

ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ КАОНОВ НА ПРОТОНЕ

М. В. Егоров^{a,b}, В. И. Постников^a*

^a ФГУП «Российский федеральный центр —
Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е. И. Забабахина»
456770, Снежинск, Россия

^b Лаборатория теоретической и математической физики,
Томский государственный университет
634050, Томск, Россия

Поступила в редакцию 10 декабря 2020 г.,
после переработки 16 февраля 2021 г.
Принята к публикации 24 февраля 2021 г.

Представлена модель электророждения каонов в процессах $p(e, e' K^+) \Lambda$, $p(e, e' K^+) \Sigma^0$ и $p(e, e' K^+) \Sigma^+$ в области импульсных передач Q^2 до 2.5 ГэВ². Амплитуда электророждения строится на основе s -, t -, u -борновских и s -, u -резонансных вкладов, рассчитываемых в древесном приближении. Унитарность амплитуды электророждения частично восстанавливается с помощью введения импульсной зависимости адронных ширин распада резонансов и введения дополнительной эффективной ширины, учитывающей влияние связывания не содержащих странности открытых каналов. Отличительной особенностью расчетов является учет продольной электромагнитной связи фотонов с адронами и введение сильно Q^2 -зависимых факторов подавления борновских и резонансных компонент амплитуды электророждения. Данный подход позволяет с хорошей точностью описать имеющиеся в литературе экспериментальные данные по угловому и Q^2 -распределению для реакций $p(e, e' K^+) \Lambda$, $p(e, e' K^+) \Sigma^0$. Также данная модель правильно воспроизводит зависимость отношений $\sigma(\Sigma^0)/\sigma(\Lambda)$ отдельно для продольно и поперечно поляризованных компонент сечения электророждения каонов в процессах $p(e, e' K^+) \Lambda$, $p(e, e' K^+) \Sigma^0$.

DOI: 10.31857/S0044451021070051

1. ВВЕДЕНИЕ

Индукцированное электромагнитным взаимодействием рождение ассоциированной странности $\gamma \rightarrow \rightarrow s\bar{s}$ служит основным источником информации о резонансных состояниях барионов, слабо связанных с каналом упругого πN -рассеяния, но имеющих открытый каон-гиперонный канал распада. Несмотря на большое количество накопленных данных по πN -рассеянию, одиночному и двойному фоторождению легких π - и η -мезонов, до конца не ясна роль заметной части предсказанных конститuentной кварковой моделью [1] резонансных состояний барионов, особенно в области масс около 2 ГэВ, что известно как проблема «недостающих резонансов». Образование каон-гиперонных пар на нуклоне в электромагнитном поле при больших передачах квадрата 4-импульса Q^2 характеризуется высокой чувстви-

тельностью к деталям механизма фото- и электророждения, а также влиянием партонной структуры нуклона-мишени и переходных формфакторов, зависящих от Q^2 . Особенно заметна роль этих структур в реакциях электророждения каонов в резонансной области энергий фотонов $E_\gamma^{lab} \in 1\text{--}3$ ГэВ. Влияние внутренней структуры участвующих в реакции электророждения каонов частиц может быть эффективно учтено с помощью формфакторов, введение которых, как известно, подавляет нефизический рост борновских и резонансных амплитуд электро- и фоторождения, рассчитываемых в древесном приближении, с ростом полной энергии системы. Необходимость корректного расчета таких формфакторов подавления в реакциях электророждения каонов отмечалась ранее в работах [2, 3].

Отдельное направление исследований в области электророждения каонов заключается в извлечении информации об энергиях связи и в целом о механизмах каон-нуклонного, гиперон-нуклонного и многочастичного гиперон-гиперон-нуклонного взаимодействий в ядерной материи. Полноценное изуче-

* E-mail: egorovphys@mail.ru

ние механизмов указанных взаимодействий в данном случае возможно только после выполнения ряда требований, предъявляемых к процессам образования каон-гиперонных пар, среди которых наличие невозмущенного сильным взаимодействием начального состояния ядра-мишени, импульсный характер образования конечных частиц и достаточно высокие импульсы образующихся каонов. Этими свойствами и характеризуются реакции электро- и фоторождения каонов. По этой причине пристальное внимание к деталям оператора электророждения каонов на нуклонах позволяет в дальнейшем избежать возможных неопределенностей модели электророждения каонов на легких ядрах в части однонуклонного оператора электророждения.

В данной работе мы расширяем изобарную модель [4] в область $Q^2 > 0$ для каналов электророждения $K^+\Lambda$, $K^+\Sigma^0$ и $K^0\Sigma^+$ на протоне. Отметим, что моделей с полноценным учетом сильной связи каон-гиперонного канала с каналами, не содержащими странности, по-прежнему нет. Вместо этого частичное восстановление унитарности амплитуды фото- и электророждения каонов достигается введением импульсной зависимости адронных ширин распада промежуточных резонансных состояний барионов [4, 5]. Рассчитываемые по таким адронным ширинам константы связей эффективно учитывают влияние связывания каналов. Тем не менее, несмотря на простоту, такие модели передают основные особенности сечений фото- и электророждения каонов на нуклоне. Резонансные вклады в представленной модели рассчитываются по выражениям для вершинных функций работы [6], борновские продольные и поперечные вклады находятся с помощью CGLN-амплитуд работ [3, 5]. При этом продольно поляризованные резонансные вклады нивелированы с помощью соответствующего выбора продольных электромагнитных констант связей, что также выгодно отличает данную модель от BS3-модели работы [5] отсутствием необходимости в поиске плохо контролируемых параметров. Полученная модель позволяет единым образом описывать сечения фото- и электророждения каонов на протоне в трех зарядовых каналах. К отличительным особенностям модели также относится тот факт, что s -, t -, u -борновские компоненты амплитуды электророждения сильно подавлены специально подобранными Q^2 -зависимыми факторами подавления. В результате удается правильно передать поведение полных и дифференциальных сечений в области высоких энергий $E_\gamma^{lab} > 2$ ГэВ и высоких импульсных передач $Q^2 \rightarrow 2.5$ ГэВ². Кроме того, в данной работе

уделяется особое внимание описанию многочисленных экспериментальных данных по электророждению каонов на протоне в области малых углов вылета каонов в системе центра масс (ЦМ, CM). Калибровка модели в первую очередь именно на эти данные позволит использовать развитый в настоящей работе подход к описанию данных по электророждению каонов на легких ядрах с учетом механизмов взаимодействия гиперонов с ядерным окружением.

2. ОДНОКАНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ

Отличие электророждения от фоторождения проявляется в кинематических соотношениях, связывающих полную энергию системы W с энергией фотонов ω_γ , заданной в системе центра масс:

$$\begin{aligned} -Q^2 &\equiv k^2 = \omega_\gamma^2 - \mathbf{k}^2, \\ \omega_\gamma &= \frac{W^2 - Q^2 - M_N^2}{2W}, \\ E_\gamma^{lab} &= \omega_\gamma \frac{W}{M_N}. \end{aligned} \quad (1)$$

В расчетах по формулам (1) используется масса нуклона M_N . Связь энергии фотонов в системе центра масс и в лабораторной системе позволяет устанавливать характерные отличия данных по фото- и электророждению при одинаковой энергии E_γ^{lab} . Для виртуальных фотонов по-прежнему справедлива лоренцева калибровка $\epsilon_\mu k_\mu = 0$, из которой можно определить временную компоненту 4-вектора поляризации ϵ_μ . В отличие от фоторождения взаимодействие виртуальных фотонов γ_V с протоном-мишенью в рассматриваемых процессах,

$$\begin{aligned} e + p(-\mathbf{k}) &\rightarrow \gamma_V(\epsilon_\lambda, \mathbf{k}) + p(-\mathbf{k}) \rightarrow \\ &\rightarrow e' + \begin{cases} K^+(\mathbf{q}) + \Lambda(-\mathbf{q}), \\ K^+(\mathbf{q}) + \Sigma^0(-\mathbf{q}), \\ K^0(\mathbf{q}) + \Sigma^+(-\mathbf{q}), \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

характеризуется не только кинематическими особенностями, но и проявлением так называемой продольной электромагнитной связи. Первые упоминания о существенной роли продольной электромагнитной компоненты амплитуды электророждения, характеризуемой условием $\epsilon_0 \equiv \epsilon_z \neq 0$, и соответствующие расчеты при $Q^2 = 0.035-0.055$ ГэВ² приведены в работе [7]. Изобарная модель электророждения каонов в канале $K^+\Lambda$ в широкой области энергий с учетом продольной электромагнитной

компоненты развита в работе [5]. Из этих работ следует, что только учет дополнительной компоненты в амплитуде электророждения, рассчитываемой с использованием собственных продольных констант связей фотонов с адронами, позволяет описать неполяризованное сечение электророждения каонов в области $Q^2 > 0.5 \text{ ГэВ}^2$. Наличие этой связи играет роль дополнительной степени свободы, которая позволяет лучше согласовывать между собой расчеты дифференциальных сечений $d\sigma/d\Omega$ и $d\sigma/dQ^2$.

