ЖЭТФ, 2022, том 162, вып. 3 (9), стр. 322–330

АСИММЕТРИЧНЫЙ ЭФФЕКТ БОРМАНА В ПАССИВНОМ PT-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

В. А. Бушуев[*], *Б. И. Манцызов*[**]

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 апреля 2022 г.,
после переработки 25 мая 2022 г.
Принята к публикации 25 мая 2022 г.

Аналитическим спектральным методом решена граничная задача динамической брэгговской дифракции оптического излучения в геометрии Лауэ в одномерном пассивном PT-симметричном фотонном кристалле (ФК). Показано, что эффект Бормана, или аномально высокая прозрачность кристалла при выполнении брэгговского условия, в пассивном PT-симметричном ФК имеет ряд особенностей, которые объясняются наличием особой точки спонтанного распада PT-симметричных компонент мод излучения. Так, при эффекте Бормана увеличивается амплитуда дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. Это наблюдается в окрестности особой точки выше порогового значения параметра поглощения при положительном брэгговском угле падения излучения на кристалл. Имеет место также асимметрия эффекта Бормана в пассивном PT-симметричном ФК: амплитуда дифрагированной волны меняется при смене знака угла Брэгга — увеличивается в случае отрицательного угла падения.

DOI: 10.31857/S0044451022090048
EDN: EKDNPV

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие концепция PT-симметрии (parity-time symmetry), предложенная впервые в квантовой механике для неэрмитовых систем [1–3], вызывает большой интерес в оптике неконсервативных сред, в которых оптические свойства характеризуются PT-симметрией [4–7]. Диэлектрическая проницаемость в таких средах с усилением и поглощением описывается PT-симметричной комплексной функцией координаты $\varepsilon(x) = \varepsilon^*(-x)$, где действительная часть $\mathrm{Re}\,\varepsilon(x)$ является четной функцией, а мнимая часть, описывающая усиление и поглощение среды, — нечетной функцией. Теоретически и экспериментально было показано, что в PT-симметричных средах с усилением и поглощением могут распространяться стационарные волны с действительными волновыми векторами и постоянными амплитудами — PT-симметричные моды [8–11]. Важной характерной особенностью PT-симметричных систем является наличие особой точки (ОТ) спонтанного распада PT-симметричного состояния, когда при определенном значении параметра усиления и поглощения происходит переход к PT-несимметричным модам, которые при распространении в среде испытывают усиление и поглощение [5, 12, 13]. При условии спектральной сингулярности [14, 15] наблюдался лазерный эффект и идеальное когерентное поглощение [16–18]. В периодических PT-симметричных средах, или фотонных кристаллах (ФК), исследовались PT-симметричные эффекты, связанные с трансляционной симметрией структуры. Прежде всего — это блоховские осцилляции [19,20] и эффект однонаправленного усиленного брэгговского отражения, или однонаправленной невидимости, в особой точке спонтанного распада PT-симметричной моды для пучков [21–25] и импульсов [26–29].

Особый интерес представляют пассивные PT-симметричные системы [12,30,31], в которых диэлектрическая проницаемость является суперпозицией PT-симметричной функции и постоянной мнимой величины, описывающей дополнительное поглощение. В таких средах существует только поглощение, а усиление отсутствует. Однако при этом сохраняется наиболее важная и интересная особенность PT-симметрии — наличие ОТ. Отсюда следует

[*] E-mail: vabushuev@yandex.ru
[**] E-mail: bmantsyzov@gmail.com

и возможность наблюдения PT-симметричных оптических эффектов, причем условия для эксперимента существенно упрощаются из-за отсутствия необходимости создания усиления в среде. Так, именно в пассивных PT-симметричных средах наблюдались спонтанный распад PT-симметричных мод [12], однонаправленное отражение [23] и асимметричная дифракция на решетке [32].

В традиционных пассивных периодических структурах, т. е. в обычных поглощающих кристаллах, хорошо известен эффект Бормана, или эффект аномально слабого поглощения рентгеновского излучения при динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ (на прохождение) [33]. Суть эффекта заключается в том, что при падении излучения под углом Брэгга в совершенном кристалле распространяются две собственные моды — бормановская и антибормановская. Поле последней моды локализовано преимущественно в областях с большой электронной плотностью, и поэтому оно быстро поглощается, а поле другой моды локализовано в межатомных плоскостях с малой электронной плотностью и поглощается слабо. Оптический эффект Бормана [34] наблюдался и в обычных поглощающих ФК [35], тогда как в пассивных PT-симметричных ФК он ещё не исследовался.

В настоящей работе теоретически рассмотрены оптические эффекты, возникающие при распространении излучения в одномерном пассивном PT-симметричном ФК в условиях динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ. С помощью спектрального метода показано, что для оптического пучка в пассивном PT-симметричном ФК вблизи ОТ наблюдается асимметричный эффект Бормана. Обсуждаются основные особенности эффекта по сравнению со случаем обыкновенного поглощающего ФК. Показано, что из-за наличия ОТ в пассивном PT-симметричном ФК в эффекте Бормана наблюдается увеличение пропускания в направлении дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. При этом пропускание увеличивается при положительном угле падения и уменьшается в случае отрицательного угла. Подобное асимметричное усиление эффекта Бормана имеет место и в диспергирующей среде, несмотря на нарушение строгих условий ОТ и PT-симметрии в случае отстройки частоты излучения от резонансного брэгговского значения или при изменении угла падения. Это происходит при выполнении описанного в работах [26–29] условия широкополосной ОТ, когда спектральная область селективного брэгговского отражения существенно уже, чем ширина линии неоднородного уширения в резонансной среде.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА В ПАССИВНОМ КВАЗИ-PT-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим взаимодействие s-поляризованного оптического пучка

$$E_{in}(\mathbf{r},t) = A_{in}(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r} - i\omega t) \qquad (1)$$

