# ДИНАМИЧЕСКАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ДОМЕННЫХ СТЕНОК В КИРАЛЬНЫХ ФЕРРИМАГНЕТИКАХ

### Н. Е. Кулагин\*

Институт физической химии и электрохимии им. А. Н. Фрумкина Российской академии наук 119071, Москва, Россия

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» 101000, Москва, Россия

> Поступила в редакцию 16 июля 2022 г., после переработки 30 октября 2022 г. Принята к публикации 31 октября 2022 г.

Теоретически исследована динамика доменных стенок в ферримагнетиках, в которых инвариантность относительно пространственной инверсии нарушена из-за присутствия кирального взаимодействия Дзялошинского – Мория, энергия которого линейна по градиентам спиновой плотности подрешеток. Анализ проведен на основе численного интегрирования уравнений сигма-модели, обобщенной для случая ферримагнетика вблизи точки компенсации спинов подрешеток. Показано, что в киральных ферримагнетиках, в отличие от случаев обычных ферримагнетиков или киральных ферромагнетиков, при увеличении скорости стенки возможны эффекты динамического преобразования структуры доменных стенок с образованием более сложных стенок с немонотонным поведением спиновой плотности в стенке. Эти эффекты возможны в достаточно узкой окрестности точки компенсации, и ширина этой области растет при увеличении константы взаимодействия Дзялошинского – Мория.

**DOI:** 10.31857/S0044451023030070 **EDN:** QEMESS

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Статические и особенно динамические свойства доменных стенок (ДС) в магнетиках являются предметом интенсивных экспериментальных [1-4] и теоретических [5-8] исследований в связи с возможностью их применения в магнитных устройствах хранения и обработки информации [9]. Магнитные ДС представляют собой простой, но важный пример топологических солитонов и представляют интерес с точки зрения общей физики нелинейных явлений [10–12]. Динамика ДС интересна не только для стандартных материалов — ферромагнетиков (ФМ), но и для антиферромагнетиков (АФМ), в которых значение скорости ДС значительно выше и достигает десятков километров в секунду [13–17]. Такие высокие скорости определяются так называемым обменным усилением динамических параметров АФМ. Не менее важно, что для ДС в АФМ подавлены различные эффекты нестабильности динамики ДС, которые имеют место для ДС в ФМ [18].

Недавно было показано экспериментально [19– 21] и обосновано теоретически [22–24]. что в образцах ферримагнетиков (ФиМ), близких к точке компенсации спинов подрешеток, также можно получить высокую скорость ДС, которая достигает километров в секунду. Причина этого эффекта в том, что для ФиМ, находящихся в непосредственной близости от точки компенсации спинов, где совпадают спиновые плотности подрешеток, возможны эффекты обменного усиления [25]. В частности, в самой точке компенсации предельная скорость движения ДС становится, как и в АФМ, чисто обменной.

Однако для нанообразцов различных магнетиков скорость движения ДС ограничена в большей степени, чем для массивных образцов или микронных пленок. Насколько нам известно, для нанопленок АФМ движение ДС с «обменными» скоростями не наблюдалось. Для ФиМ около точки компенсации спина наблюдались скорости до 1 км/с, в то время как теоретические оценки дают значения до 5 км/с [22–24]. Причина уменьшения скорости ДС в одноосных ФМ состоит в том, что стандартный механизм формирования предельной скорости, связан-

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> E-mail: klgn@yandex.ru

ный с магнитным дипольным взаимодействием, становится неэффективным для нанопленок ФМ. Это же ограничение проявляется и для ФиМ с чисто одноосной анизотропией. Оно заложено в модели, использованной авторами работы [19] для численного моделирования результатов своего эксперимента. Наличие достаточно сильной анизотропии в базисной плоскости и (или) сильного магнитного поля, перпендикулярного легкой оси магнетика, может решить эту проблему, но реализация этих механизмов для приборов магнитной наноэлектроники, использующих динамику ДС, затруднительна.

Для нанопленок киральных ФМ, в которых за счет взаимодействия Дзялошинского-Мория (ВДМ) нарушена симметрия спиновой системы относительно пространственной инверсии, предельная скорость ДС может существенно увеличиваться [26–28]. В текущем столетии обнаружено, что ВДМ может быть получено практически для всех магнетиков, если приготовить их в виде сверхтонких (толщина менее 10 нм) пленок на подложке из немагнитного металла с сильным спин-орбитальным взаимодействием. В этом случае плотность энергии ВДМ определяется формулой  $D[M_z(\nabla \cdot \mathbf{l}) - (\mathbf{l} \cdot \nabla)l_z],$  где D — константа ВДМ,  $\mathbf{l}$  параметр порядка ферримагнетика (см. формулу ( ref23040-eq1)), ось z выбрана перпендикулярно поверхности пленки. Таким образом, нарушение киральной симметрии является общим свойством нанопленок магнетиков, и киральные магнетики могут рассматриваться как стандартные материалы нанофизики магнетиков. Киральные ФиМ, допускающие существование скирмионов (топологических солитонов малого радиуса) и ДС, интенсивно исследуются, для них получены значения скорости ДС до 1.3 км/с, что на настоящий момент является максимальным значением для всех магнетиков, за исключением АФМ [21].

