

# ДВИЖЕНИЕ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ В ПЛАНАРНЫХ МАГНЕТИКАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

*E. M. Magadeev<sup>\*</sup>, P. M. Vakhitov<sup>\*\*</sup>*

*Уфимский университет науки и технологий  
450076, Уфа, Россия*

Поступила в редакцию 22 июля 2024 г.,  
после переработки 21 октября 2024 г.  
Принята к публикации 21 октября 2024 г.

Исследованы динамические свойства 180-градусных доменных границ под влиянием неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия в ферромагнитных пленках с планарным распределением намагниченности (например, вследствие влияния сильной легкоплоскостной анизотропии материала). Показано, что при наличии распределения такого типа и анизотропном характере магнитоэлектрического взаимодействия движение доменных границ обуславливается уже не градиентом напряженности электрического поля, как в классическом случае, а второй производной напряженности по пространственной координате. Выявлено, что поведение доменной границы в поле заряженного проводника проявляет невзаимность относительно знака его заряда: если при одном знаке доменная граница заведомо притягивается к проводнику, то при противоположном знаке заряда она может как отталкиваться от проводника, так и притягиваться к нему в зависимости от ее начального положения. Доказано, что эти различия должны быть заметны при экспериментальном наблюдении динамических процессов в системе независимо от ее геометрических пропорций.

**DOI:** 10.31857/S0044451025020105

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия существенно возрос интерес к изучению магнитоэлектрических материалов в силу сочетания в них противоположных возможностей, а именно возможности управлять их сегнетоэлектрическими свойствами с помощью магнитного поля и, наоборот, воздействовать электрическим полем на их магнитную подсистему [1,2]. Соответственно, в материалах данного типа был обнаружен ряд уникальных эффектов, которые могут быть использованы при разработке различных устройств спинtronики на основе энергосберегающих технологий [3, 4]. Одним из таких эффектов, в частности, стало обнаруженное в пленках ферритов-гранатов явление зарождения, перемещения и трансформации магнитных неоднородностей различной топологии (доменных границ, цилиндрических магнитных доменов, магнитных вихрей и т.д.) под действием электрического поля [5–8]. Для объяснения полученных результатов были вы-

двинуты два возможных механизма, которые не являются взаимоисключающими: флексомагнитоэлектрический (ФМЭ), обусловленный наличием в образце неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия (НМЭВ) [9], и механизм, связанный с возникновением неоднородной одноосной анизотропии в результате смещения электрическим полем однотипных ионов относительно их положений равновесия [10]. Дальнейшие исследования показали, что оба механизма на качественном уровне довольно хорошо объясняют большинство полученных результатов. В настоящее время установился некий консенсус, который состоит в том, что они оба вносят вклад в рассматриваемый эффект. Кроме того, в некоторых случаях они имеют общие основы [11], либо их аналитические выражения сводятся друг к другу [12]. Наконец, в работе [13] на основе спектроскопии флуоресценции одиночных молекул были исследованы электрические поля, генерируемые доменными границами (ДГ) в пленках ферритов-гранатов, анализ которых позволил подтвердить ФМЭ-природу эффекта, обнаруженного в работе, т. е. показать, что в пленках ферритов-гранатов ФМЭ-механизм является доминирующим.

\* E-mail: magadeeveb@gmail.com

\*\* E-mail: vakhitovrm@yahoo.com

Следует отметить, что многие аспекты статических свойств ДГ в материалах с ФМЭ-взаимодействием под влиянием электрического поля (например, возможные типы ДГ [14], их трансформация в магнитном поле [15], зависимость свойств ДГ от симметрии магнитного кристалла [16], эффект «преломления» ДГ [17, 18], «биполярное» зарождение 90-градусных ДГ [19]) были изучены уже достаточно подробно. Однако динамика 180-градусных ДГ в ферромагнитных пленках, обусловленная влиянием НМЭВ, изучена мало и лишь для тех случаев, когда направление намагниченности в доменах совпадает с нормалью к поверхности образца. Так, в [20] было установлено, что движение неелевской ДГ возникает в области градиента напряженности электрического поля, а в [21] данное утверждение было распространено на ДГ более общего вида (хоть и в рамках довольно специфического, на наш взгляд, приближения). В настоящей работе будет показано, что в планарных магнетиках [22], где намагниченность по тем или иным причинам не может выходить из плоскости пленки, картина наблюдаемых явлений оказывается совершенно иной. Интерес к материалам такого типа связан с тем, что они предоставляют дополнительные возможности для формирования топологически защищенных структур [23]. Также ранее в [12] именно на примере планарного магнетика была продемонстрирована невзаимность проявления ФМЭ относительно знаков воздействующих зарядов, которая заключается в качественном различии между магнитными структурами, формирующими под влиянием положительно и отрицательно заряженных проводников. Такое поведение, противоречащее феноменологическому представлению о пленке как об однородном электрически нейтральном объекте, в действительности является вполне естественным и объясняется неодинаковой ролью положительно и отрицательно заряженных частиц в строении вещества и физике магнетизма (хотя движение положительно заряженных ионов, строго говоря, может порождать намагниченность наряду с движением электронов [24]). Как будет ясно из дальнейших рассуждений, для динамических свойств ДГ явление невзаимности также может иметь место.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать тонкую ферромагнитную пленку, параллельно поверхности которой расположен бесконечный заряженный проводник цилиндри-

