

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С ПОМОЩЬЮ НЕОДНОРОДНЫХ МИКРОКОНТАКТОВ И КОРРЕКЦИЯ ФОНА В СПЕКТРАХ ЯНСОНА

*Н. Л. Бобров**

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина
Национальной академии наук Украины
61103, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 21 декабря 2020 г.,
после переработки 3 февраля 2021 г.
Принята к публикации 4 февраля 2021 г.

Рассмотрено применение неоднородных микроконтактов ниобия в сверхпроводящем состоянии для восстановления функции электрон-фононного взаимодействия. В основе метода лежит использование нелинейности вольт-амперной характеристики, возникающей вследствие неупругих процессов подавления избыточного тока микроконтактов при рассеянии неравновесных фононов на электронах, испытывающих андреевское отражение. Предложена новая модель возникновения фона на микроконтактных спектрах Янсона и способы его коррекции.

DOI: 10.31857/S0044451021070087

1. ВВЕДЕНИЕ

В основе спектроскопии электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) микроконтактов с непосредственной проводимостью лежит дубликация носителей — в токовом состоянии электроны разбиваются на две группы, разность энергий для которых между занятыми и свободными состояниями электронов на поверхности Ферми составляет миллиэлектронвольты, т. е. равна приложенному напряжению [1, 2]. Количество работ, посвященных нахождению функции ЭФВ с помощью микроконтактов, находящихся в нормальном состоянии, превышает несколько сотен, опубликованы две монографии [3, 4], обобщающие полученные результаты.

Для сверхпроводящего состояния использование нелинейностей избыточного тока баллистических микроконтактов в области фононных энергий для восстановления функции ЭФВ получило теоретическое обоснование в работах Хлуса и Омелянчука в 1983 г. [5, 6]. Однако только спустя почти 30 лет эти работы нашли экспериментальное подтвержде-

ние [7, 8]. Задержка связана с наличием не учитываемого теорией сверхпроводящего фона, что привело к необходимости использования для этой процедуры разности вторых производных вольт-амперных характеристик (ВАХ) в сверхпроводящем и нормальном состояниях, в то время как теория предсказывала, что функция ЭФВ пропорциональна первой производной избыточного тока или разности первых производных сверхпроводящего и нормального состояний. Механизм формирования нелинейности избыточного тока в области фононных энергий связан с рассеянием неравновесных фононов, генерируемых электронами с избыточной энергией, равной приложенному к контакту напряжению, на андреевских электронах. Нелинейность ВАХ нормального состояния формируется в объеме с характерным размером порядка диаметра контакта. Связано это с геометрическими ограничениями процессов обратного рассеяния, ответственными за эту нелинейность. Процессами обратного рассеяния называются такие процессы рассеяния электронов на неравновесных фононах, при которых электрон в результате рассеяния возвращается в тот же электрод, из которого вылетел.

Процессы рассеяния неравновесных фононов на андреевских электронах не имеют таких ограниче-

* E-mail: bobrov@ilt.kharkov.ua

ний и в принципе возможны на любом расстоянии от закоротки, где они сосуществуют. Тем не менее теория учитывает только процессы рассеяния, происходящие в области высокой плотности тока, где концентрации обоих компонентов велики. В целом выводы теории были подтверждены для сверхпроводников с большой длиной когерентности, таких, например, как олово или алюминий [8]. В то же время было обнаружено, что в баллистических микроконтактах тантала в формировании нелинейности избыточного тока принимает участие также область вблизи закоротки с характерным размером порядка длины когерентности [7, 9]. Вклад этой области оказался заметно больше, чем вклад от области с размером порядка диаметра контакта. Заметное отличие сверхпроводящей добавки в спектр для тантала от таковой для сверхпроводников с большей длиной когерентности потребовало применения специфических приемов при восстановлении с ее помощью функций ЭФВ. Эти приемы оказались полезными при изучении неоднородных сверхпроводящих микроконтактов. Обзор экспериментальных результатов по восстановлению функций ЭФВ для различных сверхпроводников из дополнительной нелинейности, возникающей при переходе микроконтакта с непосредственной проводимостью в сверхпроводящее состояние, приведен в работе [10].

Для баллистических микроконтактов нелинейность ВАХ в нормальном состоянии по крайней мере одного порядка или даже больше, чем дополнительная нелинейность избыточного тока, возникающая при переходе контакта в сверхпроводящее состояние. Необходимость выделения этой нелинейности в чистом виде для восстановления функции ЭФВ в значительной мере снижает практическую ценность такой процедуры, поскольку для многих сверхпроводников перевод в нормальное состояние при низкой температуре весьма затруднен или даже невозможен по техническим причинам.

Выход из этой тупиковой ситуации был бы возможен, если бы удалось отключить нелинейность, связанную с процессами обратного рассеяния, которые ответственны за нелинейность в нормальном состоянии, не затронув при этом дополнительную нелинейность избыточного тока, связанную с процессами рассеяния неравновесных фононов на андреевских электронах. Поскольку в баллистических контактах такая ситуация невозможна, рассмотрим альтернативы.

Уменьшение интенсивности спектра в нормальном состоянии происходит при загрязнении материала в области сужения, сопровождающегося умень-

шением длины упругого пробега электронов. Предельный случай такого уменьшения наблюдается в диффузионных микроконтактах, т. е. в таких контактах, для которых выполняется условие $l_i \ll \ll d \ll \Lambda_\varepsilon$, где d — диаметр контакта, l_i — длина упругой релаксации, Λ_ε — диффузионная длина энергетической релаксации, $\Lambda_\varepsilon = \sqrt{l_i l_\varepsilon / 3}$, l_ε — длина энергетической релаксации. Интенсивность спектра в диффузионном режиме ниже, чем в баллистическом, по порядку величины в l_i/d раз.

В соответствии с теоретической моделью [11], вторая производная ВАХ диффузионного контакта отличается от таковой баллистического только меньшей интенсивностью. Кроме того, вследствие изотропизации распределения электронов по импульсам наблюдается почти полная изотропизация спектра ЭФВ. Это может приводить лишь к небольшому размытию спектра и незначительному изменению его формы. Никаких других последствий от сокращения длины упругой релаксации электронов теория не предсказывает.

В экспериментах уменьшение длины упругого рассеяния, как уже отмечалось, обусловлено загрязнением микроконтакта, т. е. повышением концентрации примесей и дефектов решетки. На рис. 1, 2 в работе [12] можно наблюдать возрастание фона и деградацию высокоэнергетических фононных пиков в микроконтактных спектрах меди с ростом концентрации примесей марганца и железа. В работе [13] изложена методика прямого нахождения длины упругого рассеяния электронов l_i внутри микроконтакта. Для контактов относительно малого размера переход от баллистического к диффузионному режиму, когда длина упругой релаксации становится сопоставимой с характерными параметрами кристаллической решетки, сопровождается значительными ее искажениями. Помимо предсказанного теорией размытия спектров такие искажения приводят к сильному подавлению высокоэнергетических фононных особенностей вплоть до полного их исчезновения, а также к высокому уровню фона [12, 14]. Отметим, что подавление высокоэнергетических фононов характерно также и для функций ЭФВ, восстановленных в туннельных экспериментах для пленок с искаженной решеткой [15].

Как уже отмечалось, в силу геометрических ограничений процессы обратного рассеяния эффективны в объеме контакта с характерным размером порядка его диаметра. Однако для диффузионных контактов при определенных условиях эти процессы могут быть эффективными только вблизи центра контакта. Если максимальная концентрация де-

фектов и примесей достигается на границе между электродами и быстро убывает на периферии контакта, то электроны после рассеяния на неравновесных фононах с большой степенью вероятности будут диффундировать в направлении градиента уменьшения концентрации примесей. Другими словами, процессы обратного рассеяния, определяющие спектр в нормальном состоянии, в основном будут сосредоточены вблизи границы соприкосновения электродов. Это может привести к росту вклада в спектр ЭФВ поверхностных фононов и, соответственно, к дополнительному размытию спектра. Очевидно, что если в диффузионном режиме находится только один из берегов микроконтакта, то в результирующем спектре интенсивность каждого парциального вклада будет определяться грязным берегом.

Тем не менее в таких контактах с очень высоким уровнем фона, размытыми спектрами и сильно подавленными высокоэнергетическими фононами все фононные особенности в нормальном состоянии остаются на своих местах [12, 14]. Это однозначно свидетельствует о том, что в таких контактах сохраняется дубликация электронов [1, 2], т. е. они являются спектроскопическими.

