

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПЯТИСЛОЙНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СТРУКТУР

Л. А. Федюхин ^{a*}, Е. А. Колосовский ^a, А. В. Горчаков ^b

^a *Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

^b *Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 26 февраля 2025 г.,
после переработки 21 апреля 2025 г.
Принята к публикации 21 апреля 2025 г.

Получено точное аналитическое решение обратной задачи теории отражения для прозрачных структур с четырьмя границами раздела. Приведены соотношения, определяющие оптическую длину структуры, толщину подложки, угловое положение и абсолютные номера интерференционных минимумов.

DOI: 10.31857/S0044451025080012

1. ВВЕДЕНИЕ

К решению обратной задачи теории отражения исследователи обращаются постоянно. В случае успеха удастся определить тот набор наблюдаемых параметров, измерение которых позволит однозначно восстанавливать параметры реальных структур. В отличие от прямой задачи, имеющей аналитическое решение для большого круга модельных задач, аналитическое решение обратной задачи существует для ограниченного числа простейших отражающих систем. Их практическое использование показывает весьма низкую точность при сравнении со значениями, получаемыми при использовании абсолютных интерференционных методов измерения показателей преломления материалов. Интерес к решению обратной задачи теории отражения существенно вырос с развитием эллипсометрических методов исследования оптических структур [1–3]. Стоит отметить работу [4], в которой разработан аналитический метод точного решения основного уравнения эллипсометрии для структуры «поглощающая подложка — поглощающая пленка» (параметры подложки предполагаются известными). Приведено уравнение «логарифмической спирали», являющееся решением основного уравнения эллипсометрии.

Показано, что для выполнения условия однозначности полученного решения измерение эллипсометрических параметров Ψ и Δ , выбранных в качестве наблюдаемых, необходимо проводить для нескольких углов падения.

В настоящей работе авторы приводят аналитическое решение частного случая обратной задачи теории отражения для достаточно сложной модели — симметричной прозрачной пятислойной структуры. Выделен набор наблюдаемых параметров, однозначно восстанавливающих материальные параметры.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. АНАЛИТИКА

На рис. 1 *a* приведена схема многослойной симметричной структуры. Зондирующее излучение с длиной волны λ из полубесконечной среды с показателем преломления n_0 проходит в среду с показателем преломления n_{m+1} . Эти полубесконечные среды разделены средами (далее слоями) с показателями преломления $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_m$. Средний слой с индексом « i » далее именуем подложкой с толщиной d_i .

Границам присвоены номера сред, лежащих слева от границы по ходу луча. Нас интересует отраженное излучение. Отражение описываем через амплитудные комплексные обобщенные коэффициенты Френеля r_{m+1} [2]:

* E-mail: leagal2007@mail.ru

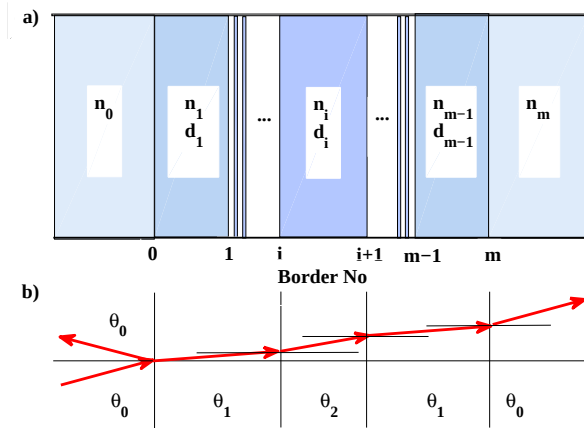


Рис. 1. Схема, поясняющая расположение сред в модели многослойной симметричной структуры (а) и в модели пятислойной симметричной структуры (б)

$$r_{m+1} = \frac{(g_{m+1} - g_m)M_m e_{mp} + (g_{m+1} + g_m)z_m e_{mm}}{(g_{m+1} + g_m)M_m e_{mp} + (g_{m+1} - g_m)z_m e_{mm}} \equiv \frac{z_{m+1}}{M_{m+1}}. \quad (1)$$

