}{\hbar c B_\perp}} [\langle z \rangle_{\nu_1} - \langle z \rangle_{\nu_2}] B_\parallel. \quad (37)$$

Отметим, что в добавление к существенному понижению кратности интеграла полученное выражение имеет еще ряд преимуществ для численных расчетов. Во-первых, вся информация о гетероструктуре содержится только в интеграле $R_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(z_1)$ (31), включающем волновые функции $\varphi(z)$ уровней энергии размерного квантования. Причем этот интеграл определяется только $\varphi(z)$, и в него не входят компоненты волновой функции (14) по другим координатным осям. Поэтому определяемая им функция $R_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(z_1)$ является одной и той же для всех переходов между фиксированными

подзонами ν_i, ν_j, ν_g и ν_f в заданной гетероструктуре при любом значении магнитного поля. Соответственно, ее можно вычислить только один раз и использовать затем для всех переходов со возможными комбинациями n_i, n_j, n_g и n_f при любом значении магнитного поля. Это, по сути, снимает еще одну кратность интегрирования. Кроме того, для многих важных гетероструктур (в частности, для прямоугольной квантовой ямы) известны аналитические выражения для волновых функций $\varphi(z)$ подзон размерного квантования, что позволяет вычислить интеграл (31) аналитически.

Функция $G_{\nu_i, \nu_j, \nu_g, \nu_f}(\gamma, y)$, задаваемая интегралом (30), также определяется только волновыми функциями $\varphi(z)$ уровней энергии размерного квантования и является одинаковой для всех переходов между фиксированными подзонами ν_i, ν_j, ν_g и ν_f в заданной гетероструктуре, что позволяет ее вычислять только один раз, используя затем для всех переходов со всевозможными комбинациями n_i, n_j, n_g и n_f . Однако, в отличие от интеграла (31), подынтегральная функция в (30) зависит от магнитной длины компоненты B_\perp магнитного поля, перпендикулярной слоям.

Полученные выражения позволяют описать процессы электрон-электронного рассеяния как в пределах одной подзоны, так и между уровнями Ландау различных подзон в квантующем магнитном поле, различным образом ориентированном по отношению к слоям структуры.

В данной работе мы представляем результаты исследования элементов матрицы скоростей W , соответствующих различным типам внутривозонных процессов электрон-электронного рассеяния.

Как обсуждалось в разд. 2, все основные особенности электронного спектра в рассматриваемой системе, качественно отличающие ее от других электронных систем, обусловлены компонентой магнитного поля, направленной вдоль оси роста гетероструктуры. Поэтому для того, чтобы максимально четко выделить роль этих особенностей, в данной работе мы представляем процессы рассеяния в магнитном поле, направленном перпендикулярно слоям гетероструктуры.

4. ВНУТРИПОДЗОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ

В данном разделе представлены результаты исследования внутривозонных процессов электрон-электронного рассеяния, при которых все переходы между уровнями Ландау происходят в пределах одной подзоны. Полученные закономерности иллюстрируются на примере квантовой ямы GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As шириной 25 нм, если иное не оговорено специально. Для таких квантовых ям типичная величина Γ неоднородного уширения уровня составляет порядка 1 мэВ. Поэтому в дальнейших расчетах будем полагать $\Gamma = 1$ мэВ.

Электрон-электронное рассеяние является упругим двухчастичным процессом. Для перехода

$$\{(\nu_i, n_i) \rightarrow (\nu_f, n_f); (\nu_j, n_j) \rightarrow (\nu_g, n_g)\}$$

закон сохранения энергии (условие резонанса перехода) имеет вид

$$E_{(\nu_i, n_i)} + E_{(\nu_j, n_j)} = E_{(\nu_f, n_f)} + E_{(\nu_g, n_g)}. \quad (38)$$

Подстановка в (38) выражения (13) для одночастичной энергии дает

$$n_f - n_i + n_g - n_j = \frac{\varepsilon_{\nu_i} - \varepsilon_{\nu_f} + \varepsilon_{\nu_j} - \varepsilon_{\nu_g}}{\hbar\omega_c}. \quad (39)$$

Для внутривозонных переходов имеем

$$\nu_i = \nu_j = \nu_g = \nu_f,$$

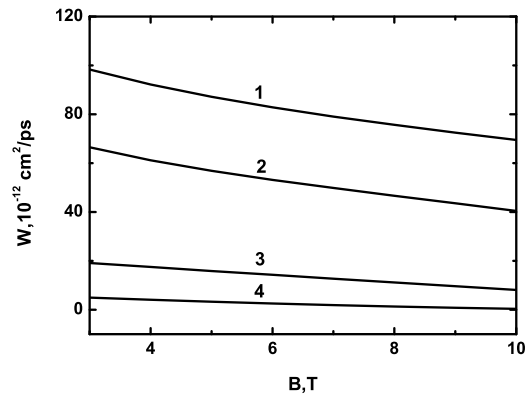


Рис. 3. Зависимости элементов матрицы электрон-электронного рассеяния $W \begin{pmatrix} i & j \\ f & g \end{pmatrix}$ от напряженности магнитного поля. 1 — $i = j = (1, 3)$, $f = (1, 2)$, $g = (1, 4)$; 2 — $i = (1, 1)$, $j = (1, 2)$, $f = (1, 0)$, $g = (1, 3)$; 3 — $i = j = (1, 3)$, $f = (1, 1)$, $g = (1, 5)$; 4 — $i = j = (1, 3)$, $f = (1, 0)$, $g = (1, 6)$