ческой формы (см. рис. 1), и пусть расстояние между пленкой и осью проводника равно  $H$  (проводник при этом не обязательно является тонким; более того, на практике он может даже касаться поверхности образца, так что величина  $H$  будет представлять собой в этом случае радиус цилиндра). Тогда электрическое поле  $\mathbf{E}$  внутри образца будет модулировано вдоль направления оси  $x$ , нормальной к оси проводника. Для простоты будем предполагать, что направление намагниченности, заданное единичным вектором  $\mathbf{m}$ , также меняется только вдоль оси  $x$ . Если магнетик является планарным, вследствие чего вектор  $\mathbf{m}$  никогда не выходит из плоскости пленки [23], то направление намагниченности можно задать единственным углом  $\theta$ , так что  $m_x = \sin \theta$ . Тогда энергия системы с учетом НМЭВ имеет следующий вид [20, 25]:

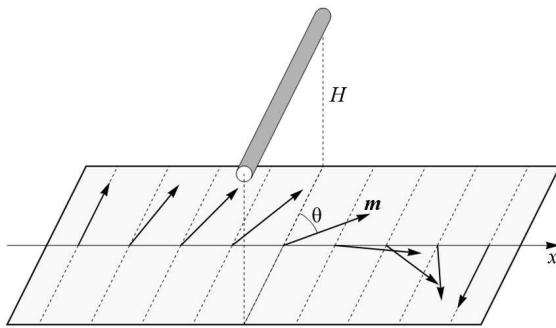
$$W = W_0 + W_1, \quad (1.1)$$

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 + K \sin^2 \theta \right] dx, \quad (1.2)$$

$$W_1 = \int_{-\infty}^{\infty} M_s^2 \mathbf{E} (b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}) S dx. \quad (1.3)$$

Здесь  $A$  — обменный параметр,  $S$  — площадь сечения образца плоскостью, нормальной оси  $x$ ,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $b_1$  и  $b_2$  — константы НМЭВ (отметим, что все обсуждаемые далее явления имеют место только в случае анизотропного НМЭВ, когда  $b_1 \neq b_2$ ). Величина  $K$ , входящая в соотношение (1.2), может иметь различный смысл в зависимости от причин, по которым магнетик проявляет свою планарность. Если она обусловлена влиянием сильной кристаллической анизотропии типа «легкая плоскость» [22], то второе слагаемое в подынтегральном выражении (1.2) описывает вклад размагничивающих полей в плотность энергии системы [14], и  $K = 2\pi M_s^2$ . С другой стороны, если размагничивающие поля сами являются фактором, препятствующим выходу вектора намагниченности из плоскости пленки (посредством возникающей анизотропии формы [26]), то под  $K$  будем понимать константу кристаллической одноосной анизотропии, в отсутствие которой формирование топологических ДГ в образце оказалось бы невозможным. Заметим, что в обоих случаях  $K > 0$ .

Пусть для начала проводник не заряжен, и электрическое поле отсутствует ( $\mathbf{E} \equiv 0$ ). Тогда вместо



**Рис. 1.** Геометрия системы. Стрелками схематически показано направление намагниченности в различных точках образца

(1.1) имеем  $W = W_0$ , и, минимизируя функционал (1.2) относительно функции  $\theta(x)$ , получаем известное выражение для распределения намагниченности в 180-градусной ДГ [26]):

$$\cos \theta = -\operatorname{th} \frac{x-p}{\delta}, \quad (2)$$

где  $\delta = \sqrt{A/K}$  — характерная ширина ДГ, а параметр  $p$  определяет положение ее центра. Направления намагниченности в различных точках образца, отвечающие формуле (2), схематически показаны на рис. 1. То, что координата  $p$  может быть выбрана произвольным образом, является следствием трансляционной симметрии системы при  $\mathbf{E} \equiv 0$ . Тем не менее при включении электрического поля указанное вырождение в общем случае снимается. В этом несложно убедиться, выражая в формуле (1.3) компоненты вектора  $\mathbf{m}$  через угол  $\theta$  и проводя интегрирование по частям (при этом следует учесть, что  $\sin \theta = 0$  при  $x \rightarrow \pm\infty$ ). Тогда имеем

$$W_1 = -\frac{1}{2} M_s^2 (b_1 - b_2) S \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE_x}{dx} \sin^2 \theta dx. \quad (3)$$

Отсюда видно, что однородное поле  $E_x = \text{const}$  не может повлиять ни на структуру ДГ, ни тем более на ее положение в пространстве, поскольку  $W_1 \equiv 0$ . При наличии постоянного градиента поля  $dE_x/dx = \text{const}$  выражение (3), по сути, определяет энергию одноосной анизотропии, которая характеризуется постоянной константой, так что включение поля может быть формально учтено заменой величины  $K$  в формуле (1.2) на некоторое эффективное значение. Как следует из выражения (2), это привело бы к изменению ширины ДГ, однако положение ее центра по-прежнему осталось бы произвольным. Во всех остальных случаях, когда  $dE_x/dx = \text{const}$

явно зависит от координаты  $x$  (включая, разумеется, и случай поля, создаваемого заряженным проводником), энергия (3) уже не является инвариантной относительно трансляций ДГ вдоль оси  $x$ . Это означает, что в планарном магнетике только электрическое поле с отличной от нуля второй производной  $d^2E_x/dx^2$  может вызывать как трансформацию, так и движение ДГ. Подчеркнем, что данное обстоятельство является прямым следствием отсутствия выхода вектора  $\mathbf{m}$  из плоскости пленки: только благодаря этому ограничению нормальная к поверхности образца компонента напряженности  $\mathbf{E}$  не дает вклада в энергию НМЭВ (1.3). В противном случае именно эта компонента играла бы решающую роль в большинстве явлений, обуславливая трансформацию ДГ даже в однородном поле [14] (и движение ДГ в поле, имеющем постоянный градиент [20]).