с медленно изменяющейся гауссовской амплитудой (на поверхности кристалла $z=0$)

$$A_{in}(x,0) = A\exp\left[-(x\cos\theta/r_0)^2\right] \qquad (2)$$

с пассивным, т. е. поглощающим, PT-симметричным одномерным ФК при условии брэгговской дифракции в геометрии Лауэ (рис. 1). Здесь θ — угол падения излучения на поверхность $z=0$, $\mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0z})$ — центральный волновой вектор в вакууме, $k_{0x} = k\sin\theta$, $k_{0z} = k\cos\theta$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, ω — частота пучка, c и λ — соответственно скорость света и длина волны в вакууме, r_0 — поперечная ширина падающего пучка.

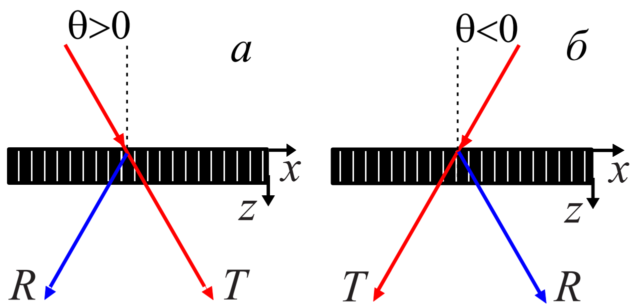

Рис. 1. Схематическое представление двух случаев падения излучения на ФК: (*а*) $\theta > 0$ и (*б*) $\theta < 0$; T и R — соответственно прямой проходящий и дифрагированный пучки

Диэлектрическая проницаемость структуры с учетом материальной частотной дисперсии задается следующим образом:

$$\varepsilon(x,\omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon'\cos(hx) + \varepsilon_{res}(x,\omega), \qquad (3)$$

где $h = 2\pi/d$ — модуль вектора обратной решетки $\mathbf{h}$, который направлен вдоль оси x, d — период решетки. Первые два слагаемых $\varepsilon_0 + \varepsilon'\cos(hx) > 1$ в выражении (3) описывают периодически модулированную четную функцию действительной части диэлектрической проницаемости, которая задается прозрачной диэлектрической средой с пренебрежимо малой материальной дисперсией, $\varepsilon' > 0$. Третье комплексное слагаемое в (3) соответствует вкладу в диэлектрическую проницаемость резонансных двухуровневых осцилляторов:

$$\varepsilon_{res}(x,\omega) = \tilde{\varepsilon}(\omega)\big[1+\sin(hx)\big], \tag{4}$$

где величина $\tilde{\varepsilon}$ для квантовых двухуровневых осцилляторов в приближении некогерентного взаимодействия определяется следующей комплексной функцией [36]:

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0-\omega_0')}{(\omega-\omega_0')+i/T_2}\, d(\omega-\omega_0') = \tilde{\varepsilon}'(\omega) + i\tilde{\varepsilon}''(\omega). \tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}'(\omega) &\equiv \mathrm{Re}\,\tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega_0'-\omega)g(\omega_0-\omega_0')}{(\omega_0'-\omega)^2+(\gamma_2/2)^2}\, d\omega_0',\\ \tilde{\varepsilon}''(\omega) &\equiv \mathrm{Im}\,\tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(\gamma_2/2)g(\omega_0-\omega_0')}{(\omega_0'-\omega)^2+(\gamma_2/2)^2}\, d\omega_0',\end{aligned} \tag{6}$$

$\beta = 4\pi(-w)N_0\mu^2/\hbar$, N_0 — средняя концентрация резонансных атомов, μ — величина дипольного момента перехода атома, $w = -1$ — инверсия невозбужденных резонансных атомов, $\omega - \omega_0'$ — отклонение частоты падающего излучения ω от частоты резонансных атомов ω_0', $g(\omega_0 - \omega_0')$ — функция неоднородного уширения спектральной линии с характерной шириной γ_2^*, ω_0 — центральная частота резонанса, $\gamma_2 = 2/T_2$ — ширина однородно уширенной спектральной линии, T_2 — время поперечной однородной релаксации дипольного момента. Функция $1 + \sin(hx)$ в (4) задает пространственно-периодическое распределение концентрации $N_0[1+\sin(hx)]$ невозбужденных резонансных атомов. Формулы (5) и (6) являются квантовым аналогом формулы Лоренца–Лоренца для классического резонансного диполя. С учетом (4) формулу (3) перепишем в виде

$$\varepsilon(x,\omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon'\cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega)\big[1+\sin(hx)\big]. \tag{7}$$

Мнимая часть функции $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ в (4) и (7) задает величину поглощения излучения в среде. Условия $\tilde{\varepsilon}''(\omega) > 0$ и $1+\sin(hx) > 0$ в (7) означают, что среда является пассивной, т. е. только поглощающей, усиление в среде отсутствует. С другой стороны, диэлектрическую проницаемость (7) можно записать в виде суперпозиции пространственно-однородной функции

$$\tilde{\tilde{\varepsilon}}_0(\omega) = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(\omega)$$

и двух периодических функций, которые являются квази-PT-симметричной частью функции $\varepsilon(x,\omega)$ (3) в случае неоднородно уширенной резонансной спектральной линии [26, 27]:

$$\varepsilon(x,\omega) = \tilde{\tilde{\varepsilon}}_0(\omega) + \varepsilon'\cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega)\sin(hx), \tag{8}$$

или, иначе, —

$$\varepsilon(x,\omega) = \tilde{\tilde{\varepsilon}}_0(\omega) + \varepsilon_1(\omega)e^{-ihx} + \varepsilon_{-1}(\omega)e^{ihx},$$

где

$$\varepsilon_1(\omega) = \frac{1}{2}\left[\varepsilon' + i\tilde{\varepsilon}(\omega)\right], \quad \varepsilon_{-1}(\omega) = \frac{1}{2}\left[\varepsilon' - i\tilde{\varepsilon}(\omega)\right] \tag{9}$$

— коэффициенты Фурье.

