

РАЗРЕШЕНИЕ ПРОТИВОРЕЧИЙ ЭКСПЕРИМЕНТОВ АРЦИМОВИЧА С ТЕОРИЕЙ РАВНОВЕСИЯ ШАФРАНОВА

В. Д. Пустовитов ^{a,b*}

^a Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

^b Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 13 марта 2025 г.
после переработки 23 апреля 2025 г.
Принята к публикации 23 апреля 2025 г.

В докладе Арцимовича на конференции МАГАТЭ 1968 года (Proc. 3rd Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Novosibirsk, 1968 (IAEA, Vienna, 1969), Vol. 1, p. 157) были представлены экспериментальные данные с токамака ТМ-3, которые интерпретировались как резкое отклонение от предсказаний теории, предложенной Шафрановым (Атомная энергия **13**, 521 (1962)). Этот конфликт результатов, затрагивающий поведение тороидального плазменного шнура с током под действием внешнего поперечного магнитного поля, до сих пор оставался необъясненным. В этом смысле он уникален, потому что другие предсказания аналитической теории равновесия плазмы неоднократно проверялись и давно доказали свою надежность на практике. Достаточно указать на успешную работу токамаков с использованием уравнения Грэда–Шафранова в качестве основы алгоритмов управления положением и формой плазмы. Это означает, что противоречие должно иметь точечный характер. Выявление его причины — главная цель настоящей работы. Анализ показывает, что в этом случае, вопреки ожиданиям, не эксперимент, а теоретический результат оказался недостоверным. Точнее — единственная формула, полученная как следствие неверно предписанных граничных условий для магнитного поля на стенке вакуумной камеры токамака. Проведены сравнения с правильным решением, показывающие значительный масштаб допущенной ошибки. Сделан вывод, что аномально большое смещение шнура в упомянутых экспериментах на ТМ-3 возникло из-за выбора удерживающего поля по формуле, дающей значение в несколько раз ниже необходимого.

DOI: 10.31857/S0044451025080152

1. ВВЕДЕНИЕ

Основная задача теории равновесия плазмы в токамаках — определение условий, при которых плазменный шнур будет находиться в заданном положении в тороидальной камере, не касаясь ее стенок. Ее общее решение было найдено в начале 60-х годов, что обеспечило существенный прогресс экспериментальной программы в СССР. Этот успех и необходимость активного управления положением подвижной и практически невесомой плазмы потребовали целенаправленного изучения проблемы. При этом были выявлены противоречия, не разрешенные до

сих пор. В частности, некоторые результаты на токамаке ТМ-3 были интерпретированы как «резкое отклонение экспериментальных данных от предсказанной теории» [1]. После дополнительного анализа оно было подтверждено и в известной обзорной статье Арцимовича [2].

Речь шла о сравнении измеренной величины смещения

$$\Delta_b \equiv R_{pl} - R_w \quad (1)$$

центра плазмы $r = R_{pl}$ относительно центра вакуумной камеры $r = R_w$ с вычисленным по формуле

$$\Delta_b^{Sh} = \Delta_{iw} + \Delta_b^{Sh\perp}, \quad (2)$$

предложенной Шафрановым, см. (48) в [3], (6.16) в [4] и (85) в [5]. Величины, входящие в правую часть (2), определены ниже равенствами (6) и (7). Геометрию задачи иллюстрируют рис. 1 и 2.

* E-mail: Pustovitov_VD@nrcki.ru

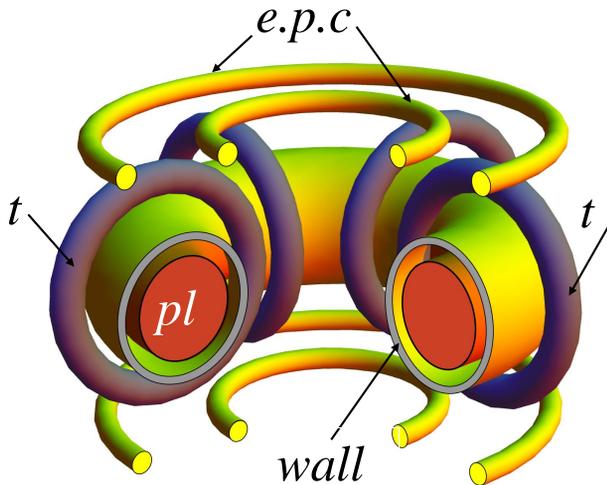


Рис. 1. Схематическое изображение токамака. Четыре токонесящих элемента — плазма (*pl*), стенка (*wall*), внешние полоидальные (*e.p.c*) и тороидальные (*t*) катушки

Упомянутый негативный вывод [1] основывался на большой серии разрядов, в которых поведение плазмы заметно отличалось от предписанного равенством (2). Впервые это наблюдалось на токамаке Т-5 [6, 7], специально сооруженном для изучения влияния поперечного магнитного поля B_{\perp}^e на характеристики разряда [6]. Принципиально важным было осознание того факта, что на протяжении всего разряда требовалась тонкая подстройка B_{\perp}^e для подавления Δ_b . От практического решения этой проблемы зависела возможность создания самого объекта исследований — долгоживущей горячей тороидальной плазмы. В большинстве случаев, в соответствии с общими предсказаниями, положительный эффект эмпирически подобранного поля B_{\perp}^e достигался. Возможно поэтому, несогласие с (2) в экспериментах на Т-5 [6, 7] и Т-3 [8] сначала не вызывало тревоги, но на токамаке ТМ-3 [1, 9], когда стало возможным более точное сравнение с теорией, оно иногда обострялось до неприемлемого уровня, названного аномально большим в [2].

Более того, в [1] утверждалось по отношению к экспериментам на ТМ-3: «в указанном случае вертикальное внешнее поле H перестает выполнять ту основную функцию, для которой оно предназначено. Это поле оказывается не способным уменьшить смещение плазменного шнура наружу в широком интервале изменения величины H_{\perp} .» Этот неожиданный и предельно жесткий вывод в отношении «основной функции» [1] до сих пор остается необъясненным. Похожая «неспособность», хотя уже и по вполне понятной причине, возникает и в других ре-