Далее будем предполагать, что поле  $\mathbf{E}$  является сравнительно слабым, так что, по крайней мере,

$$\left| \frac{dE_x}{dx} \right| \ll \frac{K}{M_s^2 |b_1 - b_2|}.$$

Тогда, как видно из (1.2) и (3), слагаемое  $W_1$  в соотношении (1.1) играет роль малого возмущения, вследствие чего можно считать, что даже в присутствии поля структура ДГ будет описываться выражением (2). При этом, однако, значение координаты  $p$  уже не может быть выбрано произвольным образом: ясно, что равновесным положениям ДГ будут соответствовать точки минимума  $p = p_0$  функции  $W_1(p)$ , а в отсутствие равновесия движение ДГ будет исчерпывающим образом описываться зависимостью координаты  $p$  ее центра от времени  $t$ . Таким образом, изучение динамики ДГ под воздействием электрического поля сводится к отысканию точек  $p = p_0$  и законов движения  $p(t)$ , чему и посвящены дальнейшие рассуждения.

### 3. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Традиционным подходом к описанию динамики ДГ в ферромагнетиках является использование уравнений Слончевского [27], которые выводятся из более общих принципов микромагнетизма на основе ряда разумных допущений о возможных трансформациях магнитной структуры. В частности, в рамках этого приближения принимается, что ДГ обладает всего двумя степенями свободы, а в качестве обобщенных координат выбираются положение ее центра в пространстве и угол отклонения вектора намагниченности от плоскости самой ДГ. В случае

планарного магнетика такой угол выпадает из рассмотрения, так что опираться на уравнения Слончевского становится уже не вполне корректно. В этой связи представляется разумным вывести аналогичное уравнение для ДГ с одной степенью свободы, что, кроме того, позволит снять вопросы о границах применимости модели. Будем исходить из уравнения Ландау – Либшица – Гильберта [28]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_{eff} \times \mathbf{m}] + \alpha \left[ \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right], \quad (4)$$

где  $\gamma$  — гиromагнитное отношение,  $\alpha$  — параметр диссипации, а  $\mathbf{H}_{eff}$  — эффективное магнитное поле. Скалярно умножая обе части уравнения (4) один раз на  $\partial \mathbf{m} / \partial t$ , а второй раз на  $\mathbf{H}_{eff}$  и сравнивая результаты, получаем

$$\left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right)^2 = \frac{\gamma}{\alpha} \mathbf{H}_{eff} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}. \quad (5)$$

Далее проинтегрируем обе части соотношения (5) по объему образца и представим эффективное магнитное поле через вариационную производную в виде

$$\mathbf{H}_{eff} = -\frac{1}{M_s} \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}},$$

откуда имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right)^2 S dx = -\frac{\gamma}{\alpha M_s} \frac{dW}{dt}. \quad (6)$$

Заметим, что энергия  $W$  и компоненты вектора  $\mathbf{m}$  зависят от времени  $t$  лишь косвенно, фактически являясь функциями координаты  $p$  центра ДГ. Тогда, переходя в формуле (6) к дифференцированию по  $p$  и рассчитывая интеграл в ее левой части с учетом явного выражения (2), окончательно получаем следующее уравнение движения:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\gamma \delta}{2\alpha M_s S} \frac{dW_1}{dp}. \quad (7)$$

Данное уравнение, являясь следствием соотношений (1.1), (1.2) и (4), разумеется, может применяться вне зависимости от конкретной природы возмущения  $W_1$ . Для изучаемого же случая НМЭВ из (3) и (7) заключаем

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma \delta M_s (b_1 - b_2)}{4\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 E_x}{dx^2} \operatorname{ch}^{-2} \frac{x-p}{\delta} dx. \quad (8)$$

#### 4. СЛУЧАЙ УЗКОЙ ДГ

Общее представление об особенностях динамики ДГ в поле заряженного проводника можно получить, рассмотрев предельный случай  $H \gg \delta$ , который соответствует большому удалению проводника от поверхности пленки или, что то же самое, малой ширине ДГ в сравнении с характерными пространственными масштабами изменения напряженности поля  $\mathbf{E}$ . При выполнении этого условия значение  $d^2 E_x / dx^2$  оказывается примерно постоянным во всей области магнитной неоднородности, что позволяет упростить вычисление свертки в правой части уравнения (8):

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma \delta^2 M_s (b_1 - b_2)}{2\alpha} \frac{d^2 E_x}{dp^2}. \quad (9)$$

Таким образом, скорость ДГ с точностью до множителя совпадает со значением второй производной функции  $E_x(p)$  в соответствующей точке образца, а равновесные положения  $p = p_0$  представляют собой точки перегиба этой функции. Сформулированное утверждение, вообще говоря, позволяет прийти к ряду важных выводов относительно динамики ДГ даже без уточнения конфигурации поля. Тем не менее далее для наглядности будем исходить из известного соотношения

$$E_x(x) = \frac{2\lambda x}{x^2 + H^2}, \quad (10)$$

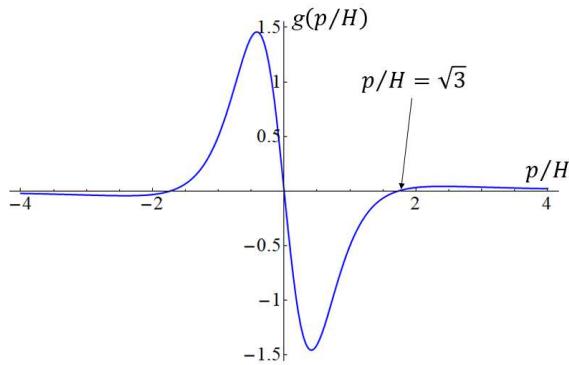
которое отвечает геометрии системы, показанной на рис. 1; при этом параметр  $\lambda$  имеет смысл линейной плотности заряда проводника, нормированной на  $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ , где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — относительные диэлектрические проницаемости магнетика и внешней среды соответственно. Подставляя (10) в (9), имеем