и, соответственно, условие резонанса (39) принимает вид

$$n_f - n_i + n_g - n_j = 0. \quad (40)$$

Таким образом, эквидистантность одноэлектронного спектра подзоны (расстояние между соседними уровнями одной подзоны является одинаковым и равным энергии Ландау $\hbar\omega_c$) приводит к тому, что условие резонанса (закон сохранения энергии) для внутривозонных процессов не зависит от магнитного поля. В результате скорости внутривозонного электрон-электронного рассеяния монотонно и довольно медленно убывают с увеличением магнитного поля.

Сказанное иллюстрирует рис. 3, на котором показана типичная зависимость скорости внутривозонного рассеяния от магнитного поля. Медленное убывание скорости рассеяния можно объяснить тем, что с ростом магнитного поля уменьшается магнитная длина, которая определяет область локализации волновой функции (среднеквадратичное отклонение координаты на n -ом уровне линейного гармонического осциллятора равно $l\sqrt{n + 1/2}$). Вследствие этого волновые функции взаимодействующих электронов перекрываются слабее в плоскости слоев, и, соответственно, падает вероятность рассеяния. Поскольку магнитная длина относительно медленно меняется с магнитным полем (как $1/\sqrt{B}$), уменьшение скорости электрон-электронного рассеяния с увеличением магнитного поля также является довольно медленным.

Таким образом, при любом значении магнитного поля внутри подзоны имеется большое число переходов, для каждого из которых выполнен закон сохранения энергии. Все это богатое множество переходов можно описать следующим выражением:

$$\{n \rightarrow n - \Delta n, \quad n + \Delta N \rightarrow n + \Delta N + \Delta n\}, \quad (41)$$

где опущен одинаковый для всех уровней номер подзоны ν (численные данные приводятся для $\nu = 1$). Здесь n — номер уровня Ландау, с которого электрон рассеивающейся пары переходит вниз по лестнице уровней Ландау, $n + \Delta N$ — номер уровня Ландау, с которого второй электрон переходит вверх по лестнице уровней Ландау, $\Delta n = 1, 2, 3, \dots, n$ — абсолютная величина изменения номера уровня Ландау отдельного электрона рассеивающейся пары. Как видно из (40), переход электрона вниз по лестнице уровней Ландау с уменьшением номера уровня на Δn всегда сопровождается переходом другого электрона вверх по лестнице уровней Ландау с увеличением номера на эту же величину. При этом первый электрон уменьшает свою энергию на величину $\hbar\omega_c\Delta n$, тогда как второй электрон увеличивает свою энергию на эту же величину. В дальнейшем будем использовать понятие переданной энергии E_{trans} в акте электрон-электронного рассеяния, которую определим как величину, на которую увеличивается энергия одного электрона в акте электрон-электронного рассеяния (энергия другого электрона будет уменьшаться на эту же величину). В случае внутриподзонного рассеяния $E_{trans} = \hbar\omega_c\Delta n$, т.е. Δn представляет собой, по сути, переданную энергию, выраженную в единицах энергии Ландау.

Величина ΔN представляет собой разницу между номером уровня Ландау до рассеяния электрона, переходящего в результате рассеяния вверх по лестнице уровней Ландау, и номером начального уровня Ландау второго электрона во взаимодействующей паре. Соответственно, различие в энергиях первого и второго электронов до рассеяния равно

$$\Delta E_{init} = |E_i - E_j| = \hbar\omega_c|\Delta N|.$$

Другими словами, $|\Delta N|$ есть расстояние в энергетическом пространстве между электронами взаимодействующей пары в их начальном состоянии (расстояние на лестнице уровней Ландау).

При $\Delta N = 0$ выражение (41) принимает вид

$$\{n \rightarrow n - \Delta n, \quad n \rightarrow n + \Delta n\} \quad (42)$$

и, как легко видеть, описывает переходы, когда до рассеяния оба электрона находятся на одном и том