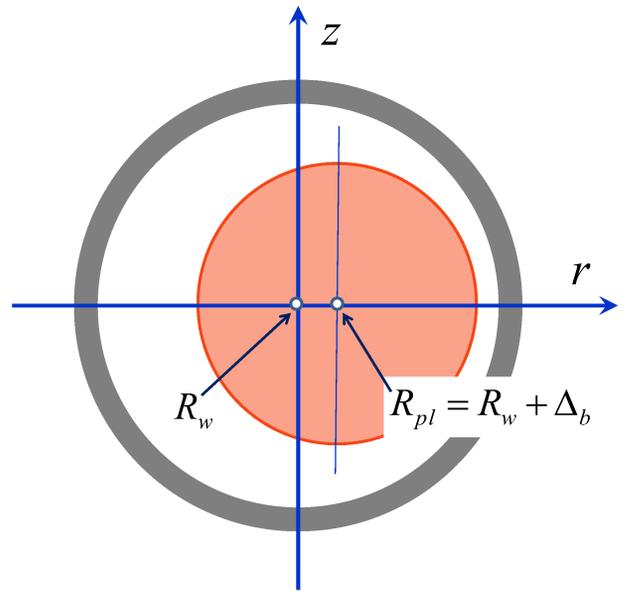


Рис. 2. Поперечное сечение вакуумной камеры токамака с плазмой. Внешняя оболочка — стенка с центром при $r = R_w$, внутри — плазма, смещенная наружу по большому радиусу на расстояние Δ_b

жимах при срывах в больших токамаках [10, 11], что снова привлекает внимание к экспериментам группы Арцимовича и уравнению (2).

Ясно, что результаты и выводы в [1] серьезно подрывают доверие к (2). В то же время другие предсказания теории равновесия Шафранова [3, 4] оказались исключительно надежны и ценны. Одним из лучших примеров является выражение для внешнего (созданного всеми токами, текущими вне плазмы) поперечного поля

$$B_{\perp}^{eq} = -B_J \frac{b}{2R_{pl}} \left(\ln \frac{8R_{pl}}{b} + \Lambda - \frac{1}{2} \right), \quad (3)$$

которое требуется для удержания плазмы круглого сечения в заданном положении, см. (30) в [3] и (5.42) в [4] (величины определены ниже в разд. 2). Это выражение впервые показало необходимость системы управления положением плазмы в токамаке и кардинально повлияло на дальнейшие исследования. Первая реакция на (3) последовала незамедлительно [12], затем целая серия экспериментов, включая упомянутые с разным выбором внешнего поперечного поля B_{\perp}^e (не обязательно равного B_{\perp}^{eq}), и, наконец, сооружение токамака ТО-1 [13, 14], в котором равновесие плазмы по большому радиусу было осуществлено с помощью токов в управляющих обмотках (см. *e.p.c.* на рис. 1). Ранее эту функцию должны были выполнять токи, наведенные в мед-

ном кожухе, который считался обязательной частью токамака [8], но их резистивное затухание ограничивало длительность разряда, что тоже своевременно предсказал Шафранов [3].

Равенства (2) и (3) получены в рамках одной и той же теории и повторены в обзорных работах [5, 15]. Поэтому при безусловном успехе (3) крупная неудача с (2) кажется странной. Ее невозможно объяснить ссылками на такие неучтенные факторы [1, 2], как вращение или анизотропия плазмы. Масса плазмы в токамаке ничтожно мала, поэтому даже быстрое вращение плазмы в токамаках практически не должно влиять на Δ_b и B_{\perp}^{eq} [16–21]. Эти и подобные теоретические результаты подтверждались, в частности, в экспериментах на токамаке ISX-B, где скорость тороидального вращения плазмы достигала 150 км/с. При этом величина Λ в (3) изменялась не более чем на 5%, а анизотропия добавляла к этому всего лишь 1–2% [18].

Наличие неразрешенных противоречий ставит под сомнение и теоретические построения на основе (2) и (3), как отмечалось в [22, 23], и экспериментальный опыт [2], накопленный за десятилетие исключительно успешной работы на токамаках в СССР. В настоящей работе этот конфликт анализируется и разрешается.

Необходимость этого связана еще и с тем, что уравнение (3) оказалось полезным в задачах эволюции плазмы при срывах [24–26], где высокая точность аналитических предсказаний была подтверждена численными расчетами с помощью кодов CarMaONL [25] и ДИНА [27, 28]. Подобных подтверждений (2) не имеется, но в [29, 30] уравнение (2) с определениями (6) и (7) предъявлялись как лучшие (и даже единственные!) иллюстрации достижений Шафранова в теории равновесия и назывались «знаменитыми формулами», «главным рабочим инструментом». Отметим, что столь высокая оценка (2) означала бы признание недостоверными как упомянутые экспериментальные результаты, противоречащие (2), так и многочисленные теоретические обоснования формулы (3). Здесь мы покажем, что, напротив, именно (2) является слабым звеном и причиной «аномальности», обнаруженной в [1, 2, 6, 7, 9].

2. СМЕЩЕНИЕ Δ_b^{Sh} И ЕГО СОСТАВЛЯЮЩИЕ В (2)

Соотношения (2) и (3) были предложены для круглой плазмы с малым радиусом b внутри почти коаксиального кожуха с малым радиусом b_w , как по-

казано на рис. 1 и 2. Предполагается, что баланс сил в плазме описывается уравнением

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

где p — давление плазмы,

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{pl} + \mathbf{B}^w + \mathbf{B}^e \quad (5)$$

— магнитное поле, индексы « pl », « w » и « e » обозначают соответственно вклады от токов в плазме, стенке и в катушках управляющего поля, см. рис. 2, а $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} / \mu_0$ — плотность тока, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м — магнитная проницаемость вакуума (атрибут используемой здесь системы СИ).

В уравнении (4) фигурирует полное поле, поэтому при его решении (вместе с уравнениями Максвелла) разделение \mathbf{B} на составляющие не требуется. Однако в (2) и (3) оно присутствует, причем (3) описывает результат совместного действия $\mathbf{B}^w + \mathbf{B}^e$, а в (2) эффекты \mathbf{B}^w и \mathbf{B}^e даны по отдельности, как аддитивные и взаимонезависимые, и к тому же вклад от стенки не учитывает резистивного затухания \mathbf{B}^w . В конечном итоге это приводит к конфликту между (2) и (3), который был замечен в [22, 23] и недавно подтвержден в [31]. В [22, 23] он комментировался как неизбежное и малозначительное следствие неточности аналитических методов. В [31] было доказано, что его причиной являются различия в постановках задач, что гораздо важнее, особенно если они не оговаривались. Далее разъясняется, что обнаруженные группой Арцимовича резкие противоречия теории и эксперимента имеют те же причины, причем (вопреки ожиданиям) именно экспериментальные результаты следует считать достоверными.