Здесь

$$e_{mm} = \exp(-\phi_m), \quad e_{mp} = \exp(\phi_m),$$

$$r_m \equiv \frac{z_m}{M_m}, \quad r_1 = \frac{g_1 - g_0}{g_1 + g_0} \equiv \frac{z_1}{M_1},$$

$$r_2 = \frac{(g_1 - g_m)M_1 e_{mm} + (g_2 + g_1)z_1}{(g_2 + g_1)M_1 e_{mm} + (g_2 - g_1)z_m e_{mm}} \equiv \frac{z_2}{M_2},$$

$$g_m = \begin{cases} n_m / \cos \theta_m & \text{для волны } p\text{-поляризации,} \\ n_m \cos \theta_m & \text{для волны } s\text{-поляризации,} \end{cases}$$

$\phi_m = -(4i\pi/\lambda)d_m n_m \cos \theta_m$ — оптическая длина m -го слоя, θ_m — угол падения на границу с номером m .

При $m = 0$ имеем две среды с одной границей раздела. Коэффициент отражения $R_1 = |r_1|^2$. В общем случае имеем $m + 2$ среды и $m + 1$ границу раздела. Коэффициент отражения $R_m = |r_m|^2$. Под пятислойной структурой далее понимаем структуру, имеющую четыре границы раздела (рис. 1 б). Рекуррентная формула позволяет последовательно рассчитывать коэффициенты отражения $R_m = |z_m/M_m|^2$.

Приведенное рекуррентное выражение для амплитудного комплексного коэффициента отражения r_m представляет великолепный инструмент для численного расчета коэффициента отражения многослойных структур. В то же время эти решения прямой задачи не позволяют выделить тот набор наблюдаемых параметров, который дает возможность

решить обратную задачу — рассчитать параметры структуры. Для структур с одной и двумя границами раздела хорошо известны аналитические формулы, казалось бы, позволяющие решить задачу. Особый интерес представляют соотношения, связывающие параметры структуры с интенсивностью отраженного от структуры зондирующего излучения в особых точках углового распределения коэффициентов отражения/пропускания. К некоторым из них относятся следующие.

1. Формула, определяющая положение угла полной поляризации — угла Брюстера θ_{Br} в модели одной границы раздела [5]:

$$\operatorname{tg} \theta_{Br} = n_0/n_1. \quad (2)$$

2. Формула инвариантов углов коэффициента отражения, связывающая параметры структуры с угловым положением трех последовательных интерференционных минимумов $\theta_0^q, \theta_0^{q+1}, \theta_0^{q+2}$ в модели двух границ раздела [6]:

$$n_2 = n_0 \left[\sin^2 \theta_0^q - \frac{(4 \sin^2 \theta_0^{q+1} - 3 \sin^2 \theta_0^q - \sin^2 \theta_0^{q+2})^2}{8(\sin^2 \theta_0^{q+2} - 2 \sin^2 \theta_0^{q+1} + \sin^2 \theta_0^q)} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{\lambda}{\sqrt{2n_0(2 \sin^2 \theta_0^{q+1} - \sin^2 \theta_0^q - \sin^2 \theta_0^{q+2})}}, \quad (4)$$

$$m^q = \frac{3 \sin^2 \theta_0^q - 4 \sin^2 \theta_0^{q+1} + \sin^2 \theta_0^{q+2}}{4 \sin^2 \theta_0^{q+1} - 2 \sin^2 \theta_0^q - 2 \sin^2 \theta_0^{q+2}}. \quad (5)$$

Здесь θ_0^q — угол падения на границу с индексом «0» для q -го интерференционного минимума с его абсолютным номером m^q . Толщину подложки для удобства сравнения со структурой с четырьмя границами снабдили индексом «2».