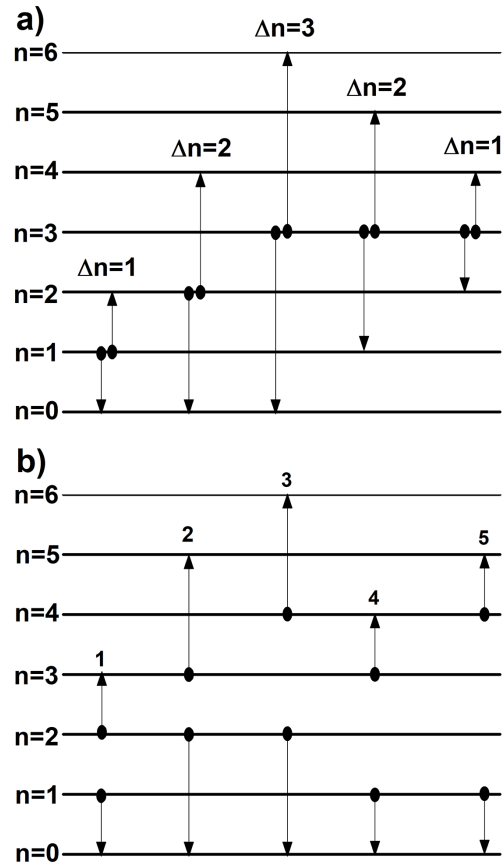


Рис. 4. Схема внутриподзонных переходов. а — $\Delta N = 0$; б — $\Delta N > 0$: 1 — ($\Delta N = 1, \Delta n = 1$), 2 — ($\Delta N = 1, \Delta n = 2$), 3 — ($\Delta N = 2, \Delta n = 2$), 4 — ($\Delta N = 2, \Delta n = 1$), 5 — ($\Delta N = 3, \Delta n = 1$)

же уровне Ландау n . Примеры переходов с $\Delta N = 0$ представлены графически на рис. 4а.

При $\Delta N \neq 0$ выражение (41) описывает переходы, когда взаимодействующие электроны исходно находятся на различных уровнях Ландау. При этом величина ΔN может быть как положительной, так и отрицательной.

При $\Delta N > 0$ электрон рассеивающейся пары, переходящий на вышележащий уровень Ландау, находится до рассеяния на уровне Ландау с номером, большим n , и, соответственно, имеет большую энергию. В результате рассеяния различие в номерах уровней Ландау и, соответственно, в энергии электронов возрастает (электроны удаляются друг от друга по лестнице уровней Ландау). Схема таких переходов изображена на рис. 4б.

При $\Delta N < 0$, напротив, электрон рассеивающейся пары, переходящий на вышележащий уровень,

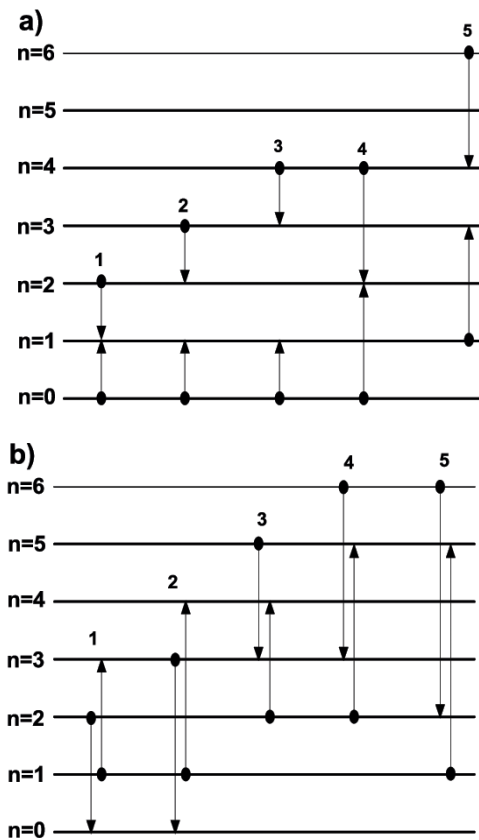


Рис. 5. Схема внутриподзонных переходов с $\Delta N < 0$. а — $|\Delta N| \geq 2\Delta n$: 1 — ($\Delta N = -2$, $\Delta n = 1$), 2 — ($\Delta N = -3$, $\Delta n = 1$), 3 — ($\Delta N = -4$, $\Delta n = 1$), 4 — ($\Delta N = -4$, $\Delta n = 2$), 5 — ($\Delta N = -5$, $\Delta n = 2$); б — $|\Delta N| \leq 2\Delta n$: 1 — ($\Delta N = -1$, $\Delta n = 2$), 2 — ($\Delta N = -2$, $\Delta n = 3$), 3 — ($\Delta N = -3$, $\Delta n = 2$), 4 — ($\Delta N = -4$, $\Delta n = 3$), 5 — ($\Delta N = -5$, $\Delta n = 4$)

находится изначально ниже на лестнице уровней Ландау, чем электрон, переходящий вниз по этой лестнице. Таким образом, в этом случае электроны переходят навстречу друг другу по лестнице уровней Ландау. Среди таких переходов можно выделить переходы с $|\Delta N| \geq 2\Delta n$ (рис. 5а) и переходы с $|\Delta N| \leq 2\Delta n$ (рис. 5б). В первом случае электрон во взаимодействующей паре, имеющий большую энергию в начальном состоянии, также имеет большую энергию и после рассеяния. Во втором случае после рассеяния этот электрон имеет энергию меньшую, чем второй электрон пары (имеют место перекрестные переходы).