Теперь вернемся к рассмотрению нелинейности избыточного тока, обусловленной рассеянием неравновесных фононов на андреевских электронах. Как уже отмечалось выше, в баллистических микроконтактах тантала [7, 9], вследствие меньшей длины когерентности, существенный вклад в дополнительную нелинейность ВАХ при переходе в сверхпроводящее состояние вносят берега контакта. Формирование нелинейности избыточного тока в таких контактах происходит в объеме с характерным размером порядка длины когерентности. Очевидно, что величина этой нелинейности в микроконтактах из подобных сверхпроводников (с сопоставимыми длинами когерентности) будет зависеть как от величины избыточного тока, так и от объема, в котором формируется эта нелинейность. Поскольку при переходе в диффузионный режим избыточный ток составляет около 55 % от своего значения в баллистическом режиме, а соответствующая нелинейность будет формироваться приблизительно в таком же объеме с характерным размером порядка длины когерентности, можно ожидать, что дополнительная нелинейность ВАХ сверхпроводящего состояния в диффузионном режиме будет примерно лишь вдвое меньше, чем в баллистическом.

Таким образом, создается впечатление, что перевод контакта в диффузионный режим является ре-

шением поставленной задачи — значительное уменьшение вклада в общую нелинейность от процессов обратного рассеяния и сравнительно небольшое уменьшение вклада от процессов рассеяния неравновесных фононов на андреевских электронах. Тут самое время напомнить о влиянии дефектов и примесей на вид спектров ЭФВ. Как уже отмечалось [12, 14], наличие сильных искажений решетки приводит к значительному подавлению высокочастотных мод и к общему размытию спектров ЭФВ, что подтверждается независимыми данными, полученными из туннельных экспериментов [15]. Поскольку неравновесные фононы отражают колебательную структуру материала в окрестности своей генерации, для получения спектра ЭФВ невозмущенного материала примеси и дефекты в идеальном случае должны быть сосредоточены только вблизи центра контакта, а диффузионная длина энергетической релаксации должна быть больше той области, в которой формируется нелинейность ВАХ в области фононных частот в сверхпроводящем состоянии. Таким образом, окончательным решением поставленной задачи является контакт с неоднородным распределением примесей: грязным ядром — той частью микроконтакта, где эффективны процессы обратного рассеяния, и чистыми берегами (далее по тексту будем называть такой контакт неоднородным). Никаких дополнительных ограничений на контакт не накладывается.

Сразу очертим круг возможных кандидатов, пригодных для исследования с помощью неоднородных контактов. Здесь сразу отпадают сверхпроводники с экстремально большой длиной когерентности, поскольку для них в формировании нелинейности не участвуют берега, и объем, в котором сосредоточены искажения решетки, будет близок или совпадать с областью концентрации тока. По той же самой причине маловероятно исследование ВТСП, но уже из-за экстремально малой длины когерентности. Все другие сверхпроводники, лежащие внутри этого диапазона, могут рассматриваться как возможные претенденты для проверки методики.

Прижимные микроконтакты являются наиболее подходящими объектами для проверки изложенных предположений, поскольку поверхность всегда более загрязнена, чем объем, а в процессе создания микроконтактов на границу между электродами вносятся дополнительные искажения.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве объекта исследования использовался хорошо изученный сверхпроводник с известной

функцией ЭФВ — ниобий. Он является весьма сложным объектом с точки зрения как микроконтактной, так и туннельной спектроскопии. Окислы на его поверхности могут варьироваться по составу в широких пределах и менять свои свойства в зависимости от степени окисления. Кроме того, внутри окисного слоя содержится большое количество распаривающих центров, подавляющих сверхпроводимость.

Для создания микроконтактов использовался чистый ниобий с отношением сопротивлений $\rho_{300}/\rho_{res} \sim 100$, где ρ_{300} — удельное сопротивление при комнатной температуре, ρ_{res} — остаточное сопротивление [16, 17]. Длина упругой релаксации в нем составляла $l_i \approx 220$ нм, длина когерентности $\xi_0 \approx 44$ нм, с учетом упругого рассеяния приведенная длина когерентности $\zeta \approx 36$ нм. Здесь $1/\zeta = 1/\xi_0 + 1/l_i$. Контакты создавались по сдвиговой методике [18, 19]. С учетом того, насколько важную роль играет окисел на поверхности электродов в обеспечении качества, механической и электрической стабильности микроконтактов, в экспериментах применялись два подхода. В первом подходе использовались естественные окислы — перед монтированием в устройство для создания микроконтактов электроды протравливались в смеси кислот, промывались и высушивались. Во втором подходе обработанные аналогичным образом электроды помещались в напылительную установку, и после прогрева в вакууме до предплавильной температуры на их поверхность напылялся тонкий слой алюминия, который затем окислялся в кипящем растворе перекиси водорода. Подготовленные электроды монтировались в устройство для создания микроконтактов [20]. Далее контакты, создаваемые между электродами, покрытыми естественными окислами, будем называть контактами первого типа, а с использованием второго подхода — контактами второго типа.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБРАБОТКА

Несмотря на большую статистику — более сотни микроконтактов каждого типа, даже самые лучшие спектры в нормальном состоянии не соответствуют в полной мере баллистическому режиму пролета электронов. Фононные особенности на них значительно размыты, высокочастотные фононы сильно подавлены, присутствует высокий уровень фона. Кроме перечисленного, для ряда спектров наблюдается сдвиг высокочастотного пика в область более высоких энергий. Отдельные спектры представляют

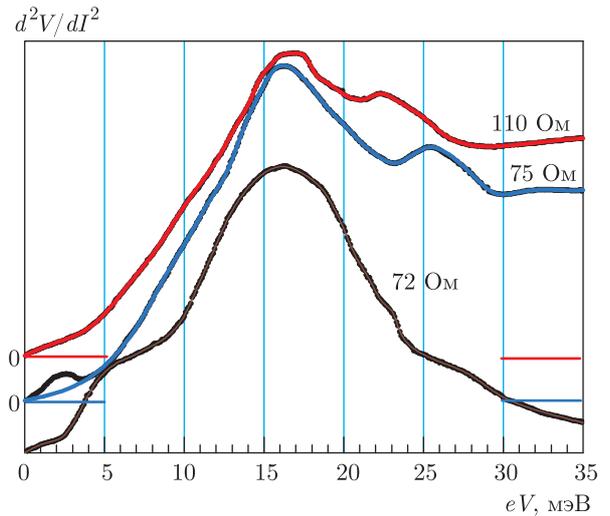


Рис. 1. Спектры ЭФВ микроконтактов ниобия. Сверхпроводимость подавлена магнитным полем, $H \approx 4-5$ Тл, $T = 4.2$ К. Экспериментальные кривые сглажены полиномиальной аппроксимацией

собой размытый широкий максимум в районе первого пика со слабовыраженным плечом в районе второго пика. Типичные представители этих спектров приведены на рис. 1. Однако подавляющее большинство вторых производных ВАХ в нормальном состоянии для контактов обоих типов представляло собой кривые без выраженных фононных особенностей очень низкой интенсивности. К сожалению, немногочисленные контакты, имеющие в нормальном состоянии спектры, подобные представленным на рис. 1, не удалось перевести в сверхпроводящее состояние, поскольку лишь относительно небольшой процент контактов выдерживал сброс магнитного поля.

В то же время для ряда контактов из гораздо более многочисленной группы, имеющей спектры без выраженных фононных особенностей в нормальном состоянии, вследствие их гораздо большего количества, удалось снять полный набор характеристик. При переходе таких контактов в сверхпроводящее состояние при неизменном уровне модулирующего сигнала интенсивность второй производной возрастала приблизительно на порядок, а форма спектра кардинально изменялась.