Величина поля в пучке

$$E(\mathbf{r},t) = E(x,z)\exp(-i\omega t)$$

в диспергирующей среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\Delta E(x,z) + k^2\varepsilon(x,\omega)E(x,z) = 0, \tag{10}$$

где $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа.

В периодической среде вблизи условия Брэгга $2k\sin\theta_B = sh$, где θ_B — угол Брэгга, имеет место двухволновое приближение брэгговской дифракции [34]. Тогда поле в среде может быть представлено в виде суммы двух сильно связанных волн — прямой проходящей, $E_0(x,z)$, и дифракционно отраженной, $E_h(x,z)$, волн:

$$E(x,z) = E_0(x,z) + E_h(x,z), \tag{11}$$

где

$$E_g(x,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} A_g(K)\exp[i(q_{0x} - sg)x + iq_{0z}z]\, dK. \tag{12}$$

Здесь $g = 0, h$; $s = 1$, если $\theta > 0$, и $s = -1$, если $\theta < 0$ (рис. 1), $K = k_x - k_{0x}$, $A_0(K)$ и $A_h(K)$ — комплексные амплитуды спектральных компонент прямой проходящей и дифрагированной волн соответственно. Благодаря сохранению тангенциальных компонент волновых векторов на границе $z = 0$, x-проекция волновых векторов прямых проходящих волн в среде запишется в виде $q_{0x}(K) = k_x = k_{0x} + K$.

Из требования существования нетривиальных решений для полей (11), после их подстановки в уравнение (10), получим следующие дисперсионные уравнения для z-проекций волновых векторов прямой и дифрагированной волн двух собственных мод, так называемых бормановской, $q_{0z}^{(1)}$, и антибормановской, $q_{0z}^{(2)}$, мод в пассивном квази-PT-симметричном ФК:

$$q_{0z}^{(1,2)} = k\big[\tilde{\varepsilon}_0 - (q_{0x}/k)^2 + \alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_1\varepsilon_{-1})^{1/2}\big]^{1/2}, \quad (13)$$

где параметр

$$\alpha_s = \frac{(sq_{0x} - h/2)h}{k^2} \quad (14)$$

определяет степень отклонения от точного условия Брэгга $q_{0x} = sh/2$. Из (13) и (9) следует, что в случае точного резонанса $\omega = \omega_0$ и брэгговского условия $\alpha_s = 0$ величина

$$(\varepsilon_1\varepsilon_{-1})^{1/2} = \frac{1}{2}\,(\varepsilon'^2 - \tilde{\varepsilon}''^2)^{1/2}$$

определяет точку бифуркации $\tilde{\varepsilon}'' = \varepsilon'$ мнимой части (13) (см. ниже рис. 4a), или ОТ нарушения PT-симметрии в пассивных PT-симметричных ФК.

Из условий непрерывности x-проекций векторов электрического и магнитного полей на границе $z = 0$ несложно при условии слабого френелевского отражения получить амплитуды полей прямой и дифрагированной волн бормановской ($j = 1$) и антибормановской ($j = 2$) мод:

$$\begin{aligned} A_{0j}(K) &= \mp\frac{r_{2,1}}{r_1 - r_2}\,A_{in}(K), \\ A_{hj}(K) &= r_j A_{0j}(K). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$A_{in}(K) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} A_{in}(x,0)\exp(-iKx)\,dx$$

— преобразование Фурье амплитуды падающего пучка $A_{in}(x,0)$ (2),

$$r_j = \frac{\alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_1\varepsilon_{-1})^{1/2}}{\varepsilon_{-s}}$$

— парциальные амплитудные коэффициенты дифракционного отражения волн.

Из (15) несложно получить выражения для амплитуд полей A_{gj} в зависимости от знака s угла падения θ на границу $z = 0$. Амплитуды дифрагированных волн запишутся в виде

$$A_{h2}(K) = -A_{h1}(K) = \frac{\varepsilon_s}{2(\alpha_s^2 + \varepsilon_1\varepsilon_{-1})^{1/2}}A_{in}(K). \quad (16)$$

Полное поле пучка в каждой точке ФК в любой момент времени задается следующим выражением:

$$E(x,z,t) = [A_0(x,z) + A_h(x,z)e^{-ishx}]e^{ik_{0x}x - i\omega t}, \quad (17)$$

где

$$A_g(x,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}(A_{g1}e^{iq_{0z}^{(1)}z} + A_{g2}e^{iq_{0z}^{(2)}z})e^{iKx}\,dK, \quad (18)$$

$g = 0, h$, а амплитуды A_{gj} определяются из формул (15).