Исследована теоретически динамика ДС в тонких пленках киральных ФиМ при всех значениях константы ВДМ  $D < D_c$ , где  $D_c$  — известное критическое значение; при  $D > D_c$  однородное состояние невыгодно термодинамически и энергия ДС отрицательна. Показано, что в киральных ФиМ, в отличие от случаев обычных ФиМ (без киральных вкладов в энергию) или киральных ФМ, динамические свойства ДС в значительной мере определяются разрушением интегрируемости соответствующей динамической задачи. Вблизи точки компенсации имеет место динамическая конверсия стандартных ДС с образованием более сложные стенок с немонотонным поведением намагниченности.

#### 2. МОДЕЛЬ

Рассмотрим магнетик с двумя подрешетками, плотности спина которых  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$ ,  $|\mathbf{s}_{1,2}| = s_{1,2} = \text{const.}$  Для АФМ  $s_1 = s_2$ , а в интересующем нас случае ФиМ, близкого к точке компенсации спинов подрешеток, спиновые плотности не равны, но имеют близкие значения  $s_1 \approx s_2$ . Динамика векторов  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$  определяется системой двух уравнений Ландау – Лифшица, которые удобно переписать в терминах комбинации спиновых плотностей:

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2}{s_1 + s_2}, \qquad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{s_1 + s_2}.$$
 (1)

Наиболее простое и удобное описание динамики ФиМ вблизи точки компенсации базируется на использовании так называемой обобщенной сигма-модели — замкнутого уравнения для вектора l. Впервые это уравнение было получено для анализа АФМ (см. историю вопроса и современное состояние проблемы в обзоре [29]), но оно допускает обобщение на случай почти скомпенсированных ФиМ [30, 31], см. также недавний обзор [25]. В рамках этого подхода основной динамической переменной при описании АФМ является нормированный вектор антиферромагнетизма l, для которого получается уравнение [25]

$$\nu \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} + \frac{1}{\omega_{ex}} \left[ \mathbf{l} \times \frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial t^2} \right] = -\frac{1}{\hbar (s_1 + s_2)} \left[ \mathbf{l} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{l}} \right], \quad (2)$$

где  $W = W[\mathbf{l}]$  — статическая энергия ФиМ (4), записанная в виде функционала вектора **l**,  $\hbar\omega_{ex} = g\mu_B H_{ex}$ , где  $H_{ex}$  — так называемое обменное поле, и введено обозначение  $\nu = (s_1 - s_2)/(s_1 + s_2)$ . Специфика ФиМ проявляется только при весьма малых значениях  $\nu \ll 1$ , в противном случае ФиМ ведет себя как ФМ и описывается уравнением Ландау – Лифшица с некоторой эффективной спиновой плотностью спина  $s_{eff} = s_1 - s_2$ . В рамках сигма-модели вектор **m** играет роль вспомогательной переменной и выражается через **l** и  $\partial \mathbf{l}/\partial t$  простой формулой

$$\mathbf{m} = \nu \mathbf{l} + \frac{1}{\omega_{ex}} \left[ \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \times \mathbf{l} \right]. \tag{3}$$

Таким образом, вместо двух уравнений для намагниченностей подрешеток можно использовать одно уравнение для **l**. Энергию кирального магнетика выберем в простейшем виде, который допускает описание динамики ДС:

$$W = \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{A}{2} \left( \nabla \cdot \mathbf{l} \right)^2 + \frac{K}{2} \left( l_x^2 + l_y^2 \right) - D \left[ l_z (\nabla \cdot \mathbf{l}) - (\mathbf{l} \cdot \nabla) l_z \right] \right\}, \quad (4)$$

где первое слагаемое определяет энергию неоднородного обмена с константой A, второе — энергию одноосной анизотропии, легкая ось выбрана вдоль оси z, K > 0. Последнее слагаемое под интегралом определяет киральное ВДМ, характерное для тонкой пленки, поверхность которой перпендикулярна оси z.