В данной работе мы рассмотрели различные комбинации n , Δn и ΔN для квантовых ям с различной шириной, тем самым изучив все возможные виды внутриподзонных переходов. В резуль-

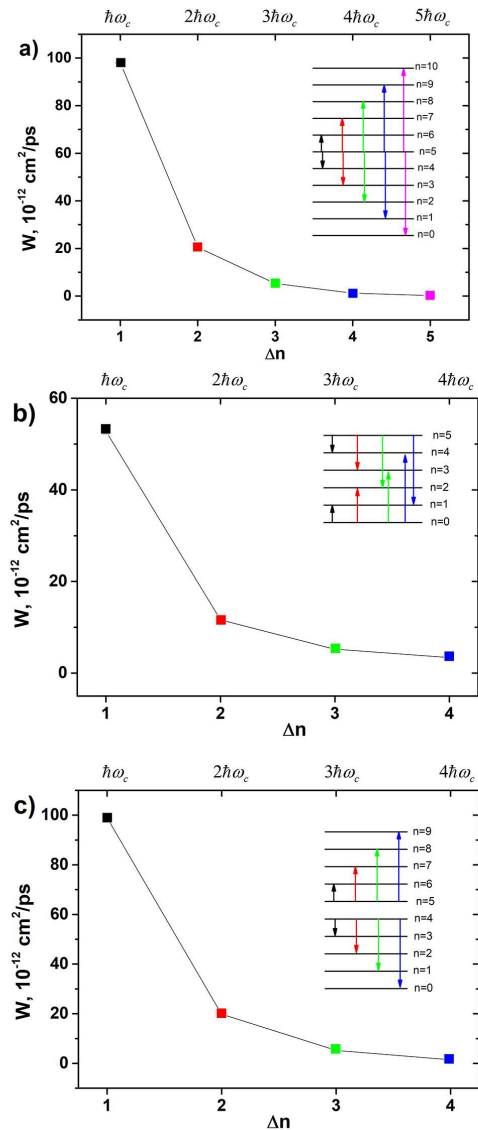


Рис. 6. Зависимости скорости внутриподзонного перехода от изменения номера уровня Ландау электрона при переходе Δn (нижняя ось) и, соответственно, от переданной энергии E_{trans} (верхняя ось). Напряженность магнитного поля $B = 3.5$ Тл. а — ($n = 5$, $\Delta N = 0$); б — ($n = 5$, $\Delta N = -5$); в — ($n = 4$, $\Delta N = 1$). На вставках показаны схемы переходов. Цвет стрелок, обозначающий переход, совпадает с цветом точки на графике

тате были установлены следующие закономерности поведения элементов матрицы скоростей электрон-электронного рассеяния.

Во-первых, скорости внутриподзонных переходов довольно быстро убывают с увеличением Δn и, соответственно, энергии E_{trans} , переданной одному электрону. Сказанное иллюстрирует рис. 6, на кото-

ром показана типичная зависимость скорости перехода от Δn и, соответственно, от E_{trans} .

Тенденция убывания матричных элементов между стационарными состояниями по мере увеличения различия энергии между ними довольно часто встречается в квантовых системах. Она связана с тем, что по мере увеличения энергии состояния растет число нулей волновой функции, что приводит к уменьшению интеграла, определяющего матричный элемент. В частности, на этом обстоятельстве основаны методы обрезанного базиса, в которых используется не весь точный базис с бесконечным числом состояний, а оставляется только конечное их число, соответствующих уровням, попадающим в конечный диапазон энергии. В нашем случае одноэлектронная волновая функция состояния (ν, n) есть произведение волновой функции уровня ν размерного квантования на волновую функцию уровня n энергии линейного гармонического осциллятора, которая имеет n нулей. При внутриподзонном переходе с уровня n на уровень $n \pm \Delta n$ волновая функция подзоны не изменяется, а число нулей в осцилляторной волновой функции изменяется на Δn , что приводит к изменению на Δn числа нулей по координатам первого электрона в интеграле для матричного элемента. Аналогично, к изменению на Δn числа нулей по координатам второго электрона приводит волновая функция его конечного состояния. В результате матричный элемент перехода $\{n \rightarrow n - \Delta n, \quad n + \Delta N \rightarrow n + \Delta N + \Delta n\}$ уменьшается с ростом Δn , и, соответственно, уменьшается скорость этого перехода. Причем различие между скоростями переходов с Δn и $\Delta n + 1$ уменьшается с ростом Δn . Это объясняется тем, что чем больше нулей у волновой функции, тем слабее ее изменение при добавлении еще одного нуля.

Подчеркнем, что в рассматриваемой системе убывание скорости перехода происходит относительно быстро — скорости переходов с $\Delta n = 1$ в несколько раз превышают скорости переходов с $\Delta n > 1$.