3. Характеристическое уравнение, определяющее положение угла полной поляризации в модели с двумя границами раздела в средах с поглощением [7]:

$$a_1 \ln |r_{01}| - \ln |r_{12}| + b_1 [\psi_{01} - \psi_{12} - 2\pi(1/2 - j)] = 0.$$

Нижние индексы соответствуют номерам слоев (см. рис. 1). Здесь

$$r_{01} = |r_{10}| \exp(i\psi_{10}), \quad r_{12} = |r_{12}| \exp(i\psi_{12}),$$

ψ_{01}, ψ_{12} — фазы соответствующих классических коэффициентов Френеля в средах с комплексными значениями показателей преломления сред,

$\tilde{n}_m = n_m + ik_m$ ($m = 0, 1, 2$ соответствуют номеру слоя), a_1 и b_1 — действительная и мнимая части оптической длины ϕ_1 слоя,

$$\phi_1 = 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0} = \pm 2\pi \frac{d_1}{\lambda} (a_1 + ib_1),$$

j — целочисленная константа со значениями $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Толщина слоя d_1 при этом однозначно рассчитывается по углу полной поляризации, являющемуся решением характеристического уравнения:

$$d_1 = \frac{\lambda (\ln |r_{01}| - \ln |r_{12}|)}{4\pi b_1}. \quad (6)$$

В отличие от модели с одной границей раздела (пункт 1) при экспериментальном определении этого угла требуется проводить эксперименты, позволяющие варьировать длину волны зондирующего излучения. В известной авторам литературе подобные эксперименты не проводились.

Отметим важную особенность соотношений (1)–(3). Определение параметров структуры при известном значении длины волны λ не требует знания толщины слоев и наоборот. Соответственно точность определения толщины однозначно связана с точностью определения длины волны λ зондирующего излучения. Попытка воспользоваться приведенными соотношениями в большинстве случаев приводит к результатам, существенно отличающимся от значений, получаемых интерференционным методом, фактически являющимся методом измерения скорости света в материале, и на которые необходимо ориентироваться как на эталонные [8, 9]. Несоответствие является результатом выбора математической модели, а именно, модели с одной либо двумя границами раздела сред, для которой и справедливы формулы (2)–(5). Несостоятельность этих моделей для решения базовой задачи — расчета по экспериментальным данным единственного в этой модели параметра — показателя преломления исследуемого материала — установлена в [10]. Необходимо принять во внимание, что оптические свойства приповерхностной области отличаются от свойств в глубине материала. Пятислойная модель устраняет этот пробел. Обращаем внимание на второй вариант решения обратной задачи, в котором параметры структуры однозначно связаны с положением трех рядом расположенных минимумов/максимумов коэффициентов отражения/пропускания. Естественным расширением задачи является попытка найти аналогичное решение для структур с числом границ

раздела больше двух. Интересными с практической точки зрения являются симметричные многослойные структуры. Эту модель можно применять при описании явлений отражения/пропускания плоскопараллельных пластин твердых тел. Это особенно привлекательно, поскольку плоскопараллельная многослойная пластина по сути является интерферометром Фабри–Перо, и можно надеяться на существенную точность результатов, сравнимую с точностью, получаемой классическими интерференционными методиками. Более того, существующие интерференционные методы не учитывают неоднородности показателя преломления вблизи границ и, таким образом, опять же основаны на модели с двумя границами раздела.

Под симметричной структурой далее будем понимать структуру, для которой число слоев m нечетное и выполнены условия симметрии, когда толщины и показатели преломления слоев, равноудаленных от центрального $[n_i, d_i]$, совпадают. Для пятислойной структуры это дает $n_0 = n_4$, $n_1 = n_3$, $d_1 = d_3$.

В результате достаточно простых, но громоздких преобразований авторы получили, следуя (1), компактное и удобное для практического применения и дальнейшего анализа выражение для коэффициента отражения в модели прозрачной симметричной структуры с четырьмя границами раздела:

$$R_4 = \frac{4c^2}{|M_4|} \sin^2 \left(\frac{\phi_2}{2} + \xi_2 \right). \quad (7)$$

