

# ГЕНЕРАЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ГРЕБЕНОК В ОПТИЧЕСКОМ МИКРОРЕЗОНАТОРЕ НА ДЛИНЕ ВОЛНЫ 780 нм В РЕЖИМЕ ЗАТЯГИВАНИЯ ПРИ НАКАЧКЕ ЛАЗЕРНЫМ ДИОДОМ

А. Е. Шитиков<sup>a\*</sup>, А. С. Волошин<sup>b</sup>, И. К. Горелов<sup>a,c</sup>, Е. А. Лоншаков<sup>a</sup>, К. Н. Миньков<sup>a</sup>,  
Н. Ю. Дмитриев<sup>a,d</sup>, Н. М. Кондратьев<sup>a</sup>, В. Е. Лобанов<sup>a</sup>, И. А. Биленко<sup>a,c,e</sup>

<sup>a</sup> Российский квантовый центр  
121205, Москва, Россия

<sup>b</sup> Swiss Federal Institute of Technology Lausanne (EPFL)  
1015, Лозанна, Швейцария

<sup>c</sup> Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119991, Москва, Россия

<sup>d</sup> Московский физико-технический институт  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

<sup>e</sup> Национальный исследовательский университет «МИСиС»  
119049, Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 ноября 2021 г.,  
после переработки 1 ноября 2021 г.  
Принята к публикации 2 ноября 2021 г.

Представлены результаты экспериментального исследования особенностей генерации оптических частотных гребенок в микрорезонаторах с модами шепчущей галереи из фторида магния на длине волны 780 нм, соответствующей области нормальной дисперсии групповых скоростей, при накачке лазерным диодом, работающим в режиме затягивания. Показано, что возбуждение частотных гребенок обусловливается процессами как в нелинейном микрорезонаторе, так и в лазерном диоде. Обнаружено, что в режиме затягивания могут усиливаться соседние, изначально подавленные, продольные моды лазерного диода, что приводит к генерации гибридных, лазерно-усиленных боковых компонент. В результате возбуждаются гребенки с высокой эффективностью преобразования энергии накачки и низким уровнем фазовых шумов.

DOI: 10.31857/S0044451022050066

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Микрорезонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ) являются уникальными объектами с чрезвычайно высокой добротностью в широком диапазоне длин волн и малым объемом моды [1], что делает их незаменимыми элементами для фотоники и лазерной физики [2]. Замечательной особенностью высокодобротных микрорезонаторов стала обнаруженная в 2007 году возможность генерации в них за счет нелинейного четырехволнового взаимодей-

ствия [3, 4] такого важного типа оптических сигналов, как оптические частотные гребенки (ОЧГ) [5], в том числе и когерентные или солитонные [6, 7]. Использование высокодобротных микрорезонаторов позволило существенно уменьшить размер генераторов частотных гребенок по сравнению с традиционно используемыми для этого лазерами с синхронизацией мод и значительно расширить область применения частотных гребенок в различных областях науки и техники, включая спектроскопию [8, 9], астрофизические измерения [10], лидары [11], малощумящие микроволновые генераторы [12] и телекоммуникационные системы [13].

\* E-mail: shartev@gmail.com

Однако область применения таких керровских частотных гребенок часто ограничена спектральными диапазонами, в которых дисперсия групповых скоростей является аномальной, поскольку модуляционная неустойчивость, необходимая для иницирования процесса генерации гребенки, в основном отсутствует при нормальной дисперсии групповой скорости [14, 15]. Этот факт препятствует активному применению микрорезонаторных частотных гребенок в таком интересном и важном спектральном диапазоне, как диапазон видимого света, где дисперсия групповой скорости микрорезонаторов обычно нормальная для подавляющего большинства материалов, используемых для создания микрорезонаторов. В некоторых случаях удается создавать микрорезонаторы с аномальной дисперсией групповой скорости даже в таких спектральных диапазонах, управляя дисперсией резонатора путем контроля его геометрии [16, 17]. Тем не менее этот подход не всегда позволяет компенсировать большую нормальную дисперсию групповой скорости и достаточно сложен технологически.

Однако, несмотря на все эти сложности, наличие когерентных керровских ОЧГ в режиме нормальной дисперсии было экспериментально продемонстрировано в различных условиях [18, 19]. Численно показано, что в некоторых случаях такие экспериментальные результаты могут быть объяснены с помощью нового типа солитонных импульсов, называемых «платиконами», — диссипативных солитонов с плоской вершиной, которые могут мягко возбуждаться и стабильно существовать в микрорезонаторах с нормальной дисперсией с локальным возмущением дисперсионного закона, например, сдвига моды накачки [20]. В реальных микрорезонаторах это условие может быть выполнено в результате либо спонтанного, либо контролируемого взаимодействия между различными семействами мод.