Ненулевая продольная поляризация $\epsilon_0 \equiv \epsilon_z = +1$ фотона играет роль дополнительной степени свободы, связанной с измеряемой в опыте продольной компонентой сечения $\sigma_L(Q^2)$, существенно зависящего от Q^2 . Важно подчеркнуть, что для неполяризованного сечения электророждения каонов появление продольной электромагнитной связи равноценно для всех трех компонент 3-вектора ϵ_λ . неполяризованное сечение электророждения каонов в системе центра масс, где угол θ_{CM}^K отсчитывается между 3-импульсом каона \mathbf{q} и осью симметрии, вдоль которой направлен 3-импульс фотона \mathbf{k} , имеет вид

$$\frac{d\sigma(Q^2)}{d\Omega_{CM}^K} = \frac{d\sigma_T(Q^2)}{d\Omega_{CM}} + \epsilon \frac{d\sigma_L(Q^2)}{d\Omega_{CM}}. \quad (3)$$

Измерения в опытах дифференциального сечения электророждения каонов $d\sigma(Q^2)/d\Omega_{CM}^K$ при различных степенях поперечной поляризации $\epsilon \in [0, \dots, 1]$ пучка фотонов позволяют извлекать информацию о дифференциальных сечениях электророждения каонов фотонами отдельно с поперечной $d\sigma_T(Q^2)/d\Omega_{CM}$ и с продольной $d\sigma_L(Q^2)/d\Omega_{CM}$ поляризацией. Как отмечалось выше, в формуле (3) каждое из слагаемых в правой части имеет вклад продольной электромагнитной связи для $\epsilon_{-1}, \epsilon_1 = +1$ в σ_T и для $\epsilon_0 = +1$ в σ_L . Дифференциальное сечение (3) связано с амплитудой электророждения T^λ формулой

$$\frac{d\sigma(Q^2)}{d\Omega_{CM}^K} = \frac{q(W - \omega_\gamma)(W - \omega_K)}{16\pi^2\omega_\gamma W^2} \times \frac{1}{2} \left(|T^{\lambda=\pm 1}|^2 + 2\epsilon |T^{\lambda=0}|^2 \right), \quad (4)$$

в которой ω_K — энергия каона. В данном подходе амплитуда электророждения строится с использованием амплитуды фоторождения ($Q^2 = 0$), полученной ранее в модели [4]. Наполнение амплитуды осуществлено с использованием набора эффективных мезон-барионных лагранжианов, характеризующих обмен нуклоном и каонами в s -, t -каналах (борновские слагаемые) и обмен резонансами в s -,

u -каналах (резонансные слагаемые). Соответствующие этим обменам диаграммы Фейнмана представлены, например, в работе [3]. Резонансная часть амплитуды $\lambda = \pm 1$ находится [6] в удобном факторизованном виде:

$$T^{\lambda=\pm 1} = V_{\gamma N \rightarrow N^*}^{E/M} G_{N^*}(\Gamma_t, M, W) V_{N^* \rightarrow KN}, \quad (5)$$

отражающем электромагнитную $V_{\gamma N \rightarrow N^*}$ и адронную $V_{N^* \rightarrow KN}$ вершинные функции. Связь этих функций с соответствующими электромагнитными и адронными константами связи дается выражениями

$$\begin{aligned} V_{\gamma N \rightarrow N^*}^E &= \frac{g^E}{2M^{j-1}} \left(\sigma_{1/2, J}^{[j]} \cdot [k^{[j-1]} \otimes \epsilon_\lambda^{[1]}]^{[j]} \right), \\ & j = 2J - L; \\ V_{\gamma N \rightarrow N^*}^M &= \frac{g^M}{2M^j} \left(\sigma_{1/2, J}^{[j]} \cdot [k^{[j]} \otimes \epsilon_\lambda^{[1]}]^{[j]} \right), \\ & j = L; \\ V_{N^* \rightarrow KN} &= -i \frac{f_{K\Lambda(\Sigma)R}}{m_K^L} \left(\sigma_{J, 1/2}^{[L]} \cdot q^{[L]} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

содержащими явно зависимость от спина J и L орбитального момента адронного резонанса. Для резонансов с изоспином $T = 1/2$ каждая из констант $g^{E/M}$, в свою очередь, распадается [6] на сумму $k_s^{E/M}$ изоскалярной и $k_v^{E/M}$ изовекторной компонент. Пропагатор в (5) обозначен как G_{N^*} и является функцией полной адронной ширины распада резонанса Γ_t , массы резонанса M и полной энергии системы W . Борновские слагаемые амплитуды фоторождения рассчитываются в нерелятивистском приближении на основе BS1-модели [3] с использованием CGLN-амплитуд $f_i(-Q^2, s, t, u)$. При этом каждая из амплитуд T^λ дается суммой шести компонент:

$$\begin{aligned} T^\lambda &= f_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda - i f_2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\epsilon}_\lambda] + f_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{q}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda + \\ &+ f_4 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \hat{\mathbf{q}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda + f_5 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda + f_6 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \hat{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}. \end{aligned} \quad (7)$$

Единичные 3-векторы обозначены символом $\hat{\cdot}$. Продольная электромагнитная связь виртуальных фотонов с адронами рассчитывалась с использованием калибровочно-инвариантных амплитуд работы [5] для борновских и резонансных вкладов. Выражение для продольных $T^{\lambda=0}$ компонент идентично формуле (7). Как отмечалось в работе [4], из-за достаточно высокой роли в сечении воссозданных таким образом борновских компонент амплитуд фоторождения обнаруживают нефизический рост сечения $d\sigma/dQ^2$ при $Q^2 \rightarrow 0.5\text{--}3 \text{ ГэВ}^2$. Указанный рост сечения, отмеченный также в работе [3],

должен сокращаться с резонансными вкладами в полной амплитуде электророждения, но в практических расчетах не удается полностью исключить нефизический рост сечения в области больших энергий системы W и больших переданных импульсов Q^2 . По всей видимости, причиной этого является нетривиальная импульсная зависимость используемых в расчетах калибровочно-инвариантных амплитуд. В данной модели для s -, t -, u -борновских слагаемых используется продолженная в область $Q^2 > 0$ функциональная форма для факторов подавления $F(v, \Lambda_v, k^2)$:

$$F(v, \Lambda_v, k^2) = \frac{\Lambda_v'^4}{k^4 + \Lambda_v'^4} \exp\left(-\kappa_x \frac{k^4}{\Lambda_v'^4}\right) \times \left(\frac{\Lambda_v^4}{(v - M_v^2)^2 + \Lambda_v^4}\right)^{\text{deg}} \exp\left(-\frac{(v - M_v^2)^2}{\Lambda_v^4}\right). \quad (8)$$

При $Q^2 = 0$ функциональная зависимость (8) идентична использованному ранее в работах [3, 8] выражением. В формуле (8) используются шесть различных параметров обрезания Λ_v и Λ_v' для каналов $v \in [s, t, u]$, а также массы M_v , равные массам нуклона, каона и гиперона в соответствующих s -, t - и u -каналах. Такую же функциональную форму имеют формфакторы подавления в t -каналах с обменом тяжелым $K^*(892)$ ($K^*(892)$ в t -канале) мезоном и $K_1(1270)$ ($K^{*1}(1270)$ в t -канале) мезонным резонансом. Соответствующие параметры обрезания обозначаются как Λ_{t^*} и $\Lambda_{t^{*1}}$ и наряду с параметрами Λ_v отражены в табл. 1. Дополнительный параметр κ_x , где $x \in [\Lambda, \Sigma]$, в показателе зависящей от k^2 экспоненты отличен от единицы только в расчетах продольно поляризованных сечений в каналах $t - K^*(892)$ и $t - K^{*1}(1270)$ и различен для конечных состояний $K\Lambda$ и $K\Sigma$.