На рис. 2.1a приведен пример такой трансформации второй производной ВАХ для одного из контактов второго типа. Форма второй производной в сверхпроводящем состоянии подобна разности вторых производных ВАХ в сверхпроводящем и нормальном состояниях танталовых микроконтактов

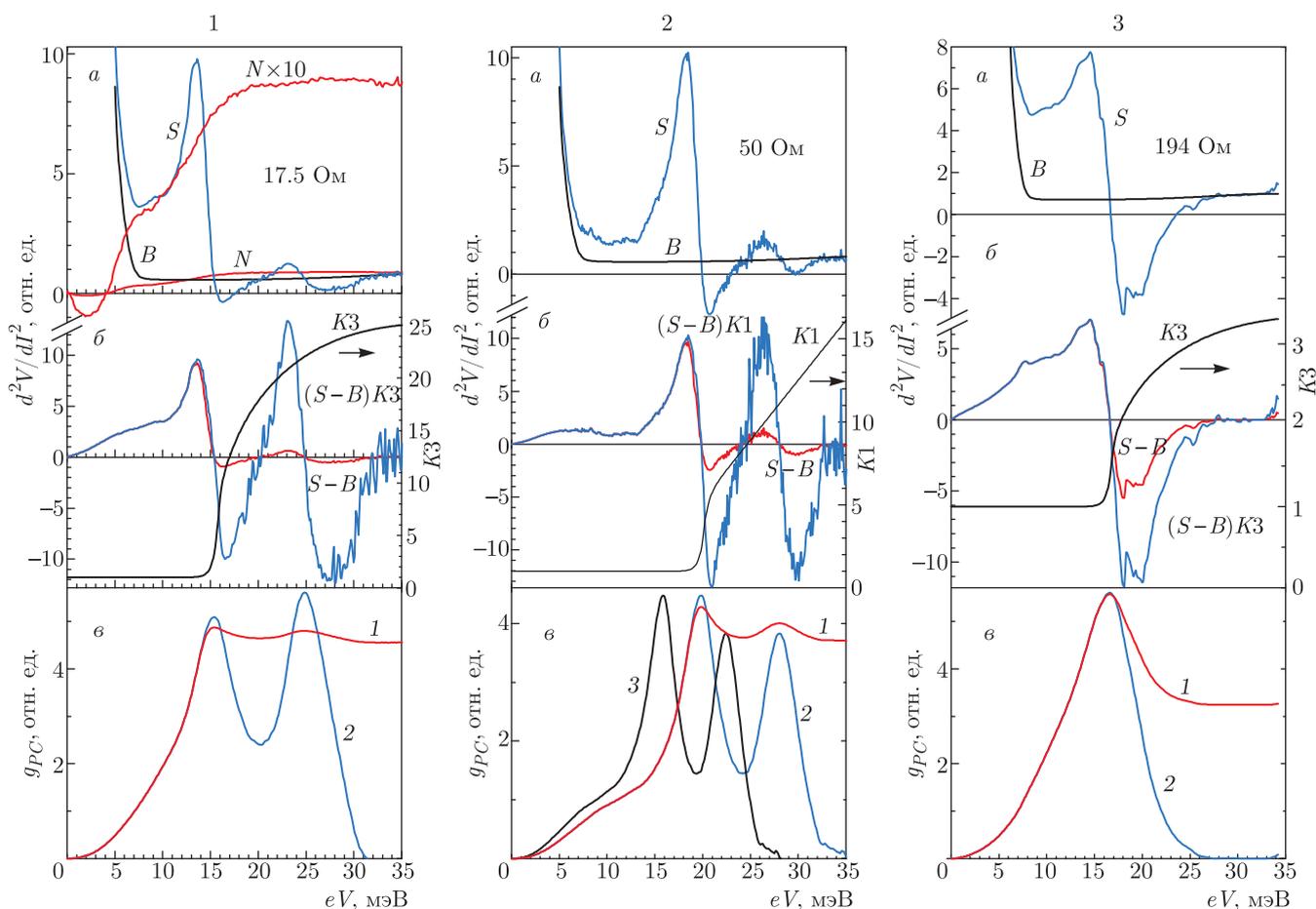


Рис. 2. Процедура восстановления функции ЭФВ в ниобии с помощью сверхпроводящих микроконтактов: *а*) S — вторые производные ВАХ ниобиевых микроконтактов в сверхпроводящем состоянии, B — фоновая кривая; *б*) $S - B$ — вторая производная с вычтенным фоном, $(S - B)K$ — вторая производная с вычтенным фоном после коррекции, K — корректирующая кривая; *в*) микроконтактные функции ЭФВ g_{PC} (PC — point contact), полученные путем интегрирования второй производной ВАХ с вычтенным фоном (панель *б*): 1 — до коррекции; 2 — после коррекции. Для контакта 17.5 Ом: *а*) N — вторая производная ВАХ в нормальном состоянии, записанная с тем же током модуляции, что и кривая S ; $N \times 10$ — та же кривая в большем масштабе. Для контакта 50 Ом: *в*) кривая 3 получена из кривой 2 путем умножения x -координат точек на 0.8 для компенсации последовательно включенного сопротивления. Контакты 1 и 2 второго типа, контакт 3 первого типа

из работы [9]. Имеются и различия — в спектре ниобия отсутствуют неравновесная особенность и трансформация мягкой фононной моды в спектре из плеча в нормальном состоянии (при энергии около 10 мэВ) в пик при переходе в сверхпроводящее состояние. В танталовых микроконтактах такая трансформация обусловлена селекцией фононов с малыми групповыми скоростями. Отсутствие такой селекции в ниобии связано с заметно меньшим по сравнению с танталом объемом, в котором происходит эффективное взаимодействие неравновесных фононов с андreeвскими электронами, и (или) с недостаточно большой длиной упругого пробега

неравновесных фононов. Тантал находится ближе к границе диапазона по длине когерентности по сравнению с другими сверхпроводниками — длина когерентности уже достаточно мала, чтобы в формировании нелинейности сверхпроводящего состояния принимала участие приконтактная область, и в то же время достаточно велика, чтобы в этой области происходила эффективная селекция фононов.

Хотя для такого рода контактов нелинейностью ВАХ в нормальном состоянии можно пренебречь, остается необходимость вычитания сверхпроводящего фона из второй производной ВАХ. При проведении фоновой кривой требуется обеспечить ра-

венство нулю второй производной при напряжении, большем границы фононного спектра. При $eV \gg \Delta$, где Δ — величина сверхпроводящей энергетической щели, фон представляет собой плавную кривую без особенностей, а вблизи щелевой особенности главным требованием при проведении фона является недопущение появления артефактов на разностной кривой $S - B$. Это касается также недостающего участка на разностной кривой, идущего от нуля. На рис. 2.1а можно видеть фоновую кривую, удовлетворяющую этим критериям, а на рис. 2.1б — разностную кривую. Недостающий участок для нее при смещениях от 0 до 5 мВ дорисован от руки. Поскольку функция ЭФВ тождественно равна нулю за пределами фононного спектра, для корректного восстановления функции ЭФВ необходимо, чтобы разностная кривая удовлетворяла геометрическому правилу, называемому правилом сумм: суммарные площади под интегрируемой кривой выше и ниже оси абсцисс должны быть одинаковыми.

Очевидно, что для приведенных на рис. 2 кривых это правило не выполняется, поскольку высокоэнергетическая часть спектра значительно подавлена и требует коррекции. Как и для танталовых микроконтактов [9], корректирующая функция равна единице в низкоэнергетической области и больше единицы в области подавления спектра. В результате умножения разностной кривой на корректирующую получается кривая, для которой выполняется правило сумм. Функции ЭФВ, восстановленные из кривых до и после коррекции, показаны на рис. 2в.

Весьма интересен спектр контакта второго типа, представленный на рис. 2.2. Он по форме подобен предыдущему спектру, однако все особенности в нем смещены в область больших энергий. После вычитания фона B_S , коррекции полученной кривой и последующего интегрирования получаем функцию ЭФВ, пики которой находятся вблизи 20 и 28 мэВ. Это соответствует «растянутой» по оси x на 20 % функции ЭФВ ниобия. Умножив значения x -координаты кривой на 0.8, мы получим функцию ЭФВ, весьма близкую к туннельной. Причиной сдвига фононных особенностей в сторону больших энергий может быть сложная структура контакта. Поскольку контроль толщины напыляемого слоя алюминия был недостаточно точным, его толщина, вероятно, оказалась больше обычной. При последующей обработке электродов в перекиси водорода пленка алюминия не окислилась на всю глубину и сыграла роль последовательно включенного сопротивления, сдвигающего фононные пики на

спектре в область более высоких энергий, что можно учесть, зная истинное положение фононных особенностей.

Для контактов первого типа наиболее характерна перевернутая S -образная форма без всякой дополнительной структуры, представленная на рис. 2.3. Как и для предыдущих контактов, после вычитания фона разностная кривая требует коррекции. На панели в показаны функции ЭФВ, восстановленные из разностной кривой до и после коррекции. Поскольку сверхпроводящая добавка в спектр формируется в объеме с характерным размером длины конверсии андреевских электронов в куперовские пары, по виду функции ЭФВ, восстановленной из этой добавки, можно сделать косвенный вывод о степени совершенства кристаллической решетки этого объема. Как следует из рисунка, функция ЭФВ, восстановленная для этого контакта, представляет собой размытую колоколоподобную кривую. Такая форма характерна для сильнодеформированного металла. Соответствующий пример можно наблюдать на рис. 1 в работе [21] для спектра циркониевого контакта, изготовленного изломным методом. В то же время более щадящая техника прижимных контактов позволила получить спектры циркония со значительно лучшим разрешением даже при использовании электродов заведомо худшего качества (см. рис. 9 в работе [22]). Таким образом, у ниобиевых контактов первого типа чаще всего толщина дефектного слоя оказывается сравнимой или даже больше длины конверсии андреевских электронов в куперовские пары. Следовательно, при использовании неоднородных микроконтактов для восстановления функции ЭФВ ключевым условием является минимально возможная толщина дефектного слоя. По крайней мере она должна быть заведомо меньше размера области, в которой формируется нелинейность ВАХ в сверхпроводящем состоянии. Как оказалось, такое условие заметно проще выполняется для контактов второго типа.

