

ГЕНЕРАЦИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДРОБНЫХ ФЛАКСОНОВ В ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ СРЕДАХ

В. И. Ружицкий^{a,b,c}, *А. А. Максимовская*^{a,b}, *И. И. Соловьев*^{a,b,c},
С. В. Бакурский^{b,c}, *Н. В. Кленов*^{a,d*}

^a *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет
119991, Москва, Россия*

^b *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова
127055, Москва, Россия*

^c *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
НИИ ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
119991, Москва, Россия*

^d *Московский технический университет связи и информатики
111024, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 8 октября 2020 г.,
после переработки 8 октября 2020 г.
Принята к публикации 28 октября 2020 г.

Рассмотрены проблемы, связанные с использованием в джозефсоновских передающих линиях 0– π -контактов, имеющих нетривиальную ток-фазовую зависимость. Изучены различные типы возбуждений (дробных флаксонов), распространяющихся в таких джозефсоновских средах. Исследована проблема интеграции джозефсоновских передающих линий из 0– π -контактов (нетривиальных джозефсоновских передающих линий) с обычной быстрой одноквантовой электроникой. Разобраны характерные процессы преобразований возбуждений на границах обычных и нетривиальных джозефсоновских передающих линий, во многом аналогичные андреевским отражениям от границы сверхпроводника и нормального металла.

DOI: 10.31857/S0044451021050060

1. ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день «бистабильные» джозефсоновские контакты, для которых функция, связывающая джозефсоновские ток I и фазу φ дважды за период пересекает нуль с положительной производной [1, 2], представляют существенный теоретический и практический интерес. В частности, их можно использовать для создания быстрой криогенной памяти, компактных и быстрых элементов цифровой сверхпроводниковой электроники, перспективных квантовых битов [3–16]. С фундаментальной точки зрения, такие структуры интересны в связи с открывающейся возможностью исследовать процессы рождения, распространения и гибели дроб-

ных флаксонов — возбуждений, переносящих долю кванта магнитного потока топологический заряд которых менее единицы [17–24].

Данная работа находится на стыке фундаментальных и прикладных исследований.

В разд. 2 мы рассматриваем динамические процессы в джозефсоновской структуре на основе параллельной цепочки из бистабильных джозефсоновских контактов, т.е. в джозефсоновской передающей линии (Josephson transmission line, JTL).

В разд. 3 подробно исследуется ставшая недавно актуальной в связи с развитием технологий [25–29] проблема интеграции JTL, где перемещаются дробные флаксоны, с традиционными джозефсоновскими цифровыми схемами, где в качестве носителей информации используются вихревые токи, создающие магнитный поток, равный кванту Φ_0 (возбуждения с единичным топологическим зарядом).

* E-mail: nvklenov@gmail.com

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОЛУФЛАКСОНОВ ПО ТОПОЛОГИЧЕСКИ-НЕТРИВИАЛЬНЫМ ДЖОЗЕФСОНОВСКИМ ПЕРЕДАЮЩИМ ЛИНИЯМ

Рассмотрим динамические процессы, включая и процессы распространения дробных флаксонов, в структурах на основе джозефсоновского контакта с несинусоидальной ток-фазовой зависимостью (ТФЗ) $I(\varphi)$. Будем далее для простоты считать, что ТФЗ содержат только две первые гармоники, амплитуды которых обозначим A и B :

$$I(\varphi) = A \sin \varphi + B \sin 2\varphi.$$

Именно среди подобных контактов существуют «бистабильные», причем особый интерес ввиду наглядности получаемых результатов для нас далее представляют $0-\pi$ -контакты, имеющие при нулевом протекающем токе устойчивые состояния с фазами πn , где $n = 0, 1, 2, \dots$. Далее будем говорить о 0 - и π -состояниях (соответственно четное и нечетное n). На рис. 1 видно, что при увеличении амплитуды A (амплитуда первой гармоники) для фиксированного $B = 1$ (амплитуда второй гармоники) увеличивается энергия метастабильного π -состояния и уменьшается барьер, разделяющий минимумы на зависимости энергии от фазы. При $A > 2B$ π -состояние разрушается (исчезает «бистабильность»), тогда как при $A = 0$ барьеры энергии 0 - и π -состояний совпадают.