Согласно [3–5, 32] (см. также [1, 2, 6–8, 15, 22, 23, 29, 30, 33–38]) два слагаемых в (2) задаются равенствами

$$\Delta_{iw} \equiv \frac{b_w^2}{2R_w} \left[\ln \frac{b_w}{b} + \left(\Lambda + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{b_w^2} \right) \right] \quad (6)$$

и

$$\Delta_{b\perp}^{Sh} \equiv \frac{b_w^2 B_{\perp}^e}{b B_J}. \quad (7)$$

Здесь и далее мы оперируем со стандартными обозначениями, совпадающими с использованными в [39], которые также полностью определяют все величины в правой части (3):

$$\Lambda \equiv \beta_J + \frac{\ell_i}{2} - 1, \quad (8)$$

$$\beta_J \equiv 2\mu_0 \bar{p} / B_J^2 \quad (9)$$

— «полоидальная бэта», черта сверху обозначает среднее по поперечному сечению плазмы,

$$\ell_i \equiv \overline{B_\theta^2} / B_z^2 \quad (10)$$

— внутренняя индуктивность на единицу длины плазменного шнура,

$$B_J \equiv \frac{\mu_0 J}{2\pi b} \quad (11)$$

— полоидальное поле B_θ на границе плазмы,

$$J \equiv \int_{pl} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}_{pl} = \frac{1}{2\pi} \int_{pl} \mathbf{j} \cdot \nabla \zeta \, d\tau \quad (12)$$

— полный ток в плазме, ζ — тороидальный угол. В (12) первый интеграл берется по поперечному сечению плазмы, а второй — по ее полному объему.

Величина B_\perp^e в (7) была названа в [3] компонентой «добавочного» магнитного поля, нормального к плоскости шнура в центре его сечения. Термин «добавочное» или «дополнительное» используется и в [2, 3, 5–8, 22, 23, 29, 30, 35]. Точным является определение B_\perp^e в [4, 5] и [32] как внешнего поля, перпендикулярного к плоскости тора. Внешнего по отношению к системе плазма + стенка вакуумной камеры, т. е. $B_\perp^e = \mathbf{V}^e \cdot \nabla z$. Именно с такой трактовкой B_\perp^e в (7) предсказания (2) сильно разошлись с результатами измерений в [1, 2, 6, 7, 9] и со следствиями (3) в [22, 23, 31].

В первых экспериментах такого поля не было [12], его необходимость стала ясна с осознанием простого факта, что токи, наведенные в проводящем кожухе (стенке вакуумной камеры), могут препятствовать расширению плазменного кольца лишь на интервале времени, сопоставимом со временем проникновения поперечного магнитного поля через кожух [3–5]. Для конкретности укажем, что в простейшем случае, когда параметры плазмы фиксированы и $B_\perp^e = 0$, изменение радиального смещения плазмы из-за затухания токов в стенке описывается уравнением [3, 39]

$$\frac{d}{dt} \frac{\Delta_b - \Delta_{iw}}{b_w} = \frac{1}{t_{con}}, \quad (13)$$

где

$$t_{con} = \tau_w \frac{R_{pl}}{b_w} \left(\ln \frac{8R_{pl}}{b} + \Lambda - \frac{1}{2} \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$\tau_w \equiv \mu_0 \sigma b_w d_w, \quad (15)$$

σ — проводимость, d_w — толщина стенки, а Δ_{iw} — определенное в (6) равновесное смещение «при идеальной стенке» (в пределе $\tau_w \rightarrow \infty$ при $B_\perp^e = 0$).

Более общее уравнение, пригодное при изменениях и тока, и давления плазмы и, наконец, при $B_\perp^e \neq 0$, получено в [39]. Отметим, что наличие b_w в знаменателе (14) делает величину t_{con} независимой от b_w , поскольку τ_w пропорционально b_w . Это определение t_{con} в точности соответствует формуле (68) в [3], а в равенстве (8) в [39] следует заменить τ_w/b на τ_w/b_w .

Как разъяснялось в [39], уравнение (13) было получено при условиях $J = \text{const}$ и $B_\perp^e = 0$, введенных в [3] неявно. Однако его решение

$$\Delta_b - \Delta_{iw} = (\Delta_b - \Delta_{iw})_0 + b_w \frac{t}{t_{con}}, \quad (16)$$

где индекс «0» обозначает начальное состояние, вполне годится для иллюстрации главного недостатка первых экспериментов на токамаке без B_\perp^e . Ясно, что при ширине зазора плазма–стенка, составляющей небольшую долю b_w , касание плазмой стенки произойдет за время даже менее τ_w .

В последние лет 25 величина τ_w часто используется в теории устойчивости как характерный масштаб для винтовых мод, частично стабилизируемых резистивной стенкой (resistive wall modes, RWMs) [40, 41]. В [42] и в табл. 1 в [40] для токамака ДИИ-D указано $\tau_w \simeq 5$ мс, а стационарная фаза разряда на рис. 1 в [42] продолжалась около 1.5 с, т. е. порядка 300 τ_w . По оценкам [43] в токамаке ИТЭР $\tau_w = 0.34$ с, в [44, 45] приводится близкое, но меньшее значение $\tau_{L/R} = 0.235$ с, а в ИТЭР планируются импульсы длительностью 400 с и выше, вплоть до 3000 с [46], т. е. около 1000 τ_w . Для такой плазмы требуется иное описание, существенно отличающееся от идеализированного, предложенного в [3–5].

Эти факты показывают, что формула (2), дающая $\Delta_b^{Sh} = \Delta_{iw}$ при $B_\perp^e = 0$, если и может служить «рабочим инструментом», то не главным и в лучшем случае (если будут выполнены весьма специфические [31] условия ее применимости) лишь на коротком промежутке времени $\Delta t \ll t_{con}$, заведомо менее τ_w . Это ограничение было получено еще в 1962 году [3]. Оно затрагивало основы принятой тогда концепции токамака, поэтому сразу вызвало реакцию специалистов и не могло быть пропущено при анализе радиального смещения плазмы на токамаках Т-5, ТМ-3 и Т-3 [1, 2, 6–9]. Поэтому причину «аномалии» [1], обнаруженной на токамаках ТМ-3 и Т-3, следует искать в чем-то другом.

Именно с условием $B_\perp^e = 0$ связана невозможность статического равновесия, иллюстрируемая решением (16). Токамак без внешнего поля B_\perp^e немислим. Его необходимость была доказана еще в 1962 г. в той же работе [3], где предлагалось уравнение (13).

Равенство (2) было попыткой оценки влияния конечного B_{\perp}^e на равновесие плазмы, но оно вводилось в [3–5] без согласования [31] со стандартным граничным условием

$$\mathbf{n}_{pl} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (17)$$

(\mathbf{n}_{pl} — единичный вектор нормали к поверхности плазмы S_{pl}). Неполнота анализа проявлялась и в том, что B_{\perp}^e не учитывался и при выводе уравнения (13), которое здесь воспроизводит равенство (66) в [3].

