ЖЭТФ, 2021, том 160, вып. 1 (7), стр. 139–148

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА В СИЛЬНОКОРРЕЛИРОВАННЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. Ю. Ирхин *, ***Ю. Н. Скрябин*** **

Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук
620108, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 29 декабря 2020 г.,
после переработки 29 января 2021 г.
Принята к публикации 29 января 2021 г.

Рассмотрены элементарные возбуждения, спин-жидкостное состояние и аномальный эффект Холла, включая квантовый, в слоистых сильнокоррелированных системах. Проанализированы механизмы формирования топологического состояния, связанные с затравочными плоскими энергетическими зонами, корреляциями и спин-орбитальным взаимодействием, в том числе возникновение коррелированных черновских зон. Предлагается двухзонная картина спектра в металлических решетках кагоме, включающая переход из ферромагнитного состояния, плоскую сильнокоррелированную зону и зону легких дираковских электронов. При этом существенным оказывается эффект разделения спиновых и зарядовых степеней свободы. Обсуждается применение представлений вспомогательных бозонов Котляра – Рукенштайна и допонов Рибейро – Вена к этой проблеме.

DOI: 10.31857/S0044451021070154

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время активно исследуются ряд слоистых соединений с конкуренцией ферро- и антиферромагнитных фаз, в том числе системы с фрустрированными решетками (треугольными, сотовыми и кагоме), проявляющие аномальный квантовый эффект Холла (quantum Hall effect, QHE). Например, этот эффект наблюдается [1] в антиферромагнитном топологическом изоляторе $MnBi_2Te_4$ с ферромагнитными треугольными слоями [2]. Особый интерес представляют системы с ферромагнитным основным состоянием и плоскими зонами, где возникают состояния дираковских электронов, которые могут привести к топологическим изоляторным фазам Черна. Такие состояния наблюдались в ряде слоистых соединений переходных металлах с решеткой кагоме Fe_3Sn_2, Fe_3GeTe_2, $Co_3Sn_2S_2$, FeSn и др. (см. обсуждение в работах [3–8]). Недавно в структуре муара трехслойного графена было обнаружено ферромагнитное состояние черновского изолятора с большим аномальным эффектом Холла [9]. В двухслойном графене наблюдается также аномальный QHE [10].

В обсуждаемых системах можно ожидать формирование экзотических квантовых топологических состояний. Необычные возбуждения, возникающие в двумерных сильнокоррелированных системах, могут подчиняться нестандартной статистике, в том числе дробной. История их изучения берет начало с дробного QHE [11], означающего топологическое состоянием вещества. При этом низкоэнергети-

* E-mail: valentin.irkhin@imp.uran.ru
** E-mail: skryabin@imp.uran.ru

ческая физика описывается калибровочной теорией Черна – Саймонса.

Топологические холловские фазы также могут возникать в решеточных системах в отсутствие внешнего магнитного поля (аномальный эффект Холла). Для реализации таких фаз на решетке необходим ряд условий. Во-первых, это наличие плоской (почти бездисперсионной) затравочной энергетической зоны с нетривиальной топологией (ненулевым числом Черна, определяющим число краевых возбуждений), что позволяет реализоваться физике, подобной картине уровней Ландау. Вторым важным условием является сильное межэлектронное взаимодействие, нарушающее картину ферми-жидкости. Сильные корреляции особенно важны для дробного эффекта Холла, когда уровни Ландау обладают большим вырождением.

Поскольку холловская проводимость нечетна относительно обращения времени, топологически нетривиальные состояния могут возникать при нарушении соответствующей T-симметрии. Тем самым, одним из возможных механизмов является ее спонтанное нарушение за счет связи с вихревыми потоками [3, 12].

В ряде работ предпринимались попытки учета сильных взаимодействий в сильнофрустрированной системе с целью получения фазы с топологическим порядком в простых приближениях типа среднего поля. Например, аномальный QHE может динамически генерироваться в обобщенной модели Хаббарда на сотовой решетке и в других решеточных системах с квадратичной точкой пересечения зон, включая решетку кагоме. Однако детальные численные исследования не подтверждают формирования экзотических топологических фаз, предсказываемых теориями среднего поля. Здесь основная трудность состоит в том, что вместо того, чтобы вызывать спонтанное нарушение T-симметрии, сильные взаимодействия также стремятся стабилизировать конкурирующие дальние порядки, нарушающие трансляционную симметрию (см. обсуждение в работе [12]). Таким образом, при описании решеточных систем с QHE будет правильным сразу стартовать с сильнокоррелированного состояния.

Формирование квантового дробного холловского состояния рассматривалось также в моделях типа Хаббарда, включающих киральность [13, 14].

Наличие спин-орбитального взаимодействия допускает другой топологический класс изолирующих зонных структур, где T-симметрия исходно не нарушена [15]. Такой двумерный топологический изолятор носит название квантовый спиновый холловский изолятор. Эта система описывается двойной моделью Халдейна [16] с противоположными знаками холловской проводимости для спинов вверх и вниз. В приложенном электрическом поле спины вверх и вниз дают токи Холла, которые текут в противоположных направлениях. Таким образом, полная холловская проводимость равна нулю, но имеются спиновый ток и квантованная спиновая холловская проводимость. При учете комплексных амплитуд перескока между следующими за ближайшими соседями в дираковских точках открывается щель и T-симметрия нарушается, что приводит к двум зонам с черновскими числами $C = \pm 1$ и к целочисленному QHE в случае половинного заполнения. Для плоских зон при определенных их заполнениях возникает топологическое состояние квантовой несжимаемой жидкости — дробный QHE [17].