Очевидно, что если при проведении фоновой кривой руководствоваться приведенными выше правилами, то возможные вариации ее формы относительно малы и неспособны заметно изменить восстанавливаемую функцию ЭФВ. В то же время влияние формы и положения на оси энергий корректирующей кривой изучено недостаточно. Для танталовых микроконтактов, как видно на рис. 15 в работе [9], наблюдается разброс в этих параметрах для различных контактов. В цитируемой работе корректирующие кривые рисовались от руки и эмпирически подбирались их амплитуда и положение на оси энер-

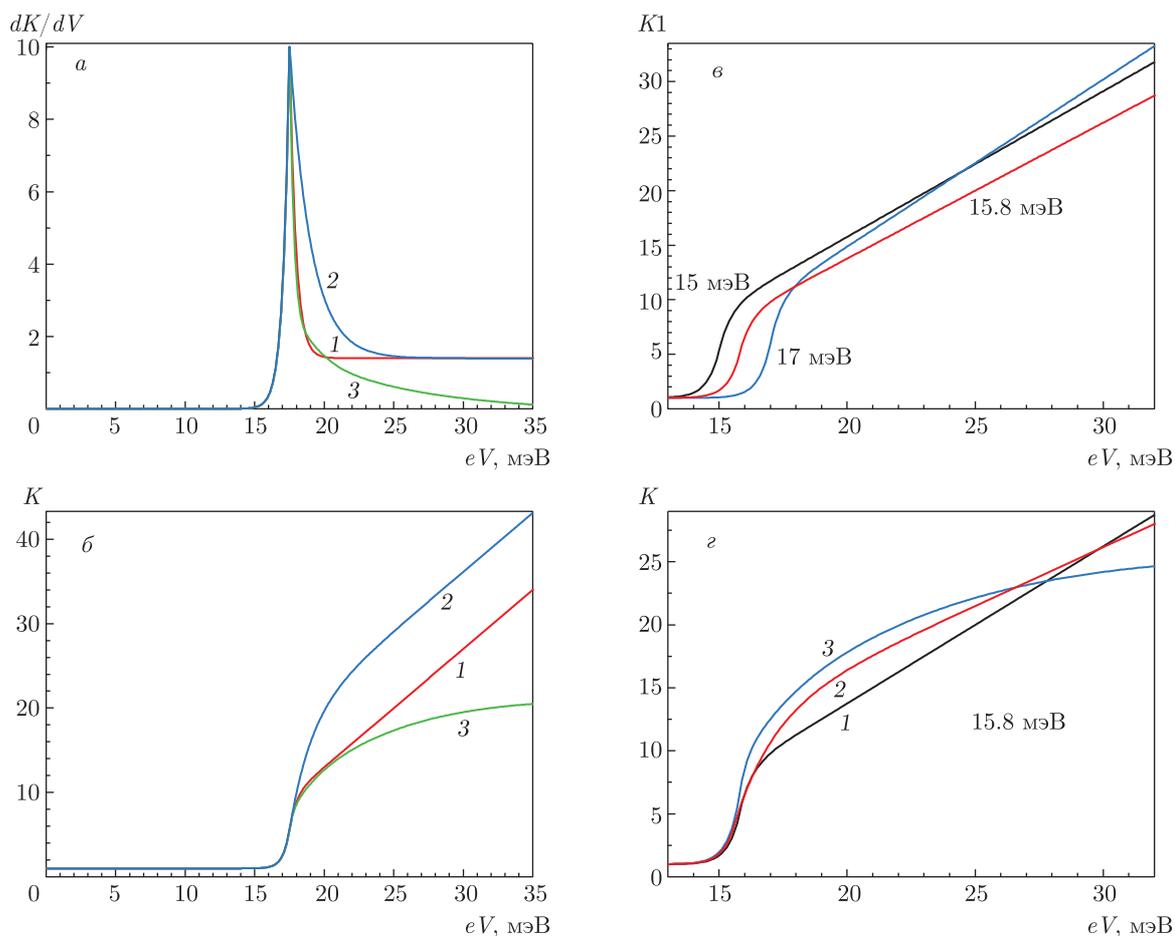


Рис. 3. *а)* Производные корректирующих кривых, используемые в качестве «заготовок». Возрастающие участки на всех заготовках одинаковы и представляют собой отрезки экспоненты. Спадающие участки на заготовках 1 и 2 — также отрезки экспонент, а на заготовке 3 этот участок состоит из двух отрезков экспонент, сопряженных полиномом. *б)* Корректирующие кривые 1–3, полученные из заготовок на панели *а*. Положения кривых на оси энергий соответствуют положению максимума на заготовке. Использование различных корректирующих кривых позволяет оценить степень влияния их формы, а также положения на оси энергий на результат восстановления функции ЭФВ. *в)* Изменение масштаба корректирующей кривой $K1$ в зависимости от ее положения на оси энергий (цифры возле кривых) для микроконтакта на рис. 2.1. *г)* Вид корректирующих кривых в точках минимумов магнитуд (см. формулу (1) и рис. 4) для микроконтакта на рис. 2.1

гий. В данной работе сделана попытка выявления общих закономерностей для корректирующих кривых разной формы.

Поскольку корректирующие кривые всегда имеют участок ступенчатого роста, для моделирования их формы удобно использовать заготовки, состоящие из отрезков экспоненциальных кривых. На рис. 3*а* показаны заготовки, путем интегрирования которых и получены корректирующие кривые различной формы на рис. 3*б*. Начальные участки для кривых идентичны, а спадающие участки на рис. 3*а* различны. Для кривой 1 начальный участок по-

добен отраженному, сжатому по оси y начальному участку для кривой 2 плюс к этому участку растянут дополнительно по оси x , а для кривой 3 представляет собой комбинацию двух отрезков экспонент, сопряженных полиномом. Положение корректирующей кривой при расчетах идентифицировалось с положением максимума на заготовке.

Все три корректирующие кривые успешно справились с поставленной задачей коррекции в достаточно широком интервале их положений на оси энергий для всех исследованных нами микроконтактов. В качестве примера на рис. 3*а* приведено изме-

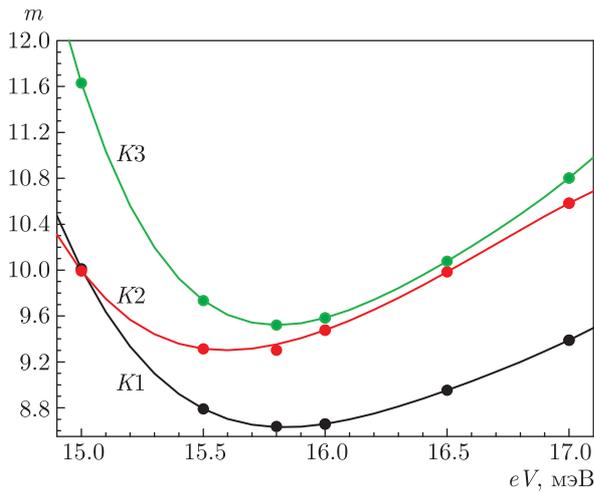


Рис. 4. Зависимости магнитуд корректирующих кривых от их положения на оси энергий для микроконтакта, приведенного на рис. 2.1

нение амплитуды корректирующей кривой $K1$ (см. контакт рис. 2.1) в зависимости от ее положения на оси энергий, а также вид всех трех корректирующих кривых при одинаковом смещении приблизительно в центре интервала (рис. 3г). Для количественного описания корректирующей кривой независимо от ее формы удобно использовать ее магнитуду, т.е. эффективную площадь под кривой от нуля до границы фононного спектра, нормированную величину V_{max} , соответствующую границе фононного спектра:

$$m = \frac{1}{V_{max}} \int_0^{V_{max}} [K(\omega) - 1] d\omega. \quad (1)$$

На рис. 4 приведены зависимости магнитуд корректирующих кривых от смещения, а на рис. 5 — изменения формы функции ЭФВ для различных корректирующих кривых и их положения на оси энергий для того же самого микроконтакта. Как видно на рисунке, наименьший разброс в форме функции ЭФВ соответствует минимумам магнитуд корректирующих кривых.