Уравнение обобщенной сигма-модели ( ref23040-Eq2) было получено в предположении  $\nu \ll 1$ . Для описания АФМ достаточно сделать простой предельный переход  $s_1 \rightarrow s_2$ , т. е. положить  $s_1 = s_2$  или  $\nu = 0$ . При этом гироскопическое слагаемое в выражении (

ref23040-Eq2), линейное по  $\partial l/\partial t$ , отсутствует, и вторые производные вектора l входят в уравнения в комбинации

$$\frac{\hbar(s_1+s_2)}{\omega_{ex}}\frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial t^2} - A(\nabla^2 \mathbf{l}),$$

что можно переписать как  $(\partial^2 \mathbf{l}/\partial t^2) - c^2 (\nabla^2 \mathbf{l})$ , где c — характерная скорость, которая совпадает с минимальной фазовой скоростью магнонов,

$$c = \sqrt{\frac{A\omega_{ex}}{\hbar(s_1 + s_2)}}.$$
(5)

Наличие такой формальной лоренц-инвариантности значительно упрощает анализ различных режимов нелинейной спиновой динамики в АФМ, включая эффекты квантового туннелирования [32], антиферромагнитную спинтронику [33] и сверхбыструю спиновую динамику АФМ под действием фемтосекундных лазерных импульсов [34, 35]. Однако для киральных магнетиков эта лоренцинвариантность разрушена даже при  $\nu = 0$  [36]. Одновременное разрушение и точной интегрируемости уравнений, и лоренц-инвариантности приводит к интересным особенностям динамики ДС, которые и являются предметом анализа настоящей работы.

#### 3. СТРУКТУРА ДВИЖУЩЕЙСЯ СТЕНКИ

Для анализа солитонных решений удобно использовать угловые переменные для единичного вектора l,

$$l_z = \cos\theta, \quad l_x = \sin\theta\cos\varphi, \quad l_y = \sin\theta\sin\varphi.$$
 (6)

Полярная ось z выбрана вдоль легкой оси магнетика. По обе стороны от доменной стенки  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$ .

Движущиеся ДС описываются решениями типа простых волн, для которых  $\theta = \theta(x - vt)$  и  $\varphi = \varphi(x - vt), v$  — скорость ДС. Уравнения для  $\theta$  и  $\varphi$  принимают вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменной x - vt. Для определенности будем считать что  $\theta \to 0$  при  $x - vt \to -\infty$  и  $\theta \to \pi$  при  $x - vt \to +\infty$ . Несмотря на отсутствие точной лоренц-инвариантности, удобно выбрать в качестве независимой переменной величину

$$\xi = \frac{x - vt}{x_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где  $x_0 = \sqrt{A/K}$  определяет ширину неподвижной стенки. Уравнения для  $\theta$  и  $\varphi$  удобно записать в безразмерном виде:

$$\theta'' - \left[1 + (\varphi')^2\right] \sin\theta\cos\theta + \overline{\nu}\frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}}\varphi'\sin\theta - \frac{4D}{\pi D_c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\varphi'\sin^2\theta\sin\varphi = 0, \quad (7)$$
$$(\varphi'\sin^2\theta)' - \overline{\nu}\frac{v}{\sqrt{2}}\theta'\sin\theta + \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\theta'\sin\theta + \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\theta'\sin\theta'\theta'}$$

$$\sqrt{c^2 - v^2} + \frac{4D}{\pi D_c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \theta' \sin^2 \theta \sin \varphi = 0,$$

где штрихом обозначена производная по  $\xi$ , критическое значение  $D_c = 2E_0/\pi$  определяет границу термодинамической устойчивости однородного состояния, величина  $E_0 = \sqrt{AK}$  и введено нормированное значение параметра раскомпенсации  $\nu$ ,  $\overline{\nu} = \nu \sqrt{\omega_{ex}/\omega_a}$ , где  $\omega_a = K/\hbar(s_1 + s_2)$  — характерная частота, отвечающая энергии анизотропии. Поскольку  $\omega_{ex} \gg \omega_a$ , величина  $\overline{\nu} \gg \nu$ ; для различных нелинейных задач спиновой динамики значение  $\overline{\nu} \sim 1$  отвечает тому случаю, когда проявляются эффекты, специфические для ФиМ [22-25, 31, 37, 38]. Важно отметить, что хотя при  $D > D_c$  выгодно спиральное состояние, в этой области однородное состояние является метастабильным, и на его фоне возможно решение типа ДС, но энергия этой ДС отрицательна [39].

Эта система уравнений формально эквивалентна механической задаче с двумя степенями свободы (переменная  $\xi$  играет роль времени) о движении материальной точки по поверхности сферы при наличии потенциала, равного  $-(K/2)\sin^2\theta$ , и двух различных гироскопических слагаемых. Одно из них является стандартным для ФМ или ФиМ, оно пропорционально скорости ДС v и параметру раскомпенсации  $s_1 - s_2$ , а второе обусловлено ВДМ. Для этой системы можно построить один первый интеграл

$$Q = (\theta')^2 + (\varphi')^2 \sin^2\theta - \sin^2\theta, \qquad (8)$$

принимающий на решении типа ДС значение Q = 0.