Имеется и третья возможность, которая была рассмотрена в работах [18, 19] применительно к двухслойному графену и представляется наиболее интересной. Для спиновой зоны Черна с поляризацией долин класс экзотических фаз изоляторов Черна описывается через разделение спинов и зарядов: заряды находятся в фазе обычного изолятора Черна с квантованной холловской проводимостью, а спины образуют неупорядоченную спин-жидкостную фазу — квантовую холловскую спиновую жидкость, аналогичную обычной Z_2-спиновой жидкости с дробными степенями свободы. Конденсация квазичастиц-спинонов в такой холловской спиновой жидкости может привести к квантовому холловскому антиферромагнетику.

Двумерные и трехмерные топологические системы проявляют ряд уникальных свойств. В частности, топологические полуметаллы Дирака и Вейля представляют собой новый класс топологических материалов. Релятивистские фермионы — низкоэнергетические возбуждения вокруг дираковских и вейлевских точек — приводят в таких материалах к экзотическим транспортным характеристикам, включая большие магнитосопротивление и внутренний аномальный эффект Холла [20]. В данной работе мы рассмотрим связь электронных состояний и аномального эффекта Холла в сильнокоррелированных топологических системах. Мы постараемся продемонстрировать, что физическая ситуация в таких системах имеет ряд интересных отличий от более привычных топологических систем (см., например, работы [21, 22]).

В разд. 2 рассмотрены черновские состояния для уровня Ландау и для решеточных моделей в системах с корреляциями. В разд. 3 мы обращаемся к металлическим состояниям с особым упором на решетки кагоме и обсуждаем применение к этим системам эффективной двухзонной модели, включающей узкую черновскую зону и широкую зону носителей тока. В разд. 4 более подробно анализируются экспериментальные данные, в том числе по дираковским и вейлевским металлам и полуметаллам.

2. ЧЕРНОВСКИЕ СОСТОЯНИЯ

В ситуации QHE электроны в магнитном поле совершают круговое движение по циклотронным орбитам, в том числе и вокруг других электронов. При этом номер уровня Ландау определяется числом длин волн на данной окружности. Описание сильнокоррелированных систем включает формирование плоских зон, которые аналогичны уровням Ландау. При этом полный поток Берри по зоне Бриллюэна (сумма интегралов от кривизны Берри по всем занятым зонам [15]) является топологическим инвариантом Черна C. Так формируется состояние черновского изолятора, отличительной чертой которого является наличие краевых бесщелевых состояний.

Фундаментальным свойством топологических систем с щелевой зоной является появление таких бесщелевых проводящих состояний на интерфейсах, где изменяется топологический инвариант (в простейшем случае — на границе с пустым пространством). Их можно понять как следствие отскока циклотронных орбит электронов от края. Важно отметить, что электронные состояния, ответственные за это движение, являются киральными: они распространяются только в одном направлении вдоль края. Такие состояния нечувствительны к беспорядку, поскольку нет состояний, доступных для обратного рассеяния (backscattering). Этот факт и лежит в основе идеально квантованного электронного транспорта в QHE [15]. Топологические поверхностные состояния также устойчивы по отношению к андерсоновской локализации.

При наличии взаимодействия система может быть рассмотрена в рамках модели Хаббарда с шириной зоны W и кулоновским отталкиванием U. В случае зоны Черна из-за запрета (obstruction) состояний Ванье заряд не может быть локализован, так что режим узких зон не описывается чисто спиновой моделью [19]. Поэтому в топологических сильнокоррелированных системах с черновскими зонами отсутствуют локализованные состояния и не возникает упорядочения локализованных моментов — магнетизм может быть только коллективизированным.

Для малых отношений W/U зарядовая щель должна определяться величиной U и разупорядочение спина не обязательно закрывает зарядовую щель. В топологически тривиальной зоне с ненулевой кривизной Берри ферромагнетизм в пределе $W = 0$ может быть подавлен антиферромагнитным обменом. Подобное разрушение квантового холловского ферромагнетизма кинетическим членом возможно и при целочисленном заполнении зоны Черна. Для промежуточных значений W/U зарядовая подсистема остается изолятором Черна с квантованной холловской проводимостью, однако спины не находятся в ферромагнитном состоянии. Таким образом, возникают фазы квантовых холловских антиферромагнетиков и квантовых холловских спиновых жидкостей, где антиферромагнитный порядок либо квантовая спиновая жидкость сосуществует с квантованной проводимостью Холла [19]. Тем самым, возможен переход из ферромагнитного состояния с QHE в ферми-жидкость через необычные антиферромагнитную и спин-жидкостную фазы.

Эффективный лагранжиан, который описывает QHE для электронов в магнитном поле и включает член Черна – Саймонса, имеет следующий вид [23, 24]:

$$\mathcal{L}_{CS} = -\frac{m}{4\pi}\epsilon^{\mu\nu\lambda}a_\mu\partial_\nu a_\lambda - \frac{e}{2\pi}\epsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu\partial_\nu a_\lambda, \qquad (1)$$

где a_μ — внутреннее калибровочное поле, A_μ — вектор-потенциал внешнего электромагнитного поля, ϵ — антисимметричный тензор второго ранга. Заполнение равно $\nu = 1/m$, где m — заряд калибровочного поля, т. е. количество длин волн при обходе одного электрона вокруг другого.