Здесь

$$\xi_2 = \arctg \frac{b}{a},$$

$$a = -r_{12} (1 + r_{01}^2) - r_{01} (1 + r_{12}^2) \cos \phi_1,$$

$$b = -r_{01} (1 - r_{12}^2) \sin \phi_1, \quad c^2 = a^2 + b^2,$$

$$\phi_1 = -\frac{4\pi}{\lambda} d_1 n_1 \cos \theta_1, \quad \phi_2 = -\frac{4\pi}{\lambda} d_2 n_2 \cos \theta_2,$$

$$r_{01} = \frac{g_1 - g_0}{g_1 + g_0}, \quad r_{12} = \frac{g_2 - g_1}{g_2 + g_1}$$

— классические коэффициенты Френеля

Форма приведенного выражения позволяет выделить главную осциллирующую составляющую $\sin^2(\phi_2/2 + \xi_2)$ угловой зависимости коэффициента отражения. Отчетливо видно, что коэффициент R_4 следует квадрату синуса с плавно меняющейся величиной $\beta_2 = \phi_2/2 + \xi_2$, которую естественно отождествить с оптической длиной структуры. Подчеркнем, что оптическая длина β_2 в структуре без поглощения является вещественной величиной,

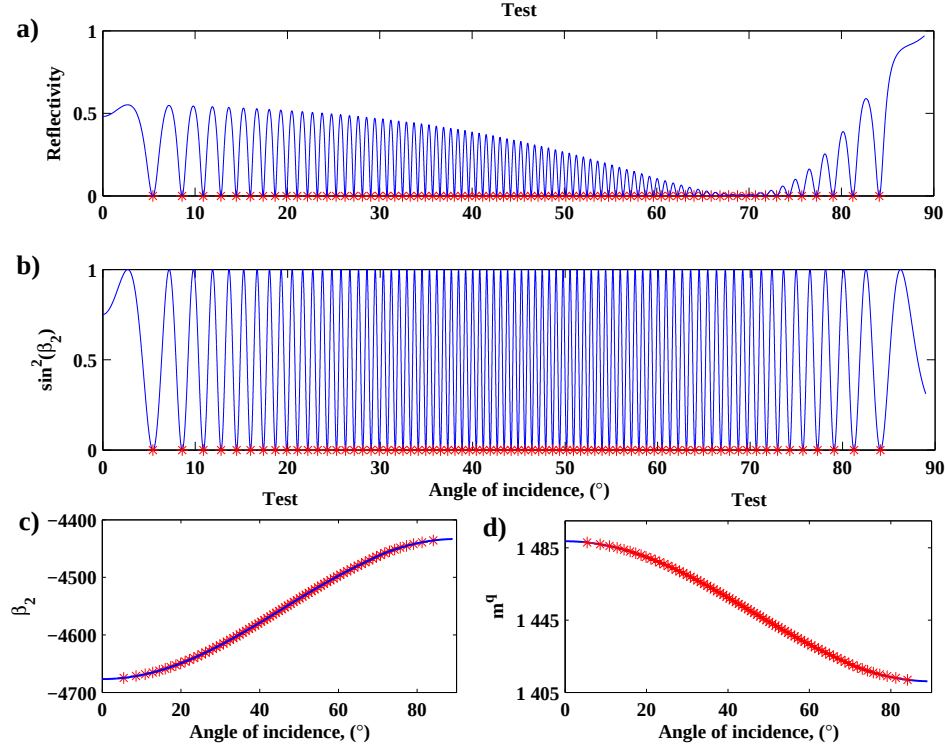


Рис. 2. *a* — Коэффициент отражения для тестовой симметричной пятислойной структуры. *b* — Осцилляционная составляющая $\sin^2(\phi_2^q/2 + \xi_2^q)$ коэффициента отражения. *c* — Оптическая длина β_2 структуры. *d* — Абсолютные номера m^q интерференционных минимумов и их угловое положение $[\theta_0^q, m^q]$

а амплитуда R_4 в точках интерференционных минимумов строго обращается в нуль (рис. 2). Важная деталь: добавка ξ_2 в оптической длине β_2 , не зависит от толщины подложки d_2 . Параметры, при которых проведен расчет кривых на рис. 2 и 4, приведены в таблице.