4. КОРРЕКЦИЯ ФОНА В МИКРОКОНТАКТНЫХ СПЕКТРАХ ЯНСОНА

Практически все вторые производные ВАХ микроконтактов при смещениях выше границы фононного спектра не обращаются в нуль, в то время как функции ЭФВ при этих смещениях тождественно

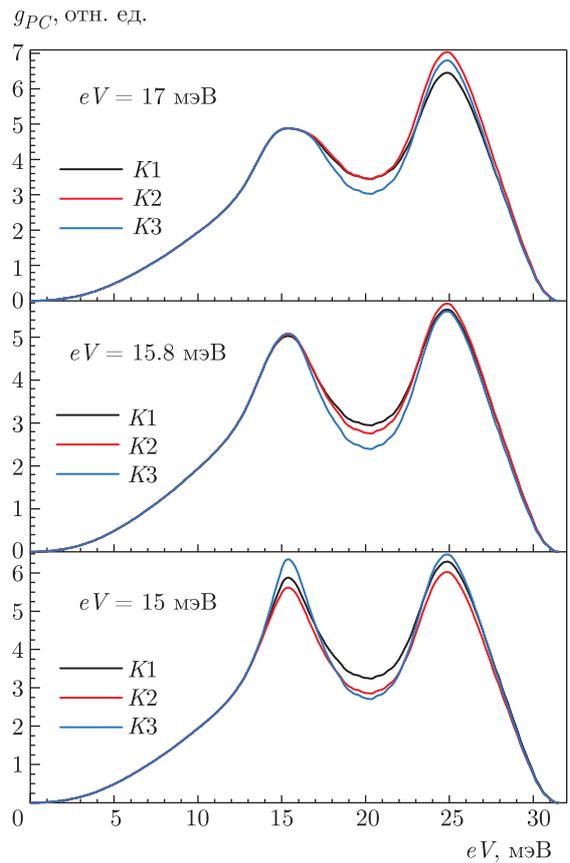


Рис. 5. Вариации формы функции ЭФВ, восстановленной для контакта, приведенного на рис. 2.1, в зависимости от вида корректирующей кривой и ее положения на оси энергий. Центральная часть рисунка соответствует минимальным значениям магнитуд корректирующих кривых

равны нулю. Существующие теории объясняют возникновение фона реабсорбцией неравновесных фононов электронами в микроконтакте [23–25]. Количественной характеристикой уровня фона γ в спектрах Янсона является отношение величины второй производной ВАХ на границе фононного спектра к ее максимальному значению. Однако даже при полной блокировке неравновесных фононов внутри контакта эта теория не может объяснить существование спектров с уровнем фона $\gamma \geq 0.5$ [26]. Поскольку на настоящий момент отсутствует физическое обоснование существования спектров с большим уровнем фона, на практике обычно применяют некие эмпирические самосогласованные итерационные процедуры, удовлетворяющие требованиям совпадения (в пределах экспериментальной погрешности) функций ЭФВ различных контактов из одинаковых материалов [3]. Это обычно справедливо для уровня фона $\gamma \leq 0.3$. Для спектров с большим уровнем фо-

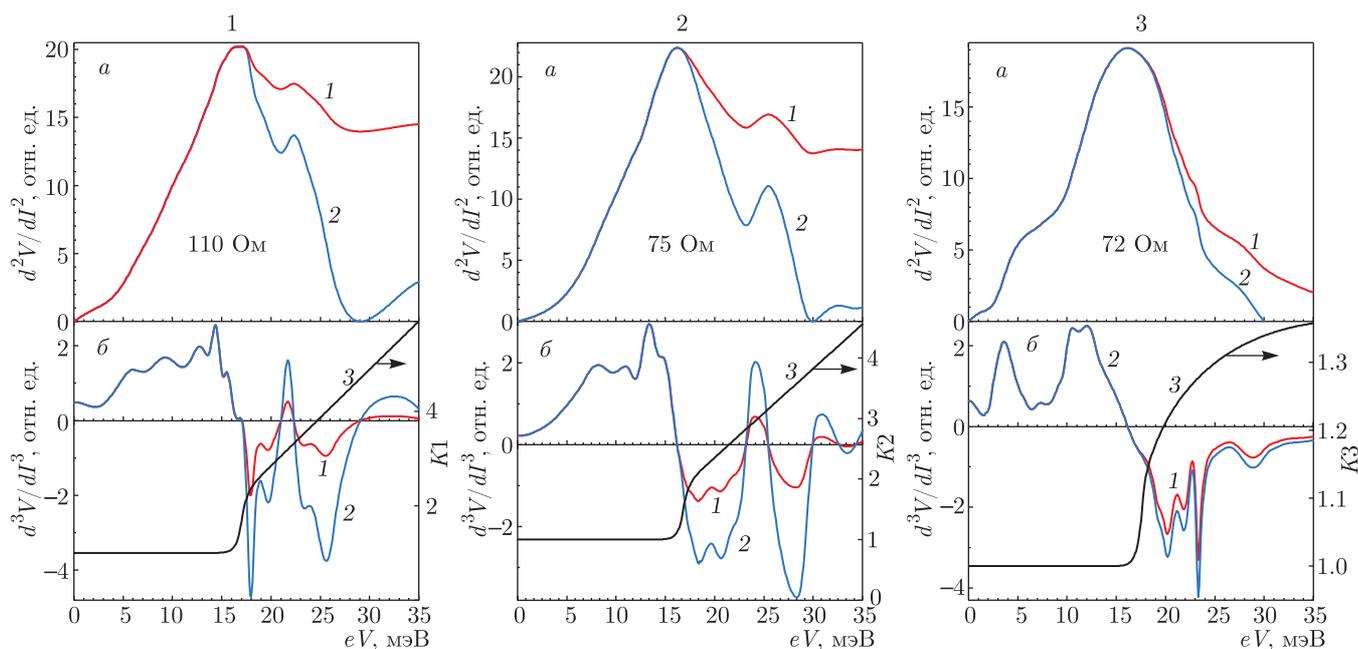


Рис. 6. Процедура коррекции фона в спектрах микроконтактов, приведенных на рис. 1. *а)* Вторые производные ВАХ: 1 — исходные; 2 — после коррекции. *б)* Третьи производные ВАХ, полученные численным дифференцированием кривых на панелях *а* (кривые 1); кривые после коррекции (2); корректирующие кривые K (3)

на конечный результат его вычитания будет уже зависеть от выбранной процедуры.

Вместе с тем, сравнивая кривые на рис. 1 и на рис. 2б, по аналогии можно предположить, что фон в спектрах Янсона появляется из-за подавления высокочастотных фононов, что должно проявиться в нарушении правила сумм уже на третьей производной ВАХ. Причиной подавления высокочастотных фононов и, следовательно, появления фона являются примеси и дефекты решетки. Фононы отражают колебательную структуру материала в окрестности своей генерации. Для низкоэнергетических фононов с большой длиной волны все эти локальные искажения решетки усредняются на длине волны и не оказывают заметного влияния на условия генерации. В то же время для высокоэнергетических фононов, у которых длина волны сопоставима с периодом решетки, генерация вблизи искажений решетки будет затруднена, поскольку они разнообразны и расположены хаотическим образом. Таким образом, из этого предположения следует, что должна наблюдаться корреляция между степенью подавления высокочастотных фононов и уровнем фона, что в принципе соответствует эксперименту [12, 14].

При записи производных ВАХ используется, как правило, стандартная модуляционная методика, об-

щепринятая в микроконтактной и туннельной спектроскопии. Поскольку модулирующее напряжение размывает спектр, его стараются сделать как можно меньше, чтобы соблюсти разумный компромисс между разрешающей способностью и уровнем шумов. Поэтому использование исходной экспериментальной кривой второй производной ВАХ для получения третьей производной методом численного дифференцирования приводит в большинстве случаев к неприемлемо высокому уровню шумов на полученной кривой. Для исключения шумов экспериментальные кривые сглаживались — вначале разделялись на перекрывающиеся отрезки, которые аппроксимировались полиномами. Исходные экспериментальные точки и результаты их полиномиальной аппроксимации представлены на рис. 1.

Процедура коррекции фона в спектрах Янсона путем восстановления правила сумм на третьей производной ВАХ ничем технически не отличается от аналогичной процедуры на второй производной ВАХ сверхпроводящих контактов, поэтому был использован тот же самый алгоритм.