3. СВЯЗЬ Δ_b С B_{\perp}^{eq}

В [39] показано, что при $B_{\perp}^e \neq 0$ для плазмы с $\partial J/\partial t = 0$ вместо (13) должно получаться

$$\tau_w \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta_b - \Delta_{iw}}{b_w} \right) = \frac{4\pi b_w}{\mu_0 J} (B_{\perp}^e - B_{\perp}^{eq}), \quad (18)$$

что может быть записано в виде (13), но с заменой t_{con} на «характерное время удержания»

$$T_{con} \equiv \tau_w \frac{\mu_0}{4\pi b_w} \frac{J}{B_{\perp}^e - B_{\perp}^{eq}}. \quad (19)$$

При подстановке B_{\perp}^{eq} в виде (3) и (неприемлемого в современных токамаках) $B_{\perp}^e = 0$ величина T_{con} совпадает с ранее определенным t_{con} . Однако присутствие внешнего поперечного поля в (18) кардинально меняет решение, обращая T_{con} в бесконечность при $B_{\perp}^e \rightarrow B_{\perp}^{eq}$ (т. е. полностью устраняя проблему потери равновесия по большому радиусу).

Пример с (18) приведен здесь для иллюстративных целей и удобства сравнения с результатами работы [3], где динамические уравнения выводились для плазмы с фиксированным током и $B_{\perp}^e = 0$. Он явно показывает особую роль состояния с

$$B_{\perp}^e = B_{\perp}^{eq}, \quad (20)$$

к которому должна эволюционировать тороидальная токонесущая плазма при условии (4). Для переходных процессов с $\partial \mathbf{B}/\partial t \neq 0$ уравнение (18) и его обобщение на случай с $\partial J/\partial t \neq 0$ требуют [39]

$$B_{\perp}^e + B_{\perp}^w = B_{\perp}^{eq}, \quad (21)$$

где B_{\perp}^w — поперечное поле, создаваемое токами, введенными в стенку. Здесь левая часть — это реально приложенное к плазме внешнее поле, а правая — полученное из уравнений равновесия значение для плазмы в положении с центром шнура при $r = R_{pl}$.

В этой стандартной теоретической трактовке неизвестной величине $B_{\perp}^e + B_{\perp}^w$ (либо B_{\perp}^e , если

$B_{\perp}^w = 0$) присваивается значение B_{\perp}^{eq} , которое дается равенством (3) с нужным R_{pl} . Однако в реальном современном эксперименте мы сталкиваемся с обратной ситуацией: поле B_{\perp}^e известно, так как оно создается управляемыми внешними токами, а зависящая от параметров плазмы величина B_{\perp}^{eq} обязана «подстроиться» под этот уровень. При этом комбинация Λ в (3) определяется источниками нагрева и поддержания тока, см. (8), и только R_{pl} оказывается свободным параметром в (3) из-за подвижности плазмы, и поэтому подстановка B_{\perp}^{eq} в (21) превращает его в уравнение для $R_{pl} = R_w + \Delta_b$.

Таким образом, если в (21) считать B_{\perp}^e заданным, как это впрочем и делается в (2) при нахождении Δ_{\perp}^{Sh} , то и равенство (21) должно нам дать Δ_b как функцию $B_{\perp}^e + B_{\perp}^w$. Это выглядит как решение обратной задачи, содержащей Δ_b как скрытую малую поправку к R_w в правой части (21) и неявную зависимость $B_{\perp}^w(\Delta_b)$ в левой. Возможно, из-за этих сложностей, а также из-за быстрого развития автоматических систем управления в токамаках после первых успехов [13, 14], она так и осталась нерешенной, а точнее — не востребованной.

Слабая зависимость B_{\perp}^{eq} от R_{pl} , явно показанная в (3), и малое отличие R_{pl} от R_w позволяют воспользоваться разложением

$$B_{\perp}^{eq}(R_{pl}) = B_{\perp c}^{eq} \left(1 - \frac{\Delta_b}{R_w} U_c \right), \quad (22)$$

где индекс «с» обозначает замену аргумента R_{pl} на R_w так, что U_c — значение функции

$$U \equiv - \frac{R_{pl}}{B_{\perp}^{eq}} \frac{\partial B_{\perp}^{eq}}{\partial R_{pl}} = 1 + \frac{b}{2R_{pl}} \frac{B_J}{B_{\perp}^{eq}} \quad (23)$$

при $R_{pl} \rightarrow R_w$, т. е. для плазмы в центре камеры. Это величина порядка единицы. Подстановка (22) в (21) превращает последнее в

$$C_p \Delta_b = B_{\perp}^e - B_{\perp c}^{eq} + B_{\perp}^w, \quad (24)$$

где

$$C_p \equiv -B_{\perp c}^{eq} \frac{\Delta_b}{R_w} U_c. \quad (25)$$

Подчеркнем главное, чтобы оно не потерялось за математическими операциями: из естественного (21) и многократно подтвержденного (3) мы получили уравнение (24) для Δ_b . Удивительным оказывается тот факт, что оно отличается от (2). Далее остается выяснить степень их количественного несовпадения и убедиться, что неверным является (2).

4. СРАВНЕНИЕ СООТНОШЕНИЙ (2) И (24)

При $B_{\perp}^e = 0$ и $\Delta_b = \Delta_{iw}$ равенство (24) дает $B_{\perp}^w = B_{\perp}^{eq}(R_{pl})$, как и должно быть согласно (21). Это подтверждает справедливость (2) в этом частном случае, но он интересен лишь с математической точки зрения как явная иллюстрация совпадения решений, получаемых двумя разными способами для неприемлемо коротких импульсов с $\Delta t \ll \tau_w$.

В построениях, ведущих к (2), стенка считалась идеально проводящей. В исходной задаче она фигурировала как магнитная поверхность, положение которой фиксировано. Слагаемое с B_{\perp}^w там заменено на константу, которая получалась бы при $B_{\perp}^e = 0$, а эффект от $B_{\perp}^e \neq 0$ вводился как аддитивный, не затрагивающий «главного» от B_{\perp}^w [3–5]. Это в любом случае физически неверно, но именно такое моделирование породило термин «дополнительный» [2, 3, 5–8, 22, 23, 29, 30, 35].