Платиконы можно интерпретировать как связанные состояния встречных волн переключения в микрорезонаторе, которые соединяют верхнюю и нижнюю ветви бистабильного нелинейного резонанса для удовлетворения периодических граничных условий [21, 22]. Эффективность преобразования энергии накачки в энергию генерируемых линий гребенки для платиконов оказалась значительно выше, чем для светлых солитонов [23]: эффективность преобразования, превышающая 40 %, была продемонстрирована экспериментально в телекоммуникационном диапазоне в области нормальной дисперсии, тогда как эффективность преобразования светлых солитонов обычно ограничена несколь-

кими процентами [24]. В работе [25] численно показано, что динамика платиконов при наличии дисперсии третьего порядка весьма своеобразна и кардинально отличается от динамики светлых солитонов [26]. Позднее было показано, что генерация платикона также возможна в отсутствие локального дисперсионного возмущения, когда используется двухчастотная или амплитудно-модулированная накачка [27, 28]. Этот метод эффективен, если частота модуляции накачки или разность частот между двумя волнами накачки равна области свободной дисперсии (ОСД) микрорезонатора. Возможность применения этого метода была подтверждена экспериментально [29].

Следует отметить, что использование сдвига моды накачки, вызванного локальным изменением закона дисперсии из-за взаимодействия мод, выглядит перспективно с точки зрения реализации, так как не требует дополнительной модуляции или второго лазера. Однако этот эффект требует либо наличия в резонаторе мод различных семейств, близких по частоте, что крайне трудно контролировать, либо использования второго резонатора, связанного с первым, для сдвига моды накачки [24].

С точки зрения теории, использование модуляции на частоте ОСД или на ее субгармониках является эффективным способом генерации платиконов [28], однако на практике такой подход обладает рядом существенных недостатков. Во-первых, применение амплитудной модуляции приводит к существенному снижению мощности накачки. Во-вторых, на практике крайне трудно добиться модуляции на частотах выше 10 ГГц. Применение же метода двухчастотной накачки помимо необходимости использования двух лазеров с малым уровнем фазовых шумов требует еще строго поддерживать частотный интервал между источниками накачки, равный ОСД микрорезонатора, что является непросто задачей.

В последнее время активно развивается новый подход к генерации ОЧГ в микрорезонаторах, основанный на применении эффекта затягивания. Явление затягивания много лет используется в радиофизике и микроволновой электронике для стабилизации устройств и повышения их спектральной чистоты [30–33]. В течение последних десятилетий затягивание также активно изучалось и применялось в оптике и лазерной физике [34–44]. Наиболее интересные результаты были получены для микрорезонаторов с МШГ [45–47]. В настоящее время эффект затягивания лазерных диодов на микрорезонаторах с МШГ является ключевым компонен-

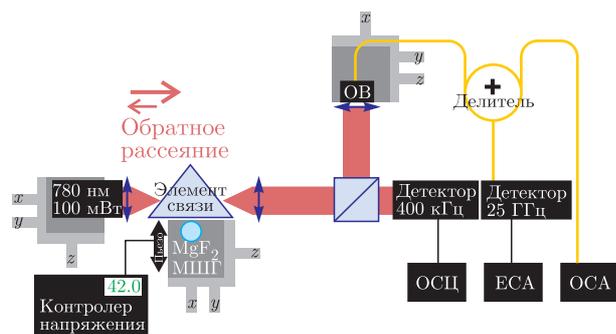


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для генерации ОЧГ в области нормальной дисперсии групповой скорости в режиме затягивания

том различных современных фотонных приложений. Обратное рассеяние Рэлея в оптических микрорезонаторах [48] обеспечивает пассивную частотно-селективную оптическую обратную связь с лазерным диодом, что приводит к значительному подавлению фазового шума лазерного излучения и к существенному сужению спектральной линии излучения. Недавние исследования продемонстрировали пассивную стабилизацию одночастотного [49–53] или даже многочастотного [54–57] полупроводникового лазера до субкилогерцевого уровня ширины линии в режиме затягивания на высокодобротный МШГ-микрорезонатор в различных спектральных диапазонах, от УФ до среднего ИК.

Кроме того, было показано, что такие стабилизированные лазерные диоды могут быть использованы в качестве источника накачки для генерации ОЧГ в том же самом микрорезонаторе, который используется для стабилизации лазерного диода [56, 58]. Этот подход позволяет кардинально ослабить требования к источнику накачки и существенно уменьшить размеры генератора гребенки, открывая путь к полностью интегральным устройствам [58–62].