Уравнение (1) описывает только линейный отклик основного состояния на внешние электромагнитные поля. Чтобы иметь более полное описание топологической жидкости, такой как дробная квантовая холловская жидкость, в эффективную теорию необходимо ввести возбуждения. Хотя в основном лафлиновском состоянии электрон является фермиевским, возбужденные состояния системы являются бозевскими. Таким образом, m — четное целое число для бозонных состояний и нечетное число для фермионных. Дробная квантовая холловская жидкость содержит два вида квазичастиц: квазидырку (или вихрь) в исходном электронном конденсате и квазидырку (или вихрь) в новом бозонном конденсате. Вводя калибровочное поле $\tilde{a}_\mu$, описывающее бозонный ток, полный лагранжиан можно записать в компактном матричном виде, аналогичном (1):

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4\pi}\epsilon^{\mu\nu\lambda}K_{IJ}a_{I\mu}\partial_\nu a_{J\lambda} - \frac{e}{2\pi}\epsilon^{\mu\nu\lambda}q_I A_\mu \partial_\nu a_{I\lambda}. \quad (2)$$

Здесь $(a_{1\mu}, a_{2\mu}) = (a_\mu, \tilde{a}_\mu)$, матрица K имеет вид

$$K = \begin{pmatrix} p_1 & -1 \\ -1 & p_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где p_1 — стартовое число m, описывающее фермиевские состояния электрона, p_2 — четное числе, описывающее бозонное поле, $\mathbf{q}$ — зарядовый вектор, $\mathbf{q}^T = (q_1, q_2) = (1, 0)$. Для чисел заполнения имеем $\nu = \mathbf{q}^T K^{-1}\mathbf{q}$.

Топологическая теория абелевых фаз квантовой холловской жидкости в общем виде описывается лагранжианом [23, 25]

$$\mathcal{L}_{bulk} = \frac{1}{4\pi}\epsilon^{\mu\nu\rho}a^I_\mu K_{IJ}\partial_\nu a^J_\rho - a^I_\mu j^\mu_I - \frac{1}{2\pi}t_{AI}\epsilon^{\mu\nu\rho}\mathcal{A}^A_\mu\partial_\nu a^I_\rho. \quad (4)$$

Здесь a^I $(I = 1, 2, \ldots, N)$ — набор калибровочных полей, K_{IJ} — симметричная целочисленная матрица размерности $N \times N$, определяющая взаимную статистику возбуждений, j_I — квазичастичные токи, t_{AI} — зарядовый вектор, определяющий числа заполнения. Вырождение основного состояния на торе (характеристика топологического порядка) определяется детерминантом матрицы K; этот детерминант также определяет количество независимых типов энионов — частиц с дробным зарядом. Последний член в (4) описывает связь с внешними источниками $\mathcal{A}^A$ $(A = 1, 2, \ldots, M)$ с глобальной $U(1)_A$-симметрией.

Несжимаемые дробные квантовые холловские жидкости имеют конечную запрещенную зону для всех своих объемных возбуждений. Однако такие жидкости в системах конечного размера всегда содержат одномерные бесщелевые краевые возбуждения со сложной структурой, которая отражает богатый объемный топологический порядок (соответствие объем–граница). Таким образом, возникает возможность изучать объемные топологические порядки, исследуя структуру краевых возбуждений. Краевые состояния неабелевых дробных квантовых холловских жидкостей образуют еще более экзотические одномерные коррелированные системы [24].

Эффективная теория поля (4) также хорошо подходит для понимания физики краевых состояний. В отсутствие внешних источников $\mathcal{A}^A$ возникает киральная теория Латтинджера [25, 26]:

$$\mathcal{L}_{edge} = \frac{1}{4\pi}\Big[K_{IJ}\partial_t\phi^I\partial_x\phi^J - V_{IJ}\partial_x\phi^I\partial_x\phi^J\Big]. \quad (5)$$

Здесь ϕ^I — N киральных бозонов, V_{IJ} — неуниверсальная положительно определенная вещественная матрица, которая зависит от микроскопических свойств края.

Используя язык аксиоматической топологической теории поля, можно обобщить данное рассмотрение на неабелевы фазы [25, 27].

В случае сильнокоррелированной электронной зоны для описания различных классов квантовых холловских спиновых жидкостей используется партонная конструкция — представление многоэлектронных операторов Хаббарда $\tilde{c}_{i\sigma} = X_i(0, \sigma)$ через вспомогательные бозоны и фермионы. Она может иметь альтернативные формы: заряженные фермионные голоны и нейтральные бозевские (швингеровские) спиноны (слейв-фермионное представление) либо нейтральные фермионные (абрикосовские) спиноны и бозонные голоны (слейв-бозонное представление). Кроме того, возникает $U(1)$-калибровочное поле, обусловленное ограничением заполнения на узле. Партонные конструкции могут быть построены в случае произвольных групп симметрии, соответствующих различным типам энионов [28, 29]. Они позволяют согласовать физику уровней Ландау и черновских зон, непрерывных дробных квантовых холловских фаз и спиновых жидкостей для решеточных моделей, а также описать фазовые переходы при половинном заполнении как переходы с изменением числа Черна между изоляторными фазами [30].

Среднеполевой гамильтониан для состояния киральной спиновой жидкости эквивалентен задаче переноса электрона в магнитном поле, так что связь между слейв-фермионами и калибровочным полем идентична связи между электронами и электромагнитным полем [24]. Таким образом, можно ожидать, что в системе слейв-фермионов может возникать явление, аналогичное эффекту Холла. При наличии потоков квантование в калибровочном поле приводит к появлению уровней типа уровней Ландау [24, 31]. При этом нулевой уровень имеет вырождение, равное числу квантов потока. Добавление кванта потока порождает нулевую фермионную моду для каждого типа дираковских фермионов. После включения потенциала кристаллической решетки уровни Ландау превращаются в узкие коррелированные полосы. В этом смысле полосы Хаббарда (которые могут быть описаны в простейшем приближении Хаббард-I, в том числе для вырожденных зон [32, 33], как уширенные атомные уровни) являются зонами спинонов. Можно гипотетически предположить, что хаббардовское уширение уровней (например, за счет процессов рассеяния и резонансного уширения [34], а также взаимодействия носителей с локальными моментами) будет играть роль, аналогичную роли беспорядка, которая существенна для QHE.