На рис. 1 сплошными линиями даны зависимости $F(v, \Lambda_v, k^2 = 0)$ в различных каналах в кинематике $W = 1.84$ ГэВ, $\theta_{CM}^K = 0$ для случая фоторождения. Виден характерный рост формфактора в t -, u -борновских и $t - K^*(892)$ -каналах. Штриховыми линиями на рис. 1 представлены результаты расчетов с формфакторами $F(v, \Lambda_v, k^2)$ в случае электророждения, которые дают существенное подавление с ростом Q^2 . Отметим, что при выбранных параметрах обрезания в s -канале соответствующий формфактор оказывается близким к нулю из-за подавляющего действия экспоненты $\exp(-(s - M_N^2)^2/\Lambda_s^4)$. В данной работе параметры обрезания, используемые в расчетах, подобраны так, что доминирующий вклад в сечение в широкой области импульсных передач возникает в каналах $t - K^*(892)$ и

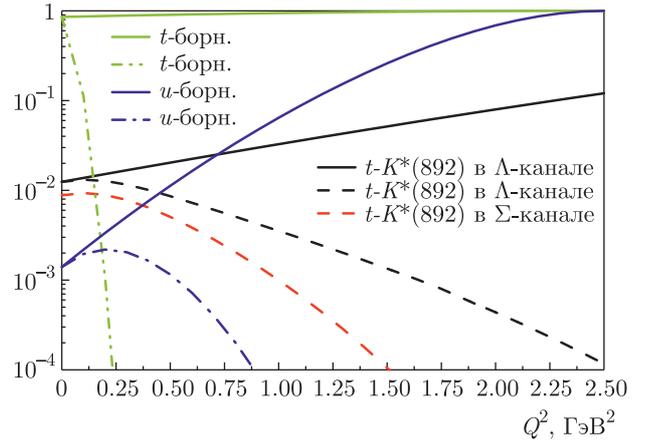


Рис. 1. Формфакторы $F(v, \Lambda_v, k^2)$, рассчитываемые по формуле (8) в s -, t -, u -каналах в кинематике $W = 1.84$ ГэВ, $\theta_{CM}^K = 0$. Приведены результаты расчетов с $Q^2 = 0$ (сплошные кривые) и с $Q^2 \neq 0$ (штриховые кривые)

$t - K^{*1}(1270)$. Сильное подавление t -, u -канальных борновских вкладов, играющих важную роль в области малых углов рождения каонов, вызвано осциллирующим характером используемых амплитуд [3], рост которых должен быть подавлен либо за счет специфической интерференции с другими компонентами амплитуды электророждения, либо за счет подходящего выбора параметров обрезания.

На нижнем левом рис. 2 фиолетовой кривой (штрих-двойной пунктир) представлены результаты расчетов по развиваемой в данной работе модели [4], успешно примененной для описания некоторых данных по фоторождению каон-гиперонных пар на протоне. Нефизический рост сечения $d\sigma_T(Q^2)/d\Omega_K^{CM}$ уже при малых $Q^2 \approx 0.5$ ГэВ² приводит к необходимости введения дополнительной k^2 -зависимости в формфакторах подавления. Отметим некоторое отличие в расчетах σ_L -сечения в t -каналах, для которого используются несколько другие параметры обрезания, также приведенные в табл. 1. Кроме факторов подавления изменилось значение борновских констант связей $g_{KYN}/\sqrt{4\pi}$, $G_V(K^*(892))$ по сравнению со значениями, использовавшимися в расчетах [3, 4]. Константа $g_{KYN}/\sqrt{4\pi}$ принимает во всех каналах $K^+\Lambda$, $K^+\Sigma^0$ и $K^0\Sigma^+$ одинаковое значение равное -3.55 . Константа $G_V(K^*(892))$ принята равной -0.11 , что близко к значению -0.107 , используемому в работе [5]. Значения остальных констант, используемых при расчетах борновских слагаемых амплитуды фоторождения, по сравнению с расчетами [3, 4] не менялись.

Таблица 1. Параметры факторов подавления, используемые в расчетах по формуле (8). Косой чертой разделены параметры, используемые отдельно при расчетах σ_T/σ_L -сечений

Параметры обрезания	s	t	u	$t - K^*(892)$	$t - K^{*1}(1270)$
Λ , ГэВ	0.65	1.05	1	0.77	0.77
Λ'_Λ , ГэВ	0.28/1	0.55/0.3	0.65	0.8/0.7	0.8/0.7
Λ'_Σ , ГэВ	0.28/1	0.55/0.3	0.65	0.3/0.7	0.3/0.7
κ_Λ	1	1	1	1/0.14	1/0.14
κ_Σ	1	1	1	1/0.4	1/0.4
deg	1	1	1	2	2

Таблица 2. Массы M [МэВ], адронные и электромагнитные константы связи (см. в тексте) промежуточных резонансов (со спином J и изоспином T), а также параметры обрезания Λ [ГэВ], используемые в расчетах факторов подавления по формуле (10). Через косую черту в колонке для f_{inel} в случае $P_{11}(1880)$ приведены значения для каналов Λ/Σ , а в случае $S_{31}(1900)$ и $P_{31}(1910)$ — значения для каналов Σ^+/Σ^0

$R_{2T2J}(M)$	M	$f_{K\Lambda R}$	$f_{K\Sigma R}$	f_{inel}	Λ	k_s^M/k_v^M или g^M	k_s^E/k_v^E или g^E	g^L
$P_{11}(1440)$	1430	1.675	1.3	1.2	1	0.07/0.36	-/-	10^{-2}
$S_{11}(1535)$	1547	0.29	0.2	0.3	1	-/-	-0.09/ - 0.27	10^{-2}
$S_{11}(1650)$	1645	0.12	0.16	1.6	1	-/-	0.006/ - 0.12	$3 \cdot 10^{-2}$
$D_{15}(1675)$	1675	0.362	3.04	3.23	1	-0.3/0.6	-0.024/ - 0.023	-10^{-5}
$F_{15}(1680)$	1680	0	5.65	6.61	1	0.2/1.47	0.08/0.25	0
$D_{13}(1700)$	1725	1	1	70	1.614	-0.46/ - 0.54	-0.02/0.023	10^{-2}
$P_{11}(1710)$	1710	0.21	0.21	14	0.2	0/ - 0.24	-/-	1
$P_{13}(1720)$	1720	0.625	0.1	14	1.5	-0.06/ - 0.03	-0.025/0.02	10^{-2}
$F_{15}(1860)$	1860	1.6	0.916	20	1.5	0.2/1.47	0.08/0.25	10^{-2}
$D_{13}(1875)$	1875	2.5	0.5	7	1.5	0.1/0.1	-0.02/0.03	$2 \cdot 10^{-3}$
$P_{11}(1880)$	1880	0.8	0.35	5.8/10	1.2	0.107/ - 0.22	-/-	0.1
$P_{13}(1920)$	1920	1.45	0.44	3	1.7	-0.145/ - 0.016	-/-	$2 \cdot 10^{-3}$
$F_{17}(1990)$	2020	1.5	2.5	7	1.1	0.004/0.6	0.04/ - 0.003	0
$F_{15}(2000)$	1980	0.05	0.824	8.5	1.5	0.2/1.47	0.08/0.25	0
$D_{15}(2060)$	2100	0.43	0.53	4	0.613	0.181/0.261	-0.19/0.09	0
$P_{11}(2100)$	2150	0.01	0.01	5	1.179	6.1/ - 0.125	-/-	1
$D_{13}(2120)$	2120	0.2	1.3	5	1.164	0.753/0.274	-0.267/0.175	1
$P_{33}(1600)$	1600	0	5	1	0.8	-0.24	0.13	1
$S_{31}(1620)$	1620	0	0.072	2.29	1	-	-0.13	1
$D_{33}(1700)$	1722	0	3.56	108.6	1.614	0.1	-0.2	10^{-2}
$S_{31}(1900)$	1860	0	1	2.5/4	0.7	-0.19	-0.25	1
$F_{35}(1905)$	1880	0	2.62	25.3	1	-0.72	-0.013	0
$P_{31}(1910)$	1910	0	0.8	3.2/3.4	1	0.11	-	1
$P_{33}(1920)$	1890	0	0.4	6	1	-0.14	-0.73	10^{-4}
$F_{37}(2200)$	2200	0	3.5	6.5	1.1	-0.72	-0.013	0