Как показали дальнейшие исследования, этот метод применим и для генерации когерентных частотных гребенок при нормальной дисперсии групповых скоростей [53, 63]. Эта методика позволяет получить ОЧГ непосредственно при использовании одного лазерного диода; при этом не предъявляются требований к ширине линии генерации (и, соответственно, к уровню его фазовых шумов), так как сужение линии происходит при возбуждении МШГ за счет эффекта затягивания. Однако этот процесс изучен сравнительно слабо и требует дополнительных исследований.

Целью данной работы является экспериментальное изучение особенностей генерации ОЧГ в режи-

ме затягивания в диапазоне нормальной дисперсии групповых скоростей в высокодобротном микрорезонаторе из  $\text{MgF}_2$  при накачке лазерным диодом на длине волны 780 нм. Экспериментально продемонстрирована генерация платиноподобных частотных гребенок и изучены их спектральные характеристики. Кроме того, показано непосредственное влияние лазерного диода на генерацию ОЧГ. Экспериментально определено, что в спектре результирующих ОЧГ линии, кратные ОСД лазерного диода, заметно усиливаются.

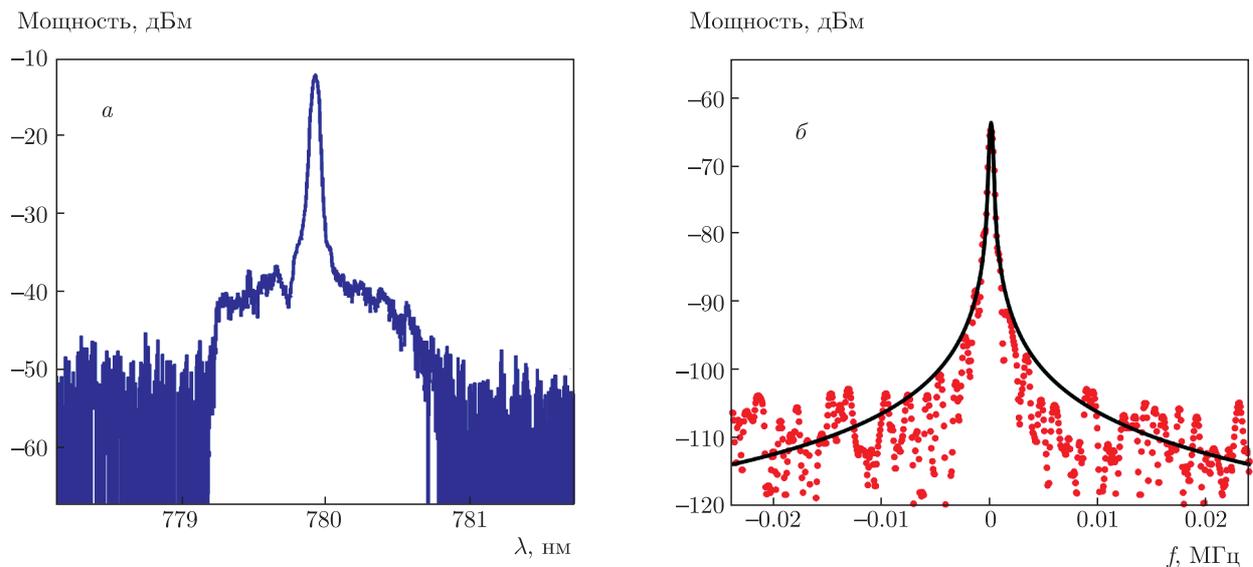
## 2. ЧАСТОТНЫЕ ГРЕБЕНКИ В РЕЖИМЕ ЗАТЯГИВАНИЯ

### 2.1. Экспериментальная установка

Высокодобротные микрорезонаторы МШГ были изготовлены из фторида магния с последующей асимптотической полировкой алмазными суспензиями [64]. Диаметр одного микрорезонатора составлял 3 мм, что соответствовало ОСД 22.0 ГГц, а второго — 4 мм с ОСД 17.5 ГГц. Добротность изготовленных микрорезонаторов измерялась методом звона и для критической связи превышала  $10^9$  для обоих микрорезонаторов.

Для реализации эксперимента генерации ОЧГ в режиме затягивания был выбран одночастотный лазерный диод без изолятора с измеренной мощностью до 70 мВт на длине волны 780 нм. Для возбуждения МШГ использовалась классическая схема с равнобедренной прямоугольной призмой из стекла BK7 в качестве элемента связи (рис. 1). Расстояние от микрорезонатора до лазерного диода равно двойному фокусному расстоянию фокусирующей линзы, установленной между лазером и резонатором, и составляет 16 мм. Зазор между резонатором и элементом связи контролировался с помощью пьезоподачи. Вышедшее из микрорезонатора излучение делилось на две части: первая подавалась на пространственный фотодетектор и контролировалась на осциллографе (ОСЦ), вторая заводилась в одномодовое оптическое волокно (ОВ), с помощью которого подавалась на измерительные приборы — на оптический анализатор спектра (ОСА) и анализатор спектра радиодиапазона (ЕСА) через детектор с полосой пропускания 25 ГГц.