Интерференционные минимумы являются важным источником информации для решения обратной задачи, поскольку достаточно точно фиксируются в эксперименте. Их положение определяется нулями осциллирующей составляющей коэффициента отражения,

$$\sin^2\left(\frac{\phi_2}{2} + \xi_2\right) = 0,$$

что дает

$$\frac{\phi_2^q}{2} + \xi_2^q = m^q\pi, \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, m^q. \quad (8)$$

Целое q — порядковый номер интерференционного минимума. Целое m^q — абсолютный номер минимума. Решение (8) существует для ограниченного числа значений m^q и определяет ограниченный набор интерференционных минимумов под углами θ_0^q

с набором оптических длин $\beta_2^q = \phi_2^q/2 + \xi_2^q$. Нижний индекс параметров обозначает номер границы отражения, верхний — порядковый номер интерференционного минимума.

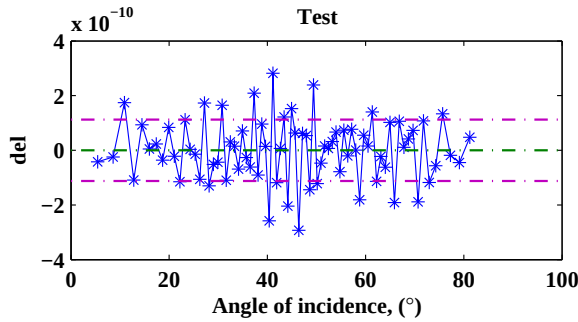
Запишем уравнение (8) в q -м минимуме в явном виде:

$$\frac{d_2}{\lambda} = -\frac{1}{2\pi n_2 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2} \sin^2 \theta_0^q}} \times \left[m^q\pi + \arctg \frac{r_{10}(1 - r_{21}^2) \sin \phi_1}{r_{21}(1 + r_{10}^2) - r_{10}(1 + r_{21}^2) \cos \phi_1} \right]. \quad (9)$$

Правая часть (9) не зависит от толщины подложки d_2 , а левая — не зависит от номера интерференционного минимума m^q . Это позволяет утверждать, что правая часть (9) инвариант $\text{Inv}d_2$. Его значение постоянно для любого интерференционного минимума θ_0^q и справедливо, в том числе, при значительных толщинах слоев $[d_1, d_3 = d_1]$, сравнимых с толщиной подложки d_2 . Максимальное значение m^q соответствует первому от нормали интерференционному минимуму. Последующие номера $m^{q+1} = m^q - 1$ убывают с увеличением угла падения θ_0 . Численный расчет отклонения $\text{del} = \text{Inv}d_2 - d_2$ для тестовой

Таблица. Параметры тестовой многослойной симметричной структуры при расчете кривых на рис. 2 и 4

Параметр	$n_0^t = n_4^t$	$n_1^t = n_3^t$	n_2^t	$d_1^t = d_3^t, \text{нм}$	$d_2^t, \text{нм}$	$k_1^t = k_3^t$	k_2^t	$\lambda, \text{нм}$
Значение к рис. 2	1.0	2.8	3.16	100	365 000	0	0	1549.244
К рис. 4 б (помечено красным)	1.0	2.8	3.16	100	365 000	0.1	0	1549.244
К рис. 4 б (помечено зеленым)	1.0	2.8	3.16	100	365 000	0.01	0	1549.244
К рис. 4 б (помечено синим)	1.0	2.8	3.16	100	365 000	0.001	0	1549.244

Рис. 3. Расчет отклонения del для каждого из интерференционных минимумов θ_0^q, m^q тестовой симметричной пяти-слойной структуры

симметричной пятислойной структуры приведен на рис. 3. Стандартное отклонение del составило примерно $1.1 \cdot 10^{-10}$ нм, что подтверждает вывод о его инвариантности.