Второй интеграл движения построить не удается, и в общем случае система (

ref23040-eq7) не является точно интегрируемой. Для одноосного магнетика с энергией, инвариантной относительно произвольных поворотов вокруг оси z, сохраняется величина  $\mu_z$  — компонента вектора «кинетического момента»  $\mu = \mathbf{l} \times \mathbf{l}'$ , что позволяет построить двухпараметрические солитоны со спиновой прецессией [11, 29, 40], но ВДМ нарушает эту симметрию.

Наличие ВДМ разрушает интегрируемость нашей задачи и не позволяет построить точные аналитические решения, но приводит к интересным особенностям решений типа ДС. Точно интегрируемые системы с двумя степенями свободы обладают некоторыми характерными чертами сепаратрисных решений, описывающих разные типы солитонов. В принципе, проявление неинтегрируемости в случае ФиМ с любым значением  $\overline{\nu}$  такие же, как для ФМ, их анализ можно найти в работе [39]. Для случая ФиМ оказываются важными две особенности, которые мы обсудим здесь.

Во-первых, для интегрируемой системы тип особой точки в значительной степени определяет свойства семейства солитонов. Гетероклинические траектории (описывающие ДС) могут существовать только для особых точек седлового типа [41–43]. Характер особой точки можно легко найти путем аналитического продолжения спектра спиновых волн на комплексные волновые векторы и частоты [44, 45]. Положения равновесия для уравнений типа ( ref23040-eq7), (

ref23040-eq8), описывающих простые волны намагниченности, соответствуют особой точке типа седло, если скорость волны меньше некоторой характерной скорости  $v_{(-)}, |v| \leq v_{(-)}$ . Локализованные решения возможны при  $|v| \leq v_{(+)}$ , где  $v_{(+)}$  совпадает с минимальной фазовой скоростью магнонов [45]. Для известных нам моделей магнетиков значение  $v_{(-)} < v_{(+)}$  [45]. В интервале  $v_{(-)} < v < v_{(+)}$  положения равновесия являются особыми точками типа седло-фокус. В этом случае наличие гетероклинических траекторий является неким вырождением системы, т. е. такие траектории могут существовать только при некоторых изолированных значениях параметров системы. Это позволяет легко найти предельную скорость ДС для интегрируемых систем, но не может быть использовано при нарушении интегрируемости [46,47]. Это особенно важно для нашего случая, поскольку для киральных магнетиков с чисто одноосной анизотропией значение  $v_{(-)} = 0$  [39], для ФиМ  $v_{(+)} = c/\sqrt{1+\overline{\nu}^2/4}.$ 

ЖЭТФ, том 163, вып. 3, 2023

Во-вторых, для интегрируемой системы имеется только одна пара ДС, которые могут двигаться со скоростью  $v \leq v_c$ , где  $v_c$  — критическая скорость. Эти две ДС соответствуют двум ветвям зависимости энергии ДС от ее скорости, E = E(v); эти ветви существуют при  $v \leq v_c$  и сливаются при критическом значении  $v = v_c$ . Других решений типа ДС в интегрируемом случае нет [41–43]. Если же интегрируемость разрушена, то возникают новые типы ДС.

Фактически, эти нетривиальные свойства определены различным характером поведения траекторий в интегрируемом и неинтегрируемом случаях. Гамильтоновость системы приводит к слоению фазового пространства на уровни гамильтониана, а интегрируемость (наличие дополнительного интеграла) приводит к дополнительному слоению на уровни второго интеграла. Хотя большинство таких уровней представляет собой инвариантные торы, интересующие нас уровни содержат особые точки и являются более сложными двумерными поверхностями. При переходе к неинтегрируемой системе второе слоение пропадает, и гомо- и гетероклинические траектории лежат в трехмерном уровне гамильтониана и ведут себя очень сложно. В частности, может возникать счетное множество гетероклинических траекторий. Эти траектории описывают ДС со сложной внутренней структурой. В частности, для них возможно немонотонное поведение компонент вектора l, продольной  $l_z$  или поперечных  $l_{x,y}$ , вдали от стенки, что согласуется с возможностью движения со скоростью  $v > v_{(-)}$  (естественно, при  $v < v_c$ ). Такое поведение наблюдалось для ДС в различных неинтегрируемых моделях [46–49]. В принципе, оно присутствует и для кирального ФМ, но для них ДС с немонотонным поведением ранее не рассматривались, во всяком случае в известных нам работах [26-28, 39] (см. также ссылки в них). Вероятно, это связано с тем, что немонотонные ДС в ФМ имеют более высокую энергию.