При рассмотрении генерации и перемещения дробных квантов магнитного потока в системах, состоящих из таких контактов, удобно полагать значение A малым ($A = 0$ для так называемых 2φ -контактов). В этом случае системе требуется примерно

одна и та же энергия для перехода из 0 -состояния в π -состояние и из π -состояния в состояние с фазой 2π (в случае 2φ -контактов энергии одинаковы), причем этим динамическим процессам можно поставить в соответствие прохождение части кванта магнитного потока через слабую связь в сверхпроводящем контуре.

Разберем процессы в нетривиальной джозефсоновской передающей линии (nontrivial Josephson transmission line, NJTL), которая получается из обычной заменой 0 -контактов на 2φ -контакты. Пусть на первый из соединенных параллельно 2φ -контактов приходит импульс тока, который переведет его из 0 -состояния в π -состояние. Тогда, если ток через индуктивность больше B (с учетом токов питания), второй контакт тоже перейдет в состояние с фазой π . Таким образом, возбуждение в виде волны токов и напряжений на контактах распространяется по NJTL, но переносимый поток в два раза меньше: мы получаем распространение полуфлаксонов. На рис. 2 показаны рассчитанные нами напряжения и фазы на контактах при распространении флаксонов в обычной JTL и полуфлаксонов в NJTL. В рамках расчетов мы всюду считали, что R — нормальное сопротивление джозефсоновских гетероструктур, C — их емкость, время и частота везде нормируются на обратную плазменную частоту используемых джозефсоновских контактов ($\omega_p = \sqrt{2eA/\hbar C}$), определяющую коэффициент затухания в системе $a = \omega_p/\omega_c$ ($\omega_c = 2eRA/\hbar$ — характерная частота).

Заметим, что полуфлаксоны распространяются быстрее флаксонов даже в случае одинаковых критических токов (синяя и красная кривые на рис. 2), так как в случае полуфлаксонов контакты в JTL меняют фазу не на 2π , а на π . Аналогично обычной JTL, уменьшение нормированной величины соединительной индуктивности l приводит к увеличению скорости движения полуфлаксона из-за увеличения тока через индуктивность (величина последнего близка к π/l). Получается, что NJTL можно использовать для увеличения скорости передачи информации в джозефсоновских цифровых устройствах.

Для сравнения приведем результаты расчетов в рамках обобщенной резистивной модели для динамических процессов в системе из соединенных параллельно $0-\pi$ -контактов с малыми значениями A ($A < 0.3$). При больших значениях A системе будет сложно перейти из 0 -состояния в π -состояние, так как из-за малой «глубины» потенциальной ямы, соответствующей π -состоянию, система будет проска-

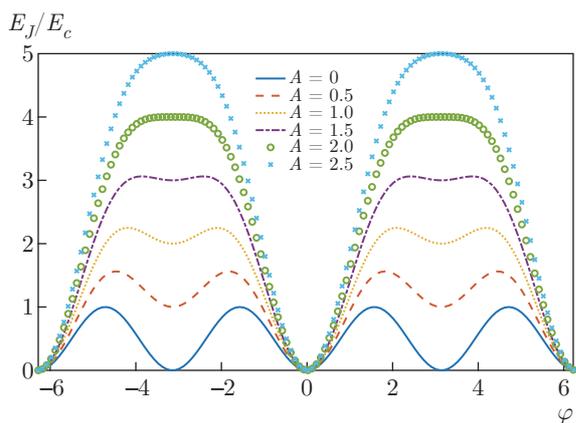


Рис. 1. (В цвете онлайн) Зависимости джозефсоновской энергии от фазы для $0-\pi$ -контакта при разных значениях амплитуды A в ТФЗ; амплитуда $B = 1$