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\sigma \delta^4}{\tau_0 H^3} g\left(\frac{p}{H}\right), \\ g(z) = \frac{2z(z^2 - 3)}{(z^2 + 1)^3}, \quad (11)$$

где введено обозначение

$$\tau_0 = \frac{\alpha \delta^2}{\gamma M_s |(b_1 - b_2)\lambda|},$$

а величина  $\sigma$  представляет собой знак произведения  $(b_1 - b_2)\lambda$ , который совпадает со знаком заряда проводника при  $b_1 > b_2$  и противоположен ему при  $b_1 < b_2$ . Отметим, что величина  $\tau_0$ , как будет ясно из дальнейшего изложения, сама по себе не имеет физического смысла характерной продолжительности

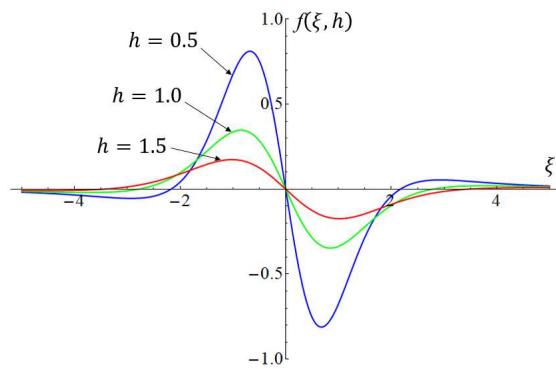


**Рис. 2.** График функции  $g(p/H)$ , значения которой с точностью до постоянного множителя совпадают со скоростью узкой ДГ в момент прохождения ее центром точки  $x = p$

процессов смещения ДГ, которая может отличаться от  $\tau_0$  на несколько порядков. Можно сказать, что параметр  $\tau_0$  представляет собой естественную единицу времени для изучаемых процессов. Хотя ее количественное значение зависит от плотности заряда  $\lambda$ , определенные оценки можно сделать в предположении, что  $W_0 \sim W_1$ . Тогда при  $\delta \sim 1$  мкм и некоторых типичных значениях материальных параметров имеем  $\tau_0 \sim 1$  нс.

График функции  $g(p/H)$ , значения которой пропорциональны скорости ДГ при прохождении ею соответствующих положений, показан на рис. 2. Из этого графика следует, что при  $\sigma = +1$  ДГ, которая изначально находилась в области  $|p| < \sqrt{3}H$ , будет, согласно уравнению (11), двигаться в направлении единственного положения устойчивого равновесия  $p_0 = 0$ . Если же изначально  $|p| > \sqrt{3}H$ , то ДГ будет неограниченно удаляться от проводника. С другой стороны, при  $\sigma = -1$  возможны два положения устойчивого равновесия  $p_0 = \pm\sqrt{3}H$ , в направлении ближайшего из которых и будет двигаться ДГ.

Несмотря на то, что с математической точки зрения описанные особенности динамики ДГ в зависимости от знака заряда проводника представляются вполне естественными, на практике они могут привести к довольно нетривиальной картине наблюдаемых явлений. А именно, если при  $\sigma = -1$  ДГ всегда будет притягиваться к окрестности проводника, то при  $\sigma = +1$  ДГ может как отталкиваться от проводника, если изначально  $|p| > \sqrt{3}H$ , так и притягиваться к нему в противном случае. Это качественное различие в наблюдаемом характере воздействия зарядов различного знака на ДГ имеет, очевидно, ту же микроскопическую природу, что и явление невзаимности, описанное в работе [12]. По сути, об-



**Рис. 3.** График функции  $f(\xi, h)$ , значения которой с точностью до постоянного множителя совпадают со скоростью ДГ в момент прохождения ее центром точки  $x = \xi\delta$ , при различных значениях расстояния  $H = h\delta$  от оси проводника до поверхности пленки

суждаемая аномалия заключается в существовании небольшой области образца, которая расположена непосредственно под проводником и представляет собой своеобразную ловушку, из которой ДГ не может быть вытолкнута полем независимо от знака заряда проводника. Здесь можно было бы возразить, что ширина  $2\sqrt{3}H$  этой ловушки на практике должна оказаться довольно малой при тех значениях  $H$ , при которых в пленке могут быть созданы электрические поля заметной напряженности, вследствие чего аномалия становится незначительной или даже вовсе ненаблюдаемой. Это возражение, однако, основывается на оценке ширины ловушки, сделанной в предположении  $H \gg \delta$ , которое при уменьшении величины  $H$  становится неверным. Далее будет показано, что даже при  $H \rightarrow 0$  ширина ловушки остается конечной, а значит, экспериментальное наблюдение аномалии должно быть осуществимо.

Отметим, что хотя приводимые здесь результаты явно указывают на возможность управления положением ДГ за счет перемещения проводника и изменения знака его заряда, количественное описание подобных процессов может потребовать значительного уточнения используемой модели как в отношении геометрии рассматриваемой системы, так и в отношении вида энергии (1). В частности, изменение заряда проводника будет сопровождаться протеканием по нему тока, что приведет к появлению магнитного поля в области образца. Вопрос о том, всегда ли можно пренебречь влиянием этого поля на структуру и положение ДГ при соответствующих расчетах, является крайне важным, однако выходит далеко за рамки настоящей работы.

