

# ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ В АМОРФНЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

С. В. Григорьев <sup>a,b\*</sup>, Л. А. Азарова <sup>a,b</sup>, К. А. Пшеничный <sup>a</sup>, О. И. Утесов <sup>b,a,c</sup>

<sup>a</sup> Петербургский институт ядерной физики, НИЦ «Курчатовский институт»  
188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия

<sup>b</sup> Санкт-Петербургский государственный университет  
198504, Санкт-Петербург, Россия

<sup>c</sup> НИУ Высшая школа экономики,  
Санкт-Петербургская школа физико-математических и компьютерных наук  
190008, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 31 марта 2023 г.,  
после переработки 31 марта 2023 г.  
Принята к публикации 29 апреля 2023 г.

Дисперсия спиновых волн в аморфном ферромагнитном сплаве  $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$  может быть описана в рамках модели ферромагнетика со случайной анизотропией:  $\epsilon(q) = Aq^2 + g\mu_B H + \delta\omega(q)$ , где  $\delta\omega(q)$  — линейная по  $|q|$  добавка. Мы используем метод малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов, чтобы доказать значимость добавочного члена  $\delta\omega(q)$  в дисперсии. Измерения проводились при различных значениях внешнего магнитного поля  $H$  и длины волны нейтронов  $\lambda$ . Карта рассеяния нейтронов представляет собой окружность определенного радиуса с центром в точке  $q = 0$ . Жесткость спиновых волн  $A$  извлекается непосредственно из  $\lambda$ -зависимости радиуса этой окружности. Спин-волновая жесткость  $A$  аморфного сплава слабо уменьшается от 140 до 110 мэВ·Å<sup>2</sup> с ростом температуры в диапазоне от 50 до 300 К. Полевая зависимость радиуса демонстрирует наличие добавки  $\delta\omega(q)$  в виде энергетической щели, которая практически не зависит от поля и температуры. Величина добавки равна  $\Delta = 0.015 \pm 0.002$  мэВ.

*Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 95-летию Л. А. Прозоровой*

DOI: 10.31857/S0044451023100061  
EDN: ХКЕРКQ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные характеристики аморфных и нанокристаллических магнитомягких материалов хорошо описываются в терминах модели неоднородного на наномасштабе магнетика со случайной анизотропией [1–5]. Важной особенностью этой модели является установление связи между макроскопическими и микроскопическими параметрами. Модель позволяет из кривой намагничивания  $M(H)$  определить параметры средней корреляционной длины магнитной неоднородности и средней анизотропии в ней. Более того, было показано, что размерность

системы обменно-связанных зерен определяет показатель в степенной зависимости приближения намагниченности к насыщению [3] и, следовательно, модель неоднородного магнетика со случайной анизотропией описывает не только низкоразмерные системы с размерностью равной 1 или 2 [3, 6], но может быть использована и при анализе фрактальных свойств магнитных систем [7, 8]. Однако, несмотря на успех в описании статических свойств магнитомягких аморфных магнетиков, их динамические особенности и в частности особенности дисперсии магнонов не были детально исследованы, поэтому задача прямого измерения спектра спиновых волн методами рассеяния нейтронов оказывается актуальной.

Попытки изучения спин-волновой динамики в аморфных ферромагнетиках предпринимались неоднократно [9–16]. В этих измерениях обнаружена отдельная мода магнитных возбуждений.

\* E-mail: grigoryev\_sv@pnpi.nrcki.ru

Неупругие сканы с постоянным переданным импульсом  $Q$  в аморфном соединении FeNiZr выявили квадратичную дисперсионную кривую вида

$$\epsilon_q = Aq^2 + \Delta + g\mu_B H.$$

Кроме стандартного для ферромагнетиков квадратичного члена и полевой щели, спектр имеет небольшую щель  $\Delta$ , которая не связана с магнитным полем и не зависит от температуры. Измеренная жесткость спиновых волн оказалась порядка  $100 - 150 \text{ мЭВ} \cdot \text{\AA}^2$  при низких температурах, а щель  $\Delta \sim 0.05 \text{ мЭВ}$  [9–12]. Аналогичные результаты недавно были получены методом малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов в аморфных микропроводах FeSiB [16]. Теоретические рассуждения, однако, не обнаруживают сколько-нибудь заметной щели в спектре магнонов, поэтому обнаружение щели было приписано невыясненным артефактам, получаемым в ходе экспериментов.

Особенности спектра магнонов в аморфных ферромагнетиках впервые описаны в [1, 2]. Авторами получены выражения для сложных дисперсионных соотношений в длинноволновом приближении для спиновых волн в ферромагнетике со случайными пространственными флуктуациями параметров без учета диполь-дипольного взаимодействия [1] и с учетом диполь-дипольного взаимодействия [2]. Как будет показано ниже, опираясь на результаты работ [1, 2], в диапазоне импульсов и энергий, характерных для спиновых волн в аморфном ферромагнетике, энергия спиновой волны может быть представлена в виде

$$\epsilon_q = Aq^2 + \delta\omega + g\mu_B H, \quad (1)$$

где

$$\delta\omega(q) = 4B(q/k_0 + 2(q/k_0)^2).$$

Здесь  $k_0 = 1/R_0$  обратная корреляционная длина, характерная для нанокристалла в аморфном материале, а коэффициент

$$B = \frac{\gamma\beta_r^2 MD_0}{\alpha k_0^2}$$

пропорционален произведению квадрата константы случайной анизотропии  $\beta_r^2$  и намагнитченности  $M$  и обратно пропорционален обменной константе  $\alpha$ . К особенностям аддитивного члена  $\delta\omega(q)$  можно отнести то, что, во-первых, он содержит квадратичный член, перенормирующий «голую» спиновую жесткость  $A$ . Во-вторых, вводится линейная по  $q$  поправка, не зависящая от  $H$ . Вероятно,

из-за низкого разрешения по переданному импульсу  $q$  эти небольшие особенности трудно уловить в экспериментах нейтронной трехосевой спектроскопии (ТАС), использовавшихся для изучения аморфных ферромагнетиков [9–12].

Для экспериментальной проверки основных особенностей дисперсионного соотношения (уравнение (1)) можно воспользоваться методикой, которая применялась для измерения спин-волновой жесткости в ферромагнетиках [13–15]. Методика разработана на основе метода малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов в так называемой наклонной геометрии, когда магнитное поле прикладывается к ферромагнитному образцу в направлении, наклоненном на  $45^\circ$  к падающему пучку нейтронов. Поляризованные нейтроны используются для извлечения рассеяния, возникающего на спиновых волнах. В этом случае интегральное по энергии сечение рассеяния нейтронов содержит часть, зависящую от поляризации нейтронов и имеющую лево-правую асимметрию в плоскости, определяемой направлениями поля и нейтронного пучка. В случае ферромагнетика можно аналитически показать, что это рассеяние нейтронов сосредоточено в пределах узкого конуса, ограниченного углом отсечки  $\theta_C$ . Неоспоримым достоинством метода является то, что он позволяет исследовать ферромагнитные образцы, не являющиеся монокристаллами и даже поликристаллами. Это свойство очень важно для ферромагнитных нанокристаллов, наночастиц и особенно аморфных ферромагнитных сплавов.