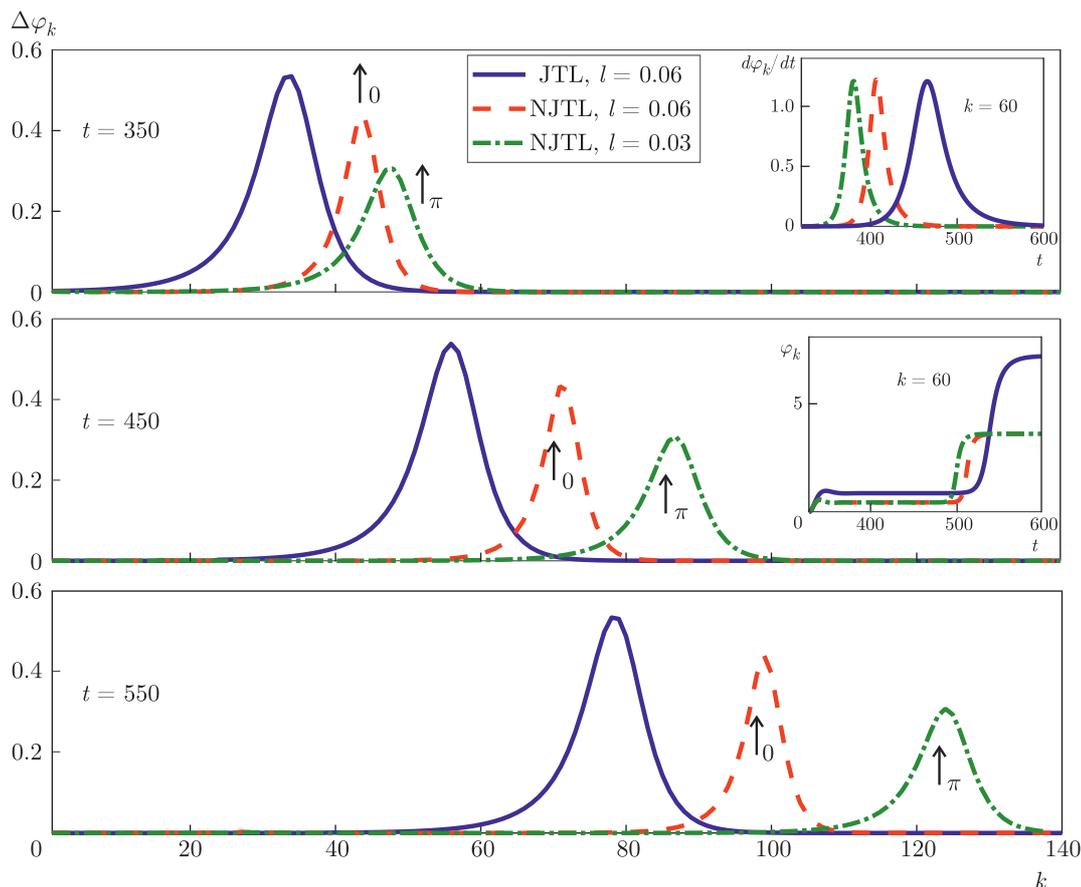


Рис. 2. (В цвете онлайн) Изменения фазы на индуктивностях как функция их положения (номера k), а также напряжения и фазы на джозефсоновских контактах как функции времени в разные моменты времени (вставка для элемента под номером $k = 60$) в обычной JTL (сплошная линия) и полуфлаксонов в NJTL (штриховая и штрихпунктирная линии). Для JTL $A = 1, B = 0$, для NJTL $A = 0, B = 1$; частота следования импульсов 0.033, ток питания $i_b = 0.75$ (величина нормирована на A)

кивать в состояние с фазой 2π . В зависимости от того, из какого состояния в какое переходит контакт (из 0 - в π -, или из π - в 2π -), наблюдаются два типа дробных флаксонов. Эти два типа возбуждений отличаются друг от друга по форме переносящей их волны токов и напряжений, их суммарный поток все равно равен кванту Φ_0 . На рис. 3 представлены графики $\dot{\varphi}(t)$ для выбранного контакта в NJTL (временное отображение движения возбуждений в среде) для разных значений A .

Дробные флаксоны, образуемые в результате перехода из 0 - в π -состояние и обратно, будем называть соответственно первым, \uparrow_0 , и вторым, \uparrow_π , типом дробных флаксонов. Видно, что при увеличении веса первой гармоники A в ТФЗ дробные флаксоны первого типа дольше проходят через выбранный контакт и имеют меньшую «высоту». Для дроб-

ных \uparrow_π -флаксонов все наоборот. Проинтегрировав площадь под графиками, мы получим нормированное значение потока, которое переносит конкретный дробный флаксон (обычный флаксон переносит нормированный поток, равный 2π).