На этапе юстировки оптической схемы для контроля сигнала пропускания использовался пространственный детектор с большой чувствительной областью и полосой 400 кГц. Контрастность связи с МШГ для большинства мод не превышала 25%.



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) *а*) Огибающая спектра когерентной ОЧГ в режиме затягивания с частотным расстоянием между линиями, равным 1 ОСД микрорезонатора. *б*) Спектр сигнала биений между линиями; из значений частоты вычтена величина ОСД резонатора 21.98 ГГц. При аппроксимации распределением Фойгта (черная кривая) лоренцева компонента ширины линии сигнала биений составила 44 Гц, а гауссова — 137 Гц

### 2.2. Генерация когерентной гребенки с межмодовым интервалом 1 ОСД резонатора

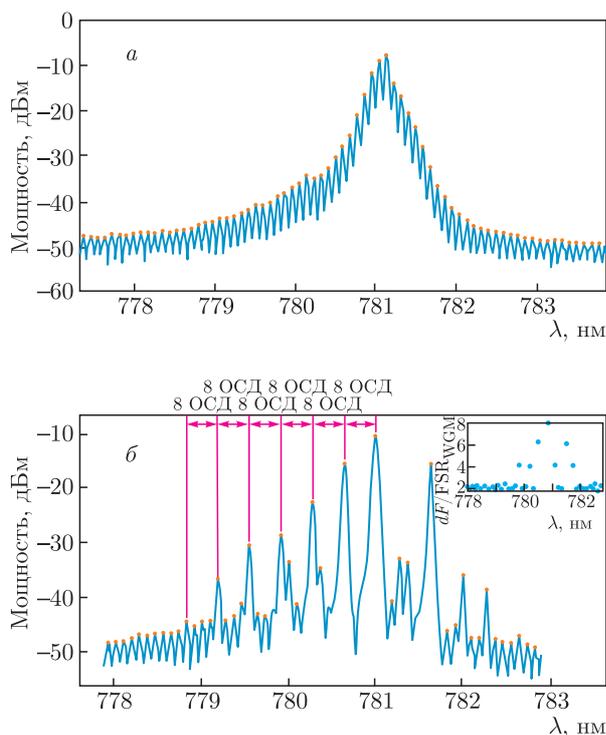
Для генерации ОЧГ в режиме затягивания проводился ряд последовательных операций. Вначале снимался спектр мод микрорезонатора при перестройке частоты лазера током и выбиралась мода, на которую будет проведена настройка. Затем внешняя постоянная перестройка частоты выключалась. Теперь, плавно изменяя ток питания лазерного диода, можно войти в режим затягивания, а затем перестраивать частоту лазера внутри диапазона затягивания. При этом отстройка частоты генерации меняется мало, такая перестройка необходима для поиска режима генерации гребенки. Важно отметить, что генерация гребенок наблюдалась только при увеличении тока питания лазерного диода, т. е. при уменьшении частоты генерации.

На рис. 2*а* представлен спектр (оглабающая) ОЧГ, сгенерированной в режиме затягивания. Отдельные линии спектра не различимы, что связано с недостаточным разрешением оптического анализатора спектра в этом диапазоне. Сигнал биения линий такой гребенки представлен на рис. 2*б*. Из значений частоты вычтена частота ОСД резонатора, равная 21.98 ГГц. Сигнал биений представляет собой узкий изолированный пик, который при аппроксимации распределением Фойгта имеет ширину 44 Гц для лоренцевой компоненты и 137 Гц для

гауссовой. Этот факт указывает на то, что линии в гребенке являются фазово-связанными, что позволяет говорить о возможной генерации когерентной частотной гребенки в виде платикона во временном представлении. Этот результат аналогичен полученному в работе [18], где он был объяснен влиянием взаимодействия мод с различными свойствами. Однако существуют основания полагать, что существенный вклад в процесс генерации внесли процессы, протекающие в лазерном диоде, что обсуждается в следующем разделе.