В последнее время этот метод получил развитие для измерения жесткости спиновых волн в гелимагнетиках с взаимодействием Дзялошинского–Мория. Наличие взаимодействия Дзялошинского–Мория даже в полностью поляризованном магнитным полем состоянии обуславливает киральность спиновых волн и асимметричный сдвиг дисперсионной кривой относительно направления магнитного поля на величину волнового вектора спирали [17–21].

В этой работе мы демонстрируем, что основные динамические особенности аморфных ферромагнетиков, выявленные в дисперсионном соотношении (уравнение (1)), могут быть обнаружены, используя метод малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов. Следуя теории рассеяния поляризованных нейтронов, разработанной Малеевым [22–24], и реализованной ранее экспериментальной методике [13–15], мы извлечем не только жесткость спиновых волн  $A$  в диапазоне температур от 50 до 300 К, но и характерную константу случайной анизотропии,

определяющую появление добавки  $\delta\omega(q)$ .

Работа организована следующим образом. В разд. 2 представлено теоретическое рассмотрение модели случайной анизотропии для описания свойств аморфных ферромагнетиков. В разд. 3 описывается способ измерения константы спиновой жесткости в дисперсионном соотношении магнов в ферромагнетиках с помощью малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов. В разд. 4 приводятся детали эксперимента МУРН на образце аморфного ферромагнетика, а в разд. 5 представлены результаты исследования дисперсионного соотношения магнов в аморфном ферромагнетике при разных температурах. Раздел 6 содержит выводы работы и заключение.

## 2. МОДЕЛЬ СЛУЧАЙНОЙ АНИЗОТРОПИИ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

### 2.1. Математическая модель. Основные свойства

Для описания свойств аморфных ферромагнетиков ранее была предложена классическая модель со случайной анизотропией [1, 2, 25–27]. Соответствующая плотность энергии имеет вид

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\alpha(\nabla\mathbf{M})^2 - \frac{1}{2}\beta_r(\mathbf{M} \cdot \hat{n})^2 - \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$  характеризует силу обменного взаимодействия (жесткость спиновых волн определяется формулой  $A = g\mu_B\alpha M$ ),  $\beta_r$  — величину одноионной анизотропии типа «легкая ось» со случайным направлением оси, определяемой вектором  $\hat{n}$ . Для последнего вводится также некоторый радиус пространственной корреляции  $R_0$ , который по порядку величины соответствует размеру нанокристаллитов аморфного вещества (типичное значение  $R_0 \sim 2\text{--}3$  нм).

Для дальнейшего обсуждения удобно ввести характерное обменное поле и поле анизотропии

$$H_{ex} = \alpha M/R_a^2, \quad H_r = \beta_r M, \quad (3)$$

соответственно. В зависимости от соотношения этих полей и внешнего магнитного поля система может находиться в разных режимах.

При слабых внешних полях меньших поля насыщения  $H_s$

$$H \lesssim H_s \equiv H_r^4/H_{ex}^3 \quad (4)$$

система находится в режиме спинового стекла с большой корреляционной длиной

$$R_F = R_0 \left( \frac{H_{ex}}{H_r} \right)^2. \quad (5)$$

Видно, что последняя  $R_F$  существенно больше размеров одиночных нанокристаллитов, однако намагниченность подстраивается под флуктуации случайной анизотропии (механизм образования доменов Имри–Ма [26, 28]), в связи с чем в системе отсутствует настоящий дальний порядок. Стоит отметить, что введенное выше поле  $H_s$  по порядку величины совпадает с коэрцитивной силой, которая оказывается малой в силу условия  $H_r \ll H_{ex}$ .

При полях  $H \sim H_s$  намагниченность стремится выстроиться вдоль внешнего поля. Однако, свойства системы существенно различаются для умеренных ( $H_s \lesssim H \lesssim H_{ex}$ ) и сильных полей ( $H \gg H_{ex}$ ). В первом случае, возникает так называемый режим ферромагнетика с блуждающими осями. Поперечные отклонения намагниченности от направления внешнего поля характеризуются корреляционной длиной

$$R_F^\perp \sim R_0(H_{ex}/H)^{1/2}. \quad (6)$$

При этом характерный угол отклонения и поправка к намагниченности определяются формулами

$$\begin{aligned} \theta &\sim (H_s/H)^{1/4}, \\ \delta M &\sim M(H_s/H)^{1/2}, \end{aligned} \quad (7)$$

соответственно. Наконец, при дальнейшем увеличении поля поперечные ферромагнитные корреляции оказываются подавленными и свойства намагниченности могут быть описаны в рамках теории среднего поля [25], которая дает

$$\delta M \sim M(H_r/H)^2. \quad (8)$$

### 2.2. Спиновые волны

Ниже мы приводим основные результаты теоретического описания модели (уравнение (2)) в режиме ферромагнетика с блуждающими осями из работ [1, 2]. Для теоретического описания прежде всего необходимо задать свойства случайной анизотропии. Предполагается, что компоненты вектора  $\hat{n}$  скоррелированы на масштабе  $R_0 = 1/k_0$ . Важные величины ( $i, j = x, y, z$ ):

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &\equiv n_i n_j, \quad \rho_i \equiv n_z^2 - n_i^2, \\ \langle \rho_{ij}(x_1)\rho_{ij}(x_2) \rangle &= D_0 e^{-k_0|x_1-x_2|}, \\ \langle \rho_i(x_1)\rho_j(x_2) \rangle|_{i \neq j} &= 2D_0 e^{-k_0|x_1-x_2|}, \\ \langle \rho_i(x_1)\rho_i(x_2) \rangle &= 4D_0 e^{-k_0|x_1-x_2|}, \quad D_0 = 1/15, \end{aligned} \quad (9)$$

остальные корреляторы равны нулю. После преобразования Фурье можно получить

$$\begin{aligned} \langle \rho_{ij}(k_1)\rho_{ij}(k_2) \rangle &= D_0 \tilde{S}(k_1) (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 + k_2), \\ \langle \rho_i(k_1)\rho_j(k_2) \rangle |_{i \neq j} &= 2D_0 \tilde{S}(k_1) (2\pi)^D \delta^{(3)}(k_1 + k_2), \\ \langle \rho_i(k_1)\rho_i(k_2) \rangle &= 4D_0 \tilde{S}(k_1) (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 + k_2), \quad (10) \\ \tilde{S}(k) &= \frac{8\pi k_0}{(k_0^2 + k^2)^2}. \end{aligned}$$

Этих корреляторов достаточно для определения свойств системы, усредненных по объему образца.

Решение уравнения Ландау-Лифшица в статическом случае в предположении о малости поперечных компонент намагниченности дает результат

$$\begin{aligned} M_x(k) &= \frac{\beta_r M^2 \rho_{xz}(k)}{\alpha M k^2 + H}, \\ M_y(k) &= \frac{\beta_r M^2 \rho_{yz}(k)}{\alpha M k^2 + H}. \end{aligned} \quad (11)$$

Отсюда, в частности можно найти среднюю поправку к намагниченности

$$\delta M = \frac{D_0 \beta_r^2 M}{\alpha^2 k_\alpha k_0^3} = D_0 M \left( \frac{H_s}{H} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где  $k_\alpha = (H/\alpha M)^{1/2}$  определяет характерный масштаб ферромагнитных корреляций,  $R_\alpha \sim 1/k_\alpha$ .