При всех разумных значениях константы ВДМ  $D \leq D_c$  структура ДС хорошо описывается простым приближенным решением вида

$$\varphi = \varphi_0(v) = \text{const}, \quad \cos \theta = \text{th}[(x - vt)/x_0],$$

при этом значение угла  $\varphi_0$  определяется скоростью ДС,  $\sin \varphi_0(v) = v/v_{c,FM}$ , где  $v_{c,FM}$  — предельная скорость ДС в ФМ [39],  $v_{c,FM} = c(D/D_c)\sqrt{\omega_a/\omega_{ex}}$ . Энергия ДС в ФМ определяется простой формулой  $E_{FM} = 2E_0(1 - D\cos\varphi_0/D_c)$ , т.е. зависимость  $E_{FM}(v)$  описывается замкнутой выпуклой кривой, она имеет две ветви с большей и меньшей энергиями, которые сливаются в точке  $v = v_{c,FM}$ . Такая

закономерность имеет место для ДС в рамках точно интегрируемой модели Уокера [50].

# 4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ДС В $\Phi_{\rm M}{ m M}$

Приведенные выше простые формулы получены в рамках приближения  $\varphi = \varphi_0(v) = \text{const}$ , но это приближение с очень высокой точностью описывает характеристики ДС в киральном ФМ, в частности, зависимость энергии ДС от ее скорости. Рассмотрим, как эти соотношения трансформируются при переходе к случаю ФиМ.

Уравнения Ландау–Лифшица получаются из уравнений обобщенной сигма-модели в пределе  $\nu \to 1$  (при этом  $\overline{\nu} = \sqrt{\omega_{ex}/\omega_a} \gg 1$ ) и  $c \to \infty$ . Если предположить, что  $\varphi = \varphi_0(v) = \text{const}$ , то для энергии ДС в ФиМ легко получается сходная связь  $\sin \varphi_0(v) = v/v_{c,0}$ , где  $v/v_{c,0}$  — предельная скорость ДС, найденная в предположении  $\varphi = \text{const}$ ,  $v_{c,0} = v_{c,FM}/\nu = c(D/D_c)/\overline{\nu}$ . Формула для энергии ДС в этом же приближении имеет вид

$$E(v,\varphi_0) = \frac{2E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 2E_0 \frac{D}{D_c} \cos \varphi_0.$$
(9)

Первое слагаемое в формуле для энергии такое же, как в лоренц-инвариантной теории, а второе слагаемое такое же, как в ФМ. Энергии ДС при нулевой скорости v = 0 остаются теми же, что для  $\Phi M$ , они равны  $E_{(\pm)} = 2E_0(1 \pm D/D_c)$ , но с ростом скорости энергии ДС в  $\Phi$ иМ E(v) выше, чем в  $\Phi$ М, за счет «релятивистского» множителя  $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ . При уменьшении  $\nu$  предельная скорость растет, и этот «подъем» ветвей становится все более существенным. Ясно, что при определенном критическом значении  $\nu_{nm}$  выпуклость кривой, описывающей зависимость E(v) нарушается. При  $\nu < \nu_{nm}$ максимальное значение энергии  $E_{max} = E(v_{max})$ отвечает некоторой конечной скорости  $v_{max} < v_c$ ,  $E_{max} > E_{(+)}$ , и на верхней ветви имеет место локальный минимум энергии. Таким образом, замкнутая кривая перестает быть выпуклой. Важно заметить, что в этом случае поведение импульса ДС и характер закона дисперсии E = E(P) меняется принципиально, и появляется точка окончания спектра ДС [22,23]. Поскольку данные закономерности такие же, как для рассмотренной в работах [22,23] ФиМверсии точно интегрируемой модели Уокера, мы их не обсуждаем.

Условие  $\varphi$  = const характерно для ДС в интегрируемой модели Уокера [50], см. также [11], и можно ожидать, что это приближение справедливо,



Рис. 1. Зависимость E(v) (здесь и далее энергия представлена в единицах  $E_0$ , а скорость в единицах c) для ФиМ с  $D/D_c = 0.945$  при значениях параметра раскомпенсации  $\overline{\nu} = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ , которые обозначены цифрами около кривых. Тонкие линии — аналитические результаты, полученные в приближении  $\varphi = {\rm const}$ 

когда роль эффектов разрушения интегрируемости минимальна. Фактически, анализ случая ФМ показал именно такое поведение: приближение  $\varphi = \text{const}$ описывает точные данные, полученные численно, при всех допустимых значениях  $D \leq D_c$  и при скоростях  $v \leq v_{c,FM}$ . Однако для ФиМ при малых значениях  $\overline{\nu}$  это приближение явно не адекватно; достаточно заметить, что при  $D > D_c/\overline{\nu}$  (при  $\overline{\nu} < 1$ это не противоречит условию  $D < D_c$ ) значение  $v_{c,0}$ становится больше c, что заведомо неверно. Дело в том, что эффективное значение константы ВДМ в уравнениях (

ref23040-eq7) усилено за счет «релятивистского» множителя  $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ . При уменьшении  $\overline{\nu}$  предельная скорость ДС растет, следовательно, для ФиМ с малым  $\overline{\nu}$  растет эффективное значение константы ВДМ и возрастают эффекты неинтерируемости. В частности, увеличиваются отклонения зависимости E(v), найденной в приближении  $\varphi = \text{const}$ , от точной (рис. 1).