На рис. 4 на вставке показана зависимость переносимого нормированного потока от амплитуды A первой гармоники для двух типов возбуждений и разных значений амплитуды B второй гармоники. Отметим, что индуктивность влияет на форму и скорость распространения дробных флаксонов, но не влияет на величину указанного потока. На основном графике показана зависимость размера дробного флаксона, выраженного через количество занимаемых вихревым током джозефсоновских контактов, от величины соединительной индуктивности для разных значений A и для разных типов воз-

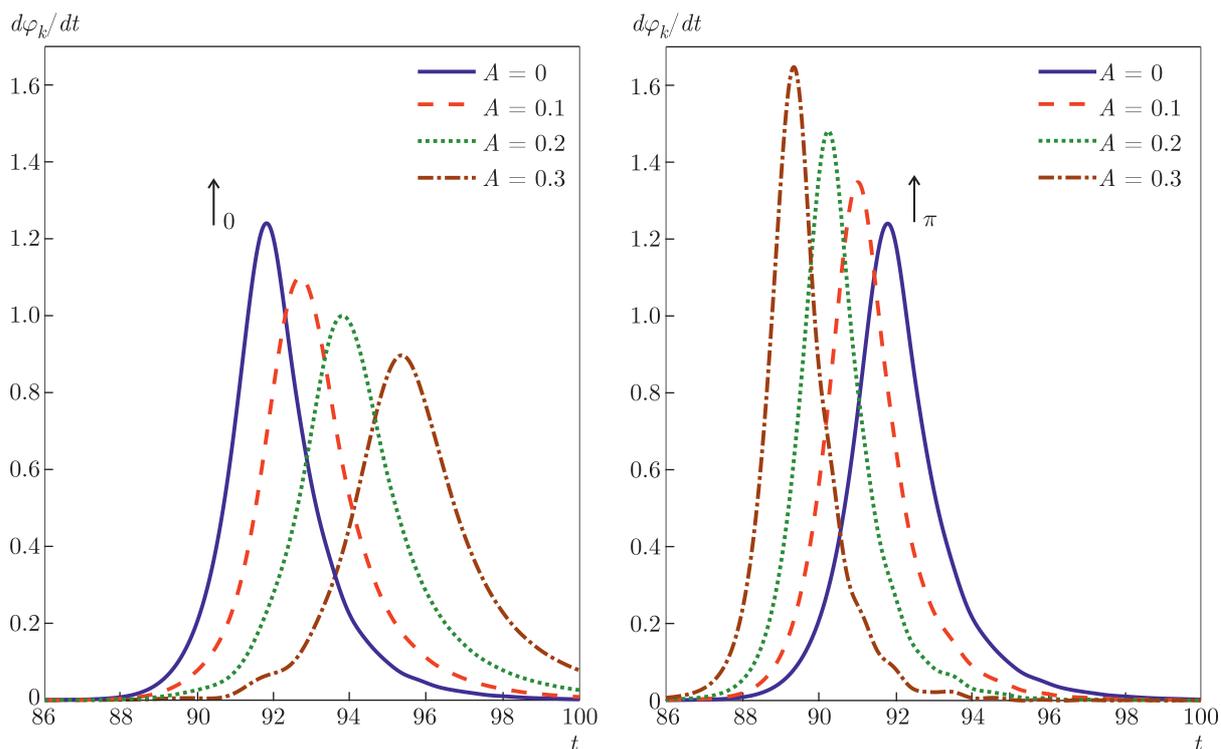


Рис. 3. (В цвете онлайн) Напряжения на выбранном джозефсоновском контакте как функция времени для распространения дробных флюсонов первого (слева, \uparrow_0) и второго (справа, \uparrow_π) типов при разных видах ТФЗ