При исследовании динамических свойств важно учитывать влияние статических флуктуаций намагниченности. В результате, можно получить

$$\omega(k) = g\mu_B H + g\mu_B \alpha M k^2 + \delta\omega(k) + \Gamma(k), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \delta\omega(k) &= \frac{g\mu_B \beta_r^2 M D_0}{\alpha k_0^2} \left[ -\frac{3}{1+4\chi^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{1+2\chi^2+2\chi_\alpha^2+2\sqrt{\chi^2+2\chi_\alpha^2}} + \frac{5}{(1+\chi_\alpha)^2} \right], \end{aligned}$$

и

$$\Gamma(k) = \frac{g\mu_B \beta_r^2 M D_0}{\alpha k_0^2} \frac{6\chi}{1+4\chi^2}$$

при  $\chi = k/k_0$ ,  $\chi_\alpha = k_\alpha/k_0$ . Здесь вторая формула определяет поправку для энергии магнонов  $\delta\omega(k)$ , а третья — их затухание как функцию волнового вектора  $\Gamma(k)$ .

Стоит отметить важные свойства полученного решения. Во-первых, оно определяет поправку к щели в спектре магнонов. В режиме  $k \ll k_\alpha \ll k_0$  она дается выражением

$$\delta\omega(0) \approx -B \left( 10 - 4\sqrt{2} \right) \frac{k_\alpha}{k_0}, \quad (14)$$

где мы ввели обозначение

$$B = \frac{g\mu_B \beta_r^2 M D_0}{\alpha k_0^2} = g\mu_B D_0 \frac{H_r^2}{H_{ex}}, \quad (15)$$

которое будет использовано всюду ниже. Видно, что это поправка имеет дополнительную малость при полях  $H \ll H_{ex}$ . Во-вторых, в важном для малоуглового рассеяния нейтронов режиме  $k_\alpha \ll k \ll k_0$  поправки к спектру можно приближенно записать в виде

$$\delta\omega(k) = 4B \left[ \frac{k}{k_0} + 2 \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \right] + O \left( \frac{k_\alpha}{k_0} \right). \quad (16)$$

Видно, что в этом диапазоне волновых векторов поправки к щели нет, однако перенормируется жесткость спиновых волн и в спектре появляется линейная по импульсу добавка. Ниже показано, что в условиях эксперимента по малоугловому рассеянию нейтронов последняя эффективно проявляет себя как «щель в спектре магнонов, несвязанная с внешним магнитным полем».

Стоит отметить, что при росте внешнего магнитного поля (в режиме  $k_\alpha \lesssim k \ll k_0$ ) формула, которую нужно использовать для поправки к спектру магнонов, становится несколько сложнее, чем (16). В явном виде она представлена как

$$\delta\omega(k) = 4B \left[ \frac{\sqrt{k^2 + 2k_\alpha^2}}{k_0} - 2.5 \frac{k_\alpha}{k_0} + 2 \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

Действительно, с ростом поля  $H$  и  $k_\alpha$  выражение (17) видоизменяется за счет как положительного квадратичного вклада по  $k_\alpha$  в подкоренном выражении, так и отрицательного линейного вклада по  $k_\alpha$ . Однако, во первых, и ту, и другую добавки следует считать малыми в некотором диапазоне полей, во-вторых, они до некоторой степени компенсируют друг друга, и, поэтому, для простоты мы будем использовать выражение (16).

### 3. МЕТОД МАЛОУГЛОВОГО РАССЕЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ

Поскольку сечение рассеяния нейтронов является скалярной величиной, оно может зависеть от аксиального вектора поляризации  $\mathbf{P}_0$  падающего пучка только в том случае, если исследуемая система характеризуется другим аксиальным вектором. Один из наиболее распространенных примеров аксиального вектора является намагниченность, которая обеспечивает поляризационно-зависимое рассеяние в ферромагнетиках. Как было показано С.В.

Малеевым [22–24], неупругий магнитный (кираль- ный) вклад в нейтронное сечение  $\sigma_{ch}(\mathbf{Q}, \omega)$  может быть представлен выражением

$$\sigma_{ch}(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{k_f}{k_i} \frac{2r^2 |F_m|^2}{\pi (1 - e^{-\omega/T})} \langle S \rangle P_0 (\hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{h}})^2 \times [\delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{Q}}) + \delta(\omega + \varepsilon_{-\mathbf{Q}})], \quad (18)$$

где  $k_f$  и  $k_i$  — импульсы рассеянного и падающего нейтрона, соответственно,  $r$  — классический ради- ус электрона,  $F_m$  — магнитный форм-фактор,  $\langle S \rangle$  — средний атомный спин,  $\hat{\mathbf{Q}}$  — единичный век- тор вдоль переданного импульса. В этом уравне- нии учтено, что начальная поляризация направ- лена вдоль орта приложенного магнитного поля:  $\mathbf{P}_0 = P_0 \hat{\mathbf{h}}$ ,  $\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{H}/H$ ;  $\varepsilon_{\mathbf{Q}}$  представляет собой дис- персию спиновой волны. Выражение (18) примени- мо для аморфных ферромагнетиков с квадратичной дисперсией.

Для рассмотрения кинематики малоуглового рассеяния нейтронов введем декартову систему координат с осью  $z$ , направленной вдоль пучка падающих нейтронов, и осью  $x$  перпендикулярно падающему пучку. Магнитное поле направим под некоторым углом  $\phi$  к оси  $x$  в плоскости  $(x, z)$ . В приближении малоуглового рассеяния передан- ный импульс  $\mathbf{Q}$  можно разбить на две упругие составляющие, перпендикулярные вектору падаю- щего нейтрона  $\mathbf{k}_i$ :  $Q_x = k_i \theta_x$ ,  $Q_y = k_i \theta_y$  с углами рассеяния вдоль осей  $x$  и  $y$ , соответственно, и неупругой  $z$ -компонентой, ориентированной вдоль  $\mathbf{k}_i$ :  $Q_z = k_i (\omega/2E_i)$ , где  $E_i$  — энергия падающего нейтрона. Таким образом, мы имеем для длины переданного импульса

$$Q = k_i \left[ \theta_x^2 + \theta_y^2 + (\omega/2E_i)^2 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Если передача энергии мала  $\omega \ll T$ , то можно за- менить  $(1 - \exp(-\omega/T))^{-1}$  на  $T/\omega$ . В случае малоуг- лового рассеяния нейтронов выражение (18) долж- но быть проинтегрировано по  $\omega$ . Используя уравне- ние (19) можно получить киральный вклад в сече- ние как функцию угла рассеяния  $\theta$ :

$$\sigma_{ch}(\theta) \sim \langle S \rangle T P_0 \int d\omega \frac{(2E_i)^2 \theta_x \sin(\phi)}{\omega^2 + (2E_i)^2 (\theta_x^2 + \theta_y^2)} \times [\delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{Q}}) + \delta(\omega + \varepsilon_{-\mathbf{Q}})]. \quad (20)$$

Как показано в [13–15, 29], аргументы дельта- функций представляют собой выражения закона сохранения энергии в акте рассеяния нейтрона и решения двух уравнений, когда аргументы равны

нулю  $[\omega - \varepsilon_{\mathbf{Q}} = 0]$  и  $[\omega + \varepsilon_{-\mathbf{Q}} = 0]$ , определяют по- верхности с разрешенным вектором рассеяния  $\mathbf{Q}$  в пространстве переданных импульсов и переданных энергий  $(Q_x, Q_y, Q_z)$ .