Приравнивая правые части (9) для двух последовательных номеров m^q ,

$$\frac{1}{\cos \theta_2^q} (m^q \pi + \xi_2^q) = \frac{1}{\cos \theta_2^{q+1}} [(m^q - 1)\pi + \xi_2^{q+1}],$$

получим соотношение для расчета абсолютного номера m^q интерференционного минимума:

$$m^q = \frac{\xi_2^{q+1} \cos \theta_2^q - \xi_2^q \cos \theta_2^{q+1} - \pi \cos \theta_2^q}{\pi (\cos \theta_2^{q+1} - \cos \theta_2^q)}. \quad (10)$$

Соотношение (10) позволяет рассчитать абсолютный номер m^q интерференционного минимума при известных значениях показателей преломления слоев $n_1, n_3 = n_1$, подложки n_2 и толщин слоев $d_1, d_3 = d_1$, а также углового положения θ_0^q двух интерференционных минимумов. Это также позволяет записать окончательное выражение для толщины подложки:

$$\frac{d_2}{\lambda} = \frac{\pi - \xi_2^{q+1} + \xi_2^q}{2\pi n_2 (\cos \theta_2^{q+1} - \cos \theta_2^q)}. \quad (11)$$

Формулы (10), (11) являются аналогами формул (4), (5) для трехслойной структуры. Переход не является очевидным. Остановимся подробнее. Переход

к трехслойной структуре из (10), (11) возможен в трех случаях.

1. Показатели преломления слоев и внешней среды совпадают, $n_1 = n_3 = n_0$.
2. Толщины слоев $d_1 = d_3 = 0$.
3. Совпадают показатели преломления слоев и подложки, $n_1 = n_2 = n_3$.

Нетрудно убедиться, что во всех трех случаях параметр $\xi_2^q = 0$. Для (10), (11) это дает

$$m^q = \frac{\sqrt{n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^q}}{\sqrt{n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^q} - \sqrt{n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^{q+1}}},$$

$$\frac{d_2}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^q} - \sqrt{n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^{q+1}}}.$$

Принимая во внимание (3), можем записать

$$n_2^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0^q = n_0^2 \frac{(4 \sin^2 \theta_0^{q+1} - 3 \sin^2 \theta_0^q - \sin^2 \theta_0^{q+2})^2}{8 (2 \sin^2 \theta_0^{q+1} - 3 \sin^2 \theta_0^q - \sin^2 \theta_0^{q+2})}$$

и после несложных преобразований получим для m^q и d_2/λ выражения, идентичные (4), (5). Таким образом, уравнение (8) позволяет достаточно простым численным расчетом получить всю необходимую информацию об интерференционных минимумах — их угловое положение θ_0^q , абсолютные номера m^q , оптическую длину ξ_2^q подложки.

Формула (10) является решением обратной задачи теории отражения для симметричных пятислойных структур при известных значениях показателей преломления подложки n_2 , слоев n_1, n_3 , а также толщин слоев $d_1, d_3 = d_1$. Наблюдаемыми параметрами в этом случае выступают углы падения θ_0^q зондирующего излучения с известной длиной волны λ , при которых формируются интерференционные минимумы. Для расчета толщины d_2 достаточно знать угловое положение двух соседних интерференционных минимумов.