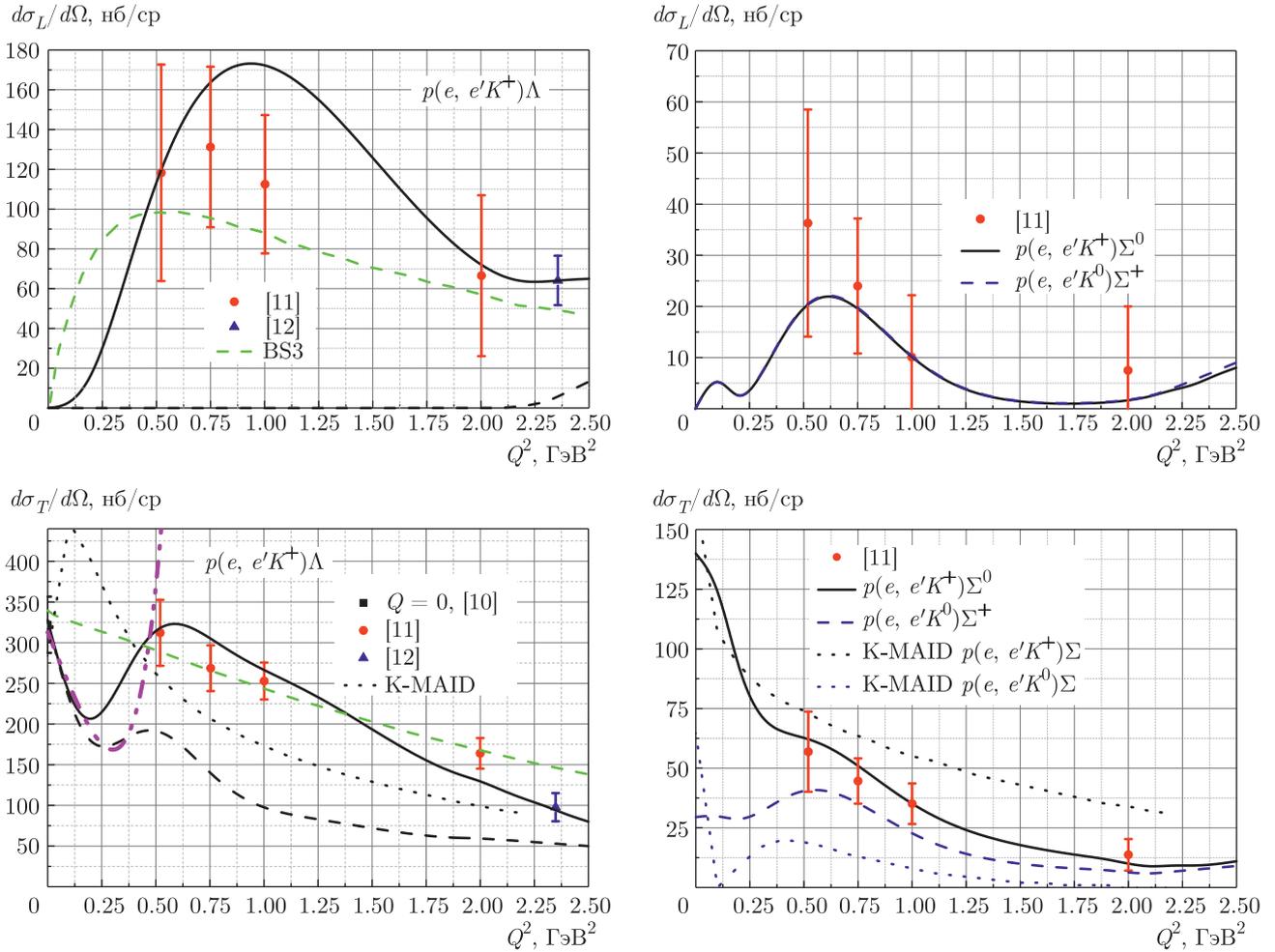


Рис. 2. (В цвете онлайн) Дифференциальные сечения процессов электророжения каонов на протоне в кинематике $W = 1.84$ ГэВ и $\theta_{CM}^K = 0$. Сверху: $d\sigma_L(Q^2)/d\Omega_K^M$, продольно поляризованные сечения, снизу: $d\sigma_T(Q^2)/d\Omega_K^M$, поперечно поляризованные сечения для процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ (слева) и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ и $p(e, e'K^0)\Sigma^+$ (справа). Пунктирные кривые (черные и синяя) — модель K-MAID [9], зеленые штриховые — модель BS3 [5]. Расчет с моделью [4] — фиолетовый штрих-двойной пунктир. Экспериментальные данные: [10] ($Q^2 = 0$), [11], [12]

В данной работе именно борновским слагаемым принадлежит ведущая роль в сечениях σ_L , что выгодно отличает данную модель от модели [5] снятием необходимости слабо обоснованного поиска многочисленных продольных констант связей виртуальных фотонов с возбужденными барионами. На рис. 2 сверху приведены результаты расчетов дифференциальных сечений $d\sigma_L/d\Omega$ процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ в кинематике $W = 1.84$ ГэВ и $\theta_{CM}^K = 0$. Слева сверху на рис. 2 черной пунктирной кривой отмечен вклад в сечение резонансных состояний нуклона, заметный при $Q^2 > 2.25$ ГэВ². Результаты расчетов для поперечной компоненты сечения электророжения каонов в той же кинематике даны на рис. 2 снизу для процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$. Слева снизу на рис. 2 черной пунктир-

ной кривой отображен расчет без учета продольной электромагнитной компоненты амплитуды электророжения каонов. Как показывают расчеты, только с учетом продольных компонент в амплитуде электророжения удастся компенсировать недостаток сечения $\sigma_T(Q^2)$ в области $Q^2 = 0.5-2.5$ ГэВ², что согласуется с ожиданиями работ [5, 7]. Для сравнения слева на рис. 2 приведены расчеты по модели K-MAID [9] (пунктирная черная кривая) и модели BS3 [5] (зеленые штриховые кривые). Согласия с данными удастся достичь только с помощью нашей модели и модели BS3.

Расчет резонансных вкладов в амплитуду электророжения в целом не отличался от расчетов процессов фоторожения [4]. Как и ранее, предполагается, что полная адронная ширина распада резонан-

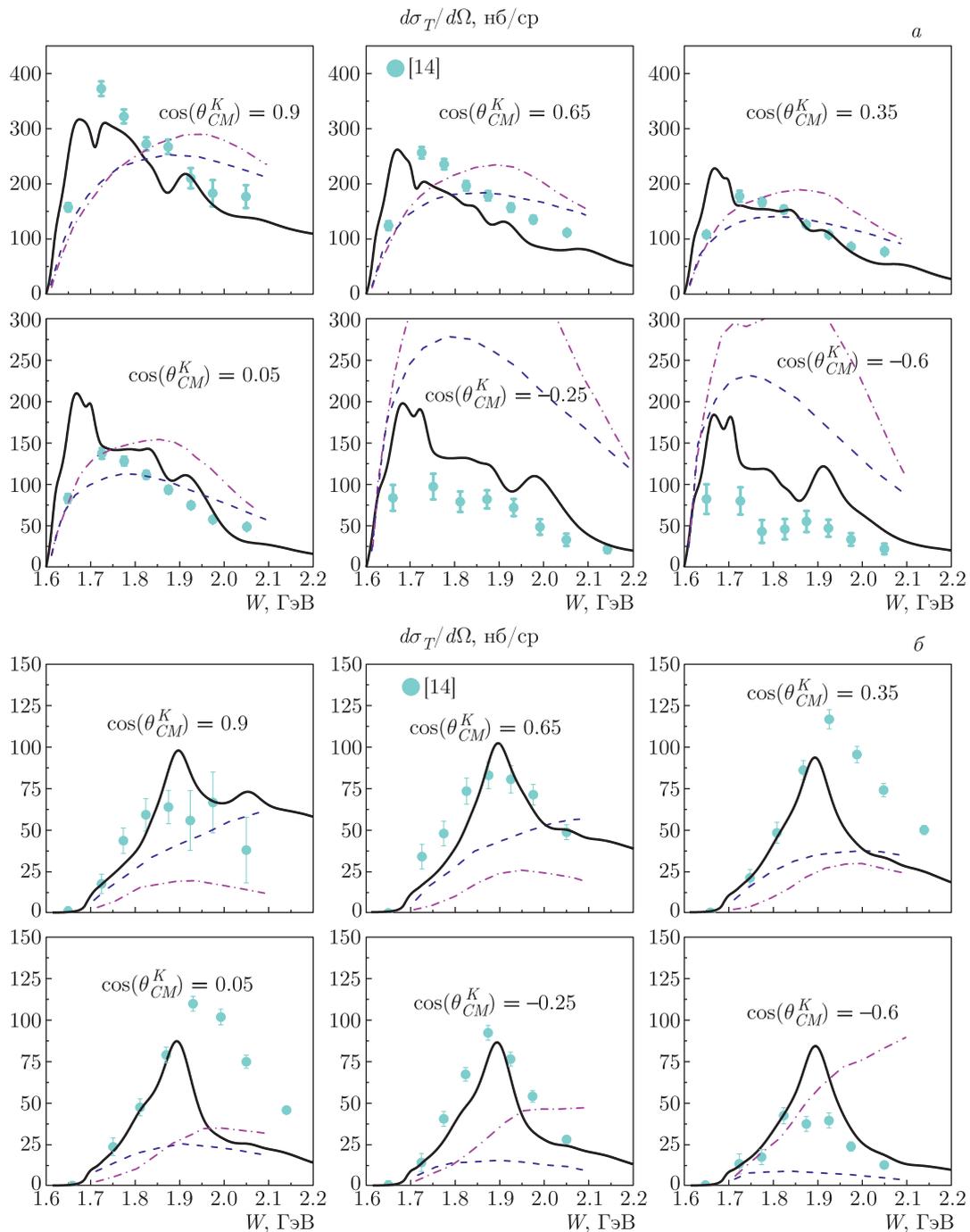


Рис. 3. (В цвете онлайн) Дифференциальное сечение $d\sigma_T/d\Omega$ в зависимости от полной энергии W при $Q^2 = 0.65$ ГэВ² для различных значений $\cos(\theta_{CM}^K)$, а) для реакции $p(e, e'K^+)\Lambda$, б) для $p(e, e'K^+)\Sigma^0$. Масштаб по осям графиков, относящихся к одной и той же реакции, одинаковый. Точки — экспериментальные данные [14]. Расчеты: черные сплошные кривые — данная работа, синие штриховые — модель [15], фиолетовые штрихпунктирные — модель Janssen B [16]