Приведенные выше рассуждения также объясняют еще одно обнаруженное свойство внутриподзонных процессов рассеяния — их скорости возрастают с замедлением (вторая производная является отрицательной) по мере увеличения n . В качестве иллюстрации на рис. 7 показаны зависимости скорости переходов $\{n \rightarrow n - 1, \quad n + \Delta N \rightarrow n + \Delta N + 1\}$ от n при фиксированных Δn и ΔN . Чем больше n , тем больше нулей у волновой функции, и тем меньше она меняется при добавлении еще одного нуля.

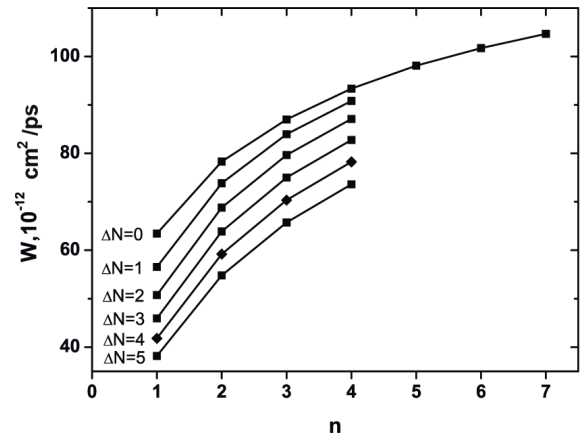


Рис. 7. Зависимости скорости внутриподзонного электрон-электронного рассеяния от n при фиксированных значениях Δn и ΔN . Различные кривые соответствуют различным значениям ΔN . Для всех переходов $\Delta n = 1$. Магнитное поле $B = 3.5$ Тл

Довольно неожиданной, на первый взгляд, оказалась зависимость скорости электрон-электронного рассеяния от разности номеров уровней Ландау ΔN взаимодействующих электронов и, соответственно, разности их энергий перед рассеянием (разности энергий взаимодействующих электронов в начальном состоянии соответствующих переходов).

С ростом $|\Delta N|$ (разницы в энергиях электронов перед рассеянием) скорость электрон-электронного рассеяния уменьшается. Однако эта зависимость является довольно слабой, так что скорости переходов, в начальных состояниях которых электроны находятся на уровнях, довольно далеко отстоящих друг от друга по лестнице уровней Ландау, близки к скорости переходов, в которых взаимодействующие электроны исходно находятся на одном уровне Ландау.

В качестве иллюстрации на рис. 8 показана типичная зависимость скорости внутриподзонного электрон-электронного рассеяния от ΔN . Различные кривые соответствуют переходам $\{n \rightarrow n - 1, \quad n + \Delta N \rightarrow n + \Delta N + 1\}$ с разными значениями n . Для всех переходов, показанных на рис. 8, величина Δn является фиксированной (равной 1). Как видно, скорость рассеяния слабо уменьшается с ростом ΔN .

Такое поведение можно объяснить тем, что с увеличением ΔN растет различие между волновыми функциями начальных состояний электронов рассеивающейся пары, что приводит к уменьшению матричного элемента перехода. Однако в интеграле (22)

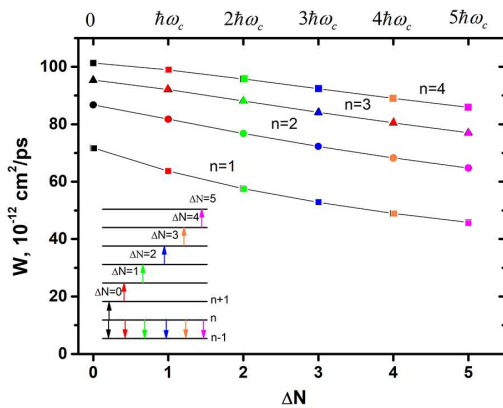


Рис. 8. Зависимости скорости внутриподзонного электрон-электронного рассеяния от расстояния ΔN между уровнями Ландау, с которых происходит переход (нижняя ось). По верхней оси абсцисс отложена соответствующая разность энергий электронов взаимодействующей пары в начальном состоянии перехода. Магнитное поле $B = 3.5$ Тл

для матричного элемента переменные \mathbf{r}_1 у волновых функций начального и конечного состояний одного электрона отличаются от переменных \mathbf{r}_2 у волновых функций второго электрона рассеивающейся пары (переменные у волновых функций первого и второго электронов являются независимыми). Поэтому различие волновых функций разных электронов (т. е. ΔN) существенно слабее сказывается на величине скорости рассеяния, чем различие волновых функций одного электрона (т. е. Δn).

В представленных на рис. 8 кривых начальный и конечный уровни Ландау одного электрона фиксированы, а для второго электрона растет номер уровня, с которого он переходит вверх по лестнице уровней Ландау. В соответствии с нашей «концепцией нулей» это должно приводить к увеличению скорости перехода и частично компенсировать уменьшение матричного элемента, вызванное увеличением ΔN .