Ясно, что величине Δ_{\perp}^{Sh} в (2) должна соответствовать та часть Δ_b в (24), которая связана с B_{\perp}^e . Для удобства сравнения с (24) перепишем равенство (2) в виде

$$C_{Sh} \Delta_b^{Sh} = B_{\perp}^e - \mathcal{B}_z^e, \quad (26)$$

где

$$C_{Sh} \equiv \frac{b}{b_w^2} B_J, \quad (27)$$

а

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_z^e &\equiv -B_J \frac{b}{b_w^2} \Delta_{iw} = \\ &= -B_J \frac{b}{2R_w} \left[\ln \frac{b_w}{b} + \left(\Lambda + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{b_w^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Согласно (26), \mathcal{B}_z^e — это значение B_{\perp}^e , при котором $\Delta_b^{Sh} = 0$ в формуле (2).

Уравнение (24) пригодно при любом сценарии разряда с балансом сил (4), а (26) получено при весьма специфических ограничениях [31]. Последнее обстоятельство не комментировалось даже в [3–5, 15], а равенство (2) предлагалось в [1–7, 22, 23, 29, 30, 32–38] как универсально применимое решение задачи равновесия. Более того, в [29, 30] эта формула для Δ_{\perp}^{Sh} называлась «главным рабочим инструментом». Таким интерпретациям можно было бы верить, если бы (26) давало близкий результат к (24) при типичных условиях.

Сразу скажем, что это не так. Первые признаки несовершенства (2) были обнаружены Фрайдбергом в [22, 23], их причина была установлена в [31]. Теперь, при прямом сравнении (24) с (26), эквивалентным соотношению Шафранова (2), мы видим три явных отличия.

Во-первых, в (24) присутствует поле B_{\perp}^w , которое определяется не только динамикой плазмы, но и сопротивлением стенки. В (2) и (26) мы должны предполагать наличие B_{\perp}^w как некоей константы, вошедшей в \mathcal{B}_z^e , но эти равенства даже формально не позволяют учесть резистивную диссипацию и не годятся для стационарного равновесия с $B_{\perp}^w = 0$.

Второе отличие связано с тем, что сравнение (3) и (28) при типичных параметрах токамаков дает $|B_{\perp}^{eq}| \gg |\mathcal{B}_z^e|$, как было установлено в [22, 23, 31]. Эта разница увеличивается при $b_w/b \rightarrow 1$, так как при этом величина \mathcal{B}_z^e в (28) стремится к нулю. Даже в токамаке ТМ-3 с достаточно большим $b_w/b = 1.5$ из (3) и (28) получается (при $R_w/b = 5$)

$$\frac{B_{\perp}^{eq}}{\mathcal{B}_z^e} \approx \frac{1}{0.56} \frac{\Lambda + 3.19}{\Lambda + 1.93} \quad (29)$$

вместо ожидаемой единицы. При $0 \leq \Lambda \leq 3$ это отношение изменяется от 3 до 2.24. В любом случае мы приходим к выводу, что для подавления смещения в токамаке (т. е. для конфигурации с $\Delta_b = 0$) величина B_{\perp}^e должна быть заметно больше, чем дает формула Шафранова (2).

Третье отличие — разные коэффициенты в левых частях (24) и (26). Из (25) и (27) следует, что

$$\frac{C_{Sh}}{C_p} = \frac{2R_w^2}{b_w^2} h, \quad (30)$$

где

$$h \equiv -\frac{b}{2R_w} B_J \frac{1}{B_{\perp c}^{eq} U_c} \quad (31)$$

— величина порядка единицы. Основной множитель в (30) равен 22 для токамака ТМ-3 ($R_w = 40$ см, $b_w = 12$ см, $b = 8$ см) и 12.5 для Т-5 ($R_w = 62.5$ см, $b_w = 25$ см, $b = 15$ см). Это и есть масштаб отличия истинного смещения Δ_b от Δ_b^{Sh} при одинаковых правых частях в (24) и (26). Геометрические параметры ТМ-3 взяты из [47], а Т-5 — из [6], см. также [2].

Приведенные количественные оценки показывают, что плазма в токамаке должна откликаться на приращение δB_{\perp}^e гораздо большим смещением Δ_b , чем предписано соотношением Шафранова (2). В последнем изначально отсутствует резистивная диссипация в стенке, но она содержится в (24) в слагаемом B_{\perp}^w . Можно сказать, что обнаруженные расхождения дают нам уровень ошибки (2), когда это равенство применяется для статических конфигураций.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрение обнаруживает, что главной причиной «аномальной» реакции плазмы на внешнее поле B_{\perp}^e в токамаке ТМ-3 [1,9] должно быть большое отличие C_p и C_{Sh} . Оно и приводит к неверному выбору величины B_{\perp}^e , необходимой для получения $\Delta_b = 0$: это должна быть величина не B_z^e , найденная из (2), а $B_{\perp c}^{eq}$.

Проведенный анализ также позволяет объяснить, почему «резкое отклонение экспериментальных данных от предсказанной теории» [1] наблюдалось не всегда, а начиная с некоторого критического начального давления водорода в вакуумной камере [1,9]. Конкретно, в [1] было сказано, что «Обнаруженная аномалия начинает проявляться при тем больших значениях начального давления газа, чем больше сила тока в плазме».

Подъем тока до больших значений означает либо увеличение производной $\partial J/\partial t$ при формировании разряда, либо более длинную фазу подъема тока. Первое должно вызывать более сильную, а второе — более слабую электромагнитную реакцию стенки, которой соответствует слагаемое B_{\perp}^w в (24). Однако в (26) величина B_z^e , как впрочем и все остальные, не зависит от $\partial J/\partial t$, если Λ фиксирована. Мы установили ранее, что и без этого B_z^e является неверной заменой комбинации $B_{\perp c}^{eq} - B_{\perp}^w$ при $B_{\perp}^e \neq 0$. Таким образом, сочетание сразу нескольких причин делает (2) или (26) непригодным для описания плазмы в токамаках вообще и разрядов, представленных в [1], в частности.

Расчет B_{\perp}^w в наше время возможен даже аналитически по формулам из [39,48,49], но в [1] и сопутствующих публикациях для этого недостаточно данных. Однако в этом уже нет необходимости, потому что факт сильного отличия (24) от (26) установлен и без вычисления B_{\perp}^w (равного нулю в статике).

Мы приходим к выводу, что внешнее поле «перестает выполнять ту основную функцию, для которой оно предназначено» [1], лишь по той причине, что неверным был выбор величины этого поля в экспериментах на ТМ-3 и Т-3 [1,9]. Жесткая критика [1] огромного отличия Δ_b , измеренного в ТМ-3 (рис. 1 в [1]), от Δ_b^{Sh} с составляющими в виде (6) и (7) отражает полную уверенность в экспериментальных результатах. Наше рассмотрение позволяет заключить, что они были названы аномальными в [1] по недоразумению. Именно такими они и должны были быть (а при большей длительности разряда могло быть еще хуже), потому что эксперименты проводились в «аномальных» условиях, предписан-

ных формулой (2), неверной при $B_{\perp}^e \neq 0$ даже в пределе идеальной стенки.