са $\Gamma_t(W)$ есть сумма трех компонент:

$$\Gamma_t(W) = \Gamma_{R \rightarrow K\Lambda}(W) + \Gamma_{R \rightarrow K\Sigma}(W) + \Gamma_{inel}(W), \quad (9)$$

каждая из которых зависит от полной энергии системы W . Введение компоненты $\Gamma_{inel}(W)$ с кон-

стантой связи f_{inel} позволяет эффективно учитывать влияние не содержащих странность неупругих каналов ($\pi N, \sigma N, \eta N, f_0 N, a_0 N$) распада барионных резонансов. Значение константы f_{inel} фиксировалось и не менялось для каналов $K^+\Lambda, K^+\Sigma$ и

$K^0\Sigma^0$. Исключение составляет резонансы $P_{11}(1880)$ и $S_{31}(1900)$, $P_{31}(1910)$, для которых в зависимости от рассматриваемого канала менялось значение f_{inel} . Это обстоятельство можно считать сравнительно небольшой платой за пренебрежение корректным учетом связывания каналов. Факторы подавления, фигурирующие в адронных вершинах распада резонансов с полным спином J , выбирались в той же мульти-диполь-гауссовой форме, как и в расчетах фоторождения [4]:

$$F_{mG}(s, M, \Lambda, \Gamma_t(W); J) = \left(\frac{M^2 \Gamma^2(J, W)}{(s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2(J; W)} \right)^{J-1/2} \times \exp\left(-\frac{(s - M^2)^2}{\Lambda^4}\right), \quad (10)$$

$$\Gamma(J, W) = \frac{\Gamma_t(W)}{\sqrt{2^{1/2J} - 1}}.$$

Как показали расчеты, зависимости (10) достаточно и в области $Q^2 > 0$, в которой роль резонансов заметна только в поперечно поляризованных сечениях $\sigma_T(Q^2)$, в чем можно убедиться, сопоставив между собой экспериментальные сечения в зависимости от W при фиксированных углах разлета частиц для фото- и электророждения. Только для некоторых резонансов, в частности для $D_{13}(1700)$, $D_{15}(1675)$, $D_{33}(1700)$ и $S_{31}(1900)$, была введена дополнительная k^2 -зависимость формфактора подавления в виде

$$\frac{\Lambda_R^4}{k^4 + \Lambda_R^4} \quad (11)$$

с параметром обрезания $\Lambda_R = 0.3$ ГэВ. Дополнительных, отличных от используемых в работе [4], факторов подавления для s -канальных резонансов, а также для u -канальных гиперонных резонансов не вводилось. Ввиду изменения параметров фоновых борновских вкладов, в модели электророждения используются некоторые другие параметры адронных констант связей резонансов, представленные в табл. 2. По сравнению с расчетами [4] изменения в резонансных константах коснулись практически всех наиболее важных резонансов: $F_{15}(1680)$, $P_{11}(1710)$, $F_{15}(1860)$, $D_{13}(1875)$, $P_{11}(1880)$, $P_{13}(1920)$, $F_{17}(1990)$, $P_{11}(2100)$, $P_{31}(1910)$, $P_{33}(1920)$. Кроме того, включение нового «недостающего» резонанса $F_{37}(2200)$ стало необходимым для корректного описания полного сечения фоторождения $K^+\Sigma^0$ в области $E_\gamma^{lab} > 1.9$ ГэВ дополнением модели. Также в табл. 2 даны электромагнитные константы: изоскалярная k_s и изовекторная k_v , рассчитываемые для магнитных M и электрических

E переходов резонансов с изоспином $1/2$, и электромагнитные константы g^M и g^E , рассчитываемые отдельно для магнитных и электрических переходов резонансов с изоспином $3/2$. Следует отметить, что указанные электромагнитные константы, как и параметры обрезания Λ , фигурирующие в формуле (10), согласованы с более ранними расчетами, проведенными для фоторождения $\pi^0\pi^0$ и $\pi^0\eta$ на легких ядрах [13]. Как показали проведенные расчеты по модели электророждения [5], величина и знак продольных электромагнитных констант связей g^L могут быть важны для расчета сечений $\sigma_L(Q^2)$, в которых при варьировании параметров g^L обнаруживается сильнейшая интерференция резонансных и борновских вкладов. Как можно видеть из табл. 2, в данной работе с использованием модели [5] для расчета продольной компоненты в амплитуде электророждения большинство продольных электромагнитных констант g^L равно или близко к нулю. Как отмечалось выше, это позволяет избавиться от дополнительных плохо контролируемых параметров модели. Те продольные константы, значения которых равны единице, скорее, указывают на незаметную роль данного резонанса в рассматриваемых реакциях. Вклады гиперонных резонансов в u -каналах рассчитывались так же, как и в случае фоторождения по модели [4], без введения дополнительной k^2 -зависимости в формфакторы.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3 представлены результаты расчетов неполяризованного дифференциального $d\sigma_T/d\Omega$ сечения как функции полной энергии W при $Q^2 = 1$ ГэВ² для различных значений $\cos(\theta_{CM}^K)$. Из рисунка видно, что в области малых углов вылета частиц $\cos(\theta_{CM}^K) = 0.05-0.9$ дифференциальное сечение хорошо воспроизводит экспериментальные данные. В области больших углов разлета теория слегка переоценивает эксперимент для реакции $p(e, e'K^+)\Lambda$. Для электророждения каонов в процессе $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ модель хорошо передает характер изменения экспериментальных данных при всех рассмотренных углах вылета частиц. Некоторая недооценка сечения процесса $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ имеет место в области $\theta_{CM}^K \approx 90^\circ$ с ростом W . Отметим, что наши расчеты показывают наличие слабой интерференции между борновскими и s -канальными резонансами в поперечном сечении $d\sigma_T/d\Omega$, приводящей к характерным пиковым структурам в сечении

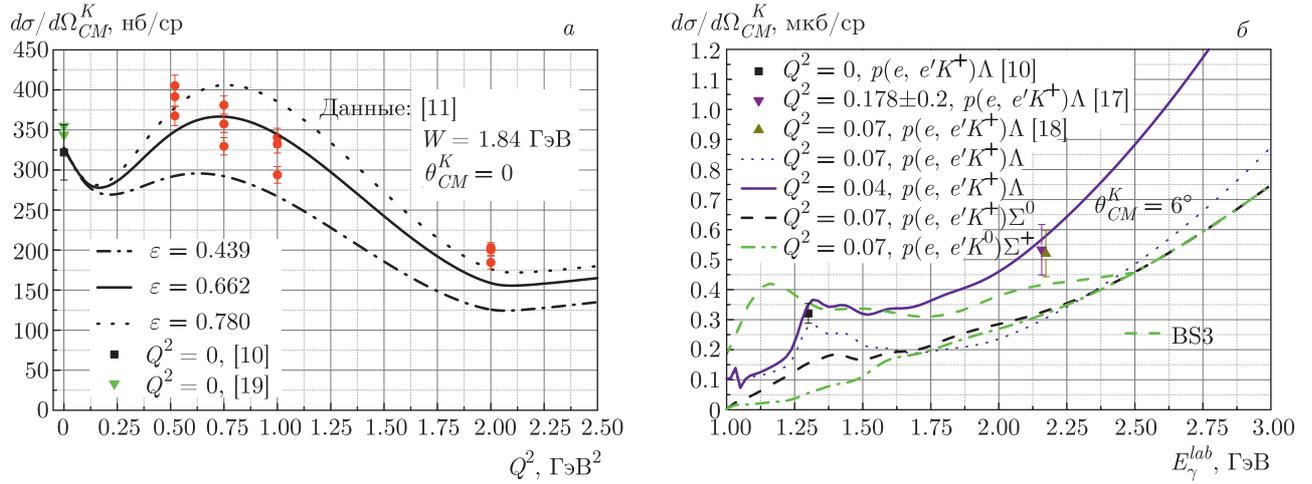


Рис. 4. (В цвете онлайн) *а*) Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ для различных значений степени поляризации $\varepsilon = 0.439, 0.662, 0.78$. Эксперимент: [11]. *б*) Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(E_\gamma^{lab})$ в кинематике $\theta_{CM}^K = 6^\circ$ процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$, $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ и $p(e, e'K^0)\Sigma^+$ для различных значений Q^2 в сравнении с данными [10] ($Q^2 = 0$), [19] ($Q^2 = 0$), [17], [18] и моделью BS3 [5]