На рис. 6 представлены результаты применения этого алгоритма для контактов, приведенных на рис. 1. Зависимости магнитуд корректирующих кривых от их положения на оси энергий (рис. 7) и ва-

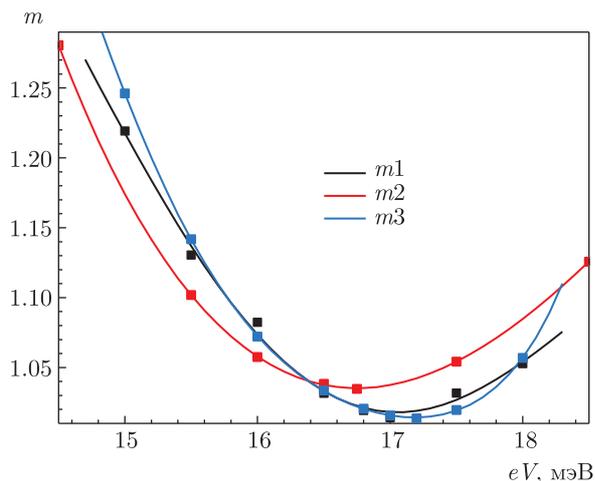


Рис. 7. Зависимости магнитуд корректирующих кривых от их положения на оси энергий для микроконтакта, приведенного на рис. 6.1

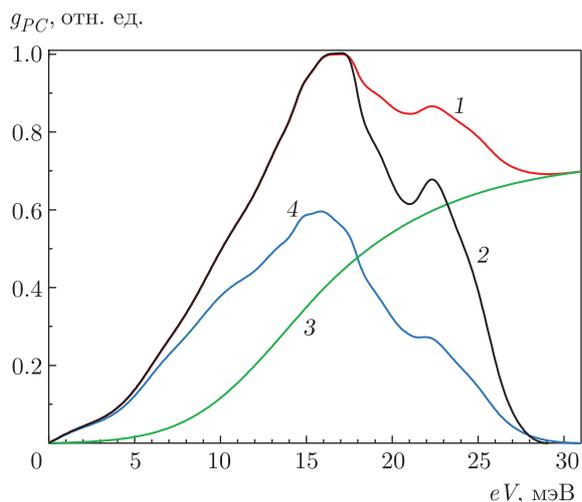


Рис. 9. Сравнение процедур вычитания и коррекции фона: 1 — исходная экспериментальная кривая с фоном; 2 — кривая после коррекции; 3 — традиционно используемая фоновая кривая; 4 — кривая после вычитания фона. Параметр ЭФВ λ для кривой 2 больше, чем для кривой 4, в 1.5 раза, максимум кривой 4 составляет примерно 0.6 от максимума кривой 2

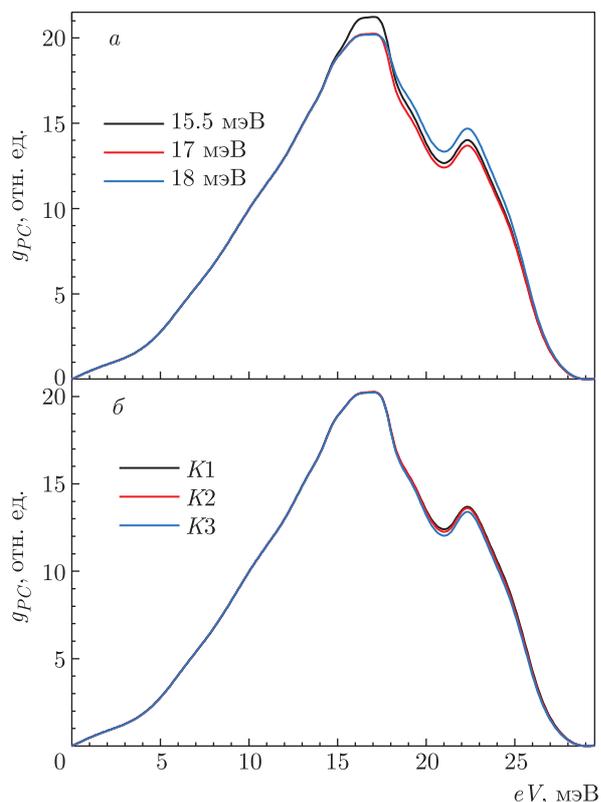


Рис. 8. Вариации формы функции ЭФВ, восстановленной для контакта, приведенного на рис. 6.1, в зависимости от положения корректирующей кривой $K1$ на оси энергий (а) и для различных корректирующих кривых в точках минимумов их магнитуд (б)

риации формы производных после коррекции фона (рис. 8) приведены для различных типов корректирующих кривых и их положения на оси энергий для одного из контактов. Как видно на рис. 8, наименьшие вариации формы функций ЭФВ соответствуют минимумам магнитуд корректирующих кривых. Существенно меньшая магнитуда корректирующих кривых здесь по сравнению со сверхпроводящими спектрами (ср. рис. 4 и рис. 7) приводит к практически полной идентичности кривых после коррекции фона, т. е. независимости конечного результата от формы корректирующей кривой. Для спектров Янсона, имеющих большой уровень фона, использование традиционных методов его вычитания [3] приводит, во-первых, к заметному искажению восстанавливаемой функции ЭФВ и, во-вторых, к заниженным значениям функции ЭФВ g_{PC} и параметра ЭФВ λ (рис. 9). Для приведенного на рис. 9 спектра параметр λ при коррекции фона в 1.5 раза больше, чем при вычитании, а значение функции ЭФВ в точке максимума при вычитании фона составляет около 60% по сравнению с коррекцией. Таким образом, использование метода коррекции фона позволяет уточнить форму функций ЭФВ и численные параметры для материалов, спектры которых сложно получить с низким уровнем фона.

Интересно сопоставить результаты восстановления функций ЭФВ из спектров микроконтактов, находящихся в сверхпроводящем и нормальном состо-

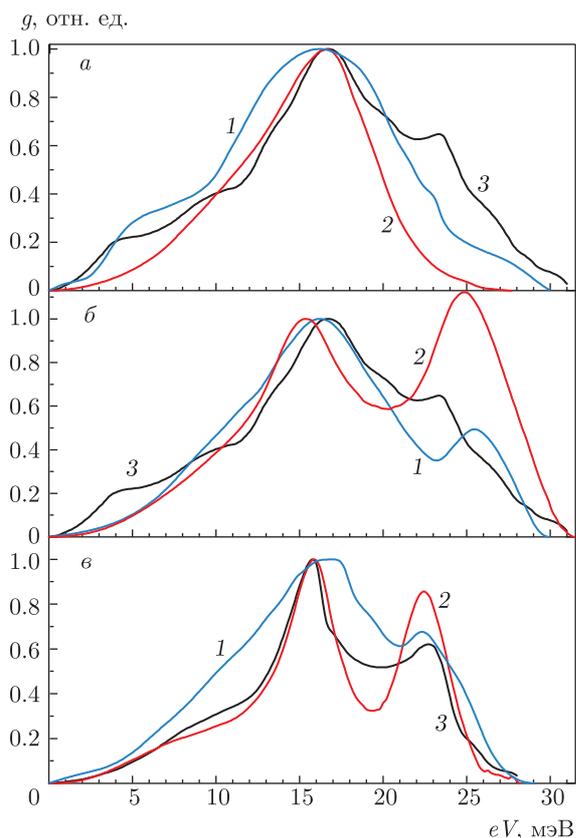


Рис. 10. Сравнение функций ЭФВ, восстановленных из спектров контактов в нормальном и сверхпроводящем состояниях, а также из туннельных данных. Все кривые нормированы на единицу в районе первого пика. *а)* 1 — аморфный материал в нормальном состоянии (рис. 6.3), 2 — аморфный материал в сверхпроводящем состоянии (рис. 2.3), 3 — из туннельных данных для аморфных пленок [15]. *б)* 1 — дефектный материал в нормальном состоянии (рис. 6.2), 2 — дефектный материал в сверхпроводящем состоянии (рис. 2.1), 3 — из туннельных данных для аморфных пленок [15]. *в)* 1 — искаженный материал в нормальном состоянии (рис. 6.1), 2 — бездефектный материал в сверхпроводящем состоянии (рис. 2.2), 3 — из туннельных данных для кристаллических пленок [27]

яниях, а также сравнить их с туннельными данными [15, 27] (рис. 10).