С этой точки зрения результаты [1,9] интересны как наглядная демонстрация поведения плазмы при нарушении необходимого баланса сил. Будучи частным следствием некорректного задания B_{\perp}^e вдали от $B_{\perp c}^{eq}$, они лишь короткое время привлекали внимание, а их несогласие с (2) не привело к критическому анализу (2) или изначально выдвинутых гипотез о наличии неучтенных факторов, таких, например, как сильная анизотропия плазмы [1,2].

Как бы то ни было, количественных подтверждений (2) получить не удалось, а причина обнаруженных неувязок в экспериментах и теории, о которых явно говорилось в [1,2,9,22,23], так и осталась нераскрытой. Вероятно, история с «аномальностью» не получила развития из-за перевеса сторонников формулы (3), дающей суммарный эффект от $B_{\perp}^e + B_{\perp}^w$ при любом B_{\perp}^w вплоть до $B_{\perp}^w = 0$. К этому можно добавить, что основная работа [1] с подчеркнутой демонстрацией противоречий была опубликована в трудах конференции МАГАТЭ лишь на русском языке. Кроме того, как сообщалось в недавних воспоминаниях [29,30], причину парадокса пытались объяснить расположением продольных разрезов проводящего кожуха в Т-5 сверху и снизу, а не сбоку, как делалось впоследствии на других токамаках. Главным же оказалась успешная работа токамаков с использованием (3), что и послужило смещению приоритетов.

Исключение (2) из практического оборота не остановило распространения (2) в работах с упоминанием смещения плазмы в токамаках. Для конкретности, (2) — это формула, эквивалентная (с точностью до обозначений) равенствам (3.2) в [2], (48) в [3], (6.16) в [4], (85) в [5], (1) в [6], (2) в [7], (4.62) в [22], (6.74) в [23], (3) в [32], (6) в [33], (1)–(3) в [34], (3.2.65) в [36], (3.114) в [37], (3.27) в [38], см. также (1) и (2) в [1], (2.1) и (2.2) в [29], (2) и (3) в [30]. Аргументы в пользу (2) приводились лишь в [3–5], в остальных случаях (2) предлагалось как иллюстрация без математического обоснования.

В отличие от (2), формула (3), которую мы использовали здесь для получения уравнения для смещения Δ_b , была многократно подтверждена в аналитических работах [3–5,15,36,39,50–56] и вошла в учебники по физике плазмы, см. [23,36,38,51,53–55,57]. Она совпадает с (5.42) в [4], (4.38) в [15], (3.24) в [38], (43) в [50], (4.45) в [52], (6.30) в [53], последним соотношением в разделе 3.8 в [51]. То же самое, только с другим знаком, дается уравнениями (3.6) в [2], (30) в [3], (37) в [5], (3.6) в [18], (4.67) в [22],

(6.91) в [23], (3.2.57) в [36], (16.62) и (16.144) в [54], (6.90) в [55], (12.54) в [57].

Когда это стало возможным, величину B_{\perp}^{eq} из (3) сравнивали с полученными в численных расчетах [18, 22, 23]. Точность (3) оказывалась неожиданно высокой. Например, в работе [18] было показано превосходное согласие между аналитически предсказанным B_{\perp}^{eq} для круглой плазмы и численно рассчитанным значением внешнего поперечного поля для равновесной плазмы в токамаке ISX-B с вытянутостью $K \leq 1.6$ во всем диапазоне $0 < \Lambda \leq 3$, см. там рис. 6.

Наконец, формула (3) стимулировала разработку систем управления равновесием плазмы в токамаках. За долгую историю исследований никаких нареканий в ее адрес не появилось, ее справедливость сомнений не вызывает.

Идеи, лежащие в основе (3), оказались востребованы и в теории стеллараторов [50, 52, 56], предсказания которой по подавлению смещения бестоковой плазмы (при $J = 0$, когда (3) неприменима) с ростом давления плазмы позволили получить режимы с рекордными параметрами на лучших в то время стеллараторах CHS [58, 59] и Heliotron E [60].

Равенство (3) является одним из частных следствий общего соотношения

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{S_{pl}} [\mathbf{n}_{pl} \times \mathbf{B}] \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{pl}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{pl}|^3} dS_{pl} = \begin{cases} -\mathbf{B}^{ext}(\mathbf{r}) & \text{in,} \\ \mathbf{B}^w(\mathbf{r}) & \text{out,} \end{cases} \quad (32)$$

справедливого при любой форме плазмы, не обязательно осесимметричной («in» и «out» означают области внутри и вне S_{pl} , интеграл берется по поверхности плазмы). Это прямое следствие уравнения Био – Савара – Лапласа, примененного к плазме с условием (17). Детали аналитических вычислений с использованием (32) описаны в [39, 48, 50, 52, 56, 61, 62]. Поскольку значение интеграла в (32) определяется положением и формой S_{pl} и полем \mathbf{B} на S_{pl} , величина B_{\perp}^{eq} , основная компонента \mathbf{B}^{ext} для круглой плазмы, должна зависеть только от B_J и Λ , задающих \mathbf{B} на границе плазмы посредством

$$\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\tau}_{pl} = B_J \left(1 - \frac{b}{R_{pl}} \Lambda \cos \theta \right), \quad (33)$$

где

$$\boldsymbol{\tau}_{pl} = \mathbf{e}_{\zeta} \times \mathbf{n}_{pl} \quad (34)$$

— единичный вектор, тангенциальный к S_{pl} , θ — полярный угол, а $\mathbf{e}_{\zeta} = r \nabla \zeta$.

В (32) $\mathbf{B}^{ext} = \mathbf{B}^w + \mathbf{B}^e$, поэтому в общем случае мы получаем (21). Важно отметить, что с появлением $\mathbf{B}^w \neq 0$ вид B_{\perp}^{eq} не меняется, потому что в левой части (32) нет никакой зависимости от параметров стенки. Уже поэтому формула (28), содержащая b/b_w , должна вызывать сомнение. Как выясняется, она непригодна даже для оценок, потому что B_z^e в разы отличается от B_{\perp}^{eq} , см. [22, 23, 31].