Надо заметить, что эти отклонения достаточно малы при достаточно малых  $\overline{\nu} \sim 1.3$ –1.4, но они очень резко увеличиваются при приближении к некоторому критическому значению ( $\overline{\nu} = 1.1$  на рис. 1). Такое же поведение имеет место для всех значений параметра  $D \leq D_c$ , но критическое значение  $\overline{\nu}$  уменьшается с уменьшением D. Именно в этой области значение предельной скорости ДС велико, и анализ этой ситуации особо важен с точки



Рис. 2. Распределения компонент вектора l в ДС, найденное численно при значениях параметров  $\overline{\nu} = 1.1$  и  $D/D_c = 0.95$ , что несколько выше значения  $D_{bif}$ , которое при этом  $\overline{\nu}$  равно  $D_{bif}/D_c = 0.948$ . Представлены данные для ДС нижней (слева) и верхней (справа) ветвей. Значения скоростей равны v = 0.5c, v = 0.7c и v = 0.8c соответственно для верхнего, среднего и нижнего рядов

зрения применений ДС. Точное аналитическое решение для движущейся ДС построить не удается, и был проведен интенсивный численный анализ ДС во всей области их существования для различных значений параметров  $D/D_c$  и  $\overline{\nu}$ .

#### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДОМЕННЫХ СТЕНОК

Детальное описание используемого численного метода можно найти в недавней работе [39]. Важным моментом является использование надежного и простого метода продолжения по параметру (метод продолжения Келлера [51]). В рамках этого метода, если известна одна фазовая траектория, может быть построена другая траектория, близкая к исходной, с заранее заданным значением «расстояния» между ними. Для вновь построенной траектории значение некоторого заданного параметра уравнения отличается от такового для исходной траектории. В принципе, все параметры, скорость стенки  $v, D/D_c$  или  $\overline{\nu}$  могут быть использованы в качестве этого варьируемого параметра.

В качестве отправной точки можно использовать неподвижное решение с известной структурой, а в качестве варьируемого параметра — скорость стенки. При этом можно построить все многообразие ДС с различными скоростями при заданных значениях констант  $D/D_c$  или  $\overline{\nu}$ . Применение этого подхода привело к достаточно интересному результату. Получилось, что если в качестве начальной точки выбиралась неподвижная ДС с минимальной энергией, то при определенных значениях  $D < D_{bif}$ , где  $D_{bif} = D_{bif}(\overline{\nu})$  — некоторое характерное значение, программа находит ДС с монотонным поведением  $l_z(\xi)$  (далее для краткости будем называть их монотонными ДС), энергии которых описываются замкнутыми кривыми такого типа, как приведены выше на рис. 1. Если же  $D > D_{bif}$ , то при выходе из той же начальной точки при изменении ско-



Рис. 3. Зависимости E(v) для ФиМ с  $\overline{\nu} = 1.1$  при различных значениях константы ВДМ вблизи бифуркацонного значения  $D_{bif} = 0.94814D_c$ :  $a - D = 0.945D_c < D_{bif}$  (нижняя и верхняя ветви соответствуют монотонным и немонотонным ДС); b -при  $D = 0.95D_c > D_{bif}$  происходит перезамыкание кривых; c -обе кривые E(v) при указанных двух значениях параметра D вблизи предельной скорости

рости непрерывно возникают ДС с немонотонным поведением зависимости  $l_z(\xi)$  (немонотонные ДС). Структуры всех этих стенок представлены на рис. 2. При этом зависимость E(v) описывается замкнутой кривой, но в рамках одной такой кривой нижняя и верхняя ветви соответствуют монотонным и немонотонным ДС.

Отметим, что при немного меньшем значении  $D/D_{c} = 0.945$  поведение кривой E(v) и характер стенок абсолютно иные. Вся нижняя кривая отвечает монотонным стенкам и, как видно из рис. 1, качественно описывается «ферромагнитным» приближением  $\varphi = \text{const.}$  Таким образом, получается, что при незначительном изменении скорости характер кривых изменяется качественно, и в системе имеет место бифуркация решений. Характер этой бифуркации становится понятным, если включить в рассмотрение и немонотонные ДС, энергия которых при  $D < D_{bif}$  определяется отдельной замкнутой кривой (рис. 3*a*). Вдали от бифуркации эти кривые находятся достаточно далеко друг от друга, энергия немонотонных стенок существенно выше, и их можно не рассматривать. Однако при увеличении D в области  $D < D_{bif}$  нижняя кривая поднимается, а верхняя, отвечающая немонотонным ДС, опускается; при этом кривые сближаются друг с другом, образуя характерные выступы, направленные вверх и вниз, как на рис. За.