при некоторых значениях W процесса $p(e, e'K^+)\Lambda$. При первом сравнении данных по электророждению $K^+\Sigma^0$ [14] с данными по фоторождению (см., например, ссылки [35–37] в работе [4]) при близких значениях θ_{CM}^K можно сделать вывод о том, что оба этих процесса обусловлены поперечно поляризованной компонентой сечения: форма и порядок сечения одинаковы. Указанное обстоятельство согласуется с нашим предположением о пренебрежимо малом вкладе резонансов в σ_L . Для сравнения на рис. 3 представлены результаты расчетов по моделям [15], Janssen В [16], К-MAID [9]. Ни одна из этих моделей не воспроизводит сечения $d\sigma_T/d\Omega$ в широкой области углов для конечных $K\Lambda$ - и $K\Sigma$ -состояний.

Как мы видели на рис. 2, построенная нами модель достаточно хорошо воспроизводит близкий к линейному характеру уменьшения дифференциального сечения $d\sigma_T/d\Omega(Q^2)$ с ростом Q^2 для процессов $p(e, e'K^+)\Sigma^0$, $p(e, e'K^0)\Sigma^+$. Именно наличие продольных электромагнитных вкладов в борновской части амплитуды электророждения позволяет описать эксперимент [11]. При этом сечение $d\sigma_L/d\Omega(Q^2)$ для процесса $p(e, e'K^0)\Sigma^+$ оказывается той же величины, что и для реакции $p(e, e'K^+)\Sigma^0$, а сечение $d\sigma_T/d\Omega(Q^2)$ для $p(e, e'K^0)\Sigma^+$ заметно отличается от сечения реакции $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ только в области $Q^2 < 0.5$ ГэВ², что связано с заметной ролью $S_{31}(1900)$ в данной области.

Описание электророждения каонов с использованием формулы (3) выполнено для нескольких се-

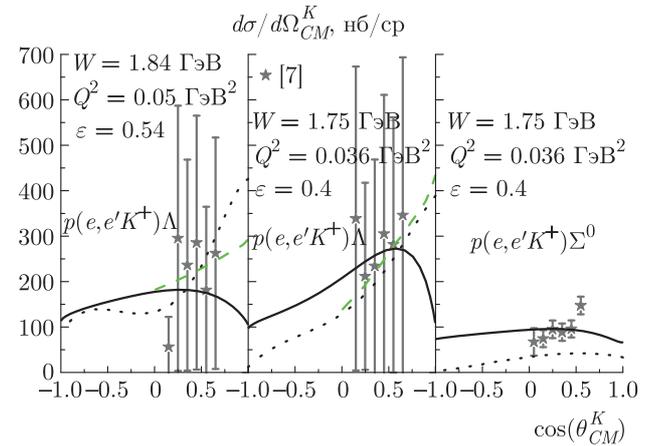


Рис. 5. (В цвете онлайн) Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ в зависимости от $\cos(\theta_{CM}^K)$ для процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ в различных кинематиках. Эксперимент: [7]. Черные сплошные кривые — данная работа, пунктирные — модель К-MAID [9], зеленые штриховые — модель BS3 [5]

рий значений степени поляризации ε , полученной в опыте [11]. При этом расчеты проводились для средних значений $\varepsilon = 0.439, 0.662, 0.78$, полученных в серии опытов [11] при различных Q^2 . Результаты расчетов сечения $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ в кинематике $W = 1.84$ ГэВ, $\theta_{CM}^K = 0$ представлены на рис. 4а. Из рисунка видно, что ближе к эксперименту лежит наш расчет с $\varepsilon = 0.662$. Отметим также, что наши расчеты предсказывают наличие минимума в сечении $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ в области $Q^2 \approx 0.15$ ГэВ², отсут-

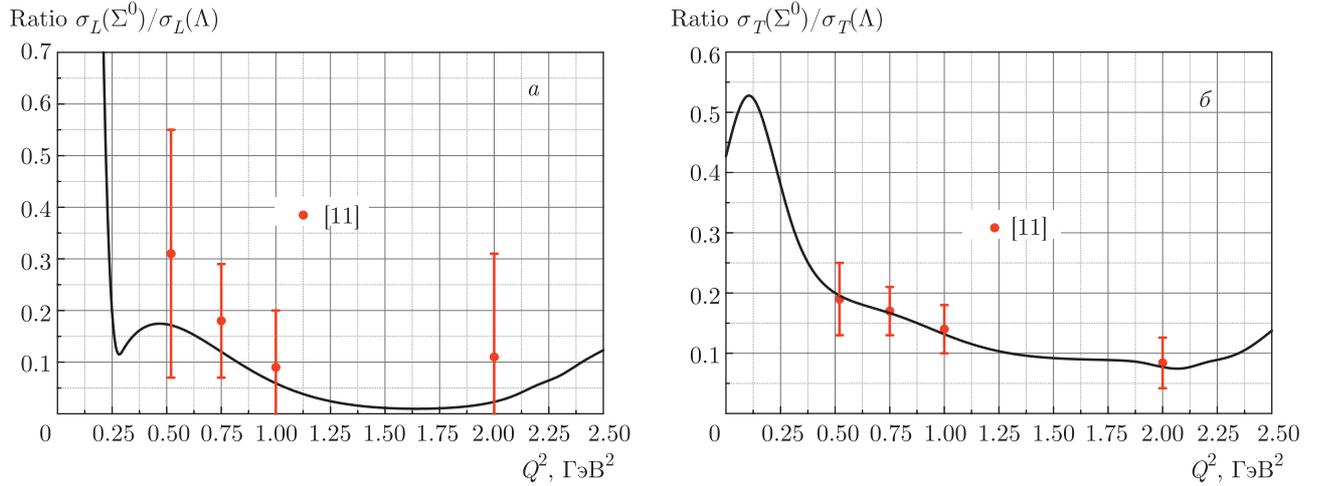


Рис. 6. Отношение (Ratio) продольно (а) и поперечно (б) поляризованных сечений электророждения каонов в процессах $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ при $W = 1.84$ ГэВ и $\theta_{CM}^K = 0$. Эксперимент: [11]

ствующего в предсказаниях модели BS3 [5]. Указанный минимум связан с более сильным уменьшением сечения $d\sigma_T/d\Omega(Q^2)$ с ростом Q^2 в области $Q^2 < 0.25$ ГэВ². На рис. 4б показаны результаты расчетов сечения $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(E_\gamma^{lab})$ в зависимости от энергии фотонов в лабораторной системе в кинематике $\theta_{CM}^K = 6^\circ$ для процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$, $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ и $p(e, e'K^0)\Sigma^+$. Особенность этого сечения заключается в том, что имеющимся экспериментальным точкам в данной кинематике [17] и [18] соответствует большой разброс в значениях Q^2 . Из сравнения предсказаний развиваемой модели с этими данными для нескольких значений Q^2 видно, что характерный рост сечения, связанный с t -канальными вкладками в σ_L , согласуется с данными [17] и [18] при $Q^2 = 0.04$ ГэВ². При этом положение расчетных данных относительно точки $Q^2 = 0$ практически не меняется, как и должно быть при главенствующей роли поперечно поляризованной компоненты сечения в фоторождении. Интересно отметить, что имеющиеся в литературе модельные расчеты, в том числе в работе [5], при $\theta_{CM}^K = 6^\circ$ не обладают характерным ростом $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(E_\gamma^{lab})$ сечения с увеличением энергии (см. зеленую штриховую кривую на рис. 4б) и недооценивают экспериментальные точки [17] и [18] при $Q^2 \approx 2.2$ ГэВ². Модель К-MAID [9] плохо согласуется с данными [10] и неверно передает поведение сечения $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(E_\gamma^{lab})$ с ростом энергии.