Схематический вид решений, заданных урав- нениями, образуют две сферы в пространстве  $(Q_x, Q_y, Q_z)$ , которые представлены на рис. 1. Если падающие нейтроны поляризованы вдоль магнит- ного поля  $(+\mathbf{P}_0)$ , то разрешено только рассеяние с выигрышем энергии, а процесс потери энергии запрещен. Переворот поляризации  $-\mathbf{P}_0$ , напротив, допускает рассеяние с процессом аннигиляции магнонов и запрещает процесс рождения магнонов. Направление намагниченности, указываемое полем  $\mathbf{H}$ , в данном случае определяет, будут ли нейтроны с  $+\mathbf{P}_0$  рассеиваться с выигрышем энергии или с ее потерей. В методе малоуглового рассеяния нейтро- нов сечение рассеяния интегрируется по энергии (уравнение (20)); поэтому сферы проецируются на плоскость, а детектируемое распределение ин- тенсивности имеет форму окружности некоторого радиуса  $\theta_c$  (рис. 1). Для обеспечения ненулевого вклада в рассеяние в ферромагнетиках магнитное поле должно быть наклонено относительно на- правления  $\mathbf{k}_i$  [13–15]. Наблюдение этого рассеяния позволяет выявить основные черты спиновых волн в ферромагнетиках. Более того, выражение (20) позволяет однозначно определить жесткость  $A$  из измерения угла отсечки  $\theta_c$  в этих экспериментах.

Пользуясь дисперсионным соотношением, полу- ченным на основе модели случайной анизотропии, рассмотрим чего следует ожидать при исследовании магнонов методом высокоразрешающего (в обрат- ном пространстве) малоуглового рассеяния поляри- зованных нейтронов. Удобно ввести безразмерный параметр, связывающий энергию нейтрона и харак- терную энергию спиновых волн,

$$\theta_0 = \frac{E_i}{Ak_i^2}. \quad (21)$$

Угол отсечки на картах МУРН напрямую свя- зан с (не)возможностью удовлетворения закону со- хранения энергии при заданном угле рассеяния  $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ . Без учета поправок за счет случай- ной анизотропии спектр имеет вид

$$\varepsilon_{\mathbf{Q}}^{(0)} = g\mu_B H + A Q^2. \quad (22)$$

Закон сохранения энергии  $\omega = \varepsilon_{\mathbf{Q}}^{(0)}$  в этом случае приводит к следующему уравнению для безразмер- ной величины  $t = \omega/2E_i$ :

$$t^2 - 2\theta_0 t + \theta^2 + \frac{g\mu_B H}{Ak_i^2} = 0, \quad (23)$$

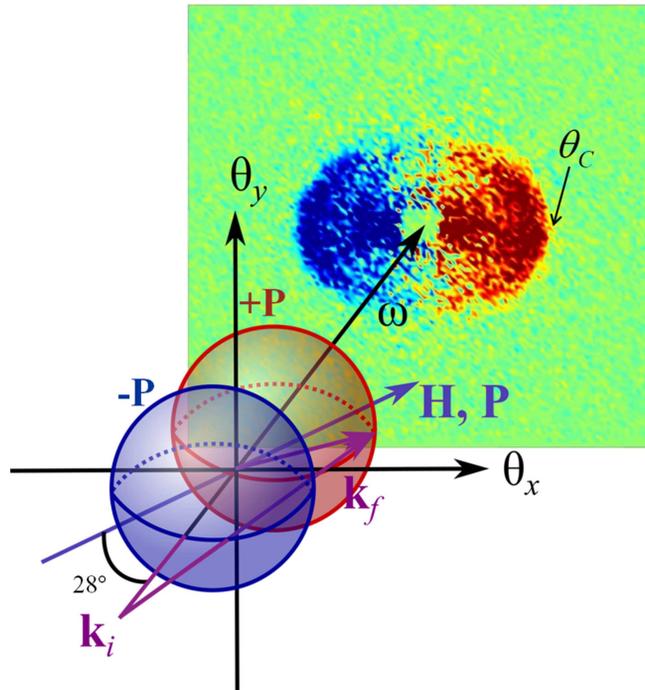


Рис. 1. Кинематическая схема малоуглового рассеяния нейтронов на спиновых волнах в ферромагнетике

которое определяет угол отсечки

$$\theta_C^2(H) = \theta_0^2 - \frac{g\mu_B H}{Ak_i^2}. \quad (24)$$

Заметим, что «энергия» магнона, соответствующего отсечке,  $t = \theta_0$ .

Общее выражение для спектра магнонов при учете поправок за счет случайной анизотропии (13) является достаточно громоздким. Поэтому, для анализа ниже будут использоваться поправки в виде (16). Корректность такого упрощения зависит от выполнения условия  $k_\alpha \ll Q \ll k_0$  для магнонов вблизи угла отсечки.

При учете поправок (16) закон сохранения энергии при рассеянии эквивалентен уравнению четвертой степени относительно переданной или отданной энергии  $t$ . В этом случае аналитическое определение угла отсечки становится затруднительным, однако можно использовать асимптотический метод, основанный на малости поправки к спектру магнонов. Прежде всего заметим, что поправка к жесткости спиновых волн учитывается простой заменой

$$\tilde{A} = A + 8B/k_0^2 \quad (25)$$

во всех формулах. При учете линейной поправки аналог уравнения (23) имеет вид

$$t^2 - 2\theta_0 t + \theta^2 + \frac{g\mu_B H}{\tilde{A}k_i^2} + \frac{4B}{\tilde{A}k_i} \sqrt{\theta^2 + t^2} = 0. \quad (26)$$

Используя малость последнего слагаемого, для определения угла отсечки с поправкой в него можно подставить угол отсечки при  $B = 0$  вместо  $\theta$  и энергию  $\theta_0$  вместо  $t$ , тем самым получив константу. Как видно, эта константа действует также, как и поправка в щель  $\Delta(H)$ . Отсюда получаем

$$\tilde{\theta}_C^2(H) = \theta_0^2 - \frac{g\mu_B H}{\tilde{A}k_i^2} - \frac{4B}{\tilde{A}k_i^2} \frac{k_i}{k_0} \sqrt{\theta_C^2(H) + \theta_0^2}. \quad (27)$$

для перенормированного угла отсечки, где  $\theta_C(H)$  определяется уравнением (24).