## 5. ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Далее уже не ограничиваясь никакими предположениями о величине параметра  $h = H/\delta$ , подставим (10) в уравнение (8) и получим

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\sigma}{\tau_0} f(\xi, h), \quad (12)$$

$$f(\xi, h) = \frac{6}{\pi^3} \operatorname{Im} H_4 \left( \frac{h - i\xi}{\pi} - \frac{1}{2} \right),$$

где  $\xi = p/\delta$ , функция  $H_n$  представляет собой обобщенное гармоническое число порядка  $n$ , а  $i$  — мнимая единица. Графики функции  $f(\xi, h)$  при различных фиксированных значениях  $h$  показаны на рис. 3. Как видим, они обладают схожей формой. Кроме того, из сравнения с (11) ясно, что при  $h \gg 1$  имеет место соотношение

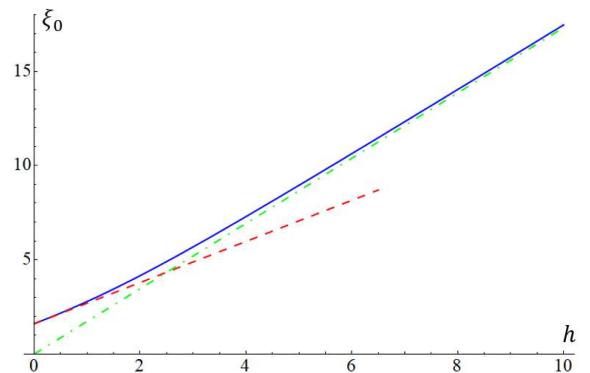
$$f(\xi, h) \approx g(\xi/h)/h^3.$$

Таким образом, на качественном уровне картина движения ДГ в электрическом поле практически не будет зависеть от значения параметра  $h$ , определяющего расстояние от оси проводника до поверхности пленки, и в общем случае останется примерно такой же, как и для  $h \gg 1$ . В частности, при  $\sigma = +1$  ДГ по-прежнему может покояться только в точке  $\xi_0 = p_0/\delta = 0$ . При  $\sigma = -1$ , однако, положения равновесия ДГ будут зависеть от величины параметра  $h$ . Установим вид  $\xi_0(h)$  этой зависимости, для определенности выбирая из двух симметрично расположенных положений то, для которого  $\xi_0 > 0$ .

Из (12) ясно, что искомые значения  $\xi_0$  представляют собой положительные корни уравнения  $f(\xi_0, h) = 0$ . Результат его численного решения показан на рис. 4 сплошной синей линией. Несложно видеть, что функция  $\xi_0(h)$  является монотонно возрастающей, т. е. отдаление проводника от поверхности образца приводит к увеличению размера ловушки, что вполне ожидаемо. Кроме того, при  $h \gg 1$  график функции в полном соответствии с результатами, полученными ранее для случая узкой ДГ, выходит на наклонную асимптоту  $\xi_0 = \sqrt{3}h$  (зеленая штрихпунктирная линия на рис. 4). При  $h \gg 1$  зависимость  $\xi_0(h)$  также близка к линейной (красная штриховая линия на рис. 4):

$$\xi_0 \approx a_0 + a_1 h. \quad (13)$$

Значения входящих в данное соотношение коэффициентов можно найти, подставив (13) в явное выражение (12) для функции  $f$  и разложив  $f(\xi_0(h), h)$



**Рис. 4.** График зависимости нормированной координаты  $\xi_0$  точки устойчивого равновесия ДГ при  $\sigma = -1$  от нормированного расстояния  $h$  от оси проводника до поверхности пленки. Сплошной синей линией показан результат численного расчета. Красная штриховая и зеленая штрихпунктирная линии иллюстрируют зависимости, полученные аналитически для малых и больших значений параметра  $h$  соответственно

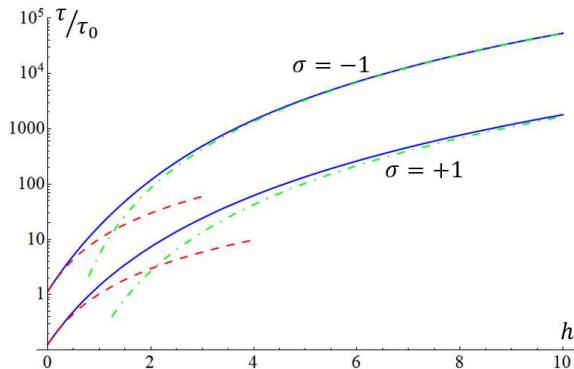
в ряд по степеням параметра  $h$ . Тогда, приравнивая нулю первые два члена получающегося разложения, имеем

$$\operatorname{Im} H_4 \left( -\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right) = 0, \quad a_0 \approx 1.607, \quad (14.1)$$

$$a_1 = \frac{\operatorname{Im} H_5 \left( -\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right)}{\operatorname{Re} H_5 \left( -\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right) - H_5(\infty)}, \quad a_1 \approx 1.091. \quad (14.2)$$

Уравнение (14.1), косвенно задающее значение коэффициента  $a_0$ , было решено численными методами.