### 2.3. Генерация гребенок на частотах, кратных ОСД лазера

В рамках эксперимента исследованы оптические спектры во всем диапазоне сканирования тока питания лазерного диода и выявлено множество различных типов спектров. Было отмечено, что за исключением редких случаев, когда интервал между линиями гребенки, определенный по сигналу биений и равный 1 ОСД микрорезонатора ( $FSR_{WGM}$ ), этот интервал оказывался кратен исключительно четному числу ОСД микрорезонатора (2, 4, 6 и 8) при отсутствии линий, отстоящих от накачки на нечетное число ОСД. Пример таких частотных гребенок приведен на рис. 3. Хорошо видны моды лазерного диода, отмеченные красными кружками. При этом

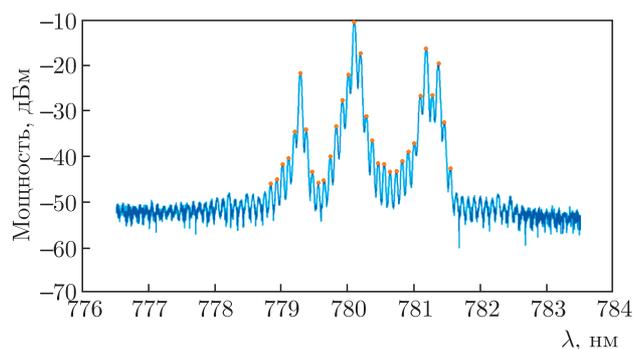


**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Спектры ОЧГ в режиме затягивания частоты лазерного диода на частоту микрорезонатора диаметром 3 мм (ОСД 22.0 ГГц) для частотных интервалов между линиями, равных 2 (а) и 8 (б) ОСД резонатора (на вставке указан частотный интервал  $dF$  между соседними линиями, отнесенный к ОСД микрорезонатора  $FSR_{WGM}$ )

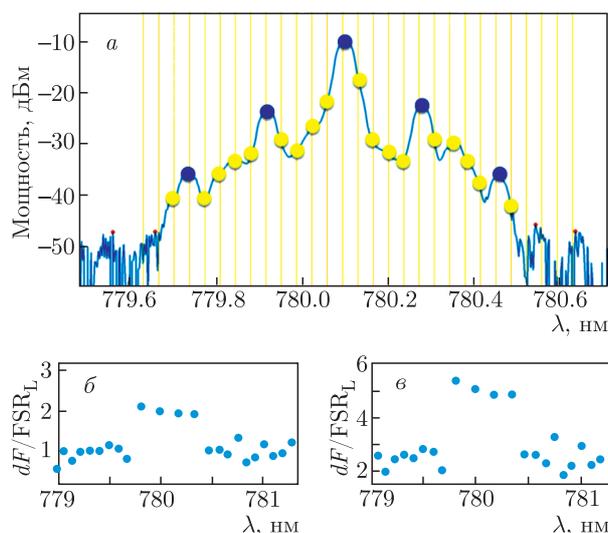
линии гребенки разрешаются и совпадают с собственными частотами лазера, подавленными в свободном состоянии. Расстояние между модами диода составляет около 45 ГГц ( $FSR_L$ ), что примерно равно 2 ОСД микрорезонатора диаметром 3 мм.

На рис. 3 представлены спектры генерации в режиме затягивания в микрорезонаторе диаметром 3 мм. На рис. 3а частотный интервал между линиями кратен 2 ОСД резонатора и, соответственно, 1 ОСД лазера. На рис. 3б частотный интервал между выделенными линиями генерации также кратен четному числу ОСД микрорезонатора (8 ОСД). На вставке к рис. 3б указано частотное расстояние между соседними линиями в спектре генерируемого сигнала от длины волны, которое составляло 2, 4, 6, 8 ОСД микрорезонатора.

Стоит отметить, что подавленные продольные моды лазерного диода становятся более выраженными при наличии нелинейных процессов в микрорезонаторе. Их интенсивность в спектре может подняться на 10 дБ и более. Можно предположить, что



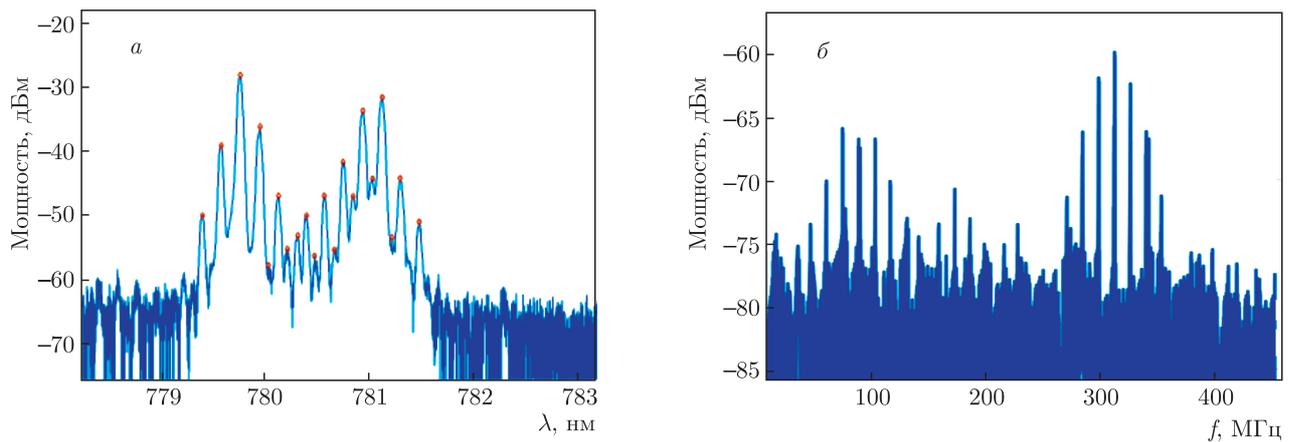
**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Спектр ОЧГ в режиме затягивания частоты лазерного диода на частоту резонатора с МШГ диаметром 4 мм (ОСД 17.5 ГГц)