Поэтому можно было бы ожидать, что в последовательности переходов, где начальный и конечный уровни Ландау одного электрона фиксированы, а второй электрон перемещается вниз по лестнице уровней Ландау, уменьшение матричного элемента перехода с ΔN может быть весьма существенным.

Однако анализ показал, что это не так — для всех последовательностей переходов зависимость от ΔN слабая.

В качестве иллюстрации на рис. 9 представлена зависимость скорости переходов от ΔN для последовательности переходов, когда фиксированы началь-

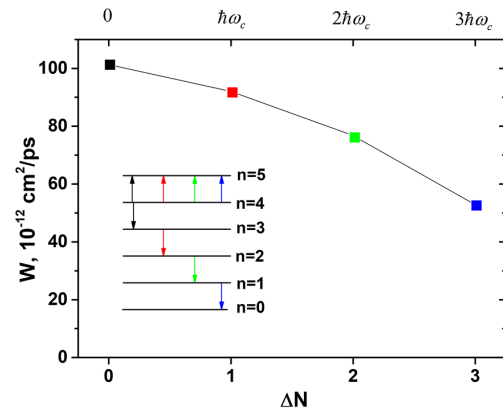


Рис. 9. Скорость переходов $\{(1, 4) \rightarrow (1, 5), (1, 4 - \Delta N) \rightarrow (1, 4 - \Delta N - 1)\}$ как функция ΔN

ный и конечный уровни Ландау электрона, идущего вверх по лестнице уровней Ландау (электрон переходит с уровня $n = 4$ на уровень $n = 5$), а начальный уровень Ландау второго электрона рассеивающейся пары перемещается вниз по лестнице уровней Ландау (электрон переходит с уровня n на $n - 1$, где n уменьшается от 4 до 1, при этом ΔN растет от 0 до 3). В этом случае, согласно «концепции нулей», уменьшение n и увеличение ΔN приводят к уменьшению матричного элемента перехода. Как видно, действительно, зависимость от ΔN несколько усиливается по сравнению с ситуацией, представленной на рис. 8. Тем не менее эта зависимость является довольно слабой.

Относительно большая величина скорости переходов с $\Delta N \neq 0$ имеет большое значение для физической картины релаксации в системе уровней Ландау в силу ее особенного механизма. Этот механизм заключается в том, что процессы электрон-электронного рассеяния доставляют электроны на уровень оптического фонона с нижележащих уровней Ландау. Достигнув уровней Ландау, лежащих выше или вблизи энергии оптического фонона, электроны передают энергию оптическим колебаниям кристаллической решетки в процессах электрон-фононного рассеяния [12]. Физическая картина релаксации включает в себя два параллельно протекающих процесса. Один из них — перераспределение электронов по уровням Ландау вследствие электрон-электронного рассеяния и формирование квазибольцманновского распределения с эффективной температурой, существенно превышающей температуру кристаллической решетки. Второй процесс — поступление за счет электрон-электронного

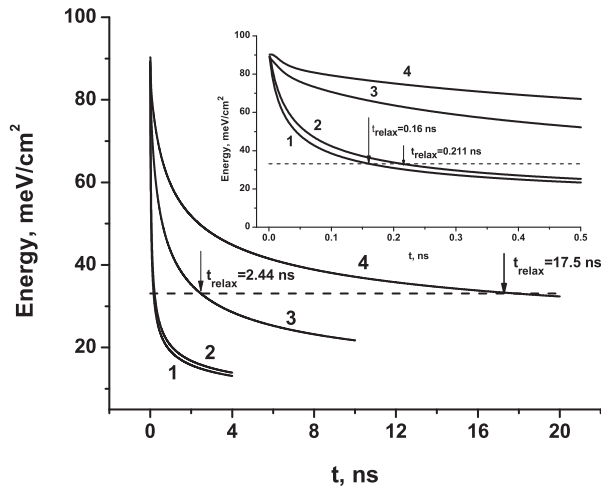


Рис. 10. Зависимости энергии возбуждения электронной подсистемы от времени. Магнитное поле $B = 3.5$ Тл (при этом значении уровень оптического фонона проходит по уровню Ландау (1,6)). Температура кристаллической решетки $T_L = 4.2$ К. Концентрация электронов в яме $1.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Неравновесность создается мгновенным возбуждением электронов на уровень Ландау (1, 3) так, что в начальный момент времени $t = 0$ заселены только два уровня Ландау — уровень (1,0) и уровень (1,3) с концентрациями 10^{10} см^{-2} и $5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ соответственно. Кривая 1 получена с учетом всех процессов электрон-электронного рассеяния с уровнями Ландау, лежащих ниже энергии оптического фонона. При получении кривой 2 учитывались только процессы рассеяния с $\Delta n = 1$. Кривая 3 получена с учетом только переходов с $\Delta N = 0$ (при этом рассматриваются переходы со всеми возможными Δn). При получении кривой 4 учитывались только переходы с $\Delta N = 0$ и $\Delta n = 1$. Горизонтальной штриховой линией показано значение энергии возбуждения, меньшее в e раз начального значения