Слейв-фермионное представление

$$\tilde{c}_{i\sigma} = b_{i\sigma} f_i \tag{6}$$

позволяет описать Z_2-спиновую жидкость (синглетное спаривание швингеровских бозонов) со спиновой щелью и топологическим порядком, а в режиме бозонного конденсата — также антиферромагнитную фазу (ср. [35]). При этом сохраняется зарядовый отклик черновского изолятора, что и означает состояние квантовой холловской спиновой жидкости. Конструкция этого состояния обобщается на случай дробного заполнения и дробного QHE, так что квантовая холловская Z_2-спиновая жидкость дает реализацию восьми различных абелевых топологических порядков с четырьмя энионами. С точки зрения топологического порядка, они эквивалентны восьми абелевым топологическим сверхпроводникам 16-ричного пути [27].

Представление фермионных спинонов

$$\tilde{c}_{i\sigma} = b_i f_{i\sigma} \tag{7}$$

описывает $U(1)$-спиновую жидкость со спинонной поверхностью Ферми, которая является родительским (parent) состоянием для Z_2-спиновой жидкости, возникающей при понижении калибровочной симметрии. Для четных значений инварианта Черна C может быть построено так называемое состояние композитной ферми-жидкости, которое аналогично спиновой жидкости с чисто спинонной поверхностью Ферми, но является парамагнитным и металлическим [19]. Оно позволяет частично сохранить электронные степени свободы (ненулевой вычет) и описать фермиевскую зону. Важно подчеркнуть, что формирование этого состояния обусловлено разделением спиновых и зарядовых степеней свободы в сильнокоррелированной системе.

Простейший вариант черновской зоны с четным инвариантом Черна C дает фаза бозонного целочисленного QHE (bIQHE) [19]. Эффективное действие для этой фазы равно

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{bIQHE}[b, A + a] + \mathcal{L}_{FS}[f, -a]. \tag{8}$$

Здесь A — внешнее $U(1)$-калибровочное поле; символически, через дифференциальную форму, имеем

$$\mathcal{L}_{bIQHE} = \frac{C}{4\pi}(A + a)d(A + a), \tag{9}$$

$$\mathcal{L}_{FS} = f_\sigma^\dagger(\partial_\tau - \mu + ia_0) f_\sigma - \frac{\hbar^2}{2m^*} f_\sigma^\dagger(-i\partial_i + a_i)^2 f_\sigma, \tag{10}$$

где μ — химический потенциал, m^* — эффективная масса, a_0 и a_i — временна́я и координатная составляющие калибровочного поля [23]. Фермионные спиноны f_σ частично заполняют зону без числа Черна и образуют поверхность Ферми (FS).

В случае нечетных $C = 1, 3, 5, 7, \ldots$ формируются экзотические состояния с холловской проводимостью $\sigma_{xy} = C$ — восемь типов спиновых жидкостей с полуцелым киральным центральным зарядом $c = C - 1/2$, которые аналогичны восьми неабелевым сверхпроводникам Китаева [27].

3. ДВУХЗОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РЕШЕТКИ КАГОМЕ

Теперь мы обратимся к реалистическим проводящим системам с топологическими мотивами. Двумерный слой решетки кагоме дает плоскую зону и пару зон Дирака, которые защищены симметрией, как и в графене. При учете спин-орбитального взаимодействия в двумерных слоистых металлических соединениях с решеткой кагоме открывается небольшая запрещенная зона, а зона с линейной дисперсией искажается, так что дираковские фермионы приобретают небольшую массу. В отличие от линейных зон с легкими квазичастицами, плоские зоны не имеют дисперсии в широком интервале импульсов и ведут себя подобно уровням Ландау, что может приводить к необычным квантовым состояниям, включая дробные холловские состояния. В сочетании со спин-орбитальной связью и суммарной намагниченностью реализуется фаза двумерного черновского изолятора с QHE при заполнении $1/3$ и $2/3$. Когда такие слои накладываются друг на друга вдоль третьего измерения, межслоевое взаимодействие превращает систему в трехмерную фазу полуметалла Вейля с нарушенной симметрией относительно обращения времени. В то же время плоская зона несет конечное число Черна и имитирует уровни Ландау без внешнего магнитного поля, что позволяет реализацию дробного QHE при частичном заполнении плоских зон [36].

Поскольку энергетическая щель, обусловленная спин-орбитальным взаимодействием внеплоскостных орбиталей, много меньше, чем у плоскостных орбиталей, возникает орбитально-селективный характер дираковских фермионов [7]. Таким образом, в металлах с решеткой кагоме сосуществуют полоса легких носителей (фермионов Дирака) и тяжелых электронов (плоская зона). При этом необычная физика возникает, если любая из этих зон подходит близко к уровню Ферми. Детальный расчет спектра в работе [7] был проведен на примере соединения CoSn (со слоями Co_3Sn) с металлической проводимостью.

Здесь возникает определенная аналогия с ситуацией нодально-антинодальной дихотомии в сверхпроводящих купратах, где спектр является бесщелевым (сохраняются электронные степени свободы, и возбуждения описываются как дираковские фермионы) вблизи нодальных точек $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ зоны Бриллюэна и щелевым вблизи антинодальной точки $(0, \pi)$ [37, 38]. Однако, в отличие от купратов, существенную роль играет спин-орбитальное взаимодействие.

В зависимости от параметров межэлектронного и спин-орбитального взаимодействий, а также переноса между вторыми соседями возникают разные картины расположения широких и плоских зон [39], причем при уменьшении U зоны становятся перемешанными. Таким образом, можно говорить о переходе метал–изолятор типа моттовского, при котором можно ожидать смену статистики и разделение спина и заряда.