В более общем случае, при использовании формулы (17), процедура вычисления поправки к углу отсечки аналогична изложенной выше.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТ ПО МАЛОУГЛОВОМУ РАССЕЯНИЮ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ

Эксперименты по малоугловому рассеянию поляризованных нейтронов проводили на приборе SANS-1 на реакторе FRM-II (Германия) [30]. Использовался пучок поляризованных нейтронов с начальной поляризацией  $P_0 = 0,93$  и длиной волны  $\lambda$  в диапазоне от 0.45 нм до 0.80 нм. Магнитное поле (0.05–0.30 Тл) прикладывалось с наклоном 28 градусов к оси  $x$ . Карты интенсивности рассеяния от образца аморфного ферромагнетика  $Fe_{48}Ni_{34}P_{18}$  были

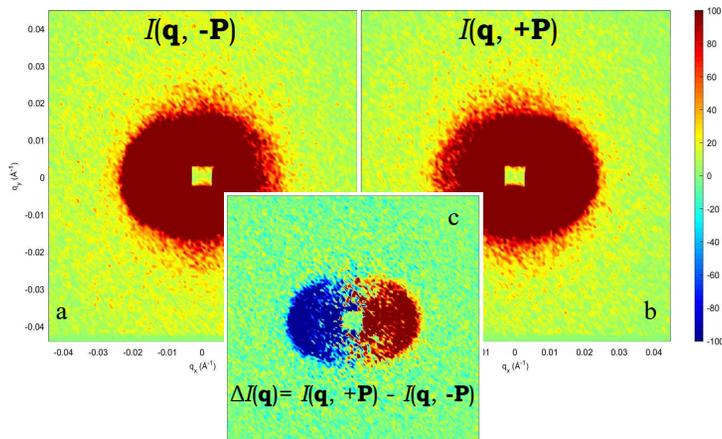


Рис. 2. Карты интенсивности рассеяния нейтронов для поляризаций  $I(q, +P_0)$  (a) — справа,  $I(q, -P_0)$  (b) — слева, и их разность  $\Delta I(q) = I(q, +P_0) - I(q, -P_0)$  (c) - вклад от рассеяния на спиновых волнах — посередине

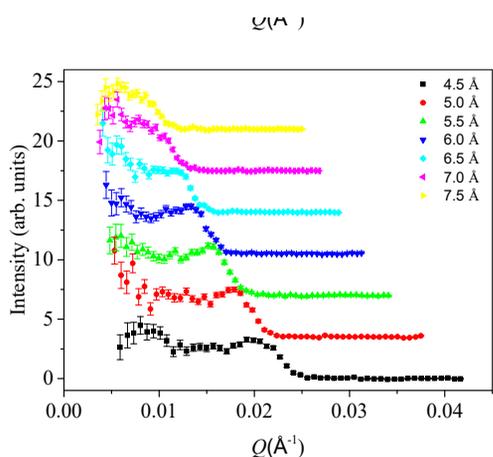


Рис. 3. Азимутально усредненная интенсивность рассеяния нейтронов на спиновых волнах  $\Delta I_a$  как функция переданного импульса  $Q$  при различных значениях длины волны  $\lambda$  в поле  $H = 75$  мТл при  $T = 300$  К

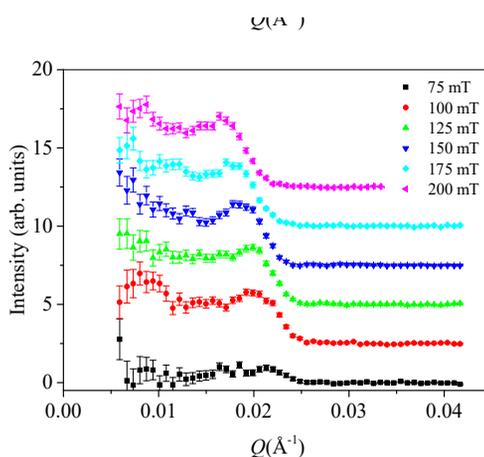


Рис. 4. Азимутально усредненная интенсивность рассеяния нейтронов на спиновых волнах  $\Delta I_a$  как функция переданного импульса  $Q$  при различных магнитных полях  $H$  на длине волны  $\lambda = 4.5$  Å при  $T = 300$  К.

получены в диапазоне температур от 50 К до 300 К с шагом 50 К. Для увеличения сигнала рассеяния измеряли стопку из 40 фольг аморфного материала общей толщиной 1 мм. Внешнее магнитное поле прикладывалось вдоль направления прокатки пластинок образцов. Все измерения проводились на расстоянии образец-детектор 16 м.

На рис. 2 a, b показаны типичные карты МУРН для аморфного ферромагнетика при начальной поляризации, противоположной  $-P_0$ , и вдоль  $+P_0$  магнитного поля. Полученные карты рассеяния для

поляризаций  $(+P_0, -P_0)$  вычитались для получения вклада в рассеяние от спиновых волн

$$\Delta I(q) = I(q, +P_0) - I(q, -P_0),$$

как показано на рис. 2 c.

Для определения угла отсечки  $\theta_C$  интенсивность рассеяния нейтронов усреднялась по азимуту в угловом секторе  $20^\circ$  вдоль оси  $x$  как для правой, так и для левой частей карты, как показано на рис. 2 c. Окончательное выражение для выделения асимметричного вклада в рассеяние выглядит следующим

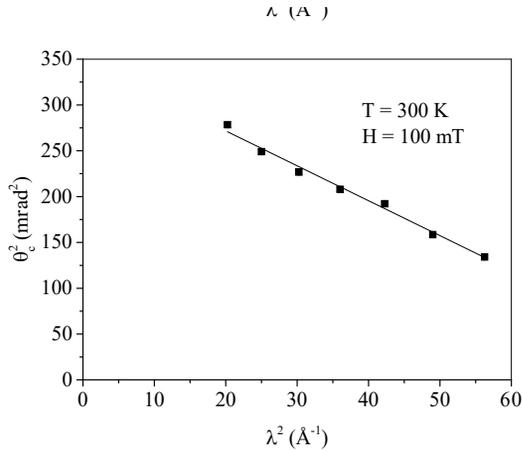


Рис. 5. Зависимость квадрата угла отсечки  $\theta_c^2$  от квадрата длины волны нейтрона  $\lambda^2$  для  $T = 300$  К и  $H = 75$  мТл.

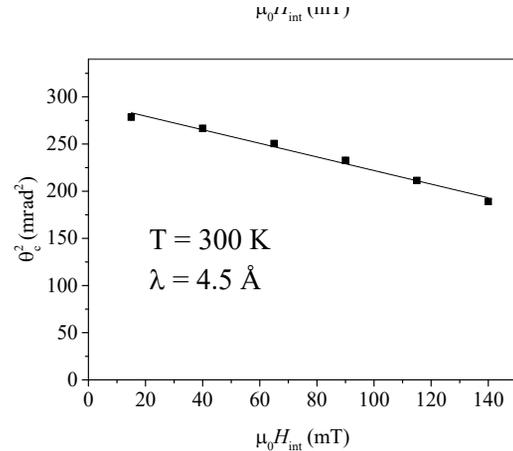


Рис. 6. Зависимость квадрата угла отсечки  $\theta_c^2$  от магнитного поля  $H$  для  $T = 300$  К и  $\lambda = 4.5$   $\text{\AA}$ .

образом:

$$\Delta I_a = [I(P_0, q_x) - I(-P_0, q_x)] - [I(P_0, -q_x) - I(-P_0, -q_x)].$$

Зависимость интенсивности рассеяния на спиновых волнах  $\Delta I_a$  от переданного импульса  $Q$  для образца  $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$  представлены на рис. 3 для различных значений длины волны нейтронов и на рис. 4 для различных значений приложенного внешнего магнитного поля. Эти зависимости представляют собой ступенчатую функцию с резким углом отсечки, которая смещается в сторону малых углов при увеличении длины волны или магнитного поля.

Угол отсечки  $\theta_C(H)$  легко получить из анализа зависимости  $\Delta I_a$  от  $\theta$ . Ступенчатая функция с характерным обрывом (углом отсечки) интенсивности аппроксимировали функцией вида

$$\Delta I_a(\theta) = \frac{I_0}{1 + \exp((\theta - \theta_c)/\Gamma)}. \quad (28)$$

Положение угла отсечки определялось как середина обрыва функции  $\theta_C$ . Его ширина  $\Gamma$  связана с затуханием спиновых волн и/или с инструментальным разрешением установки малоуглового рассеяния нейтронов.