Из выражений (17) и (18) с учетом (15) несложно получить выражения для спектров прямого пропускания и дифракционного отражения на выходной границе $z = L$ ФК для падающих монохроматических пучков, т. е. модулей коэффициентов прохождения

$$T(\omega) = \left|\frac{A_0(L,\omega)}{A_{in}}\right| = \left|\frac{A_{01}(\omega)e^{iq_{0z}^{(1)}L} + A_{02}(\omega)e^{iq_{0z}^{(2)}L}}{A_{in}}\right| \quad (19)$$

и дифракционного отражения

$$R^{\pm}(\omega) = \left|\frac{A_h^{\pm}(L,\omega)}{A_{in}}\right| = \left|\frac{A_{h1}^{\pm}(\omega)e^{iq_{0z}^{(1)}L} + A_{h2}^{\pm}(\omega)e^{iq_{0z}^{(2)}L}}{A_{in}}\right|. \quad (20)$$

Здесь верхние индексы «±» соответствуют положительному и отрицательному знакам угла падения θ соответственно. Следует отметить, что величина коэффициента прохождения (19) не зависит от знака угла падения: $T(\omega) \equiv T^+(\omega) = T^-(\omega)$.

3. ЭФФЕКТ БОРМАНА В ПАССИВНОМ PT-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Эффект Бормана есть аномально слабое поглощение излучения вблизи точного выполнения брэгговского условия при динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ [37]. В традиционном поглощающем ФК, где пространственно-неоднородные распределения действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости описываются одинаковыми функциями, например, $\cos(hx)$:

$$\varepsilon(x,\omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon'\cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega)\big[1 + \cos(hx)\big], \quad (21)$$

эффект Бормана объясняется слабым поглощением бормановской моды, поле которой локализуется преимущественно в областях с малым поглощением. В этом случае проходящее излучение уменьшается с увеличением поглощения, а также наблюдается симметрия эффекта Бормана при смене знака угла падения θ [37].

Рассмотрим эффект Бормана в пассивном PT-симметричном ФК. Покажем, что, в отличие от традиционного поглощающего ФК, в пассивной PT-симметричной структуре, во-первых, наблюдается асимметрия эффекта Бормана при смене знака угла падения и, во-вторых, амплитуда дифрагированного поля растет при увеличении резонансного поглощения среды в случае положительного угла падения.

В качестве характеристики величины поглощения в среде введем такой параметр, как $\sigma = \tilde{\varepsilon}''(\omega_0)/\varepsilon'$, т. е. отношение максимума мнимой части резонансной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ в (8) к величине ε', которая характеризует глубину периодической модуляции действительной части $\varepsilon(x,\omega)$. Тогда условие ОТ запишется как $\sigma = 1$. На рис. 2 представлены графики зависимостей коэффициентов дифракционного отражения $R^{\pm}$ (20) и прохождения T (19) в центре пучка от отстройки $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ угла падения от точного брэгговского угла при различных знаках угла θ и значениях параметра поглощения σ. Как видно из рис. 2*а*, при положительном угле $\theta > 0$ максимумы полей прямой и дифрагированной волн, T и R^+, соответствуют точному выполнению условия Брэгга $\Delta\theta = 0$, а коэффициент дифракционного отражения R^+ при $\sigma = 1.1$ (кривая *1*) меньше величины R^+ при $\sigma = 2.0$ (кривая *2*). Таким образом, в эффекте Бормана в пассивном PT-симметричном ФК при $\theta > 0$ наблюдается увеличение амплитуды поля дифрагированной волны при увеличении параметра поглощения среды σ. Ниже будет показано, что эта закономерность появляется в окрестности ОТ при $\sigma \geqslant 1$. Кроме того, графики на рис. 2 демонстрируют асимметрию эффекта Бормана по отношению к смене знака угла падения. Смена знака угла ($\theta > 0$ на $\theta < 0$) приводит к увеличению дифракционного отражения, $R^- > R^+$, что четко видно из сравнения кривых *1* и *2* для R^- на рис. 2*б* с одноименными кривыми для R^+ на рис. 2*а*. Кроме того, величина R^- уменьшается с ростом параметра поглощения σ (см. кривые *1* и *2* на рис. 2*б*), подобно случаю традиционного поглощающего ФК. Из рис. 2 также видно, что модуль амплитуды проходящего поля T не зависит от знака угла падения и уменьшается с увеличением параметра поглощения σ (кривые *3* и *4*).