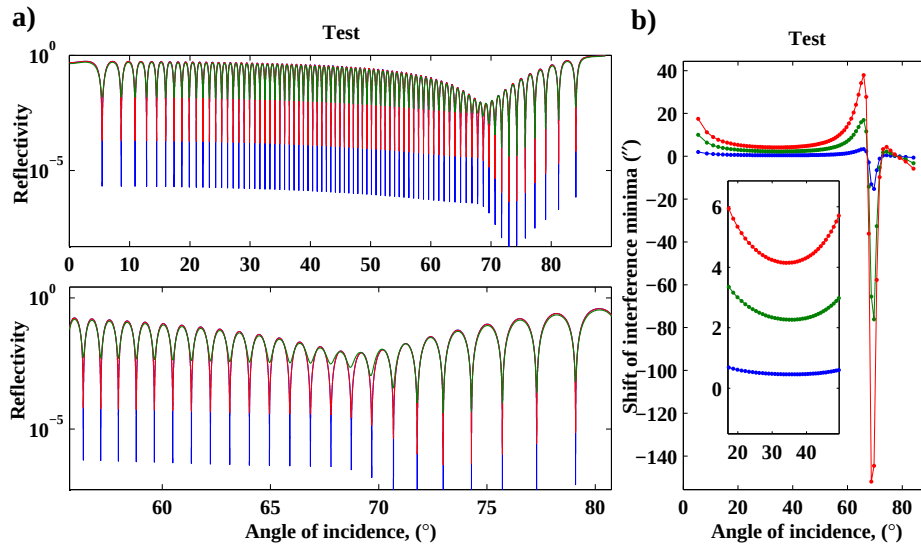


Рис. 4. *a* — Коэффициент отражения для структуры с тестовыми параметрами при различных значениях коэффициента поглощения k_1 . *b* — Смещение углового положения интерференционных минимумов относительно их положения в отсутствие поглощения

На рис. 2 приведены основные угловые характеристики симметричной пятислойной структуры: коэффициент отражения (*a*), его осцилляционная составляющая (*b*), оптическая длина структуры (*c*), абсолютные номера интерференционных минимумов и их угловое положение (*d*). Красным помечены значения параметров при углах падения θ_0 , отвечающих интерференционным минимумам. Отметим, что полученные аналитические характеристики интерференционных минимумов справедливы для структур как с тонкими, так и с толстыми слоями, в том числе с толщинами слоев $[d_1, d_3 = d_1]$, сравнимыми с толщиной подложки d_2 . Ограничением является полная толщина структуры. Как минимум два интерференционных минимума должны сформироваться.

3. СТРУКТУРЫ С ПОГЛОЩЕНИЕМ

Учет поглощения в слоях 1, 2, 3 приводит к похожему на (7) выражению для коэффициента отражения:

$$R_{4a} = 2 \exp(-2\phi_{12i}) \left| \frac{1}{zn} \right|^2 [(c_{ab}^2 + c_{cd}^2) + E_{ab} \sin \phi_{2r}].$$

Здесь

$$A = a_r \operatorname{ch} \frac{\phi_{2i}}{2} + b_i \operatorname{sh} \frac{\phi_{2i}}{2},$$

$$B = -a_i \operatorname{sh} \frac{\phi_{2i}}{2} + b_r \operatorname{ch} \frac{\phi_{2i}}{2},$$

$$C = a_i \operatorname{ch} \frac{\phi_{2i}}{2} - b_r \operatorname{sh} \frac{\phi_{2i}}{2},$$

$$D = a_r \operatorname{sh} \frac{\phi_{2i}}{2} - b_i \operatorname{ch} \frac{\phi_{2i}}{2},$$

$$E_a = -c_{ab}^2 \sin(2\gamma_{ab}) - c_{cd}^2 \sin(2\gamma_{cd}),$$

$$E_b = c_{ab}^2 \cos(2\gamma_{ab}) + c_{cd}^2 \cos(2\gamma_{cd}),$$

$$E_{ab} = \sqrt{E_a^2 + E_b^2},$$

$$c_{ab} = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad c_{cd} = \sqrt{C^2 + D^2}, \quad \phi_{12} = \phi_1 + \phi_2/2,$$

$$\gamma_{ab} = \arctg \frac{B}{A}, \quad \gamma_{cd} = \arctg \frac{D}{C}, \quad \epsilon = \arctg \frac{E_b}{E_a},$$

$a_r, a_i, b_r, b_i, \phi_{1r}, \phi_{1i}, \phi_{2r}, \phi_{2i}, \phi_{12i}$ — действительные и мнимые части величин $a, b, \phi_1, \phi_2, \phi_{12}$ соответственно, r_{01}, r_{12} — классические коэффициенты Френеля, содержащие как действительную, так и мнимую части показателей преломления:

$$\tilde{n}_1 = \tilde{n}_3 = n_{1r} + ik_1, \quad \tilde{n}_2 = n_{2r} + ik_2.$$

Угловая зависимость коэффициента отражения R_{4a} следует квадрату синуса с плавно меняющейся оптической длиной $\beta_a = \phi_{2r} + \epsilon$. В точках минимума в нуль не обращается. Интерференционные минимумы сдвинуты относительно минимумов осциллирующей составляющей $\sin^2(\phi_{2r} + \epsilon)$.