Как следует из сравнения, полученные функции ЭФВ можно условно разделить на три группы. На рис. 10*а* приведены функции ЭФВ, относящиеся к аморфному ниобию. При этом, судя по размытию кривых, наибольшая степень аморфизации материала соответствует функции под номером 2, восстановленной из сверхпроводящего спектра, в то время как для туннельной функции ЭФВ (кривая 3) имеет место существенная рекристаллизация. На

рис. 10*б* степени рекристаллизации близки друг к другу, положение второго пика смещено в область более высоких энергий на всех кривых, наблюдается их сильное уширение. Наконец, на рис. 10*в* приведены кривые, соответствующие наиболее совершенной кристаллической решетке. Положения пиков совпадают для всех кривых, размытие их также значительно меньше, чем в предыдущих случаях. Вместе с тем функция ЭФВ, восстановленная из спектра в нормальном состоянии, сильно уширена, второй пик подавлен, также довольно сильно подавлен второй пик на функции ЭФВ, восстановленной из туннельных измерений. Наиболее выигрышно смотрится здесь кривая 2, восстановленная из сверхпроводящего спектра.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Существующие теории спектроскопии ЭФВ сверхпроводящих микроконтактов с непосредственной проводимостью относятся к баллистическому пролету носителей через сужение и справедливы только для сверхпроводников с большой длиной когерентности. Диффузионный предел рассмотрен только для длинного канала с грязными берегами, а для неоднородных микроконтактов пока отсутствует какая-либо теоретическая модель. Тем не менее работы [5, 6] являются мощным теоретическим фундаментом, квинтэссенцией которого является доказательство, что функция ЭФВ может быть восстановлена из нелинейности избыточного тока, связанной с рассеянием андреевских электронов на неравновесных фононах. В ходе экспериментальной проверки работ [5, 6] было обнаружено, что для восстановления функции ЭФВ необходимо учитывать сверхпроводящий фон, не предсказываемый теорией. Что представляется значительно более важным, теория оказалась шире, чем первоначально предполагали авторы — восстановление функции ЭФВ из нелинейности избыточного тока оказалось возможным не только для баллистических контактов из сверхпроводников с очень большой когерентностью, но и для других сверхпроводников с меньшей длиной когерентности, а также для неоднородных контактов. По аналогии с традиционной микроконтактной спектроскопией мы находимся сейчас в таком историческом промежутке, когда существовала теория Кулика–Омельянука–Шехтера (КОШ) [1], но не существовало теории, объясняющей наблюдение спектров ЭФВ в диффузионных микроконтактах

[11]. Также тогда не существовало теории, объясняющей появление фона в спектрах Янсона. Кстати, до сих пор отсутствует теоретическое объяснение возможности возникновения фона на уровне свыше 50%. Таким образом, представленные в данной работе экспериментальные результаты могут послужить полезным источником информации для дальнейшего развития теории.

В основе микроконтактной спектроскопии лежит дубликация носителей — в токовом состоянии электроны разбиваются на две группы, для которых разность энергий между занятыми и свободными состояниями электронов на поверхности Ферми составляет eV , т. е. равна приложенному напряжению [1, 2]. Если для неоднородных контактов в сверхпроводящем состоянии выполняется бездиссипативный режим прохождения электронов через дефектную область, т. е. сохраняется дубликация электронов, то вторая производная ВАХ таких структур подобна разности ВАХ нормального и сверхпроводящего состояний баллистических микроконтактов. С учетом результатов экспериментов на ниобиевых микроконтактах даже частично диссипативный режим прохождения дефектной области может оказаться применимым для восстановления функции ЭФВ. С одной стороны, это открывает дополнительные возможности, расширяя количество объектов, позволяющих в ряде случаев получить более качественную информацию об ЭФВ от невозмущенного материала в окрестности генерации неравновесных фононов, что и продемонстрировано выше. С другой стороны, это приводит к необходимости учитывать возможность наличия последовательно включенного сопротивления. Для сверхпроводника, у которого известно положение фононных особенностей, это не представляет никаких сложностей, а вот материал с неизвестным фононным спектром требует измерения достаточно большого количества контактов с различным сопротивлением.

Как в сверхпроводящих спектрах неоднородных контактов, так и в спектрах Янсона наблюдается подавление высокоэнергетических фононов, хотя физические причины такого подавления существенно разные.

В неоднородных сверхпроводящих контактах нелинейность формируется вследствие рассеяния неравновесных фононов на электронах, испытывающих андреевское отражение, в объеме с характерным размером порядка приведенной длины когерентности. Вероятность такого рассеяния сильно зависит от концентрации обеих составляющих, причем существует некая пороговая концентрация

как андреевских электронов, так и неравновесных фононов, ниже которой вероятность их взаимодействия резко падает. При этом пороговые концентрации связаны между собой — рост концентрации одной компоненты уменьшает пороговую концентрацию второй. Концентрация андреевских электронов определяется величиной избыточного тока, а концентрация неравновесных фононов — плотностью фононных состояний. С ростом напряжения на контакте величина избыточного тока плавно уменьшается во всем диапазоне энергий. Что касается плотности фононных состояний, то вначале она растет, а после достижения энергии первого фононного пика начинает быстро уменьшаться, что и приводит к резкому падению вероятности рассеяния. Также чрезвычайно важным фактором является зависимость эффективного сечения рассеяния неравновесных фононов на андреевских электронах от энергии первых. Неравновесные фононы не являются точечными объектами, и с возрастанием их энергии эффективность рассеяния падает.

Таким образом, именно сочетание всех этих факторов и приводит к подавлению высокоэнергетических фононов. Как было показано при исследовании сверхпроводящих танталовых микроконтактов [5], степень такого подавления очень сильно зависит от того, насколько сильно убывает избыточный ток, тогда как начало такого подавления всегда привязано к энергии, соответствующей резкому уменьшению плотности фононных состояний. Для приведенных здесь контактов минимумы магнитуд корректирующих кривых расположены в интервале энергий 15.8–16 мэВ для контактов с упорядоченной кристаллической решеткой (с учетом коррекции по напряжению для контакта 50 Ом) и 16.5–16.8 мэВ для аморфного контакта.

Причиной подавления высокоэнергетических фононов в спектрах Янсона являются искажения решетки, вызываемые примесями и дефектами. Чтобы электрон с избыточной энергией, равной приложенному напряжению, мог потерять эту энергию, испустив неравновесный фонон, должен быть выполнен ряд условий. Во-первых, энергия этого фонона должна совпадать с избыточной энергией электрона, т. е. колебательные параметры решетки в окрестности рождения фонона должны позволять такой процесс. Во-вторых, фонон должен иметь возможность распространяться по кристаллу, т. е. колебательные параметры решетки в соседних объемах не должны сильно различаться. Когда приложенное к контакту напряжение мало, излучаются

фононы с большой длиной волны и дефекты не оказывают заметного влияния на возможность их генерации, поскольку на длине волны укладывается большое количество атомов и свойства решетки усредняются. В то же время если длина волны фононов сопоставима с параметрами решетки, то ее искажения могут препятствовать процессам их генерации. В самом деле, в окрестности каждого дефекта будут индивидуальные колебательные параметры решетки, не совпадающие с таковыми невозмущенной решетки и, возможно, других дефектов. Кроме того, хаотическое расположение дефектов затрудняет возможность распространения фононов, генерируемых в их окрестности. Таким образом, эффективный объем генерации для коротковолновых фононов оказывается меньше, чем для длинноволновых, что и приводит к уменьшению их интенсивности, а также к общему уширению спектров.

Для спектров Янсона минимумы магнитуд корректирующих кривых расположены при энергиях 16.6–17.2 мэВ для контактов с упорядоченной кристаллической решеткой и при 17.6 мэВ для аморфного контакта. Таким образом, для спектров Янсона положение минимумов магнитуд корректирующих кривых сдвинуто в область более высоких энергий приблизительно на 1 мэВ по сравнению со спектрами сверхпроводящих контактов. Это коррелирует с наблюдением, что степень подавления высокочастотных фононов возрастает с уменьшением их длины волны.

Столь разные физические причины, лежащие в основе подавления высокоэнергетических фононов в спектрах неоднородных сверхпроводящих контактов и спектрах микроконтактов Янсона, закономерно приводят к разным результатам при восстановлении формы функций ЭФВ. Восстановление правила сумм на третьих производных ВАХ спектров Янсона убирает фон на вторых производных, однако не устраняет причину его появления. Поэтому форма функции ЭФВ соответствует возмущенному материалу, что особенно четко проявляется для спектров с большим фоном и, соответственно, с большой магнитудой корректирующих кривых — высокочастотные пики подавлены, наблюдается уширение фоновых особенностей. Поскольку объем, в котором формируется нелинейность, в неоднородных сверхпроводящих микроконтактах удален от поверхности, где концентрация дефектов решетки максимальна, вероятность получения спектров, соответствующих

невозмущенному материалу для таких контактов выше, чем для контактов Янсона. Это замечание в наибольшей степени относится к технологически сложным для микроконтактной спектроскопии материалам с проблемной поверхностью.