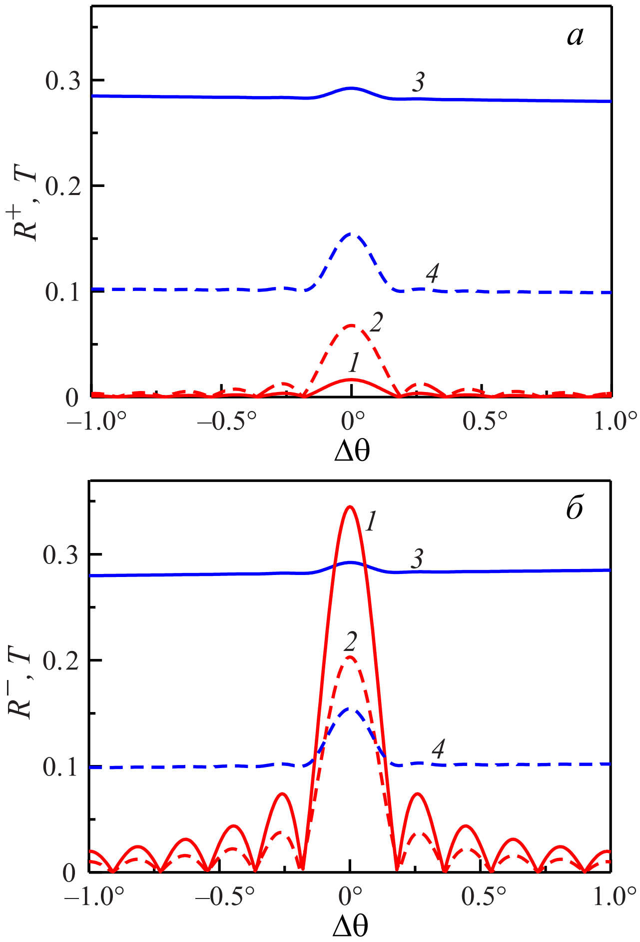

Рис. 2. *а*) Угловые зависимости при $\theta > 0$ коэффициентов дифракционного отражения R^+ при $\sigma = 1.1$ (кривая *1*) и $\sigma = 2.0$ (кривая *2*) и прохождения T при $\sigma = 1.1$ (кривая *3*) и $\sigma = 2.0$ (кривая *4*) от отстройки $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ угла падения от брэгговского значения. *б*) Зависимости $R^-(\Delta\theta)$ (кривые *1* и *2*) и $T(\Delta\theta)$ (кривые *3* и *4*) при $\theta < 0$. Параметры поглощения: $\sigma = 1.1$ (кривые *1* и *3*) и $\sigma = 2.0$ (кривые *2* и *4*). Толщина ФК $L = 0.26$ мм, $\lambda = 0.8$ мкм, $\omega = \omega_0$, $d = 0.8$ мкм, $\theta_B = 30°$, $\varepsilon_0 = 1.3$, $\varepsilon' = 0.001$, $r_0 = 200$ мкм

Расчеты пространственного распределения амплитуд полей в ФК (18) при используемых ниже параметрах излучения и фотонного кристалла показывают, что для анализа и выявления основных особенностей распространения и дифракции пучка можно ограничиться рассмотрением плосковолнового случая при поперечном размере падающего пучка $r_0 \geqslant (2 \div 3)L \sin\theta_B$.

Известно [38], что в случае значительной частотной дисперсии, условие PT-симметрии нарушается при отстройке $\Omega = \omega - \omega_0$ частоты излучения ω от точного значения резонансной частоты ω_0. Поэтому важно ответить на вопрос: сохранятся ли особенности эффекта Бормана в пассивной PT-симметричной среде, описанные выше, в частотных спектрах отражения $R^{\mp}(\Omega)$ (20) и прохождения $T(\Omega)$ (19)? Из рис. 3 видно, что основные закономерности эффекта Бормана сохраняются при выполнении условия широкополосной ОТ [26, 29], когда ширина брэгговской кривой отражения $\Delta\Omega$ существенно меньше ширины линии неоднородного уширения: $\Delta\Omega/\gamma_2^* \ll 1$.

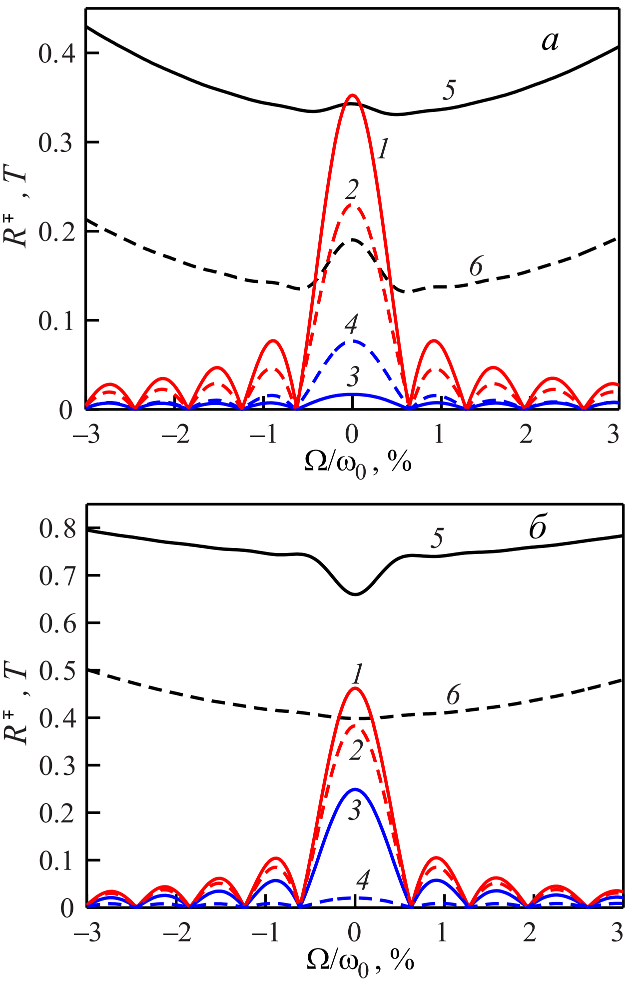

Рис. 3. *а*) Спектры отражения $R^-(\Omega)$ при $\sigma > 1$: $\sigma = 1.1$ и 2.0 (кривые *1* и *2*), $R^+(\Omega)$ при $\sigma = 1.1$ и 2.0 (кривые *3* и *4*), и прохождения $T(\Omega)$ при $\sigma = 1.1$ и $\sigma = 2.0$ (кривые *5* и *6*) при различных знаках угла θ_B. *б*) Спектры отражения $R^-(\Omega)$ при $\sigma < 1 : \sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые *1* и *2*), $R^+(\Omega)$ при $\sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые *3* и *4*), и прохождения $T(\Omega)$ при $\sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые *5* и *6*) при различных знаках угла θ_B. Расчеты выполнены в условиях широкополосной ОТ: $\gamma_2/\omega_0 = 0.005$, $\gamma_2^*/\omega_0 = 0.1 \gg \Delta\Omega/\omega_0$. Форма линии $g(\omega_0 - \omega_0')$ — гауссова. Остальные параметры такие же, как в подписи к рис. 2