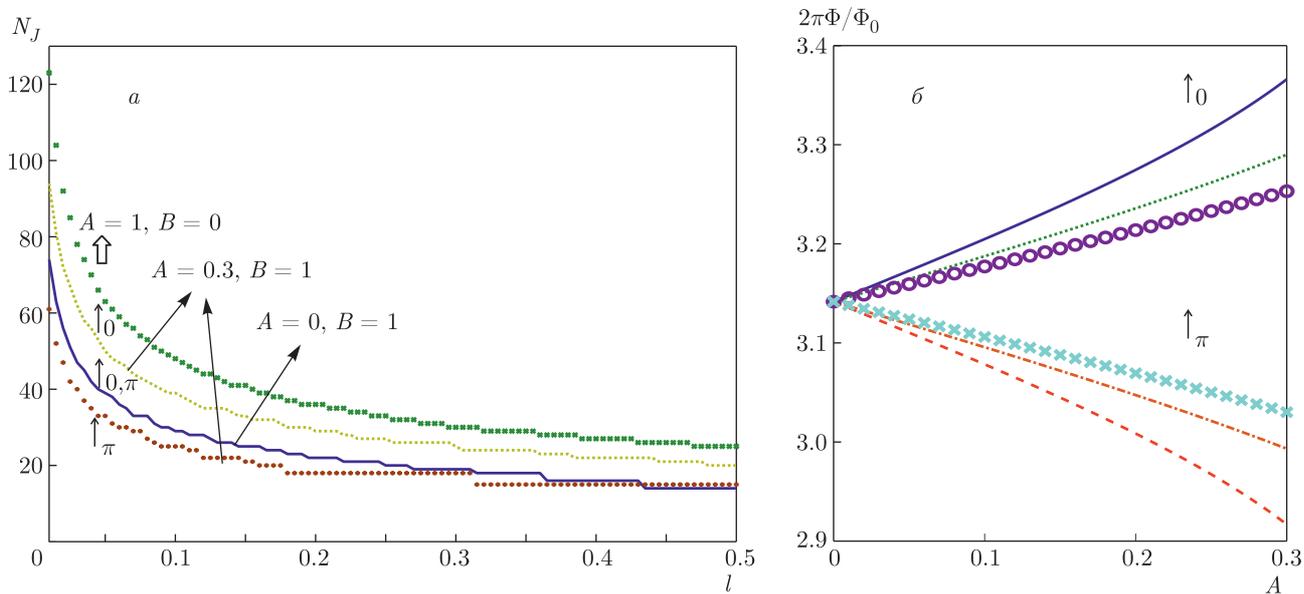


Рис. 4. (В цвете онлайн) а) Зависимости размеров флюсонов (\uparrow) и полуфлюсонов первого (\uparrow_0) и второго (\uparrow_π) типов, выраженных в количестве N_J контактов, от величины соединительной индуктивности. б) Зависимость нормированного потока, который переносит дробный флюсон, от амплитуды A первой гармоники для разных значений амплитуды B второй гармоники