При дальнейшем движении к точке бифуркации происходит следующее: кривые E(v) движутся навстречу друг другу, при бифуркационном значении они касаются друг друга, а далее кривые расщепляются, и их ветви перезамыкаются так, что верхняя и нижняя ветви для обеих функций меняются местами, см. рис. 3b и более детально рис. 3c. В результате появляются две новые непрерывные кривые E(v), для каждой из которых присутствуют как монотонные, так и немонотонные ДС.



**Рис. 4.** Связь между значениями  $D_{bif}/D_c$  и  $\overline{\nu}$ , найденная численно. На вставке приведена эта же зависимость для более широкой области параметров

Анализ показал, что наличие такого бифуркационного поведения является общим свойством кирального ФиМ, и оно присутствует при всех допустимых значениях приведенной константы ВДМ  $D/D_c$ . Однако для наблюдения эффекта бифуркации при малых значениях  $D/D_c$  ФиМ должен быть достаточно близко к точке компенсации спина (рис. 4). Фактически, при всех  $D \leq D_c$  эффекты бифуркации проявляются только в узкой окрестности точки компенсации,  $\overline{\nu} < 1.2$ . Однако при переходе в область метастабильности однородного состояния  $D > D_c$  характерное значение  $\overline{\nu}$  быстро растет.

Численный расчет проведен для значений  $D_{bif}/D_c > 0.118$ ; при меньших  $D_{bif}/D_c$  значение  $\overline{\nu}$  мало, предельная скорость v очень близка к c,



Рис. 5. Зависмости E(v) для ФиМ с  $\overline{\nu} = 0.17$  при различных значениях константы ВДМ вблизи бифуркационного значения  $D_{bif} = 0.18302D_c$ ; слева — зависимости при  $D = 0.18D_c < D_{bif}$  (жирные линии) и при  $D = 0.19D_c > D_{bif}$  (тонкие линии); справа — детали поведения кривых вблизи точки пересечения

гироскопические слагаемые в уравнениях ( ref23040-eq7) за счет «релятивистского» множителя  $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$  сильно возрастают и программа работает нестабильно (штриховая линия на рис. 4 линейная интерполяция в эту область). На вставке к рис. 4 также приведены данные для более широкой области параметров, до значений  $\overline{\nu} = 5$ , включающей область метастабильности однородного состояния  $D_{bif} > D_c$ .

При малых значениях  $D/D_c$  характер бифуркации качественно такой же, как и для рассмотренного выше случая  $D < D_c$ , но значения скорости в точке бифуркации близки к c, а энергии стенок в районе бифуркации высокие (рис. 5).

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ структуры и свойств ДС в киральных ФиМ продемонстрировал более сложное поведение, чем для рассмотренных ранее многими авторами киральных ФМ [26–28, 39] или ФиМ без киральных вкладов в энергию [22, 23]. Для ДС в киральных ФиМ может иметь место «перемешивание» стандартных ДС и ДС с немонотонным поведением l<sub>z</sub>-проекции спиновой плотности в пределах одной кривой зависимости E = E(v). Появление этого эффекта имеет характер бифуркации и появляется при переходе через характерные значения  $D = D_{bif}(\nu)$ или  $\overline{\nu} = \overline{\nu}_{bif}(D)$ . При значениях параметров на плоскости  $(\overline{\nu}, D)$  в области ниже бифуркационной кривой (см. рис. 4) зависимость E = E(v) представлена двумя замкнутыми кривыми, нижняя кривая соответствует ДС с монотонным поведением  $l_z(\xi)$ , верхняя кривая — ДС с немонотонным поведением  $l_z(\xi)$ . Выше кривой, т.е. при  $D > D_c$  или, эквивалентно, при  $\overline{\nu} < \overline{\nu}_{bif}(D)$ , каждой из этих двух кривых соответствуют ДС и с монотонным, и с немонотонным поведением.

**Благодарности.** Автор благодарит Б. А. Иванова и Л. М. Лермана за сотрудничество и плодотворные обсуждения.

**Финансирование.** Работа поддержана Российским научным фондом (грант 22-11-00027).

## ЛИТЕРАТУРА

- D. Atkinson, D. A. Allwood, G. Xiong et al., Nature Mater. 2, 85 (2003).
- A. Yamaguchi, T. Ono, S. Nasu et al., Phys. Rev. Lett. 92, 077205 (2004).
- M. Hayashi, L. Thomas, R. Moriya et al., Science, 320, 209 (2008).
- A. Hoffmann and S. D. Bader, Phys. Rev. Appl. 4, 047001 (2015).
- G. Tatara and H. Kohno, Phys. Rev. Lett. 92, 086601 (2004).
- A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, Eur. Phys. Lett. 69, 990 (2005).
- O. A. Tretiakov, D. Clarke, G.-W. Chern et al., Phys. Rev. Lett. 100, 127204 (2008).