Рассмотрим подробнее интересную с практической точки зрения ситуацию, при которой поглощение присутствует только в слоях 1 и 3, а толщина слоев составляет менее 1 мкм. Численный расчет показывает (рис. 4), что в этом случае смещение интерференционных минимумов относительно их положения в отсутствие поглощения мало даже при весьма значительных коэффициентах поглощения $k_1 \sim 0.1$. Наибольшее смещение наблюдается в области угла Брюстера подложки (рис. 4 б). В диапазоне углов падения 20° – 50° наблюдается пологий минимум. Любые два последовательных минимума этого диапазона можно использовать в качестве начального приближения для расчета $\text{Inv}d_2$. Параметры, при которых проведен расчет кривых на рис. 4, приведены в таблице. Масштаб смещения интерференционных минимумов увеличен для зеленой кривой в 50 раз, для синей — в 1000 раз. Видим, что расчетное смещение минимумов в области 20° – 50° составляет менее пяти угловых секунд. Приведенный пример не претендует на общность, лишь указывая возможный путь расчета $\text{Inv}d_2$ в структурах при наличии поглощения в слоях 1, 3.

Таким образом, для достаточно широкого круга структур соотношения (10), (11) можно успешно использовать для расчета толщины подложки d_2 по известному положению интерференционных минимумов в структурах с поглощением в слоях 1 и 3. Практическая ценность полученного результата состоит в сокращении числа внутренних параметров при решении базовой задачи — расчете всех параметров структуры на основе ограниченного числа наблюдаемых. Поскольку для ее решения используют в том числе оптимизационные методы, исключение одного из параметров на много порядков сокращает фазовое пространство поиска. Соответственно существенно сокращается время расчета.

4. ВЫВОДЫ

Получено компактное и удобное для практического применения и дальнейшего анализа выражение для коэффициента отражения в модели симметричной структуры с четырьмя границами раздела. Для прозрачных структур показано, что коэффициент отражения при углах падения, отвечающих интерференционным минимумам, строго обращается в нуль. Определены наблюдаемые параметры, поз-

воляющие решить частный случай обратной задачи теории отражения, — рассчитать толщину подложки по известным значениям показателей преломления слоев, толщины слоев и углового положения двух интерференционных минимумов. Приведены соотношения, определяющие оптическую длину структуры, толщину подложки, угловое положение и абсолютные номера интерференционных минимумов. Привлечение пятислойной модели для интерпретации экспериментальных результатов является особенно важным для решения базовой задачи — расчета оптических параметров материала по экспериментальным данным с учетом того, что оптические свойства приповерхностной области отличаются от свойств в глубине материала. Пятислойная модель устраняет этот пробел.

Финансирование. Работа выполнена по Госзаданию № FWGW-2025-0024.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Громов, *Введение в эллипсометрию*, Изд-во ЛГУ (1986).
2. С. Н. Свиташева, *Метод эллипсометрии для исследования наноразмерных пленок диэлектриков, полупроводников и металлов*, Изд-во СО РАН Новосибирск (2019).
3. А. И. Семенов, И. А. Семенов, *Научное приборостроение* **23**, 47 (2013).
4. С. Н. Свиташева, *ДАН СССР* **318** (5), 1154 (1991).
5. Д. В. Сивухин, *Общий курс физики. Оптика*, Наука, Москва (1980).
6. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, Е. А. Колосовский, *Опт. и спектр.* **128**, 257 (2020).
7. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, *ЖЭТФ* **158**, 792 (2020).
8. Shyam Singh, *Phys. Scr.* **65**, 167 (2002).
9. А. Л. Брикс, В сб. *Исследования в области оптических и световых измерений*, Труды метрологических институтов СССР **193**, 14 (1976).
10. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, Н. Г. Коробейщиков, И. В. Николаев, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 304 (2021).