Несмотря на то что при получении функций ЭФВ из спектров неоднородных сверхпроводящих контактов имеет место двойное преобразование (вычитание сверхпроводящего фона и последующая коррекция высокоэнергетической части кривых, чтобы они удовлетворяли правилу сумм), вариативность получаемых результатов не является критически значимой. Сверхпроводящий фон при больших смещениях соответствует общему ходу спектра, и его небольшие вариации практически не приводят к заметному изменению формы и положения фоновых особенностей на восстанавливаемой функции ЭФВ. Изменение формы корректирующей кривой также мало влияет на форму восстанавливаемой функции ЭФВ, если ее положение на оси энергий соответствует минимуму магнитуды. Тем не менее существует заметная зависимость между вариативностью формы восстанавливаемой функции ЭФВ и магнитудой корректирующих кривых. Если для кривых на рис. 5 в точке минимумов магнитуд корректирующих кривых ($m = 8.6\text{--}9.5$) все-таки имеют место небольшие вариации формы, то для контакта с сопротивлением 110 Ом (см. рис. 1), с уровнем фона $\gamma \sim 0.7$ вариации формы функции ЭФВ после восстановления (см. рис. 8, $m \sim 1$) пренебрежимо малы.

Осложняющим фактором при обработке кривых может быть появление на производных ВАХ особенностей несектрального характера, связанных с разрушением сверхпроводимости в приконтактной области. Такие особенности могут иметь различную природу, например тепловую или связанную с неравновесными процессами. Эти особенности не являются воспроизводимыми, их положение зависит от температуры и сопротивления микроконтакта. Поэтому для исключения из рассмотрения таких особенностей необходим достаточно большой объем экспериментальных данных.

6. КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

1. У неоднородных микроконтактов наблюдается кардинальное различие вторых производных ВАХ в нормальном и сверхпроводящем состояниях — в

нормальном состоянии на производных отсутствуют либо резко ослаблены особенности, связанные с фононами. В сверхпроводящем состоянии на вторых производных ВАХ появляются особенности, позволяющие восстановление функции ЭФВ.

2. Для восстановления функции ЭФВ с помощью неоднородных сверхпроводящих контактов необходимо и достаточно использовать вторую производную ВАХ в сверхпроводящем состоянии.

3. Причиной появления фона на вторых производных ВАХ микроконтактов в нормальном состоянии являются дефекты кристаллической решетки, приводящие к уменьшению вклада в спектр высокоэнергетических фононов и, соответственно, к нарушению правила сумм уже на третьей производной ВАХ. Коррекция фона осуществляется путем восстановления нарушенного правила сумм на этой производной.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Национальной академии наук Украины по проекту ФЦ 4-19.

ЛИТЕРАТУРА

- И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, Р. И. Шехтер, ФНТ **3**, 1543 (1977) [I. O. Kulik, A. N. Omel'yanchuk, and R. I. Shekhter, Sov. J. Low Temp. Phys. **3**, 740 (1977)].
- И. К. Янсон, И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, Р. И. Шехтер, Ю. В. Шарвин, Открытия в СССР, ВНИИПИ, Москва (1986), сс. 18–20 (Диплом № 328, Открытия, изобрет. (1987), № 40, с. 3); ФНТ **13**, 1005 (1987) [Sov. J. Low Temp. Phys. **13**(9), 574 (1987)].
- И. К. Янсон, А. В. Хоткевич, *Атлас микроконтактных спектров электрон-фононного взаимодействия в металлах*, Наук. думка, Киев (1986) [A. V. Khotkevich and I. K. Yanson, *Atlas of Point-Contact Spectra of Electron-Phonon Interaction in Metals*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht (1995)].
- Yu. G. Naidyuk and I. K. Yanson, *Point-Contact Spectroscopy*, Springer, New York (2005).
- В. А. Хлус, А. Н. Омелянчук, ФНТ **9**, 373 (1983) [V. A. Khlus and A. N. Omel'yanchuk, Sov. J. Low Temp. Phys. **9**, 189 (1983)].
- В. А. Хлус, ФНТ **9**, 985 (1983) [A. V. Khlus, Sov. J. Low Temp. Phys. **9**, 510 (1983)].
- Н. Л. Бобров, В. В. Фисун, О. Е. Квитницкая, В. Н. Чернобай, И. К. Янсон, ФНТ **38**, 480 (2012) [N. L. Bobrov, V. V. Fisun, O. E. Kvitnitskaya, V. N. Chernobay, and I. K. Yanson, Low Temp. Phys. **38**, 373 (2012)], arXiv:1207.6486.
- Н. Л. Бобров, А. В. Хоткевич, Г. В. Камарчук, П. Н. Чубов, ФНТ **40**, 280 (2014) [N. L. Bobrov, A. V. Khotkevich, G. V. Komarchuk, and P. N. Chubov, Low Temp. Phys. **40**, 215 (2014)], arXiv:1405.6869.
- Н. Л. Бобров, ФНТ **45**, 562, (2019) [N. L. Bobrov, Low Temp. Phys. **45**, 482 (2019)], arXiv:1906.04380.
- Н. Л. Бобров, УФН **190**(11), 1143, (2020) [N. L. Bobrov, Physics-Uspekhi **63**, 1072 (2020)].
- И. О. Кулик, Р. И. Шехтер, А. Г. Шкорбагов, ЖЭТФ **81**, 2126 (1981) [I. O. Kulik, R. I. Shekhter, and A. G. Shkorbatov, JETP **54**, 1130 (1981)].
- Ю. Г. Найдюк, О. И. Шкляревский, И. К. Янсон, ФНТ **8**, 725 (1982) [Yu. G. Naidyuk, O. I. Shklyarevskii, and I. K. Yanson, Sov. J. Low Temp. Phys. **8**(7), 362 (1982)].
- А. И. Акименко, А. Б. Веркин, Н. М. Пономаренко, И. К. Янсон, ФНТ **8**, 260 (1982) [A. I. Akimenko, A. B. Verkin, N. M. Ponomarenko, and I. K. Yanson, Sov. J. Low Temp. Phys. **8**(3), 130 (1982)].
- И. О. Кулик, И. К. Янсон, ФНТ **4**, 1267 (1978) [I. O. Kulik and I. K. Yanson, Sov. J. Low Temp. Phys. **4**(10), 596 (1978)].
- B. D. Kumhi and T. H. Geballe, Phys. Rev. Lett. **45**, 1039 (1980).
- И. К. Янсон, Н. Л. Бобров, Л. Ф. Рыбальченко, В. В. Фисун, ФНТ **9**, 1155 (1983) [I. K. Yanson, N. L. Bobrov, L. F. Rybal'chenko, and V. V. Fisun, Sov. J. Low Temp. Phys. **9**, 596 (1983)], arXiv:1604.07067.
- I. K. Yanson, N. L. Bobrov, L. F. Rybal'chenko, and V. V. Fisun, Sol. St. Comm. **50**, 515 (1984), arXiv:1605.09022.
- П. Н. Чубов, И. К. Янсон, А. И. Акименко, ФНТ **8**, 64 (1982) [P. N. Chubov, I. K. Yanson, and A. I. Akimenko, Sov. J. Low Temp. Phys. **8**, 32 (1982)].
- П. Н. Чубов, А. И. Акименко, И. К. Янсон, Патент 834803 (СССР), Бюлл. изобрет. № 20 (1981), с. 232.
- Н. Л. Бобров, Л. Ф. Рыбальченко, А. В. Хоткевич, И. К. Янсон, Патент № 1631626 (УССР), Бюлл. изобрет. № 8 (1991).

21. В. В. Хоткевич, А. В. Хоткевич, А. П. Жернов, Т. Н. Кулагина, Э. К. Фольк, Вісник ХНУ № 476, сер. «Фізика», вип. 4, 96 (2000).
22. Н. Л. Бобров, Л. Ф. Рыбальченко, В. В. Фисун, А. В. Хоткевич, ФНТ **42**, 1035 (2016) [N. L. Bobrov, L. F. Rybal'chenko, V. V. Fisun, and A. V. Khotkevich, *Low Temp. Phys.* **42**, 811 (2016)], arXiv: 1612.03396.
23. A. P. Van Gelder, *Sol. St. Comm.* **35**(1), 19 (1980).
24. И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, И. К. Янсон, ФНТ **7**, 263 (1981) [I. O. Kulik, A. N. Omel'yanchuk, and I. K. Yanson, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **7**, 129 (1981)].
25. И. О. Кулик, ФНТ **11**, 937 (1985) [I. O. Kulik, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **11**, 516 (1985)].
26. Г. Р. Шустов, ФНТ **15**, 426 (1989) [G. R. Shustov, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **15**, 240 (1989)].
27. E. L. Wolf, J. Zasadzinski, and J. W. Osmun, *J. Low Temp. Phys.* **40**(1/2), 19 (1980).