**Рис. 5.** (В цвете онлайн) а) Спектр ОЧГ при затягивании частоты лазерного диода на частоту резонатора диаметром 4 мм с частотным интервалом между линиями в 1 ОСД резонатора. Желтыми кружками отмечены положения линий через ОСД резонатора, синими — линии, выделяющиеся в спектре. б, в) Частотные интервалы между контрастными линиями, к которым относятся подавленные моды лазерного диода и линии, выделенные синими кружками в случаях, когда частотное расстояние нормировано на ОСД лазерного диода (б) и на ОСД резонатора (в)

при возбуждении частотной гребенки сигналы на ее частотах попадают в лазер за счет обратного рассеяния и меняют режим его работы.

Наблюдаемые режимы не реализуются без микрорезонатора. Также эффект наблюдается лишь при высокой добротности — он пропадает при значительном увеличении связи (в случае, когда потери на связь становятся много больше собственных потерь в микрорезонаторе), а также в случае дегра-



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) *а*) Спектр ОЧГ в режиме затягивания частоты лазерного диода на частоту микрорезонатора МШГ диаметром 3 мм. Выделяются два независимых кластера ОЧГ. *б*) Сигнал биений в радиодиапазоне для аналогичного спектра. Частота указана за вычетом частоты ОСД 21.49 ГГц

дации добротности из-за загрязнения, т.е. эффект связан с нелинейными процессами в микрорезонаторе.

Наблюдаемый характер влияния связи двух нелинейных колебательных систем — микрорезонатора и резонатора лазерного диода — на спектры возбуждаемых ОЧГ может быть связан с периодическим совпадением резонансных частот лазера и резонатора (эффект Вернье). Чтобы проверить это предположение, резонатор диаметром 3 мм был заменен на другой высокодобротный резонатор из фторида магния диаметром 4 мм, что соответствует ОСД, равной 17.5 ГГц. Для такого резонатора также была характерна генерация ОЧГ, причем интервал между линиями, кратный ОСД лазера, также наблюдался гораздо чаще, несмотря на то, что 45 ГГц не кратно ОСД резонатора, равной 17.5 ГГц (рис. 4). Это указывает на непосредственное влияние подавленных мод лазерного диода на спектр ОЧГ.

Наименьшее общее кратное 17.5 и 45 будет примерно соответствовать 90, что равно 2 ОСД лазера и 5 ОСД микрорезонатора, т.е. стоит ожидать появления линий с частотным интервалом именно в 5 ОСД микрорезонатора.

На рис. 5*а* представлен спектр гребенки с частотным расстоянием 1 ОСД резонатора. Низкое разрешение анализатора спектра не позволяет различить отдельные линии. Желтыми кружками отмечены положения линий через 17.5 ГГц, синими — линии, выделяющиеся в спектре. На рис. 5*б,в* представлены частотные расстояния между контрастными линиями, к которым относятся подавленные мо-

ды лазерного диода и линии, выделенные синими кружками. Видно, что в пределах спектра гребенки частотное расстояние соответствует 2 ОСД лазера и 5 ОСД резонатора. Этот факт показывает влияние подавленных мод лазерного диода на генерацию ОЧГ при затягивании. При различных резонаторах выделены разные частотные интервалы между линиями генерации, одинаково кратные ОСД лазера. Это подтверждает участие в генерации именно подавленных мод лазерного диода.

#### 2.4. Многочастотное затягивание

Отметим, что затягивание на микрорезонатор МШГ в нелинейном режиме может приводить к многочастотному режиму работы лазера, когда возбуждаются подавленные продольные моды диода. При этом эффект возбуждения нескольких мод лазера может быть устойчивым, как в случае рис. 6*а*, где видны две затянутые линии около 780 нм и 781 нм практически одинаковой мощности. Более того, обе затянутые линии привели к генерации отдельных ОЧГ. Спектр биений линий этих гребенок в радиодиапазоне представлен на рис. 6*б*. Таким образом, предложенный метод может быть использован для получения двойной частотной гребенки в одном резонаторе, что может стать основой для создания компактных приборов для прецизионной спектроскопии [8, 9].