Важной особенностью решеток кагоме является металлическое ферромагнитное состояние, которое может переходить в спиновую жидкость по механизму типа Китаева [40]. Согласно расчету *ab initio* [41], в системе $Co_3In_xSn_{2-x}S_2$ при допировании сохраняется полуметаллический ферромагнетизм с линейно убывающим моментом. В этой системе также имеются ферми-дуги и нодальные кольца, которые играют важную роль для аномального эффекта Холла [41, 42]. Экспериментальные данные на монокристаллах по кагоме-системам $Co_3In_xSn_{2-x}S_2$ и $Co_{3-y}Fe_ySn_2S_2$ [43] показывают, что в них имеются почти двумерный коллективизированный магнетизм и киральное спиновое состояние в окрестности квантового перехода из ферромагнитной в немагнитную фазу, а также формируется сильнокоррелированное состояние с высокой электронной теплоемкостью.

Зоны с орбитально-селективными мотивами были также найдены в парамагнитной решетке кагоме YCr_6Ge_6 [44] и в слоистом соединении FeSn с моментами Fe, ферромагнитно выстроенными внутри плоскостей решетки кагоме, но антиферромагнитно связанными вдоль оси c [36].

Микроскопическое описание может быть получено в представлении вспомогательных частиц. Наиболее удобной и общей оказывается вращательно-инвариантная версия [45]:

$$\tilde{c}_{i\sigma}^{\dagger} = \sum_{\sigma'} f_{i\sigma'}^{\dagger} z_{i\sigma'\sigma}^{\dagger}, \;\; \hat{z}_i = e_i^{\dagger} \hat{L}_i M_i \hat{R}_i \hat{p}_i, \qquad (11)$$

где скалярные и векторные бозоны, p_{i0} и $\mathbf{p}_i$, описывающие спиновые возбуждения, вводятся как $\hat{p}_i = (p_{i0}\sigma_0 + \mathbf{p}_i \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$,

$$\hat{L}_i = [(1 - d_i^{\dagger} d_i)\sigma_0 - 2\hat{\tilde{p}}_i^{\dagger} \hat{\tilde{p}}_i]^{-1/2}, \qquad (12)$$

$$\hat{R}_i = [(1 - e_i^{\dagger} e_i)\sigma_0 - 2\hat{\tilde{p}}_i^{\dagger} \hat{\tilde{p}}_i]^{-1/2}, \qquad (13)$$

$$M_i = (1 + e_i^{\dagger} e_i + \sum_{\mu=0}^{3} p_{i\mu}^{\dagger} p_{i\mu} + d_i^{\dagger} d_i)^{1/2} \qquad (14)$$

и $\hat{\tilde{p}}_i$ — обращенный по времени оператор $\hat{p}_i$. В случае магнитоупорядоченных фаз и малой концентрации носителей тока (дырок) множители $\hat{L}_i$, $\hat{R}_i$ сокращают голонные операторы e_i и можно приближенно записать [46]

$$\tilde{c}_{i\sigma} = \sqrt{2} \sum_{\sigma'} \hat{p}_{i\sigma'\sigma} f_{i\sigma'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\sigma'} f_{i\sigma'} (\delta_{\sigma\sigma'} p_{i0} + \mathbf{p}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma'\sigma}). \qquad (15)$$

Это представление позволяет построить интерполяцию между стандартным слейв-бозонным представлением, где носителями тока являются бозевские голоны, и спин-волновым представлением в магнитоупорядоченной фазе. Таким образом, возникают различные сценарии переходов из холловской магнитной фазы в фазы спиновой жидкости и затем ферми-жидкости при изменении параметров взаимодействия или допировании (ср. [19]). Итак, приписывая данным связанным состояниям (зарядовым степеням свободы) число Черна C, можно использовать результаты работы [19], чтобы описать влияние числа Черна на топологический порядок вблизи определенных точек зоны Бриллюэна. При этом естественно предположить, что носители тока наследуют числа C для оригинальной черновской зоны (например, в приближении среднего поля для вспомогательных бозонов).

С представлением (15) может быть формально связано допонное представление, где для оператора Хаббарда имеем [47–49]

$$X_i(0, -\sigma) = -\frac{\sigma}{2\sqrt{2}} \sum_{\sigma'} d_{i\sigma'}^{\dagger} (1 - n_{i,-\sigma'})(\delta_{\sigma\sigma'} - 2\mathbf{S}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma'\sigma}). \qquad (16)$$

Здесь $\sigma = \pm$, $n_{i\sigma} = d_{i\sigma}^{\dagger} d_{i\sigma}$, фермиевские операторы допонов $d_{i\sigma'}^{\dagger}$ описывают носители тока, а операторы спинов $\mathbf{S}_i$ — локализованные степени свободы; они могут быть представлены в терминах фермиевских или бозевских (швингеровских) спинонов [35, 48]. В представлении псевдофермионов имеем

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} f^\dagger_{i\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} f_{i\sigma'}. \qquad (17)$$

Учет гибридизации между допонами и фермиевскими спинонами $f_{i\sigma}$ дает описание в рамках эффективной двухзонной модели [48]. Подставляя (16) в t–J-гамильтониан, получаем гамильтониан с киральными тенденциями (содержащий векторные произведения) [48, 49]:

$$H = \frac{1}{(2S+1)^2} \times \\ \times \sum_{ij\sigma\sigma'} t_{ij} \{(S^2 + \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)\delta_{\sigma\sigma'} - S(\mathbf{S}_i + \mathbf{S}_j) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} + \\ + i\boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} \cdot [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j]\} c^\dagger_{i\sigma}(1 - n_{i,-\sigma}) \times \\ \times (1 - n_{j,-\sigma'}) c_{j\sigma'} + H_d, \qquad (18)$$

где H_d — гамильтониан Гейзенберга, $S = 1/2$. Такое представление гамильтониана в узкозонной s–d-модели с произвольным спином S было получено в работе [47]. Для некомпланарных магнитных структур член с векторным произведением может приводить к аномальному эффекту Холла даже без спин-орбитального взаимодействия благодаря возникновению спиновой киральности и кривизны Берри.