Получение (3) из (32) означает, что (3) является решением *внешней* задачи для круглой плазмы с граничными условиями (17) и (33) на ее поверхности. Результат подтверждается [62] и для некруглой плазмы. К нему же приводит и прямое вычисление сил, расталкивающих кольцевую плазму по большому радиусу [4, 53]. При этом не требуется информации ни о внутренних распределениях, ни о токах в стенке, поэтому равенство (3) должно быть универсально пригодным при указанных условиях. Они включают в себя и предположение об отсутствии контакта плазма–стенка, что естественно в теории равновесия, потому что эксперименты всегда нацелены на получение плазмы, оторванной от стенок. Такой отрыв сохраняется какое-то время и после начала срыва [10, 11, 25, 27, 28, 44, 51, 63–65], что иллюстрируется, например, уравнениями (18) и (19) для горизонтального смещения и результатами анализа неустойчивости при вертикальном смещении плазмы [63–65]. В таких переходных процессах применимость (3) не вызывает сомнений до тех пор, пока прямой уход тока плазмы в стенку не станет заметным.

Поздние стадии срывов, когда возникают галотки, текущие из плазмы в стенку и обратно, трудны даже для численных расчетов [10, 11, 40, 44, 51, 63, 65]. Однако они и менее опасны, потому что при падении тока плазмы J на 50% связанная с ним магнитная энергия уменьшается в четыре раза. Соответственно и электромагнитные нагрузки из-за галотока оказываются меньше, чем возникшие до его появления [44]. Описание с помощью (3) и (21) хотя и не покрывает всего процесса, позволяет получить надежные оценки.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доклад Арцимовича [1] вошел в историю с выдающимся результатом, повлиявшим на дальнейшее развитие термоядерных исследований: на токамаках Т-3 и ТМ-3 энергетическое время удержания, характеризующее термоизоляцию плазмы,

было значительно (до 50 раз) выше величины, определяемой формулой Боба. Это яркое достижение соседствовало в [1] с другой находкой противоположного знака, названной резким отклонением экспериментальных данных от предсказаний теории. На самом деле речь шла о единственной формуле (2), предложенной в [3–5]. Будучи изолированным частным следствием при дополнительном (неверном [31]) условии для \mathbf{V} на внутренней стороне стенки S_w , она ни в коей мере не затрагивает других результатов Шафранова. Их надежность обеспечила значительный практический прогресс [2], когда стратегия экспериментов на токамаках строилась на основе рекомендаций аналитической теории.

Позже высокая точность результатов Шафранова была показана в численных расчетах [18, 22, 23]. Поэтому большое различие следствий (2) и (3), обнаруженное в [22, 23], было удивительным. Количественно оно существенно превышало неточность аналитических выражений, связанную с разложениями по малым параметрам [31]. Конкретно, в [22, 23] было показано, что из (2) и (3) получаются разные значения для внешнего поля B_{\perp}^e , необходимого для удержания тороидальной плазмы с заданным большим радиусом.

Противоречие (2) и (3) означает, что одна из этих формул неверна. Детальный вывод (3) во многих работах (см., например, обзор [31]) подтверждает правильность (3). Что же касается равенства (2), оно является отражением предположений, неприемлемых в современных токамаках [31]. Поэтому Δ_b следует находить из выражения (3), которое позволяет превратить правую часть (21) в линейную функцию Δ_b посредством разложения (22). Фактически здесь рассматривается обратная к $B_{\perp}^{eq}(R_{pl})$ в (3) функция $R_{pl}(B_{\perp}^{eq})$ в комбинации с (21), тогда как в [3–5] равенство (3) при получении Δ_b^{Sh} не использовалось.

Наше рассмотрение показывает, что причиной «аномалий» в балансе сил [1, 2, 9] является отличие приложенного поля B_{\perp}^e от необходимого B_{\perp}^{eq} . Подобное отличие с $|B_{\perp}^e| > |B_{\perp}^{eq}|$ возникает и при срывах. Поэтому «аномалии» в [1, 2, 9] при противоположном неравенстве $|B_{\perp}^e| < |B_{\perp}^{eq}|$ можно рассматривать как уникальные результаты, расширяющие наши знания о поведении плазмы в токамаках при нарушении условий равновесия.

Благодарности. Автор благодарен В. С. Муховатову за многочисленные консультации и дружескую помощь.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. A. Artsimovich, G. A. Bobrovsky, E. P. Gorbunov et al., in *Proc. 3rd Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research* (Novosibirsk, 1968), IAEA, Vienna (1969), Vol. 1, p. 157.
2. L. A. Artsimovich, *Nucl. Fusion* **12**, 215 (1972).
3. В. Д. Шафранов, *Атомная энергия* **13**, 521 (1962) [V. D. Shafranov, *J. Nucl. Energy C* **5**, 251 (1963)].
4. В. Д. Шафранов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, Москва (1963), вып. 2, с. 92 [V. D. Shafranov, in *Reviews of Plasma Physics*, ed. by M. A. Leontovich, Consultants Bureau, New York (1966), Vol. 2, p. 103].
5. V. S. Mukhovatov and V. D. Shafranov, *Nucl. Fusion* **11**, 605 (1971).
6. Б. М. Григорович, В. С. Муховатов, *Атомная энергия* **17**, 177 (1964) [B. M. Grigorovich and V. S. Mukhovatov, *J. Nucl. Energy C* **7**, 314 (1965)].
7. V. S. Mukhovatov, in *Proc. 2nd Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research* (Culham, 1965), IAEA, Vienna (1966), Vol. 2, p. 577.
8. Л. А. Арцимович, С. В. Мирнов, В. С. Стрелков, *Атомная энергия* **17**, 170 (1964) [L. A. Artsimovich, S. V. Mirnov, and V. S. Strelkov, *J. Nucl. Energy C* **7**, 305 (1965)].
9. G. A. Bobrovsky, K. A. Razumova, and J. A. Scegllov, *Plasma Phys.* **10**, 436 (1968).
10. ITER Physics Expert Group on Disruptions, Plasma Control, and MHD, ITER Physics Basis Editors, *Nucl. Fusion* **39**, 2251 (1999).
11. T. C. Hender, J. C. Wesley, J. Bialek et al., *Nucl. Fusion* **47**, S128 (2007).
12. Л. А. Арцимович, К. Б. Карташев, *ДАН СССР* **146**, 1305 (1962) [L. A. Artsimovich and K. B. Kartashev, *Sov. Phys. Dokl.* **7**, 919 (1963)].
13. L. I. Artemenkov, I. N. Golovin, P. I. Kozlov et al., in *Proc. 4th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research* (Madison, 1971), IAEA, Vienna (1972), Vol. 1, p. 359.
14. Л. И. Артеменков, П. И. Козлов, П. И. Мелихов и др., *Письма в ЖЭТФ* **17**, 251 (1973) [L. I. Artemenkov, P. I. Kozlov, P. I. Melikhov et al., *JETP Lett.* **17**, 179 (1973)].
15. Л. Е. Захаров, В. Д. Шафранов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 11, Энергоиздат, Москва (1982), с. 118 [L. E. Zakharov and V. D. Shafranov, *Rev. Plasma Phys.* Vol. 11, Consultants Bureau, New York (1986)].