- A. V. Khvalkovskiy, V. Cros, D. Apalkov et al., Phys. Rev. B 87, 020402 (2013).
- S. S. P. Parkin and S.-H. Yang, Nature Nanotechnol. 10, 195 (2015).
- 10. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, Physica D 3, 363 (1981).
- A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, Phys. Rep. **194**, 117 (1990).
- А.Б. Борисов, В.В. Киселев, Нелинейные волны, солитоны и локализованные структуры в магнетиках, в двух томах, УроРАН, Екатеринбург (2009).
- М. В. Четкин, Де Ла Кампа, Письма в ЖЭТФ 27, 168 (1978).
- 14. А.Л. Звездин, Письма в ЖЭТФ 29, 605 (1979).
- В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ 75, 2183 (1978).
- В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ 78, 1509 (1980).
- 17. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, М. В. Четкин, УФН
  146, 417 (1985).
- A. P. Malozemoff and J. C. Slonczewski, Magnetic Domain Walls in Bubble Materials, Acad. Press, New York (1981).
- K.-J. Kim, S. K. Kim, Y. Hirata et al., Nature Mater. 16, 1187 (2017).
- 20. M. V. Logunov, S. S. Safonov, A. S. Fedorov et al., Phys. Rev. Appl. 15, 064024 (2021).
- L. Caretta, M. Mann, F. Buttner et al., Nature Nanotechnol. 13, 1154 (2018).
- 22. Е.Г. Галкина, К.Э. Заспел, Б.А. Иванов и др., Письма в ЖЭТФ 110, 474 (2019)
- 23. B. A. Ivanov, E. G. Galkina, V. E. Kireev et al., Low Temp. Phys. 46, 841 (2020).
- 24. A. K. Zvezdin, Z. V. Gareeva, K. A. Zvezdin, J. Magn. Magn. Mater. 509, 166876 (2020).
- 25. B. A. Ivanov, Low Temp. Phys. 45, 935 (2019).
- A. Thiaville, S. Rohart, E. Jue et al., Europhys. Lett. 100, 57002 (2012).
- 27. V. V. Slastikov, C. B. Muratov, J. M. Robbins et al., Phys. Rev. B 99, 100403(R) (2019).
- 28. V. P. Kravchuk, J. Magn. Magn. Mater. 367, 9 (2014).

- 29. E. G. Galkina and B. A. Ivanov, Low Temp. Phys. 44, 618 (2018).
- 30. A. B. Borisov, V. V. Kiseliev, and G. G. Talutz, Sol. St. Comm. 44, 411 (1982).
- **31**. Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ **84**, 370 (1983).
- 32. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, Письма в ЖЭТФ 61, 495 (1995).
- 33. V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi et al., Rev. Mod. Phys. 90, 015005 (2018).
- 34. A. Kirilyuk, A. V. Kimel, and Th. Rasing, Rev. Mod. Phys. 82, 2731 (2010).
- 35. B. A. Ivanov, Low Temp. Phys. 40, 91 (2014).
- S. Komineas and N. Papanicolaou, SciPost Phys. 8, 086 (2020).
- 37. C. E. Zaspel, E. G. Galkina, and B. A. Ivanov, Phys. Rev. Appl. 12, 044019 (2019).
- 38. I. Lisenkov, R. Khymyn, J. Akerman et al., Phys. Rev. B 100, 100409(R) (2019).
- 39. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, Н.Е. Кулагин и др., ЖЭТФ 159, 671 (2021).
- 40. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, Письма в ЖЭТФ 25, 516 (1977).
- 41. L. M. Lerman, Selecta Math. Sov. 12, 333 (1993).
- **42**. Л. М. Лерман, Письма в ЖЭТФ **51**, 336 (1990).
- **43**. Л. М. Лерман, Я. Л. Уманский, ПММ **47**, 395 (1983).
- 44. E. Schlomann, Appl. Phys. Lett. 19, 274 (1971).
- **45**. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, Письма в ЖЭТФ **27**, 226 (1978).
- 46. В. М. Елеонский, Н. Н. Кирова, Н. Е. Кулагин, ЖЭТФ 75, 2210 (1978).
- 47. В. М. Елеонский, Н. Н. Кирова, Н. Е. Кулагин, ЖЭТФ 77, 409 (1979).
- **48**. Б. А. Иванов, Н. Е. Кулагин, ЖЭТФ **112**, 953 (1997).
- 49. Н. Е. Кулагин, А. Ф. Попков, Письма в ЖЭТФ 43, 197 (1986).
- 50. L.R. Walker, in *Magnetism*, ed. by G.T. Rado and H. Suhl, Pergamon, New York (1963), Vol. 3, p. 451.
- 51. T.F.C. Chan and H.B. Keller, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 3, 173 (1982).