Гейзенберговская часть гамильтониана может быть рассмотрена в слейв-бозонном представлении. Для этого выражение (16) может быть переписано через операторы

$$b_{1i} = f_{i\uparrow} d_{i\downarrow} - f_{i\downarrow} d_{i\uparrow}, \quad b_{2i} = f^\dagger_{i\uparrow} d_{i\uparrow} + f^\dagger_{i\downarrow} d_{i\downarrow}, \qquad (19)$$

которые приближенно можно считать бозевскими [48], что возвращает нас к представлению бозонных голонов, в том числе в $SU(2)$-версии [37, 50].

Теория среднего поля [48] включает фермионные спиноны и коррелированные электроны — допоны, причем бозонные голоны являются связанными состояниями спинонов и электронов. Следует отметить, что в подходе работ [47, 49] вместо новых операторов допонов возникают операторы электронов, что несколько меняет физическую интерпретацию (в частности, это может быть важно для описания QHE).

Таким образом, исходная модель принимает форму эффективной двухзонной модели, аналогично проблеме решеток Кондо: плоская зона описывается в представлении абрикосовских фермионов, а зона проводимости — через допоны. Здесь происходит орбитально-селективный (частичный) переход Мотта в одной полосе, который представляет собой квантованное изменение поверхности Ферми, т. е. переход от большой к малой поверхности Ферми [51], связанный с образованием хаббардовских подзон [31, 38, 52]. Этот переход может быть описан в рамках подхода фракционализованной ферми-жидкости, описывающей малую поверхность Ферми в состоянии Z_2-спиновой жидкости [53].

В приближении среднего поля лагранжиан для фазы спиновой жидкости может быть записан в виде (ср. [48])

$$\mathcal{L} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \Big[(\partial_0 + \alpha_\mathbf{k}) f^\dagger_{\mathbf{k}\sigma} f_{\mathbf{k}\sigma} + \beta_\mathbf{k} (f^\dagger_{\mathbf{k}\sigma} d_{\mathbf{k}\sigma} + \text{H.c.}) + \\ + (\partial_0 + \gamma_\mathbf{k}) d^\dagger_{\mathbf{k}\sigma} d_{\mathbf{k}\sigma} + \text{const} \Big], \qquad (20)$$

причем $\gamma_\mathbf{k}$ определяется затравочным спектром (вообще говоря, перенормированным [48]), величина $\alpha_\mathbf{k}$ кроме этого пропорциональна концентрации носителей тока (допонов), $\beta_\mathbf{k}$ содержит бозонные перенормировки $\langle f^\dagger_{i\sigma} d_{j\sigma} \rangle$. Таким образом, после диагонализации спектра мы получаем узкую зону f-типа и широкую зону, происходящую от допонов. Далее, может быть проведен учет флуктуаций через введение временнóй и координатной компонент калибровочного поля, так что $\partial_0 \to \partial_0 + ia_0$ и соответственно для координатной части (ср. [28]).

Аналогичный подход для муаровой решетки графена при учете долин позволяет описать формирование состояния спиновой жидкости с дробным зарядом энионов [28]. В целом, в нашей задаче имеются два источника топологического порядка. Первый — это квантовый эффект Холла, он может быть описан в рамках партонного представления для электронного оператора [29]. Второй — формирование спиновой жидкости, где существенно разделение заряда и спина в режиме сильных корреляций. Оба эти фактора в принципе описываются в рамках партонной среднеполевой теории [30]. Следует ожидать, что в эффективном лагранжиане сильнокоррелированной системы будут присутствовать члены, описывающие интерференцию этих эффектов, что позволит приписать систему к определенному топологическому типу. Он может быть определен согласно классификации абелевых и неабелевых топологических сверхпроводников по Китаеву [27].

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Для соединений $3d$-металлов с решеткой кагоме характерны как топологические электронные зоны, так и многообразие магнитных структур. Сочетание этих двух факторов может приводить к большой величине аномальной холловской проводимости посредством различных механизмов. В частности, в магнитных вейлевских полуметаллах с нарушенной T-симметрией относительно обращения времени возникает сильный внутренний аномальный эффект Холла из-за большой кривизны Берри.

В решетке кагоме T-симметрия может быть нарушена благодаря магнитным потокам, обусловленным ферромагнитным упорядочением, и внутреннему спин-орбитальному взаимодействию, что приводит к возникновению нескольких нетривиальных разделенных по энергии зон Черна и внутреннему аномальному QHE. Этот механизм был рассмотрен в работе [54] в применении к соединению $Cs_2LiMn_3F_{12}$. Использованная модель сильной связи аналогична модели Халдейна и включает две верхние зоны с дисперсией и нижнюю плоскую зону, которые разделены по энергии и несут числа Черна $-1, 0, +1$. Первые две зоны линейно касаются в точках $\bar{K}$ и $\bar{K}'$, образуя два конуса Дирака, а средняя и нижняя плоские зоны касаются квадратично в точке Г.

Соответствующий блоховский гамильтониан сильной связи с учетом спин-орбитального взаимодействия для решетки кагоме, который позволяет построить состояния с различными черновскими числами, был получен в работе [55]. Это позволяет построить приближение среднего поля в представлении допонов аналогично работе [48].

Магнитные вейлевские полуметаллы и металлы потенциально могут реализовать аномальный QHE в двумерном пределе. Можно ожидать, что структура решетки кагоме в сочетании с межплоскостным ферромагнитным порядком в слоистой магнитной системе $Co_3Sn_2S_2$ позволит наблюдение квантового аномального холловского состояния в двумерном пределе [3, 56, 57]. Поскольку магнитные вейлевские полуметаллы представляют собой топологические системы, состояние аномального QHE может быть получено в них за счет конфайнмента вейлевского полуметалла вдоль одного из направлений. Эта идея была разработана [56] на примере $Co_3Sn_2S_2$. В двумерном пределе были получены два состояния аномального QHE в зависимости от стехиометрии слоя. Одно из них — полуметалл с числом Черна, равным 6, а другой — изолятор с числом Черна 3.