Значения квадрата угла отсечки  $\theta_c^2$  построены как функция квадрата длины волны  $\lambda^2$  на рис. 5 для  $T = 300$  К и  $H = 75$  мТл. Квадрат угла отсечки линейно зависит от  $\lambda^2$  согласно уравнению (24). Используя уравнение (24), можно определить значение параметра  $\theta_0$  (и жесткости спиновой волны  $A$ ) с высокой точностью  $A = 113 \pm 5$  мЭВ  $\cdot \text{\AA}^2$ .

Квадрат угла отсечки  $\theta_c^2$ , построенный как функция магнитного поля  $H$ , представлен на рис. 6

для  $T = 300$  К и  $\lambda = 4.5$   $\text{\AA}$ . Как видно из рис. 6, квадрат угла отсечки линейно зависит от поля  $H$  согласно уравнению (24). Однако, экстраполяция данных в область  $H = 0$  дает значение параметра  $\theta_0$  и жесткости спиновой волны  $A = 121 \pm 5$  мЭВ  $\cdot \text{\AA}^2$ .

Оценивая, какое из двух измерений ( $H$ -сканирование или  $\lambda$ -сканирование) может вносить большие систематические ошибки, делаем вывод, что именно  $\lambda$ -сканирование дает более точные результаты.  $H$ -сканирование необходимо корректировать на величину поля размагничивания, так как приложенное (внешнее) поле отличается от внутреннего поля. Действительно, спин-волновая жесткость, определяемая по  $\lambda$ -скану экстраполяцией линейной зависимости (уравнение (24)) в  $\lambda = 0$ , зависит только от глобальных констант (таких как постоянная Планка  $\hbar$  и масса нейтрона  $m_n$ ). Более того, делая  $\lambda$ -сканирование, мы не меняем физические условия образца, в отличие от  $H$ -сканирования. Изменяется только длина волны нейтрона, но не состояние самого образца. Дополнительно, если выражение для  $\theta_c^2$  перенормируется за счет поправки в энергетическую щель, как показано в уравнении (27), то именно  $\lambda$  сканирование по прежнему дает верное значение  $\theta_0^2$ , в то время как полевой скан приведет к искаженному этой поправкой значению. Таким образом, мы можем сделать вывод, что жесткость, определенная в  $\lambda$ -зависимости, является корректной [31].

Отметим что приложенное (внешнее) магнитное поле  $H$  отличается от внутреннего магнитного поля. Это отражено в данных измерения намагниченности, где образцы, состоящие из 1 пластины, намагничиваются в поле меньшем, чем  $H_{s(1)} < 10$  мТл. Иначе обстоит дело с измерениями МУРН, где сиг-

нал от спиновых волн наблюдается только в полях  $H_{s(40)} \approx 35$  мТл, так как образец представляет собой стопку из 40 фолг.

Разницу в намагничивающих полях мы объясняем наличием размагничивающего действия этих 40 пластин в стопке образцов, действующих одна на другую. Другими словами, мы не знаем точного значения внутреннего магнитного поля  $H_{in}$ , индуцируемого приложенным внешним полем  $H$ . Можно грубо оценить его с учетом дополнительного размагничивающего поля, возникающего при сборке из 40 пластин по сравнению с полем насыщения 1 пластины, как

$$H_{in} \approx H - (H_{s(40)} - H_{s(1)}).$$

Здесь внутреннее поле  $H_{in}$  оценивается в области полей, где намагничённость уже достигла насыщения  $H > H_s$ . Размагничивающее поле в этом диапазоне остается постоянным, так как зависит от намагничённости, которая уже достигла насыщения и слабо меняется с полем. Поэтому внутреннее поле отличается от внешнего на приблизительно постоянную величину в этом диапазоне полей, которую можно грубо оценить как  $(H_{s(40)} - H_{s(1)})$ .

Теперь возьмем значение жесткости  $A$ , полученное из зависимости от длины волны, подставим его в уравнение (27) для полевой зависимости и из этого выражения получим полную щель

$$E_g = \theta_0^2 - \tilde{\theta}_C^2(H) = \frac{\Delta(H_{in})}{\tilde{A}k_i^2} - \frac{4B}{\tilde{A}k_i^2} \frac{k_i}{k_0} \sqrt{\theta_C^2(H_{in}) + \theta_0^2}, \quad (29)$$

и добавку к щели

$$\Delta = \theta_0^2 - \tilde{\theta}_C^2(H) - \frac{\Delta(H_{in})}{\tilde{A}k_i^2} = \frac{4B}{\tilde{A}k_i^2} \frac{k_i}{k_0} \sqrt{\theta_C^2(H_{in}) + \theta_0^2}, \quad (30)$$

На рис. 7 представлена зависимость полной щели  $E_g$  и добавочной щели  $\Delta$  от внутреннего магнитного поля при  $T = 300$  К. На рис. 7 видно, что внутренняя щель  $\Delta$  немного увеличивается с полем, начинающимся с порогового значения  $\Delta_0$  при нулевом поле. Небольшой рост  $\Delta$  с полем может быть артефактом наших оценок внутреннего магнитного поля  $H_{int}$ . Если нет, то это может быть связано с реальной природой неполевой щели в аморфном ферромагнетике. Во всяком случае, значение добавки к щели  $\Delta$  при малых или нулевых полях лежит далеко за пределами погрешности измерения.

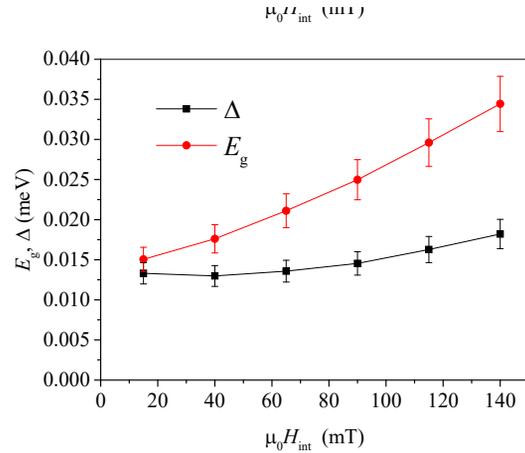


Рис. 7. Зависимость щели  $\Delta$  от внутреннего поля  $H_{in}$  — черные квадраты — и полной щели  $E_g$  — красные квадраты, полученная из полевого скана со значением жесткости  $A = 113$  мэВ  $\cdot \text{Å}^2$ .

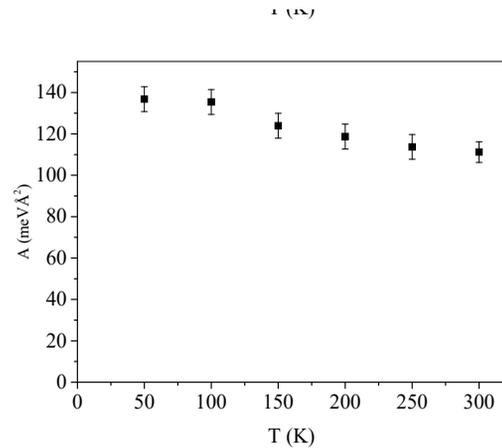


Рис. 8. Зависимость жесткости спиновых волн  $A$  в зависимости от температуры  $T$

### 5. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИСПЕРСИОННОГО СООТНОШЕНИЯ С ТЕМПЕРАТУРОЙ

Цикл измерений параметров дисперсионного соотношения, состоящий из сканов по длине волны нейтрона  $\lambda$  и по магнитному полю  $H$ , был выполнен в широком диапазоне температур от 50 К до 300 К с шагом в 50 К. Из  $\lambda$ -скана получали зависимость квадрата угла отсечки  $\theta_C^2$  от квадрата длины волны  $\lambda^2$ . Экспериментальные данные были аппроксимированы линейной зависимостью, в которой ее интерполяция в  $\lambda^2 \rightarrow 0$  дает параметр  $\theta_0$  из уравнения (24), из которого однозначно находим жесткость спиновых волн  $A$  при различных температурах.