16. H. P. Zehrfeld and B. J. Green, *Nucl. Fusion* **12**, 569 (1972).
17. H. P. Zehrfeld and B. J. Green, *Nucl. Fusion* **13**, 750 (1973).
18. D. W. Swain and G. H. Neilson, *Nucl. Fusion* **22**, 1015 (1982).
19. L. L. Lao, H. St. John, R. D. Stambaugh, and W. Pfeiffer, *Nucl. Fusion* **25**, 1421 (1985).
20. В. Д. Пустовитов, *Физика плазмы* **29**, 124 (2003) [V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Rep.* **29**, 105 (2003)].
21. V. D. Pustovitov, *AIP Conf. Proc.* **1478**, 50 (2012).
22. J. P. Freidberg, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 801 (1982).
23. J. P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics*, Plenum Press, New York (1987).
24. В. Д. Пустовитов, *Физика плазмы* **42**, 957 (2016) [V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Rep.* **42**, 1005 (2016)].
25. N. Isernia, V. D. Pustovitov, F. Villone, and V. Yanovskiy, *Plasma Phys. Control. Fusion* **61**, 115003 (2019).
26. V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **62**, 065003 (2020).
27. R. R. Khayrutdinov, V. E. Lukash, and V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **58**, 115012 (2016).
28. Р. Р. Хайрутдинов, В. Э. Лукаш, В. Д. Пустовитов, *Физика плазмы* **47**, 1007 (2021) [R. R. Khayrutdinov, V. E. Lukash, and V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 1128 (2021)].
29. S. V. Mirnov, *J. Plasma Phys.* **82**, 515820102 (2016).
30. С. В. Мирнов, *ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез* **39**, вып. 2, 5 (2016).
31. V. D. Pustovitov, *Phys. Plasmas* **27**, 102503 (2020).
32. В. Д. Шафранов, *Атомная энергия* **18**, 255 (1965) [V. D. Shafranov, *J. Nucl. Energy C* **8**, 109 (1966)].
33. С. В. Мирнов, *Атомная энергия* **17**, 209 (1964) [S. V. Mirnov, *J. Nucl. Energy C* **7**, 325 (1965)].
34. А. Е. Бажанова, В. С. Стрелков, В. Д. Шафранов, *Атомная энергия* **20**, 146 (1966) [A. E. Bazhanova, V. S. Strelkov, and V. D. Shafranov, *J. Nucl. Energy C* **8**, 800 (1966)].
35. С. В. Мирнов, *Физические процессы в плазме токамака*, Энергоиздат, Москва (1983).
36. Y. N. Dnestrovskii and D. P. Kostomarov, *Numerical Simulation of Plasmas*, Springer-Verlag, Berlin (1986).
37. W. Fundamenski, *Power Exhaust in Fusion Plasmas*, Cambridge Univ. Press, New York (2010).
38. *Equilibrium and Macroscopic Stability of Tokamaks*, in *Fusion Physics*, ed. by M. Kikuchi, K. Lackner, and M. Q. Tran, IAEA, Vienna (2012), Ch. 3.
39. В. Д. Пустовитов, *Физика плазмы* **45**, 1088 (2019) [V. D. Pustovitov, *Plasma Phys. Rep.* **45**, 1114 (2019)].
40. M. S. Chu and M. Okabayashi, *Plasma Phys. Control. Fusion* **52**, 123001 (2010).
41. V. D. Pustovitov, *J. Plasma Phys.* **81**, 905810609 (2015).
42. E. J. Strait, J. Bialek, I. N. Bogatu et al., *Nucl. Fusion* **43**, 430 (2003).
43. Y. Gribov and V. D. Pustovitov, in *Proc. 19th IAEA Fusion Energy Conf.*, Lyon (2002), IAEA/CN-94/CT/P-12.
44. C. F. Clauser, S. C. Jardin, and N. M. Ferraro, *Nucl. Fusion* **59**, 126037 (2019).
45. S. Miyamoto, *Plasma Phys. Control. Fusion* **53**, 082001 (2011).
46. M. Shimada, D. J. Campbell, V. Mukhovatov et al., *Nucl. Fusion* **47**, S1 (2007).
47. Л. А. Арцимович, *Замкнутые плазменные конфигурации*, Наука, Москва (1969).
48. V. D. Pustovitov, *Phys. Plasmas* **25**, 062510 (2018).
49. N. V. Chukashev, *Plasma Phys. Control. Fusion* **67**, 035007 (2025).
50. В. Д. Пустовитов, *Физика плазмы* **14**, 1436 (1988) [V. D. Pustovitov, *Sov. J. Plasma Phys.* **14**, 840 (1988)].
51. J. A. Wesson, *Tokamaks*, 3rd ed., Clarendon Press, Oxford (2004).
52. V. D. Pustovitov, in *Reviews of Plasma Physics*, ed. by B. B. Kadomtsev and V. D. Shafranov, Springer, Boston, MA (2000), Vol. 21, p. 1.
53. K. Miyamoto, *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion*, Springer, Berlin (2005).
54. J. P. Goedbloed, R. Keppens, and S. Poedts, *Advanced Magnetohydrodynamics*, Cambridge Univ. Press (2010).

55. J. P. Freidberg, *Ideal MHD*, Cambridge Univ. Press, New York (2014).
56. V. D. Pustovitov, *J. Plasma Fusion Res. SERIES* **6**, 550 (2004).
57. В. А. Рожанский, *Теория плазмы*, Лань, Санкт-Петербург (2012).
58. K. Matsuoka, S. Okamura, K. Nishimura et al., *Fusion Eng. Des.* **26**, 135 (1995).
59. S. Okamura, K. Matsuoka, K. Nishimura et al., *Nucl. Fusion* **35**, 283 (1995).
60. S. Besshou, V. D. Pustovitov, N. Fujita et al., *Phys. Plasmas* **5**, 481 (1998).
61. V. D. Pustovitov, *Nucl. Fusion* **30**, 1523 (1990).
62. V. D. Pustovitov and N. V. Chukashev, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 956 (2021).
63. V. Bandaru, M. Hoelzl, F. J. Artola et al., *J. Plasma Phys.* **91**, E27 (2025).
64. N. V. Chukashev and V. D. Pustovitov, *Phys. Plasmas* **32**, 032511 (2025).
65. G. Pautasso, E. Fable, and the ASDEX Upgrade Team, *Nucl. Fusion* **65**, 056004 (2025).