рассеяния электронов вверх по лестнице уровней Ландау с последующим испусканием оптических фононов, которое обеспечивает релаксацию энергии возбуждения электронной подсистемы. Процессы электрон-электронного рассеяния с $\Delta N \neq 0$ приводит к интенсивным переходам вследствие взаимодействия электронов на верхних уровнях с электронами на сильно населенных нижних уровнях Ландау. Это существенным образом ускоряет термализацию электронной подсистемы [14]. При этом эти переходы «оттягивают» электроны с верхних уровней Ландау, ослабляя поток электронов на уровень оптического фонона. В частности, это приводит к сильной зависимости времени релаксации от населенности основного уровня Ландау [14].

Для иллюстрации важности переходов с $\Delta N \neq 0$ для процессов релаксации мы приводим на рис. 10

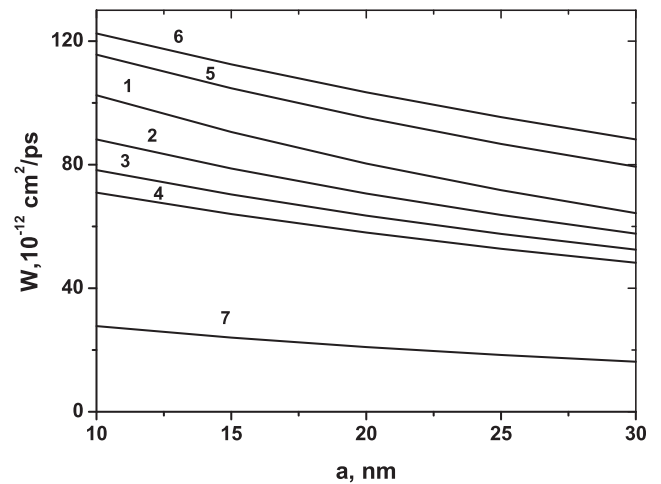


Рис. 11. Зависимости скорости электрон-электронного рассеяния от ширины квантовой ямы. 1 — ($n = 1, \Delta N = 0, \Delta n = 1$); 2 — ($n = 1, \Delta N = 1, \Delta n = 1$); 3 — ($n = 1, \Delta N = 2, \Delta n = 1$); 4 — ($n = 1, \Delta N = 3, \Delta n = 1$); 5 — ($n = 2, \Delta N = 0, \Delta n = 1$); 6 — ($n = 3, \Delta N = 0, \Delta n = 1$); 7 — ($n = 3, \Delta N = 0, \Delta n = 2$)

пример зависимости энергии возбуждения электронной подсистемы от времени, рассчитанной с учетом и без учета переходов с $\Delta N \neq 0$. Как видно из сравнения этих кривых, пренебрежение переходами с $\Delta N \neq 0$ приводит к замедлению релаксации энергии настолько сильному, что время релаксации увеличивается более чем на порядок (становится 2.44 нс вместо 0.16 нс).

Также обращаем внимание, что несмотря на то, что скорость переходов с $\Delta n > 1$ в несколько раз меньше, чем скорость переходов с $\Delta n = 1$, нелинейность электрон-электронного рассеяния приводит к тому, что вклад переходов с большими Δn заметным образом сказывается на количественных характеристиках кинетики релаксации. Иллюстрацию этого можно видеть на вставке на рис. 10, где приведена временная эволюция энергии возбуждения системы, рассчитанная с учетом всех Δn и с учетом только переходов с $\Delta n = 1$. Видно, что учет переходов с $\Delta n > 1$ дает весьма заметное (около 25 %) уменьшение времени релаксации энергии.

Подчеркнем, что если учитывать только переходы с самыми большими скоростями (переходы с $\Delta N = 0$ и $\Delta n = 1$), то ошибка в определении времени релаксации получается больше двух порядков (17.5 нс вместо 0.16 нс при учете всех переходов).

Также отметим, что для подзон с глубокими уровнями размерного квантования наблюдается довольно незначительное уменьшение скорости рассеяния с увеличением ширины квантовой ямы

(рис. 11). Это происходит по причине, сходной с той, которая приводит к уменьшению энергии связи экситона в квантовой яме с увеличением ее ширины [34]. С ростом ширины ямы увеличивается длина локализации волновой функции, и плотность вероятности положения электрона более равномерно распределена по этой длине. В результате среднее расстояние между электронами увеличивается и, соответственно, уменьшается вероятность рассеяния.

Отметим, что при проведении численных расчетов мы принимали во внимание непараболичность подзон. Непараболичность зон учитывалась с помощью теории из работы [35] (во втором порядке теории возмущения с учетом в разложении закона дисперсии членов вплоть до четвертого порядка по волновому вектору). Рассматривались переходы с уровней Ландау, лежащих ниже энергии оптического фонона, вплоть до магнитных полей, когда ниже уровня оптического фонона находятся только два уровня Ландау нижней подзоны. При этом существенного влияния на скорости рассеяния не было обнаружено.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана модель электрон-электронного рассеяния в квантовой яме в квантующем магнитном поле, наклонном по отношению к слоям структуры.