После того как было установлено хорошее согласие предсказаний данной модели с полученными

нами в опытах поперечно и продольно поляризованными сечениями $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ в области малых углов разлета частиц, на следующем этапе сравнивались угловые распределения частиц процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ при различных значениях полной энергии W и переданного импульса Q^2 . На рис. 5 даны угловые распределения сечения $d\sigma/d\Omega_{CM}^K(Q^2)$ при двух значениях полной энергии $W = 1.75, 1.84$ и двух значениях переданного импульса $Q^2 = 0.05, 0.036$ соответственно. Как видим из рисунка, предсказания модели очень хорошо согласуются со средними значениями экспериментальных данных и тем более укладываются в достаточно большие относительные ошибки этих данных. По этой же причине следует считать согласие с данными приемлемым и для предсказаний моделей К-MAID [9] и BS3 [5].

Дополнительной проверкой предсказаний модели является воспроизведение не только отдельных компонент сечения электророждения $\sigma_L(Q^2)$ и $\sigma_T(Q^2)$, но и отношения этих компонент друг к другу. На рис. 6 показаны результаты расчетов отношений продольно и поперечно поляризованных сечений процессов $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$. Нам не удалось найти в имеющейся литературе других расчетов указанных отношений сечений электророждения каонов в процессах $p(e, e'K^+)\Lambda$ и $p(e, e'K^+)\Sigma^0$. Из рисунка видно, что наши расчеты очень хорошо согласуются с имеющимися данными и показывают характерный рост сечения в области малых Q^2 . Данные отношения показывают нетривиальное раз-

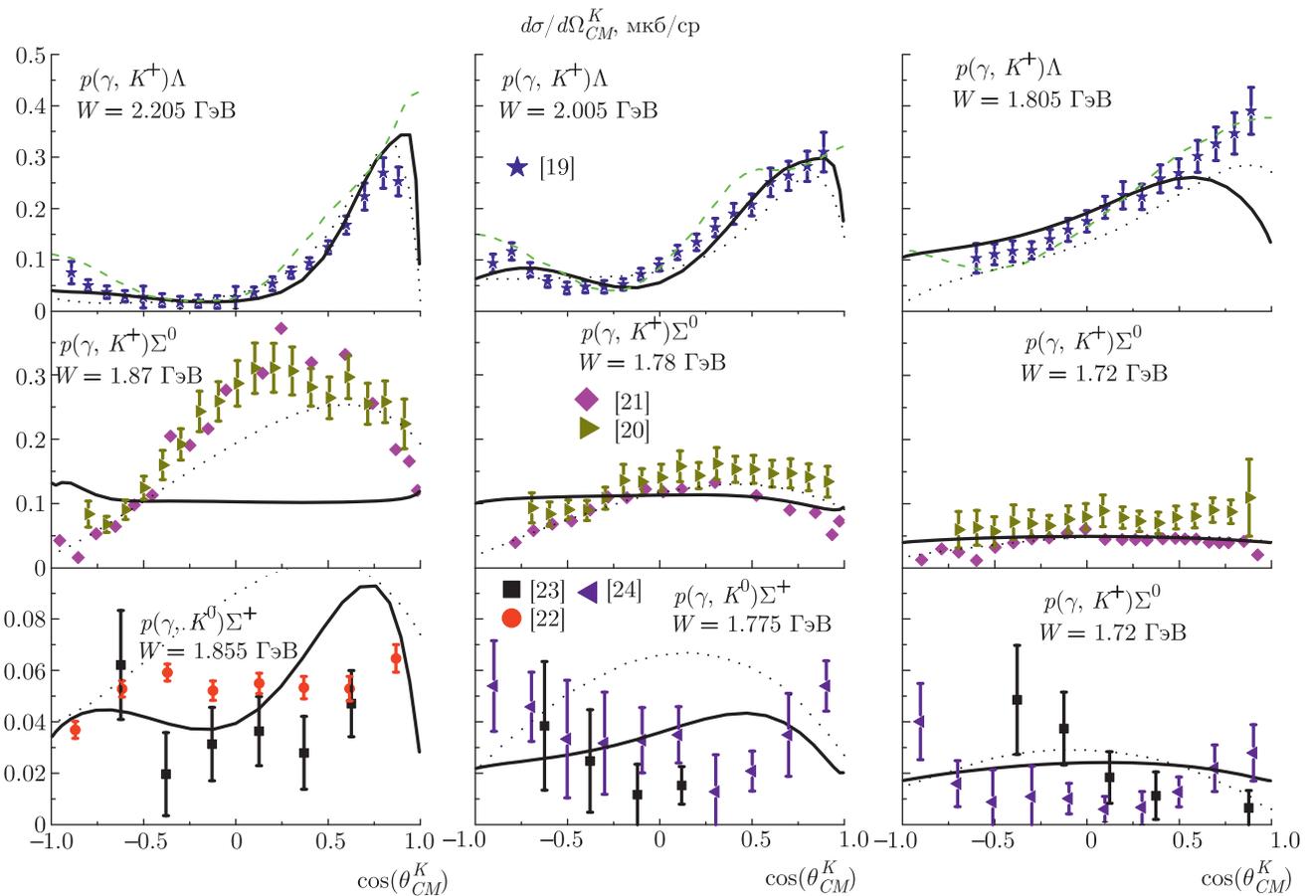


Рис. 7. (В цвете онлайн) Дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega$ фоторождения каонов в процессах $p(\gamma, K^+)\Lambda$ (верхний ряд), $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ (средний ряд) и $p(\gamma, K^0)\Sigma^+$ (нижний ряд) как функция $\cos(\theta_{CM}^K)$ при трех различных полных энергиях системы для каждого процесса. Экспериментальные данные: [19–24]. Черные сплошные кривые — данная работа, пунктирные — модель K-MAID [9], зеленые штриховые — модель BS3 [5]

личие в динамиках электророждения Λ - и Σ -гиперонов, сечения образования которых в области малых Q^2 , $Q^2 < 0.25$ ГэВ², сами по себе достаточно малы.

Проведенные расчеты показали, что построенная модель хорошо воспроизводит не только сечения электророждения каонов в процессах $p(e, e'K^+)\Lambda$, $p(e, e'K^+)\Sigma^0$ и $p(e, e'K^0)\Sigma^+$ в зависимости от Q^2 , но и имеющиеся угловые распределения процессов при различных значениях полной энергии системы W . Кроме того, модель правильно передает рост сечения электророждения $p(e, e'K^+)\Lambda$ при малых углах разлета частиц в системе центра масс, что позволяет рекомендовать данный подход к исследованию электророждения каонов на легких гиперядрах. Наконец, построенная модель очень хорошо воспроизводит отношение продольно и поперечно поляризованных компонент сечений электророждения каонов в процессах $p(e, e'K^+)\Lambda$, $p(e, e'K^+)\Sigma^0$, что позволяет

использовать модель для изучения более тонких явлений, таких как конверсия гиперонов и многочастичное гиперон-нуклон-гиперонное взаимодействие в ядрах.

Изменения, представленные в данной работе, по сравнению с более ранними расчетами [4] также не искажают предсказания модели при $Q^2 = 0$. На рис. 7 приведены угловые распределения процессов $p(\gamma, K^+)\Lambda$, $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ и $p(\gamma, K^0)\Sigma^+$ при трех различных значениях полной энергии системы. Качество воспроизведения экспериментальных данных, несмотря на проведенные изменения модели, практически не изменилось. Как и в более ранней работе [4], имеется расхождение в предсказании дифференциального сечения $d\sigma/d\Omega$ для процесса $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ при $W = 1.87$ ГэВ. Из проведенных расчетов также следует указание на большую роль отдельных резонансных вкладов в дифференциальные сечения