Запишем формулу (13) следующим образом:  $p_0 \approx a_0 \delta + a_1 H$ . Отсюда видно, что при произвольных значениях  $H$  имеет место неравенство  $p_0 > a_0 \delta$ , а значит, ширина  $2p_0$  ловушки, из которой ДГ не сможет выбраться при переключении знака заряда проводника, согласно (14.1), превышает  $3\delta$  даже в том случае, когда тонкий проводник вплотную прилегает к поверхности пленки. Соответственно, если ДГ при  $\sigma = -1$  находится в положении своего равновесия  $x = p_0$ , то значение угла  $\theta$  в точке  $x = 0$  (непосредственно под проводником), как несложно убедиться из формулы (2), окажется заведомо меньше  $23^\circ$ . В то же время при  $\sigma = +1$  ДГ внутри ловушки будет притягиваться строго к ее центру, так что  $\theta(x = 0) = 90^\circ$ . Такое существенное изменение ориентации вектора намагниченности в фиксированной точке образца, которым будет сопровождаться переключение знака заряда проводника, может быть

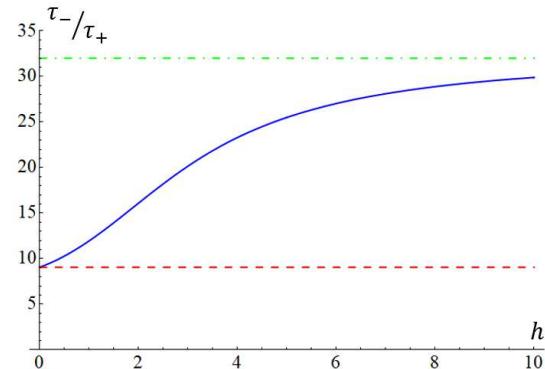


**Рис. 5.** Графики зависимости характерного времени  $\tau$  движения ДГ внутри ловушки от нормированного расстояния  $h$  от оси проводника до поверхности пленки при  $\sigma = \pm 1$ . Сплошными синими линиями показаны результаты расчетов без использования приближений. Красные штриховые и зеленые штрихпунктирные линии иллюстрируют зависимости, полученные в пределе малых и больших значений параметра  $h$  соответственно. Масштаб по оси ординат логарифмический

легко зарегистрировано, например методами магнитооптики [26]. Это доказывает высказанный ранее тезис о том, что аномалия поведения ДГ в окрестности проводника должна наблюдаться экспериментально вне зависимости от величины  $H$ .

## 6. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДГ

Рассмотренные выше положения равновесия ДГ, равно как и направления ее движения в случае выхода из равновесия, зависели только от знака заряда проводника, но не от абсолютной величины  $\lambda$ . Более того, эта величина, как следует из уравнения (12), определяет исключительно значение параметра  $\tau_0$ , который играет роль единицы измерения времени в рамках изучаемой задачи. То обстоятельство, что  $\tau_0 \propto |\lambda|^{-1}$ , позволяет сделать лишь довольно тривиальный вывод о том, что в полях большей силы ДГ будет двигаться быстрее. Заметим, однако, что сам по себе параметр  $\tau_0$  еще нельзя воспринимать как характерное время  $\tau$ , которое давало бы представление о длительности того или иного динамического процесса, связанного с воздействием поля проводника на ДГ. Это ясно уже из того, что движение ДГ внутри ловушки, как видно на рис. 2 и 3, будет происходить с гораздо большими скоростями, чем, например, удаление ДГ от проводника на бесконечность при  $\sigma = +1$ . Указанные две ситуации, впрочем, относятся к совершенно различным процессам, которые и так несложно дифференцировать



**Рис. 6.** Зависимость отношения характерных времен  $\tau_-$  и  $\tau_+$  движения ДГ внутри ловушки при  $\sigma = -1$  и  $\sigma = +1$  соответственно от нормированного расстояния  $h$  от оси проводника до поверхности пленки. Абсолютная величина плотности заряда проводника считается фиксированной. Сплошной синей линией показана сама зависимость. Красная штриховая и зеленая штрихпунктирная линии иллюстрируют предельное значение отношения  $\tau_-/\tau_+$  при  $h \rightarrow 0$  и  $h \rightarrow \infty$  соответственно

при экспериментальном наблюдении. Менее очевидно, что даже процессы движения ДГ внутри ловушки в зависимости от знака заряда проводника будут характеризоваться на порядок отличающимися значениями  $\tau$ , что и будет показано далее.

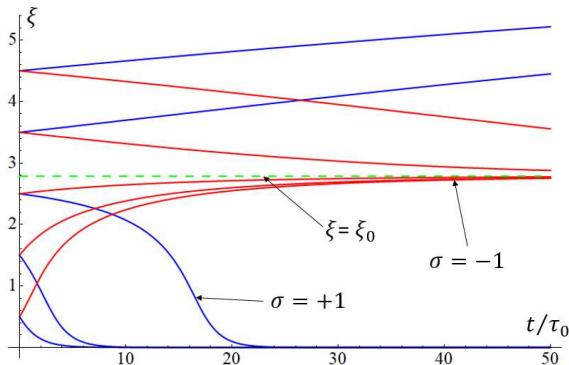
Пусть изначально ДГ находится в некоторой точке между  $x = 0$  и краем ловушки. Тогда при  $\sigma = +1$  она начнет перемещаться в сторону точки  $x = 0$ , а при  $\sigma = -1$  — к краю ловушки. В начале движения скорость ДГ будет довольно большой, однако она существенно снизится при приближении ДГ к положению равновесия. Тем самым очевидно, что наблюдаемая длительность данного процесса в целом слабо зависит от начального положения ДГ и преимущественно определяется ее движением в окрестности точки  $\xi = \xi_0$ . Поэтому вместо (12) можно рассматривать следующее приближенное уравнение:

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\xi - \xi_0}{\tau}, \quad \tau = -\frac{\sigma \tau_0}{\partial f / \partial \xi(\xi_0, h)}. \quad (15)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$(\xi - \xi_0) \propto \exp(-t\tau),$$

вследствие чего параметр  $\tau$  представляет собой время, за которое расстояние между ДГ и положением ее равновесия сокращается в  $e$  раз. Разумно предположить, что в условиях эксперимента именно это



**Рис. 7.** Зависимости нормированной координаты  $\xi$  центра движущейся  $\Delta\Gamma$  от времени при различных начальных положениях  $\Delta\Gamma$  и различных знаках заряда проводника:  $\sigma = +1$  отвечают синие сплошные линии,  $\sigma = -1$  — красные. Зависимости получены для случая, когда расстояние  $H$  от оси проводника до поверхности пленки равно характерной ширине  $\Delta\Gamma$ . Зеленой штриховой линией показано положение устойчивого равновесия  $\Delta\Gamma$  при  $\sigma = -1$

время будет отождествляться с длительностью всего процесса.