Посредством аналитических преобразований существенно уменьшена кратность интеграла в выражении для скорости электрон-электронного рассеяния между уровнями Ландау в квантовой яме. Это позволило рассчитать «полную» матрицу скоростей электрон-электронного рассеяния и провести анализ всех разновидностей переходов, как внутривозонных, так и между уровнями Ландау различных подзон.

Обнаружена довольно слабая зависимость скорости внутривозонного электрон-электронного рассеяния от разности энергий электронов в начальном состоянии, так что скорости рассеяния для переходов, в которых изначально электроны находятся на одном уровне, близки к скоростям переходов, когда в начальном состоянии электроны находятся на уровнях, достаточно далеко отстоящих друг от друга по лестнице уровней Ландау.

Показано, что для внутривозонного рассеяния имеет место быстрое монотонное уменьшение скорости при увеличении переданной энергии в акте рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Ando, B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
2. A. Blank and S. Feng, *J. Appl. Phys.* **74**, 4795 (1993).
3. D. Smirnov, O. Drachenko, J. Leotin et al., *Phys. Rev. B* **66**, 125317 (2002).
4. K. Kempa, Y. Zhou, J. R. Engelbrecht, and P. Bakshi, *Phys. Rev. B* **68**, 085302 (2003).
5. C. Becker, A. Vasanelli, C. Sirtori, and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **69**, 115328 (2004).
6. A. Leuliet, A. Vasanelli, A. Wade et al., *Phys. Rev. B* **73**, 085311 (2006).
7. I. Savić, Z. Ikonić, V. Milanović et al., *Phys. Rev. B* **73**, 075321 (2006).
8. B. Novaković, J. Radovanović, A. Mirčetić et al., *Opt. Commun.* **279**, 330 (2007).
9. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, П. Ф. Карцев, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 444 (2010).
10. D. Timotijević, J. Radovanović, and V. Milanović, *Semicond. Sci. Technol.* **27**, 045006 (2012).
11. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, and П. Ф. Карцев, *Opt. Quantum Electron.* **46**, 759 (2014).
12. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, В. В. Агафонов и др., *Письма в ЖЭТФ* **102**, 770 (2015).
13. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, T. N. V. Doan, and K. K. Nagaraja, *Physica E* **104**, 11 (2018).
14. Yu. A. Mityagin, M. P. Telenkov, Sh. Amiri, and K. K. Nagaraja, *Physica E* **122**, 114104 (2020).
15. Yu. A. Mityagin, M. P. Telenkov, I. A. Bulygina et al., *Physica E* **142**, 115288 (2022).
16. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, *Резонансно-туннельный транспорт в сверхрешетках*, Lambert Academic Publishing, Saarbrücken (2011), сс. 74-95.
17. T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **44**, 475 (1978).
18. G. M. G. Oliveira, V. M. S. Gomes, A. S. Chaves et al., *Phys. Rev. B* **35**, 2896 (1987).
19. W. Zawadzki, *Semicond. Sci. Technol.* **2**, 550 (1987).
20. S. Živanović, V. Milanović, and Z. Ikonić, *Phys. Rev. B* **52**, 8305 (1995).
21. G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*, Les Editions de Physique, Les Ulis Cedex (1988).

22. D. M. Mitrinović, V. Milanović, and Z. Ikonić, Phys. Rev. B **54**, 7666 (1996).
23. В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, И. В. Токатлы, УФН **167**, 562 (1997).
24. М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, ФТП **40**, 597 (2006).
25. J. Hu and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **46**, 12554 (1992).
26. S. K. Lyo, N. E. Harff, and J. A. Simmons, Phys. Rev. B **58**, 1572 (1998).
27. M. L. Leadbeater, F. W. Sheard, and L. Eaves, Semicond. Sci. Technol. **6**, 1021 (1991).
28. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, T. N. V. Doan, and K. K. Nagaraja, J. Phys. Commun. **2**, 085019 (2018).
29. *Numeric Data and Functional Relationships in Science and Technology*, ed. by O. Madelung, Landolt-Bornstein, New Series, Group III, Vol. 17, Pt. 2.10.1, Springer-Verlag, Berlin (1982).
30. U. Bockelmann and G. Bastard, Phys. Rev. B **45**, 1700 (1992).
31. T. Uenoyama and L. J. Sham, Phys. Rev. B **39**, 11044 (1989).
32. M. Prasad and M. Singh, Phys. Rev. B **29**, 4803 (1984).
33. V. N. Golovach and M. E. Portnoi, Phys. Rev. B **74**, 085321 (2006).
34. В. И. Белявский, Соросовский образовательный журнал (Физика) **5**, 93 (1997).
35. U. Ekenberg, Phys. Rev. B **40**, 7714 (1989).