### 3. ВЫВОДЫ

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования особенности генерации

ОЧГ в высокочастотных МШГ-микрорезонаторах на длине волны 780 нм в области нормальной дисперсии групповых скоростей при накачке лазерным диодом, работающим в режиме затягивания. Показана возможность генерации когерентных платиконных частотных гребенок. Также были выявлены новые режимы генерации ОЧГ, связанные с возбуждением подавленных продольных мод лазерного диода. Было показано, что затягивание приводит к генерации ОЧГ с узкой линией сигнала межмодовых биений, а также к усилению изначально подавленных продольных мод лазерного диода и генерации гибридных лазерно-микрорезонаторных ОЧГ с высокой эффективностью преобразования энергии накачки в энергию генерируемых линий. Этот эффект был продемонстрирован для микрорезонаторов с различным межмодовым расстоянием. Полученные результаты проливают свет на новые аспекты процесса генерации гребенок в режиме затягивания и могут стать важным шагом на пути создания компактных энергоэффективных источников когерентных ОЧГ в области нормальной дисперсии групповых скоростей материалов резонаторов, в том числе в видимом диапазоне.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-12-01413-П). А. Е. Ш. и В. Е. Л. благодарят за персональную поддержку Фонд развития теоретической физики и математики «Базис».

## ЛИТЕРАТУРА

1. V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, *Phys. Lett. A* **137**, 393 (1989).
2. D. Strekalov, C. Marquardt, A. Matsko et al., *J. Opt.* **18**, 123002 (2016).
3. P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet et al., *Nature* **450**, 1214 (2007).
4. T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, *Science* **332**, 555 (2011).
5. T. Fortier and E. Baumann, *Comm. Phys.* **2**, 153 (2019).
6. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson et al., *Science* **361**, 6402 (2018).
7. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost et al., *Science* **2**, 145 (2014).
8. M.-G. Suh, Q.-F. Yang, K. Y. Yang et al., *Science* **354**, 600 (2016).
9. N. G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev et al., *Opt. Lett.* **42**, 514 (2017).
10. E. Obrzud, M. Rainer, A. Harutyunyan et al., *Nature Photon.* **13**, 31 (2019).
11. P. Trocha, M. Karpov, D. Ganin et al., *Science* **359**, 887 (2018).
12. S. Papp, K. Beha, P. Del'Haye et al., *Optica* **1**, 10 (2014).
13. P. Liao, C. Bao, A. Kordts et al., *Opt. Lett.* **43**, 2495 (2018).
14. C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet et al., *Phys. Rev. A* **89**, 063814 (2014).
15. X. Xue, M. Qi, A. M. Weiner et al., *Nanophotonics* **5**, 244 (2016).
16. S.-W. Huang, H. Liu, J. Yang et al., *Sci. Rep.* **6**, 26255 (2016).
17. S. Fujii and T. Tanabe, *Nanophotonics* **9**, 1087 (2020).
18. W. Liang, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko et al., *Opt. Lett.* **39**, 2920 (2014).
19. X. Xue, Y. Xuan, Y. Liu et al., *Nature Photon.* **9**, 594 (2015).
20. V. Lobanov, G. Lihachev, T. Kippenberg et al., *Opt. Express* **23**, 7713 (2015).
21. P. Parra-Rivas, E. Knobloch, D. Gomila et al., *Phys. Rev. A* **93**, 063839 (2016).
22. P. Parra-Rivas, D. Gomila, E. Knobloch et al., *Opt. Lett.* **41**, 2402 (2016).
23. X. Xue, P.-H. Wang, Y. Xuan et al., *Laser Photon. Rev.* **11**, 1600276 (2017).
24. B. Y. Kim, Y. Okawachi, J. K. Jang et al., *Opt. Lett.* **44**, 4475 (2019).
25. V. E. Lobanov, A. V. Cherenkov, A. E. Shitikov et al., *Eur. Phys. J. D* **71**, 185 (2017).
26. A. Cherenkov, V. Lobanov, M. Gorodetsky et al., *Phys. Rev. A* **95**, 033810 (2017).
27. V. E. Lobanov, G. Lihachev, M. L. Gorodetsky et al., *Europhys. Lett.* **112**, 54008 (2015).
28. V. E. Lobanov, N. M. Kondratiev, A. E. Shitikov et al., *Phys. Rev. A* **100**, 013807 (2019).
29. H. Liu, S.-W. Huang, J. Yang et al., in *Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online)*, Opt. Soc. Amer. (2017), paper FTu3D.3.