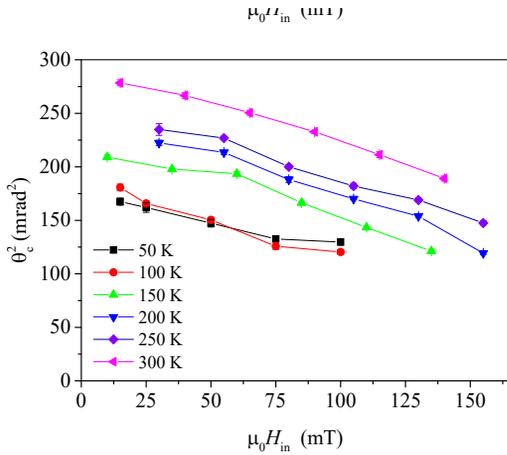


Рис. 9. Зависимость квадрата угла отсечки  $\theta_c^2$  от магнитного поля  $H_{in}$  для  $\lambda = 4.5 \text{ \AA}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$

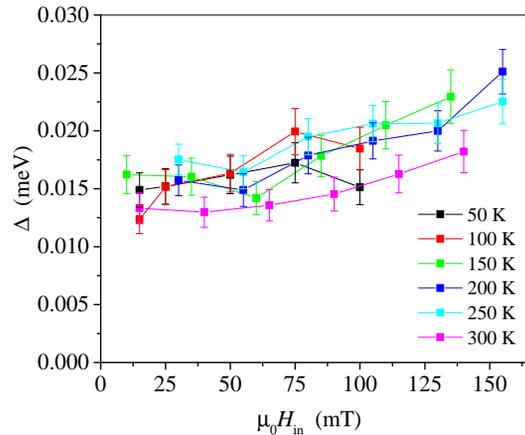


Рис. 11. Зависимость добавочной щели  $\Delta$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$

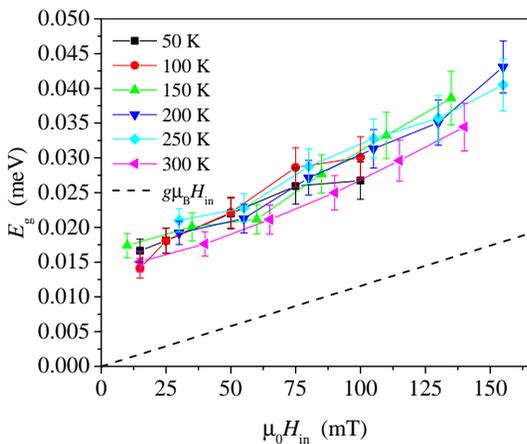


Рис. 10. Зависимость полной щели  $E_g$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$

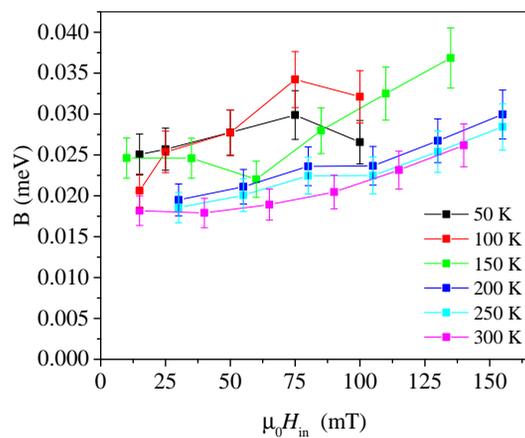


Рис. 12. Зависимость константы случайной анизотропии  $B$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$

Жесткость спиновых волн  $A$  в зависимости от температуры представлена на рис. 8. Она демонстрирует слабую тенденцию к уменьшению с ростом температуры.

Из  $H$ -скана получали зависимости квадрата угла отсечки  $\theta_c^2$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$ , показанные на рис. 9 для температур  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$ . Эти данные были использованы для вычисления полной щели  $E_g$  (уравнение (29)) и добавочной щели  $\Delta$  (уравнение (30)). На рис. 10 представлены зависимости полной щели  $E_g$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$ . Интересно отметить, что при всех температурах зависимость  $E_g(H_{in})$  уверенно демонстрирует линейный рост с полем,

при этом показывая ненулевое (положительное) пороговое значение  $E_g$  при  $H_{in} = 0$ . Величины  $E_g(H_{in})$  для разных температур практически совпадают в пределах экспериментальных ошибок.

На рис. 11 представлены зависимости добавочной щели  $\Delta$  (уравнение (30)) от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300 \text{ K}$ . На рис. 12 видно, что при всех температурах внутренняя щель  $\Delta$  оказывается константой с пороговым значением  $\Delta_0 = 0.015 \pm 0.002 \text{ мэВ}$  в малых полях  $H < 100 \text{ мТл}$  а затем, возможно, слабо растет в полях  $H > 100 \text{ мТл}$ .

Значение добавочной щели легко может быть пересчитана в величину  $B$ , связанную с константой

случайной анизотропии, используя уравнение (30). На рис. 12 представлены зависимости величины  $B$  от внутреннего магнитного поля  $H_{in}$  при  $T = 50, 100, 150, 200, 250, 300$  К. Оказывается, что  $B \sim 0.025\text{--}0.030$  мэВ при низких температурах 50 К и 100 К. Величина  $B$  несколько понижается с ростом температуры, что и неудивительно, поскольку согласно уравнению (15) она прямо пропорциональна  $M^2$  и обратно пропорциональна жесткости спиновых волн  $A$ .

Таким образом, эксперименты по измерению константы спиновой жесткости в образце аморфного ферромагнетика  $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$  показали, что жесткость  $A$  равна  $140 \pm 5$  мэВ  $\cdot \text{AA}^2$  при низких температурах и слабо убывает до значения  $A = 110 \pm 5$  мэВ  $\cdot \text{Å}^2$  в диапазоне температур 0–300 К. При этом, для всех температур и всех полей обнаружена внутренняя энергетическая щель в спектре спиновых волн  $\Delta \simeq 0.015 \pm 0.002$  мэВ, которая обусловлена явлением случайной анизотропии в аморфных ферромагнетиках. Однако, истинная природа обнаружения энергетической щели в спектре магнонов методами нейтронного рассеяния состоит в по-настоящему сложной модификации дисперсионного соотношения под влиянием случайной анизотропии (уравнение (13)).