Действительно, выше ОТ спонтанного распада PT-симметричных мод, $\sigma > 1$, рис. 3*а*, наблюдается асимметрия спектра отражения $R^{\mp}(\Omega)$ при смене знака угла падения: $R^-(\Omega) > R^+(\Omega)$ — кривые *1*, *2* для $R^-(\Omega)$ и *3*, *4* для $R^+(\Omega)$. Также в случае $\theta > 0$ наблюдается увеличение коэффициента дифракционного отражения при усилении поглощения σ: $R^+(\sigma = 1.1) < R^+(\sigma = 2)$ (кривые *3* и *4*). В области существования PT-симметричных мод, т. е. ниже ОТ при $\sigma < 1$, рис. 3*б*, величины $R^{\mp}(\Omega)$ всегда, т. е. при любом знаке угла θ, уменьшаются с увеличением поглощения σ (кривые *1*, *2* и *3*, *4*). Независимо от знака угла падения коэффициенты прохождения $T(\Omega)$ уменьшаются при увеличении поглощения σ в обоих случаях — как выше (рис. 3*а*), так и ниже (рис. 3*б*) ОТ (кривые *5* и *6*). Особенность хода кривой *5* на рис. 3*б* — наличие минимума при точном выполнении условия Брэгга $\Omega = 0$ — связана с маятниковым эффектом [39], т. е. периодической перекачкой энергии прямых волн бормановской и антибормановской мод в дифрагированные волны и обратно по мере распространения излучения вдоль оси z. Маятниковый эффект существует ниже ОТ при $\sigma < 1$ из-за ортогональности бормановской и антибормановской мод, $\mathrm{Re}\, q_{0z}^{(1)} \neq \mathrm{Re}\, q_{0z}^{(2)}$ (13), и отсутствует выше ОТ при $\sigma > 1$.

4. УСИЛЕНИЕ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ ЗА СЧЕТ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ В ПАССИВНОМ PT-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Для наглядного объяснения полученных выше закономерностей в эффекте Бормана в пассивной PT-симметричной среде — асимметрии дифракционного отражения при смене знака угла падения и роста амплитуды дифрагированного поля при увеличении параметра поглощения среды — рассмотрим простой частный случай. Пусть в среде точно выполняются условие Брэгга $\alpha_s = 0$ и условие резонанса $\omega = \omega_0$, т. е. $\tilde{\varepsilon}'(\omega_0) = 0$ (см. (6)). Коэффициенты поглощения бормановской и антибормановской мод определяются мнимыми частями констант распространения $\mathrm{Im}\, q_{0z}^{(1,2)}$ (13). Тогда из (13) при $\sigma < 1$ получим, что

$$\mathrm{Im}\, q_{0z}^{(1,2)} = \frac{k}{2\gamma_0}\, \varepsilon' \sigma, \tag{22a}$$

а при $\sigma \geqslant 1$ —

$$\mathrm{Im}\, q_{0z}^{(1,2)} = \frac{k}{2\gamma_0} \varepsilon' \left[\sigma \mp \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 - 1} \right], \tag{22b}$$

где $\gamma_0^2 = \varepsilon_0 - (q_{0x}/k)^2$. Из графиков, построенных на основе этих формул на рис. 4*а*, видно, что в случае относительно слабого поглощения, $\sigma < 1$, величина $\operatorname{Im} q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ и, следовательно, поглощение среды линейно возрастают с увеличением σ. Проявление этого роста поглощения наблюдается также и в уменьшении коэффициентов отражения $R^{\mp}(\Omega)$ на графиках рис. 3*б* (кривые *1*, *2* и *3*, *4*). В особой точке $\sigma = 1$ происходит распад PT-симметричной части решения и бифуркация кривой $\operatorname{Im} q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ (рис. 4*а*). При $\sigma > 1$ бормановская мода поглощается слабее (кривая *1*), чем антибормановская (кривая *2*). Более того, в некотором интервале значений σ выше ОТ на кривой *1* для бормановской моды наблюдается минимум. Качественно различное поглощение бормановской и антибормановской мод совпадает с эффектом Бормана в обычном поглощающем ФК [34, 35] (см. рис. 4*б*, кривая *3*).

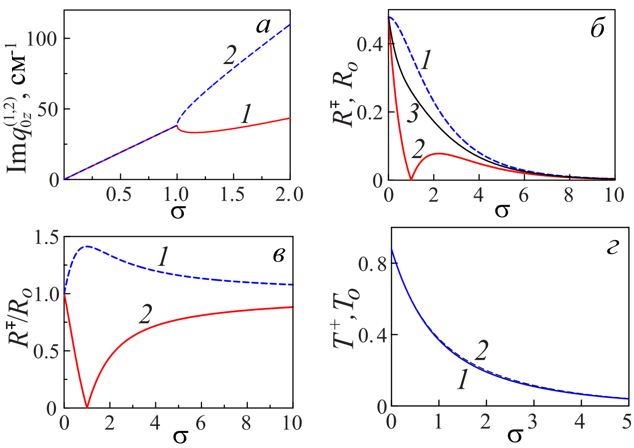

Рис. 4. *а*) Графики зависимостей $\operatorname{Im} q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ для бормановской (кривая *1*) и антибормановской (кривая *2*) мод. *б*) Зависимости коэффициентов дифракционного отражения при различных знаках угла падения излучения для пассивного PT-симметричного ФК $R^{\mp}(\sigma)$ (кривые *1* и *2*) и для традиционного ФК $R_o(\sigma)$ (кривая *3*) от параметра поглощения σ. *в*) Зависимости отношений коэффициентов отражения R^{-}/R_o (кривая *1*) и R^{+}/R_o (кривая *2*) от σ. *г*) Зависимости коэффициентов прохождения для пассивного PT-симметричного ФК $T^{+}(\sigma) = T^{-}(\sigma)$ (кривая *1*), а также для традиционного ФК $T_o(\sigma)$ (штриховая кривая *2*). Толщина ФК $L = L_{EP} = 0.26$ мм, остальные параметры такие же, как в подписи к рис. 2