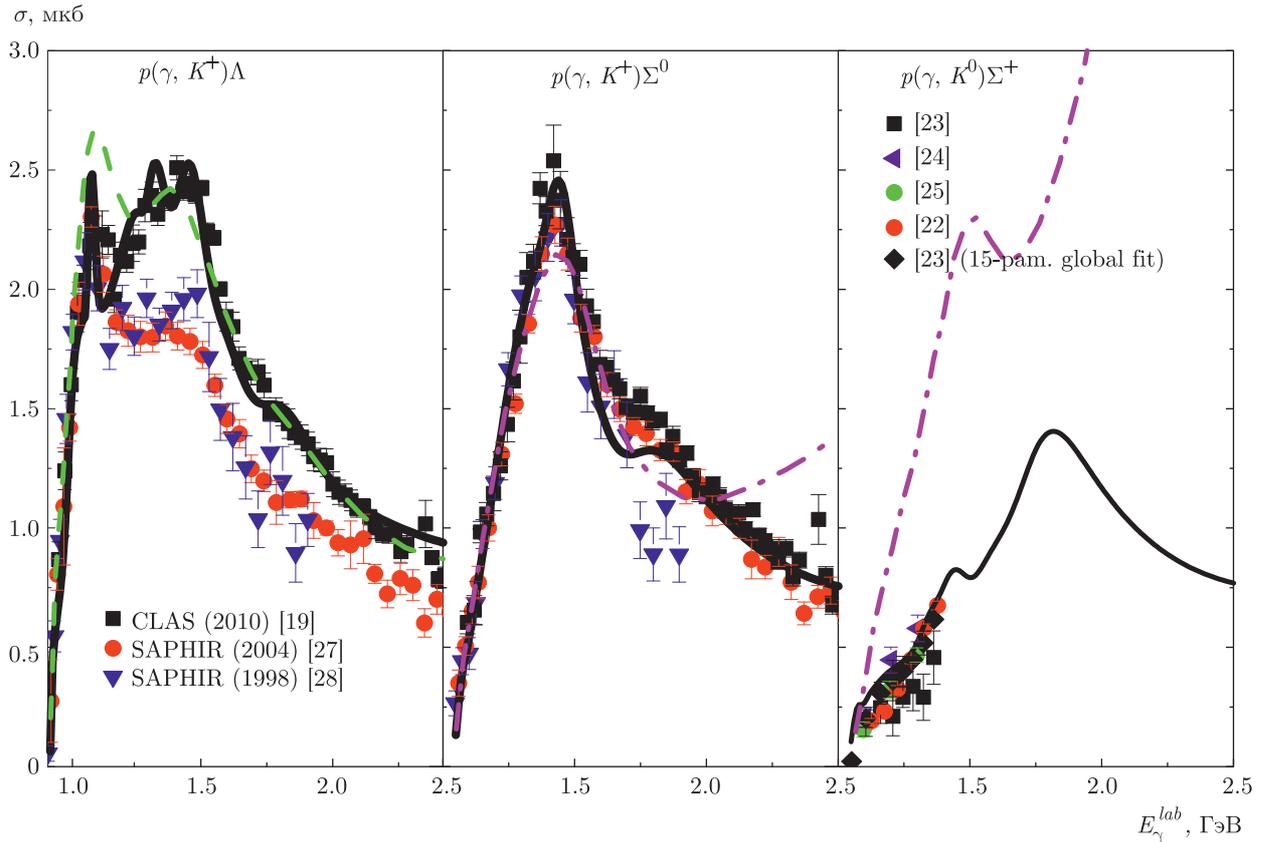


Рис. 8. (В цвете онлайн) Полные сечения процессов фоторождения $p(\gamma, K^+)\Lambda$, $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ и $p(\gamma, K^0)\Sigma^+$. Экспериментальные данные: [22–25]. Черные сплошные кривые — данная работа, зеленая штриховая кривая — модель BS3 [5], фиолетовые штрихпунктирные кривые — модель SL [26]

фоторождения. В частности, в процессе $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ большую роль играет не только величина констант связей резонанса $P_{33}(1920)$, но и их знак. В данной модели не уделялось пристального внимания связи полученных в расчетах значений адронных констант с допустимыми в Particle Data Group диапазонами адронных ширин распада резонансов. Более корректный расчет резонансных вкладов с учетом связывания различных каналов между собой позволил бы в дальнейшем строго ограничить диапазон возможных значений и знак адронных констант связей.

Сравнение получаемых в данной модели и в моделях K-MAID [9], SL [26], BS3 [5] полных сечений фоторождения каонов в процессах $p(\gamma, K^+)\Lambda$, $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ и $p(\gamma, K^0)\Sigma^+$ представлено на рис. 8. Введение нового «недостающего» резонанса $F_{37}(2200)$ позволило лучше описать полное сечение $p(\gamma, K^+)\Sigma^0$ в области $E_\gamma^{lab} > 1.9$ ГэВ. Как видим, согласие результатов расчетов по развива-

емой модели с экспериментальными данными не хуже, чем в работах [4, 5].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлена расширенная в область $Q^2 > 0$ для каналов электророждения $K^+\Lambda^0$, $K^+\Sigma^0$ и $K^0\Sigma^+$ модель работы [4]. На каждом этапе расчетов используются калибровочно-инвариантные выражения для амплитуд, а общая унитарность матрицы рассеяния частично восстанавливается с помощью введения импульсной зависимости в адронных ширинах распада. Отличительной особенностью модели является специальным образом подобранная функциональная зависимость формфакторов подавления сечения в области $Q^2 > 0$. По сравнению с более ранней моделью [5] s -, t -, u -борновские слагаемые амплитуды электророждения сильнее подавлены формфакторами подавления, а полученные сравнительно малые вклады продольно поляри-

зованных резонансных компонент амплитуды электророждения избавляют весь подход от необходимости подбора такого рода плохо контролируемых параметров. Предложенная модель единым образом и одинаково хорошо описывает сечения фото- и электророждения каонов в трех зарядовых каналах на протоне, что выгодно отличает ее от более ранних моделей. Несмотря на некоторые отличия предсказаний данной модели от экспериментальных данных, в частности, в области больших углов разлета $K^+\Lambda$ -частиц, представленный подход может быть в дальнейшем легко обобщен на каналы электророждения каонов на нейтроне и в целом на легких ядрах.

В данной работе адронные резонансы в s - и u -каналах для поперечно поляризованных сечений, а также параметры обрезания в соответствующих факторах подавления находились в рамках развитого ранее в работе [13] формализма расчета сечений когерентных реакций $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ и $\gamma \rightarrow \pi^0\eta$. По этой причине данную работу можно рассматривать как продолжение систематического исследования реакций фото- и электророждения мезонов на протоне в резонансной области.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-02-00004).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Klempt and J. M. Richard, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1095 (2010).
2. L. Syukurilla and R. Mart, *Int. J. Mod. Phys. E* **24**, 1550008 (2015).
3. D. Skoupil and P. Bydžovský, *Phys. Rev. C* **93**, 025204 (2016).
4. M. V. Egorov, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **47**, 125006 (2020).
5. D. Skoupil and P. Bydžovský, *Phys. Rev. C* **97**, 025202 (2018).
6. A. Fix and H. Arenhövel, *Eur. Phys. J. C* **25**, 115 (2005).
7. P. Achenbach et al., *Eur. Phys. J. A* **48**, 14 (2012).
8. T. Vrancx, L. De Cruz, J. Ryckebusch, and P. Vancraeyveld, *Phys. Rev. C* **84**, 045201 (2011).
9. T. Mart, C. Bennhold, H. Habermann, and L. Tiator, <http://www.kph.uni-mainz.de/MAID/kaon/kaonmaid.html>.
10. A. Bleckmann, S. Herda, U. Opara, and W. Schulz, *Z. Physik* **239**, 1 (1970).
11. M. Mohring et al., *Phys. Rev. C* **67**, 055205 (2003).
12. M. Coman et al., *Phys. Rev. C* **81**, 052201(R) (2010).
13. M. Egorov, *Phys. Rev. C* **101**, 065205 (2020).
14. P. Ambrozewicz et al., *Phys. Rev. C* **75**, 045203 (2007).
15. M. Guidal, J. M. Laget, and M. Vanderhaeghen, *Phys. Rev. C* **61**, 025204 (2000).
16. S. Janssen, R. Ryckebusch, and T. Van Cauteren, *Phys. Rev. C* **67**, 052201(R) (2003).
17. C. N. Brown et al., *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1086 (1972).
18. P. Markowitz and A. Acha, *Int. J. Mod. Phys. E* **19**, 2383 (2010).
19. M. E. McCracken et al., *Phys. Rev. C* **81**, 025201 (2010).
20. B. Dey et al., *Phys. Rev. C* **82**, 025202 (2010).
21. H. Schmieden et al., *Few Body Syst.* **59**, 135 (2018).
22. P. Aguar-Bartolomé et al., *Phys. Rev. C* **88**, 044601 (2013).
23. C. S. Akondi et al., *Eur. Phys. J. A* **55**, 202 (2019).
24. R. Lawall et al., *Eur. Phys. J. A* **24**, 275 (2005).
25. R. Castelijns et al., *Eur. Phys. J. A* **35**, 39 (2008).
26. J. C. David, C. Fayard, G. H. Lamot, and B. Saghai, *Phys. Rev. C* **53**, 2613 (1996).
27. K. Glander et al. (SAPHIR Collaboration), *Eur. Phys. J. A* **19**, 251 (2004), DOI:10.1140/epja/i2003-10119-x).
28. M. Tran et al. (SAPHIR Collaboration), *Phys. Lett.* **445**, 20 (1998), DOI:10.1016/S0370-2693(98)01393-8.