В приближении умеренного поля  $H_s < H < H_{ex}$ , т.е. в режиме ферромагнетика с блуждающими осями анизотропии, и в малоугловом приближении  $k_\alpha \ll k \ll k_0$ , то есть на масштабах больших размера нанокристаллита аморфного вещества  $R_0$ , но меньших размера ферромагнитной корреляции  $R_\alpha$ , поправка в дисперсионное соотношение дается выражением (16). То есть поправки к энергетической щели, вообще говоря, нет, а перенормируется жесткость спиновых волн и в спектре появляется линейная по импульсу добавка. Перенормировкой жесткости спиновых волн можно пренебречь, поскольку она составляет доли процента от величины измеренной жесткости. Но линейная по импульсу добавка эффективно проявляет себя как «щель в спектре магнонов, несвязанная с внешним магнитным полем», как показано в уравнении (27).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Во-первых, в работе теоретически показана необходимость учета сложной, обусловленной случайной анизотропией, модификации квадратичного закона дисперсии спиновых волн в аморфных ферромагнетиках. Во-вторых, продемонстрирована возможность

учета этой модификации в виде линейной добавки в спектре, которая в экспериментах по нейтронному рассеянию может быть учтена как эффективная энергетическая щель в спектре спиновых волн. В-третьих, обнаружена такая внутренняя щель в спектре спиновых волн аморфного ферромагнетика  $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$  в широком диапазоне температур от 50 до 300 К и в диапазоне полей от 10 до 170 мТл. Величина щели равна  $\Delta = 0.015 \pm 0.002$  мэВ, что соответствует величине  $B = 0.020\text{--}0.025$  мэВ, связанной с константой случайной анизотропии.

**Благодарности.** Выражаем особую благодарность Андре Хайнеманну за помощь в проведении эксперимента по малоугловому рассеянию нейтронов на установке SANS-1 и плодотворное обсуждение.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Соглашения № 075-15-2022-830 от 27 мая 2022 г. (продолжение Соглашения № 075-15-2021-1358 от 12 октября 2021 г.). Вклад в работу Утесова О.И. выполнен при поддержке Российского научного фонда (грант № 22-22-00028).

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Игнатченко, Р.С. Исаков, *Спиновые волны в случайно-неоднородной анизотропной среде*, ЖЭТФ **72**, 1005 (1977).
2. В. А. Игнатченко, Р.С. Исаков, *Спиновые волны в аморфных и мелкодисперсных ферромагнетиках с учетом диполь-дипольного взаимодействия*, ЖЭТФ **74**, 1386 (1978).
3. Р. С. Исаков, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, Л. А. Чеканова, Письма в ЖЭТФ, **72**, 440 (2000).
4. Р. С. Исаков, С. В. Комогорцев, Ж. М. Мороз, Е. Е. Шалыгина, Письма в ЖЭТФ, **72**, 872 (2000).
5. Р. С. Исаков, В. А. Игнатченко, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, Письма в ЖЭТФ, **78**, 1142 (2003).
6. Р. С. Исаков, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, А. В. Окотруб, А. Г. Кудашов, В. Л. Кузнецов, Ю. В. Бутенко, Письма в ЖЭТФ **78**, 271 (2003).
7. Р. С. Исаков, С. В. Комогорцев, Б. А. Денисова, Ю. Е. Калинин, А. В. Ситников, Письма в ЖЭТФ, **86** 534 (2007).

8. С. В. Комогорцев, Р. С. Исхаков, В. А. Фельк, ЖЭТФ, **155**, 886 (2019).
9. J. A. Fernandez-Baca, J. W. Lynn, J. J. Rhyne and G. E. Fish, Phys.Rev. B **36** 8497 (1987).
10. J. A. Fernandez-Baca, J. J. Rhyne and G. E. Fish, J. Magn. Magn. Mat. **54-57** 289 (1986).
11. J. A. Fernandez-Baca, J. W. Lynn, J. J. Rhyne and G. E. Fish, J. Appl. Phys. **61** 3406 (1987).
12. J. A. Fernandez-Baca, J. W. Lynn, J. J. Rhyne and G. E. Fish, J. Appl. Phys. **63** 3749 (1988).
13. А. И. Окорокров, В. В. Рунов, Б. П. Топерверг, А. Д. Третьяков, Е. И. Мальцев, И. М. Пузей, В. Е. Михайлова, Письма в ЖЭТФ **43**, 390 (1986).
14. V. Deriglazov, A. Okorokov, V. Runov, B. Toperverg, R. Kampmann, H. Eckerlebe, W. Schmidt, and W. Lobner, Physica B **181-182**, 262 (1992).
15. В.Р. Топерверг, V.V. Deriglazov, and V.E. Mikhailova, Physica B **183** 326 (1993).
16. С. В. Григорьев, К. А. Пшеничный, И. А. Барабан, В. В. Родионова, К. А. Чичай, А. Хайнеманн, *Измерение жесткости спиновых волн в аморфных ферромагнитных микропроводах методом малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов*, Письма в ЖЭТФ **110**, 800 (2019).
17. S. V. Grigoriev, A. S. Sukhanov, E. V. Altynbaev, S.-A. Siegfried, A. Heinemann, P. Kizhe, and S. V. Maleyev, Phys.Rev. B **92**, 220415(R) (2015).
18. S.V. Grigoriev, E.V. Altynbaev, S.-A. Siegfried, K.A. Pschenichnyi, D. Menzel, A. Heinemann, and G. Chaboussant, Phys. Rev. B **97**, 024409 (2018).
19. С. В. Григорьев, К. А. Пшеничный, Е. В. Алтынбаев, С.-А. Зигфрид, А. Хайнеманн, Д. Хоннекер, Д. Мензель, *Об измерении спин-волновой жесткости в гелимагнетике  $Fe_{0.75}Co_{0.25}Si$  методом малоуглового рассеяния нейтронов*, Письма в ЖЭТФ **107**, 673 (2018).
20. S. V. Grigoriev, K. A. Pschenichnyi, E. V. Altynbaev, S.-A. Siegfried, A. Heinemann, D. Honnecker, and D. Menzel, Phys. Rev. B **100**, 094409 (2019).
21. S. V. Grigoriev, K. A. Pschenichnyi, E. V. Altynbaev, A. Heinemann, and A. Magrez, Phys.Rev. B **99**, 054427 (2019) .
22. S.V. Maleyev, Physica B **297**, 67 (2001).
23. S.V. Maleyev, Physics-Uspekhi **45**, 569 (2002).
24. S.V. Maleyev, Physica B **345**, 119 (2004) .
25. E. Callen, Y. J. Liu, J. R. Cullen, Phys. Rev. B **16**, 263 (1977).
26. R. Alben, J. J. Becker, M. C. Chi, J. Appl. Phys. **49**, 1653 (1978).
27. E. M. Chudnovsky, W. M. Saslow, and R. A. Serota, Phys. Rev. B **33** 251 (1986).
28. Y. Imry, S.-K. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
29. С. В. Григорьев, Е. В. Алтынбаев, Н. Еckerlebe, А. И. Окорокров, *Изучение спиновой динамики в ферромагнетике  $Fe_{65}Ni_{35}$  методом малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов*, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования **10** 71 (2014).
30. S. Muhlbauer, A. Heinemann, A. Wilhelm, L. Karge, A. Ostermann, I. Defendi, A. Schreyer, W. Petry, R. Gilles, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **832**, 297 (2016).
31. L.A. Azarova, K.A. Pshenichniy, S.V. Grigoriev, *Measurement of the spin-wave stiffness and energy gap in the magnon spectrum of amorphous ferromagnets by small-angle scattering of polarized neutrons*, J. Appl. Cryst. **56**, 36 (2023).