Однако основной особенностью брэгговской дифракции в геометрии Лауэ в PT-симметричном ФК является асимметрия отклика среды при смене знака угла падения излучения на структуру [26, 27, 29]. Это приводит не только к асимметрии дифракционного отражения $R^{+} \neq R^{-}$, но и к увеличению коэффициента отражения $R^{+}(\sigma)$ при росте поглощения. Изменение амплитуд дифрагированных волн $A_{h1,2}$ при смене знака брэгговского угла θ_B происходит из-за изменения величины коэффициентов Фурье ε_s в (16) при $s = +1 \leftrightarrow -1$. В случае пассивного PT-симметричного ФК зависимости амплитуд дифрагированных волн $R^{+}(\sigma)$ и $R^{-}(\sigma)$ от параметра поглощения σ различаются. Действительно, из (16) следует, что при $\theta_B > 0$

$$A_{h1}^{+} = -A_{h2}^{+} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-\sigma}{1+\sigma}}, \tag{23}$$

а в случае $\theta_B < 0$

$$A_{h1}^{-} = -A_{h2}^{-} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+\sigma}{1-\sigma}}. \tag{24}$$

Здесь $A_{in} = 1$.

Как видно из (23), в особой точке спонтанного распада PT-симметричной части решения, т. е. при $\sigma = 1$, модули амплитуд $A_{h1,2}^{+}$ равны нулю и далее возрастают при увеличении поглощения $\sigma > 1$, т. е. выше порога ОТ. Поэтому можно ожидать, что и коэффициент дифракционного отражения R^{+} будет возрастать при увеличении поглощения σ в окрестности ОТ, что соответствует рис. 2*а* (кривые *1* и *2*) и рис. 3*а* (кривые *3* и *4*). Амплитуды $A_{h1,2}^{-}$ (24) стремятся к бесконечности в ОТ, но с различными знаками, а затем монотонно убывают. Из соотношений (17) и (18) прямое и дифрагированное поля $E_0(z,\sigma)$ и $E_h(z,\sigma)$ в (11) при $\theta_B > 0$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_0(z,\sigma) &= \frac{1}{2}\, e^{-\mu(\sigma)z}\left[e^{\beta(\sigma)z} + e^{-\beta(\sigma)z}\right], \\ E_h(z,\sigma) &= -\frac{i}{2}\sqrt{\frac{\sigma-1}{\sigma+1}}\, e^{-\mu(\sigma)z}\left[e^{\beta(\sigma)z} - e^{-\beta(\sigma)z}\right], \end{aligned} \tag{25}$$

где

$$\mu(\sigma) = \frac{k\varepsilon'\sigma}{2\gamma_0}, \quad \beta(\sigma) = \frac{k\varepsilon'\sqrt{\sigma^2-1}}{4\gamma_0},$$
$$\gamma_0 = \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2\theta_B}.$$

Коэффициент поглощения удобно представить в виде $\mu(\sigma) = L_{EP}^{-1}\sigma$, где $L_{EP} = 2\gamma_0/k\varepsilon'$ — толщина структуры, равная длине поглощения в ОТ $\sigma = 1$.

На рис. 4*б* представлены графики зависимостей коэффициентов дифракционного отражения $R^{\mp}(\sigma)$ от параметра поглощения σ для пассивного PT-симметричного ФК (кривые *1* и *2*), рассчитанные по формулам (20). Для сравнения представлен также график $R_o(\sigma)$ (кривая *3*) для традиционного поглощающего ФК с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(x,\omega)$ (21). Из (21) следует, что в соотношениях (13), (16), (19) и (20) коэффициенты Фурье $\varepsilon_{1,-1}$ имеют следующий вид: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{-1} = (\varepsilon'/2)(1 + i\sigma)$.

Из графиков на рис. 4*б* видно, что при отрицательном угле падения величина $R^{-}(\sigma)$ (кривая *1*) монотонно убывает с ростом поглощения аналогично случаю традиционного ФК (кривая *3*), что объясняет уменьшение $R^{-}(\sigma)$ с ростом σ на рис. 2*б* и 3*а*. Если же $\theta_B > 0$, то коэффициент дифракционного отражения $R^{+}(\sigma)$ (кривая *2*) возрастает при увеличении поглощения в области выше ОТ, $1 < \sigma < 2$. Аналогичные закономерности наблюдаются для кривых отражения при эффекте Бормана на рис. 2*а* (кривые *1* и *2*) и рис. 3*а* (кривые *3* и *4*). Видно, что ниже ОТ величина $R^{-}(\sigma)$ (кривая *1*) убывает медленнее, чем $R_o(\sigma)$ (кривая *3*).

Графики на рис. 4*в* показывают изменение относительных коэффициентов отражения $R^{\mp}/R_o$ в зависимости от поглощения σ. При $\theta_B > 0$ это отношение монотонно увеличивается в области выше ОТ, тогда как при $\theta_B < 0$ оно уменьшается и стремится к единице с ростом параметра поглощения.