30. T. Ohta and K. Murakami, *Electron. Comm. Jpn.* **51**, 80 (1968).
31. H.-C. Chang, *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* **51**, 1994 (2003).
32. J. Choi and G. Choi, *IEEE Trans. Electron Devices* **54**, 3430 (2007).
33. М. Ю. Глявин, Г. Г. Денисов, М. Л. Кулыгин, Ю. В. Новожилова, *Письма в ЖТФ* **41**(13), 25 (2015) [*Tech. Phys. Lett.* **41**, 628 (2015)].
34. В. Л. Величанский, А. С. Зибров, В. С. Каргапольцев, *Письма в ЖТФ* **4**, 1087 (1978) [*Sov. Tech. Phys. Lett.* **4**(9), 147 (1978)].
35. R. Lang and K. Kobayashi, *IEEE J. Quant. Electron.* **16**, 147 (1980).
36. Э. М. Беленов, В. Л. Величанский, А. С. Зибров и др., *КЭ* **10**, 1232 (1983) [*Sov. J. Quant. Electr.* **13**, 792 (1983)].
37. E. Patzak, H. Olesen, A. Sugimura et al., *Electron. Lett.* **19**, 938 (1983).
38. B. Dahmani, L. Hollberg, R. Drullinger et al., *Opt. Lett.* **12**, 876 (1987).
39. H. Li and N. Abraham, *IEEE J. Quant. Electr.* **25**, 1782 (1989).
40. A. Hemmerich, D. McIntyre, D. Schropp et al., *Opt. Comm.* **75**, 118 (1990).
41. A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Appl. Opt.* **33**, 988 (1994).
42. D. Hjelme, A. Mickelson, and R. Beausoleil, *IEEE J. Quant. Electr.* **27**, 352 (1991).
43. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, A. V. Cherenkov et al., *Opt. Express* **25**, 28167 (2017).
44. R. Galiev, N. Kondratiev, V. Lobanov et al., *Phys. Rev. Appl.* **14**, 014036 (2020).
45. V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko, *Phys. Lett. A* **137**, 393 (1989).
46. A. Savchenkov, V. Ilchenko, A. Matsko et al., *Phys. Rev. A* **70**, 051804 (2004).
47. A. E. Shitikov, I. A. Bilenko, N. M. Kondratiev et al., *Optica* **5**, 1525 (2018).
48. M. Gorodetsky, A. Pryamikov, and V. Ilchenko, *J. Opt. Soc. Amer. B* **17**, 1051 (2000).
49. V. Vassiliev, V. Velichansky, V. Ilchenko et al., *Opt. Comm.* **158**, 305 (1998).
50. W. Liang, V. Ilchenko, A. Eliyahu et al., *Nature Comm.* **6**, 7371 (2015).
51. E. Dale, M. Bagheri, A. Matsko et al., *Opt. Lett.* **41**, 5559 (2016).
52. A. Savchenkov, D. Eliyahu, B. Heist et al., *Appl. Opt.* **58**, 2138 (2019).
53. W. Jin, Q.-F. Yang, L. Chang et al., *Nature Photon.* **15**, 346 (2021).
54. P. Donvankar, A. Savchenkov, and A. Matsko, *J. Opt.* **20**, 045801 (2018).
55. R. Galiev, N. Pavlov, N. Kondratiev et al., *Opt. Express* **26**, 30509 (2018).
56. N. G. Pavlov, S. Koptyaev, G. V. Lihachev et al., *Nature Photon.* **12**, 694 (2018).
57. A. A. Savchenkov, S.-W. Chiow, M. Ghasemkhani et al., *Opt. Lett.* **44**, 4175 (2019).
58. A. Raja, A. Voloshin, H. Guo et al., *Nature Comm.* **10**, 680 (2019).
59. S. Boust, H. El Dirani, F. Duport et al., in *2019 International Topical Meeting on Microwave Photonics (MWP)*, ff10.1109/MWP.2019.8892102ff.fhal-02324813f.
60. T. Briles, J. Stone, S. Papp et al., in *2019 IEEE Avionics and Vehicle Fiber-Optics and Photonics Conference (AVFOP)*, ff10.1109/MWP.2019.8892102ff.fhal-02324813f.
61. B. Shen, L. Chang, J. Liu et al., *Nature* **582**, 365 (2020).
62. A. S. Voloshin, N. M. Kondratiev, G. V. Lihachev et al., *Nature Comm.* **12**, 235 (2021).
63. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, E. A. Lonshakov et al., *Opt. Express* **28**, 38892 (2020).
64. K. N. Min'kov, G. V. Likhachev, N. G. Pavlov et al., *J. Opt. Technol.* **88**, 348 (2021).