Отметим, что соединение $Co_3Sn_2S_2$ является представителем полуметаллических ферромагнетиков, для которых характерны сильные корреляционные эффекты и важную роль играют некогерентные (неквазичастичные) состояния [58], которые могут быть связаны с топологией [46]. Возможность возникновения аномального QHE обсуждается также для трехмерного полуметаллического ферромагнетика $HgCr_2Se_4$, в котором согласно зонному расчету [59] электронный спектр включает вейлевские фермионы.

Подход работы [19] позволяет предложить новый класс топологических фаз — квантовых холловских спиновых жидкостей, которые представляют собой комбинацию квантового состояния Холла и спиновой жидкости, а также родительское (parent) состояние для квантовых холловских ферро- и антиферромагнетиков, причем в случае решетки кагоме возможен прямой переход от ферромагнетика к спиновой жидкости. Следует отметить, что небипартитная решетка кагоме является благоприятной для формирования спиновой жидкости, в то время как идентификация типа решетки двуслойного графена по распределениям зарядовой и спиновой плотностей (бипартитной сотовой или небипартитной треугольной) не является однозначной [60].

Таким образом, мы видим, что экзотические явления в узких топологических зонах обусловлены корреляционными эффектами, в том числе разделением спиновых и зарядовых степеней свободы. В то же время спин-орбитальное взаимодействие и ферромагнетизм играют важную роль в формировании плоских зон и для аномального QHE.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (тема «Поток» № АААА-А18-118020190112-8). Исследование эффектов спин-орбитального взаимодействия в решетках кагоме поддержано Российским научным фондом (программа РНФ 20-62-46047).

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu. Deng, Y. Yu, M. Zh. Shi, Zh. Guo, Z. Xu, J. Wang, X. H. Chen, and Yu. Zhang, Science **367**, 895 (2020).

2. B. Li, J.-Q. Yan, D.M. Pajerowski, E. Gordon, A.-M. Nedic, Y. Sizyuk, L. Ke, P. P. Orth, D. Vaknin, and R. J. McQueeney, Phys. Rev. Lett. **124**, 167204 (2020).

3. E. Liu, Y. Sun, N. Kumar, L. Muechler, A. Sun, L. Jiao, Sh.-Y. Yang, D. Liu, A. Liang, Q. Xu, J. Kroder, V. Seuss, H. Borrmann, Ch. Shekhar, Zh. Wang, Ch. Xi, W. Wang, W. Schnelle, S. Wirth, Y. Chen, S. T. B. Goennenwein, and C. Felser, Nature Phys. **14**, 1125 (2018).

4. L. Ye, M. Kang, J. Liu, F. von Cube, C. R. Wicker, T. Suzuki, C. Jozwiak, A. Bostwick, E. Rotenberg, D. C. Bell, L. Fu, R. Comin, and J. G. Checkelsky, Nature **555**, 638 (2018).

5. Zh. Lin, J.-H. Choi, Q. Zhang, W. Qin, S. Yi, P. Wang, L. Li, Y. Wang, H. Zhang, Zh. Sun, L. Wei, Sh. Zhang, T. Guo, Q. Lu, J.-H. Cho, Ch. Zeng, and Zh. Zhang, Phys. Rev. Lett. **121**, 096401 (2018).

6. D. Boldrin, B. Fak, M. Enderle, S. Bieri, J. Ollivier, S. Rols, P. Manuel, and A. S. Wills, Phys. Rev. B **91**, 220408(R) (2015).

7. Zh. Liu, M. Li, Q. Wang, G. Wang, Ch. Wen, K. Jiang, X. Lu, Sh. Yan, Y. Huang, D. Shen, J.-X. Yin, Z. Wang, Zh. Yin, H. Lei, and Sh. Wang, Nature Comm. **11**, 4002 (2020).

8. D. Guterding, H. O. Jeschke, and R. Valenti, Sci. Rep. **6**, 25988 (2016).

9. G. Chen, A. L. Sharpe, E. J. Fox, Y.-H. Zhang, S. Wang, L. Jiang, B. Lyu, H. Li, K. Watanabe, T. Taniguchi, Zh. Shi, T. Senthil, D. Goldhaber-Gordon, Y. Zhang, and F. Wang, Nature **579**, 56 (2020).

10. M. Serlin, C. L. Tschirhart, H. Polshyn, Y. Zhang, J. Zhu, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. Balents, and A. F. Young, Science **367**, 900 (2020).

11. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett, **48**, 1559, (1982).

12. W. Zhu, S. S. Gong, and D. N. Sheng, Phys. Rev. B **94**, 035129 (2016).

13. A. E. B. Nielsen, G. Sierra, and J. I. Cirac, Nature Comm. **4**, 2864 (2013).

14. Sh.-Sh. Gong, W. Zhu, and D. N. Sheng, Sci. Rep. **4**, 6317 (2014).

15. M. Z. Hasan and C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045 (2010).

16. F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988).

17. T. Neupert, L. Santos, C. Chamon, and C. Mudry, Phys. Rev. Lett. **106**, 236804 (2011).

18. Y.-H. Zhang and T. Senthil, Phys. Rev. B **99**, 205150 (2019).

19. Y.-H. Zhang and T. Senthil, Phys. Rev. B **102**, 115127 (2020).

20. J. Hu, S.-Y. Xu, N. Ni, and Zh. Mao, Ann. Rev. Mater. Res. **49**, 207 (2019).

21. Y. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **82**, 102001 (2013).

22. В. Н. Меньшов, И. А. Швец, Е. В. Чулков, Письма в ЖЭТФ **110**, 777 (2019) [V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, JETP Lett. **110**, 771 (2019)].