Конкретные значения  $\tau$  можно рассчитать, подставив в (15)  $\xi_0 = 0$  для  $\sigma = +1$ , а также ранее найденные значения  $\xi_0(h)$  для  $\sigma = -1$  (см. рис. 4). Результаты такого расчета показаны сплошными синими линиями на рис. 5. В предельных случаях, когда значения  $h$  велики или малы, для величины  $\tau$  могут быть получены также и явные выражения. А именно, при  $h \gg 1$  можно перейти в формуле (15) от  $f$  к функции  $g$ ; тогда, учитывая, что  $\xi_0 \approx \sqrt{3}h$  для  $\sigma = -1$ , получаем (зеленые штрихпунктирные линии на рис. 5):

$$\frac{\tau}{\tau_0} \approx \begin{cases} h^4/6, & \sigma = +1, \\ 16h^4/3, & \sigma = -1. \end{cases} \quad (16)$$

Аналогично при  $h \ll 1$ , основываясь на явном виде (12) функции  $f$  и выражении (13) для  $\sigma = -1$ , а также ограничиваясь тремя первыми членами разложения  $\tau(h)$  в степенной ряд, из (15) имеем (красные штриховые линии на рис. 5):

$$\frac{\tau}{\tau_0} \approx \begin{cases} 0.126 + 0.401h + 0.507h^2, & \sigma = +1, \\ 1.143 + 3.875h + 5.214h^2, & \sigma = -1. \end{cases} \quad (17)$$

Отсюда, в частности, следует, что при  $h \rightarrow 0$  величина  $\tau$  принимает вполне конкретные конечные значения. Это снова говорит в пользу возможности экспериментального наблюдения обсуждаемых здесь явлений даже в случае необходимости использования

максимально тонких проводников, расположенных вплотную к пленке.

На рис. 5 можно увидеть, что при фиксированном значении параметра  $h$  изменение плотности заряда  $\lambda$  проводника на противоположную, то есть  $-\lambda$ , всегда приводит к изменению значения характерного времени  $\tau$  примерно на один порядок. При этом значение  $\tau_-$  характерного времени, отвечающее  $\sigma = -1$ , оказывается больше, чем значение  $\tau_+$ , отвечающее  $\sigma = +1$ . Зависимость отношения  $\tau_-/\tau_+$  от  $h$  при фиксированной абсолютной величине  $|\lambda|$  показана на рис. 6 (сплошная синяя линия). Как видим, значения этого отношения монотонно возрастают с увеличением  $h$ . При  $h \rightarrow \infty$  из (16) имеем  $\tau_-/\tau_+ = 32$  (зеленая штрихпунктирная линия на рис. 6), а при  $h \rightarrow 0$  из (17) имеем  $\tau_-/\tau_+ \approx 9.053$  (красная штриховая линия на рис. 6; отметим, что коэффициенты при каждой из степеней  $h$  в формуле (17) увеличиваются примерно в 10 раз при переходе от  $\sigma = +1$  к  $\sigma = -1$ ). Таким образом, характерное время перемещения  $\Delta\Gamma$  внутри ловушки отличается в 10–30 раз для зарядов противоположной величины. Следует ожидать, что такое существенное различие в подвижности  $\Delta\Gamma$  должно быть вполне заметным на практике и может позволить, например, идентифицировать знак  $\sigma$  в тех случаях, когда взаимное расположение  $\Delta\Gamma$  и проводника оказывается по тем или иным причинам недоступно для непосредственного наблюдения.

На рис. 7 показаны законы движения  $\Delta\Gamma(t)$ , полученные путем численного решения уравнения (12) для значения параметра  $h = 1$  ( $H = \delta$ ). При этом рассматривались различные начальные положения  $\xi(t = 0)$  центра  $\Delta\Gamma$ , а также заряды проводника обоих знаков (синие сплошные линии получены при  $\sigma = +1$ , а красные — при  $\sigma = -1$ ). Приведенные графики наглядно демонстрируют обсуждавшиеся выше особенности динамики  $\Delta\Gamma$ . Во-первых, они явно разделены линией  $\xi = \xi_0 \approx 2.787$  (зеленая штриховая линия на рис. 7), которая отвечает положению равновесия  $\Delta\Gamma$  при  $\sigma = -1$ . Во-вторых, движение  $\Delta\Gamma$  в области  $\xi > \xi_0$  оказывается сравнительно медленным, а его направление однозначно определяется величиной  $\sigma$ , то есть знаком заряда проводника. В-третьих, в области  $0 < \xi < \xi_0$  возникает аномалия поведения  $\Delta\Gamma$ : при обоих значениях  $\sigma$   $\Delta\Gamma$  не может покинуть эту область, что позволяет говорить о возникновении своеобразной ловушки. Наконец, в-четвертых, характерное время движения  $\Delta\Gamma$  внутри ловушки существенно зависит от знака заряда проводника: при  $\sigma = -1$   $\Delta\Gamma$  приближается к положительному равновесию  $\xi = \xi_0$  плавно и сравнительно