Зависимости коэффициентов прохождения на рис. 4*г* для пассивного PT-симметричного ФК $T^{+}(\sigma) = T^{-}(\sigma)$ (кривая *1*), рассчитанные по формуле (19), практически совпадают с зависимостью коэффициента прохождения для традиционного ФК $T_o(\sigma)$ (кривая *2*).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе аналитическим спектральным методом решена задача распространения оптического излучения в пассивном PT-симметричном ФК в условиях динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ. Показано, что в пассивном PT-симметричном ФК наблюдается эффект Бормана — уменьшение поглощения в среде при выполнении брэгговского условия. Эффект имеет ряд специфических особенностей по сравнению со случаем традиционного поглощающего ФК. Во-первых, эффект Бормана становится асимметричным по отношению к смене знака брэгговского угла падения на структуру — эффект усиливается при отрицательном угле падения. Во-вторых, в окрестности особой точки в случае положительного угла падения наблюдается увеличение амплитуды прошедшей дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. Полученные результаты для пассивных PT-симметричных структур имеют значительный фундаментальный интерес, поскольку открывают возможности для экспериментальных исследований новых PT-симметричных явлений в более простых чисто поглощающих структурах. С прикладной точки зрения использование описанного асимметричного эффекта Бормана в пассивных PT-симметричных ФК позволит предложить новые способы управления динамикой и параметрами световых пучков в структурах с решеточной дисперсией.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. M. Bender and S. Boettcher, Phys. Rev. Lett. **80**, 5243 (1998).

2. C. M. Bender, D. C. Brody, and H. F. Jones, Phys. Rev. Lett. **89**, 270401 (2002).

3. Z. Bian, L. Xiao, K. Wang et al., Phys. Rev. Res. **2**, 022039(R) (2020).

4. *Parity-time Symmetry and Its Applications*, ed. by D. Christodoulides, J. Yang, Springer Tracts Mod. Phys., Vol. 280, Springer, Singapore (2018).

5. M.-A. Miri and A. Alù, Science **363**, eaar7709 (2019).

6. А. А. Зябловский, А. П. Виноградов, А. А. Пухов и др., УФН **184**, 1177 (2014).

7. V. V. Konotop, J. Yang, and D. A. Zezyulin, Rev. Mod. Phys. **88**, 035002 (2016).

8. S. K. Moayedi and A. Rostami, Europ. Phys. J. B **36**, 359 (2003).

9. A. Ruschhaupt, F. Delgado, and J. G. Muga, J. Phys. A **38**, L171 (2005).

10. R. El-Ganainy, K. G. Makris, D. N. Christodoulides et al., Opt. Lett. **32**, 2632 (2007).

11. C. E. Ruter, K. G. Makris, R. El-Ganainy et al., Nature Phys. **6**, 192 (2010).

12. A. Guo, G. J. Salamo, D. Duchesne et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 093902 (2009).

13. K. H. Kim, M. S. Hwang, H. R. Kim et al., Nature Commun. **7**, 13893 (2016).

14. A. Mostafazadeh, Phys. Rev. Lett. **102**, 220402 (2009).

15. A. Mostafazadeh, Phys. Rev. Lett. **110**, 260402 (2013).

16. Y. D. Chong, L. Ge, H. Cao, and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **105**, 053901 (2010).

17. S. Longhi and L. Feng, Opt. Lett. **39**, 5026 (2014).

18. Z. J. Wong, Y. Xu, J. Kim et al., Nature Photon. **10**, 796 (2016).

19. S. Longhi, Phys. Rev. Lett. **103**, 123601 (2009).

20. Y. L. Xu, W. S. Fegadolli, L. Gan et al., Nature Commun. **7**, 11319 (2016).

21. M. Kulishov, J. M. Laniel, N. Bélanger et al., Opt. Express **13**, 3068 (2005).

22. Z. Lin, H. Ramezani, T. Eichelkraut et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 213901 (2011).

23. L. Feng, Y. Xu, W. S. Fegadolli et al., Nature Mater. **12**, 108 (2012).

24. S. Longhi, Opt. Lett. **40**, 5694 (2015).

25. F. Loran and A. Mostafazadeh, Phys. Rev. A **100**, 053846 (2019).

26. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Phys. Rev. A **98**, 053844 (2018).

27. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, and B. I. Mantsyzov, Phys. Rev. A **99**, 023846 (2019).

28. V. A. Bushuev, D. M. Tsvetkov, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Opt. Lett. **44**, 5667 (2019).

29. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, and B. I. Mantsyzov, Opt. Express **29**, 10, 14548 (2021).

30. M. Ornigotti and A. Szameit, J. Opt. **16**, 065501 (2014).

31. Ş. K. Özdemir, S. Rotter, F. Nori et al., Nature Mater. **18**, 783 (2019).

32. X. Zhu, Y. Xu, Y. Zou et al., Appl. Phys. Lett. **109**, 111101 (2016).

33. G. Borrmann, Phys. Z. **42**, 157 (1941).

34. А. А. Скорынин, В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов, ЖЭТФ **142**, 64 (2012).

35. V. B. Novikov and T. V. Murzina, Opt. Lett. **42**, 1389 (2017).

36. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).

37. A. Authier, *Dynamical Theory of X-ray Diffraction*, Oxford Univ. Press, Oxford (2004).

38. A. A. Zyablovsky, A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko et al., Phys. Rev. A **89**, 033808 (2014).

39. V. A. Bushuev, L. V. Dergacheva, and B. I. Mantsyzov, Phys. Rev. A **95**, 033843 (2017).