23. X.-G. Wen, Adv. Phys. **44**, 405 (1995).

24. X.-G. Wen, *Quantum Field Theory of Many-Body Systems*, Oxford Univ. Press, Oxford (2004).

25. S. Moroz, A. Prem, V. Gurarie, and L. Radzihovsky, Phys. Rev. B **95**, 014508 (2017).

26. X.-G. Wen, Int. J. Mod. Phys. B **6**, 1711 (1992).

27. A. Kitaev, Ann. Phys. (N. Y.) **321**, 2 (2006).

28. Y.-H. Zhang and D. Mao, Phys. Rev. B **101**, 035122 (2020).

29. R. Ma and Y.-Ch. He, Phys. Rev. Res. **2**, 033348 (2020).

30. S. A. Parameswaran, R. Roy, and Sh. L. Sondhi, C. R. Physique **14**, 816 (2013).

31. V. Yu. Irkhin and Yu. N. Skryabin, Phys. Lett. A **383**, 2974 (2019).

32. J. Hubbard, Proc. Roy. Soc. London A **276**, 238 (1963).

33. J. Hubbard, Proc. Roy. Soc. London A **277**, 237 (1963).

34. J. Hubbard, Proc. Roy. Soc. London A **281**, 401 (1964).

35. M. Punk and S. Sachdev, Phys. Rev. B **85**, 195123 (2012).

36. M. Kang, L. Ye, Sh. Fang, J.-Sh. You, A. Levitan, M. Han, J. I. Facio, C. Jozwiak, A. Bostwick, E. Rotenberg, M. K. Chan, R. D. McDonald, D. Graf, K. Kaznatcheev, E. Vescovo, D. C. Bell, E. Kaxiras, J. van den Brink, M. Richter, M. P. Ghimire, J. G. Checkelsky, and R. Comin, Nature Mater. **19**, 163 (2020).

37. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, Rev. Mod. Phys. **78**, 17 (2006).

38. В. Ю. Ирхин, Ю. Н. Скрябин, ФММ **120**, 563 (2019) [V. Yu. Irkhin and Yu. N. Skryabin, Physics of Metals and Metallography **120**, 513 (2019)].

39. E. Tang, J.-W. Mei, and X.-G. Wen, Phys. Rev. Lett. **106**, 236802 (2011).

40. Y.-Ch. Wang, X.-F. Zhang, F. Pollmann, M. Cheng, and Z. Y. Meng, Phys. Rev. Lett. **121**, 057202 (2018).

41. Y. Yanagi, J. Ikeda, K. Fujiwara, K. Nomura, A. Tsukazaki, and M.-T. Suzuki, arXiv:2011.14567.

42. H. Zhou, G. Chang, G. Wang, X. Gui, X. Xu, J.-X. Yin, Z. Guguchia, S. S. Zhang, T.-R. Chang, H. Lin, W. Xie, M. Z. Hasan, and Sh. Jia, Phys. Rev. B **101**, 125121 (2020).

43. M. A. Kassem, *Novel Magnetic and Electronic Properties of Kagome-Lattice Cobalt-Shandites*, PhD dissertation, Kyoto University (2016).

44. T. Y. Yang, Q. Wan, Y. H. Wang, M. Song, J. Tang, Z. W. Wang, H. Z. Lv, N. C. Plumb, M. Radovic, G. W. Wang, G. Y. Wang, Z. Sun, R. Yu, M. Shi, Y. M. Xiong, and N. Xu, arXiv:1906.07140.

45. R. Fresard and P. Wölfle, Int. J. Mod. Phys. B **6**, 685 (1992).

46. V. Yu. Irkhin, Phys. Lett. A **383**, 1506 (2019).

47. V. Yu. Irkhin and Yu. P. Irkhin, Phys. Stat. Sol. (b) **183**, 9 (1994).

48. T. C. Ribeiro and X.-G. Wen, Phys. Rev. B **74**, 155113 (2006).

49. В. Ю. Ирхин, Ю. Н. Скрябин, Письма ЖЭТФ **106**, 161 (2017) [V. Yu. Irkhin and Yu. N. Skryabin, JETP Lett. **106**, 167 (2017)].

50. X.-Y. Song, A. Vishwanath, and Y.-H. Zhang, arXiv: 2011.10044.

51. M. Vojta, Rep. Progr. Phys. **81**, 064501 (2018).

52. В. Ю. Ирхин, Ю. Н. Скрябин, ФММ **121**, 115 (2020) [V. Yu. Irkhin and Yu. N. Skryabin, Physics of Metals and Metallography **121**, 103 (2020)].

53. T. Senthil, M. Vojta, and S. Sachdev, Phys. Rev. B **69**, 035111 (2004).

54. G. Xu, B. Lian, and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **115**, 186802 (2015).

55. E. J. Bergholtz and Zh. Liu, Int. J. Mod. Phys. B **27**, 1330017 (2013).

56. L. Muechler, E. Liu, J. Gayles, Q. Xu, C. Felser, and Y. Sun, Phys. Rev. B **101**, 115106 (2020).

57. M. Tanaka, Y. Fujishiro, M. Mogi, Y. Kaneko, T. Yokosawa, N. Kanazawa, S. Minami, T. Koretsune, R. Arita, S. Tarucha, M. Yamamoto, and Y. Tokura, Nano Lett. **20**, 7476 (2020).

58. M. I. Katsnelson, V. Yu. Irkhin, L. Chioncel, A. I. Lichtenstein, and R. A. de Groot, Rev. Mod. Phys. **80**, 315 (2008).

59. G. Xu, H. Weng, Zh. Wang, X. Dai, and Zh. Fang, Phys. Rev. Lett. **107**, 186806 (2011).

60. V. Yu. Irkhin and Yu. N. Skryabin, Письма в ЖЭТФ **111**, 242 (2020) [JETP Lett. **111**, 230 (2020)].