медленно, однако при  $\sigma = +1$  в какой-то момент своего движения ДГ заметно ускоряется из-за чего довольно быстро оказывается в точке  $\xi = 0$  (строго говоря, вплотную к этой точке, однако на практике данный чисто математический нюанс едва ли будет как-то проявляться). Из общего характера изложенных выше рассуждений следует, что перечисленные выводы будут сохранять свою силу при произвольных значениях параметра  $h$ , в том числе и малых. Поэтому и законы движения  $\xi(t)$  для произвольных значений  $h \neq 1$  будут отличаться от показанных на рис. 7 лишь количественно, но не качественно.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе был сделан значительный акцент на том обстоятельстве, что в ближайшей к проводнику области магнитной пленки возникает ловушка, внутри которой характер взаимодействия ДГ с электрическим полем оказывается аномальным. В рамках фундаментальных исследований НМЭВ данное явление действительно представляет определенный интерес, поскольку попытки экспериментального наблюдения столь ярко выраженной аномалии могли бы надежно подтвердить или опровергнуть ряд важных аспектов применяемой теории (в частности, подтвержденное наличие ловушки в конкретном магнитном материале могло бы служить индикатором неравенства констант НМЭВ  $b_1$  и  $b_2$ , характеризующих этот материал). Тем не менее с точки зрения практического применения полученных результатов наиболее важным является, пожалуй, как раз таки описанное поведение ДГ вне ловушки. По существу, можно утверждать, что на некотором отдалении от проводника значение скорости ДГ подчиняется предельно простой логике: эта скорость прямо пропорциональна плотности заряда проводника, причем коэффициент пропорциональности монотонно убывает с увеличением расстояния между ДГ и проводником. Ясно, что такая интуитивно понятная закономерность вполне могла бы быть положена в основу подхода к управлению динамикой ДГ, который исключал бы потребность в энергозатратном создании магнитных полей.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках государственного задания, соглашение № 075-03-2024-123/1 от 15.02.2024, тема № 324-21.

## ЛИТЕРАТУРА

1. N. A. Spaldin, Proc. R. Soc. A. **476**, 20190542 (2020).

2. А. П. Пятаков, А. С. Сергеев, Е. П. Николаева и др., УФН **185**, 1077 (2015).
3. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, УФН **182**, 593 (2012).
4. X. Liang, H. Chen, and N. X. Sun, APL Materials **9**, 041114 (2021).
5. А. С. Логгинов, Г. А. Мешков, А. В. Николаев, А. П. Пятаков, Письма в ЖЭТФ **86**, 124 (2007).
6. G. A. Meshkov, A. P. Pyatakov, A. D. Belanovsky et al., J. Magn. Soc. Jpn. **36**, 45 (2012).
7. Д. П. Куликова, А. П. Пятаков, Е. П. Николаева, А. С. Сергеев, Т. Б. Косых, З. А. Пятакова, А. В. Николаев, А. К. Звездин, Письма в ЖЭТФ **104**, 196 (2016).
8. D. P. Kulikova, T. T. Gareev, E. P. Nikolaeva et al., Phys. Status Solidi **12**, 1800066 (2018).
9. В. Г. Баръяхтар, В. А. Львов, Д. А. Яблонский, Письма в ЖЭТФ **37**, 565 (1983).
10. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский, Е. Г. Мансветова, Письма в ЖЭТФ **97**, 304 (2013).
11. А. С. Каминский, Н. В. Мясников, А. П. Пятаков, ФММ **124**, 190 (2023).
12. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Письма в ЖЭТФ **118**, 449 (2023).
13. I. S. Veshchunov, S. V. Mironov, W. Magrini et al., Phys. Rev. Lett. **115**, 027601 (2015).
14. Р. М. Вахитов, З. В. Гареева, Р. В. Солонецкий, Ф. А. Мажитова, ФТТ **61**, 1120 (2019).
15. R. M. Vakhitov, R. V. Solonetsky, V. R. Gurjanova et al., Phys. Rev. B. **104**, 144407 (2021).
16. R. M. Vakhitov, A. R. Yumaguzin, and G. T. Gridneva, Physica Scripta **98**, 125988 (2023).
17. А. А. Подклетнова, М. А. Колюшенков, Н. В. Мясников, Е. П. Николаева, А. Г. Каминский, А. В. Николаев, А. П. Пятаков, Письма в ЖЭТФ **118**, 259 (2023).
18. N. Myasnikov, A. Podkletnova, E. Nikolaeva, and A. Pyatakov, J. Magn. Magn. Mater. **595**, 171497 (2024).

19. K. S. Antipin, T. T. Gareev, N. V. Myasnikov et al., J. Appl. Phys. **129**, 024103 (2021).
20. I. Dzyaloshinskii, Europhys. Lett. **83**, 67001 (2008).
21. М. А. Шамсутдинов, А. Т. Харисов, Ю. Е. Николаев, ФММ **111**, 472 (2011).
22. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Письма в ЖЭТФ **115**, 123 (2022).
23. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Р. Р. Канбеков, ЖЭТФ **162**, 417 (2022).
24. M. Basini, M. Pancaldi, B. Wehinger et al., Nature **628**, 534 (2024).
25. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, ЖЭТФ **165**, 673 (2024).
26. A. Hubert and R. Shafer, *Magnetic Domains*, Springer-Verlag, Berlin (2007).
27. J. C. Slonczewski, J. Appl. Phys. **45**, 2705 (1974).
28. Y. Nakatani, K. Yamada, and A. Hirohata, Sci. Rep. **9**, 13475 (2019).