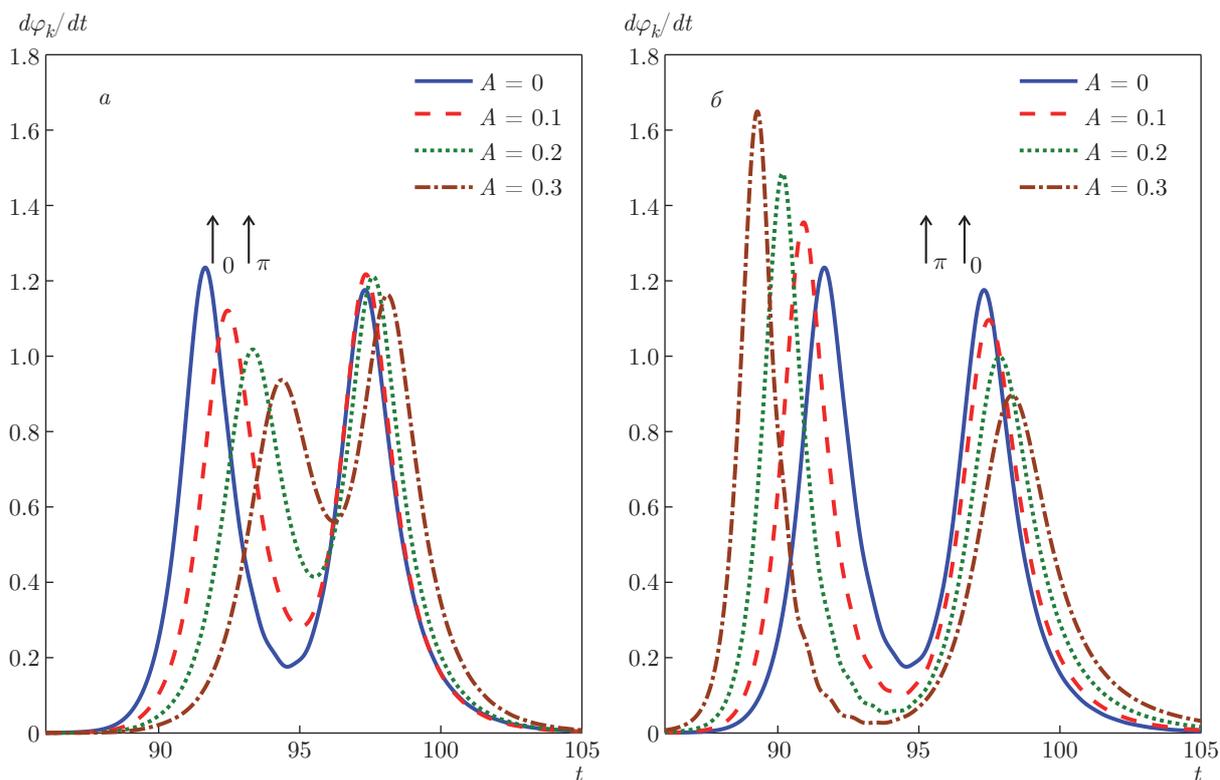


Рис. 5. (В цвете онлайн) Напряжения на выбранном джозефсоновском контакте как функция времени для возникновения пар дробных флаксонов первого $\uparrow_0\uparrow_\pi$ (а) и второго $\uparrow_\pi\uparrow_0$ (б) типов при разных видах ТФЗ

буждений. Заметим, что размер дробного флаксона при $A = 0$ в точке $l = 0.1$ равен половине размера обычного флаксона в точке $l = 0.05$; при таких значениях индуктивностей через них течет одинаковый ток (величины соединительных индуктивностей всюду нормированы на характерную индуктивность используемых джозефсоновских контактов). Область $l < 0.1$ соответствует случаю, когда JTL можно считать непрерывной структурой. В области параметров, когда применима модель сосредоточенных элементов ($l > 0.1$), размер возбуждений слабо зависит от индуктивности. Также видно, что дробные флаксоны первого типа увеличиваются в размере с ростом A , а второго типа — уменьшаются.

При определенных условиях, которые будут рассмотрены ниже, могут формироваться связанные пары дробных флаксонов (обычные флаксоны по NJTL распространяться не могут). Их тоже можно разделить на два типа (рис. 5): первый тип (пары $\uparrow_0\uparrow_\pi$) соответствует переходу выбранного джозефсоновского контакта из 0-состояния в состояние с фазой 2π ; а второй (пары $\uparrow_\pi\uparrow_0$) — переходу из π -состояния в состояние с фазой 3π .

3. ИНТЕГРАЦИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИ-НЕТРИВИАЛЬНЫХ ПЕРЕДАЮЩИХ ЛИНИЙ В СОСТАВ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ЦИФРОВЫХ СХЕМ

После исследования процессов в изолированной NJTL (где существуют возбуждения-флаксоны с топологическим зарядом менее единицы) необходимо рассмотреть ее взаимодействие с обычными джозефсоновскими цифровыми схемами. Для выявления ключевых закономерностей рассмотрим композитную структуру (рис. 6), состоящую из двух обычных JTL, соединенных между собой при помощи NJTL, причем в качестве соединений нам потребуется $0-\pi$ -контакт, а не индуктивность.

Последнее требование к границам топологически-нетривиальной области важно для рассмотрения процессов рождения и распространения дробных флаксонов. При использовании индуктивности в качестве границы двух сред фаза на соединении будет возможно только одно устойчивое состояние. При использовании в качестве соединения $0-\pi$ -контакта флаксон может преобразоваться на границе в дробный флаксон, причем детали процесса зави-

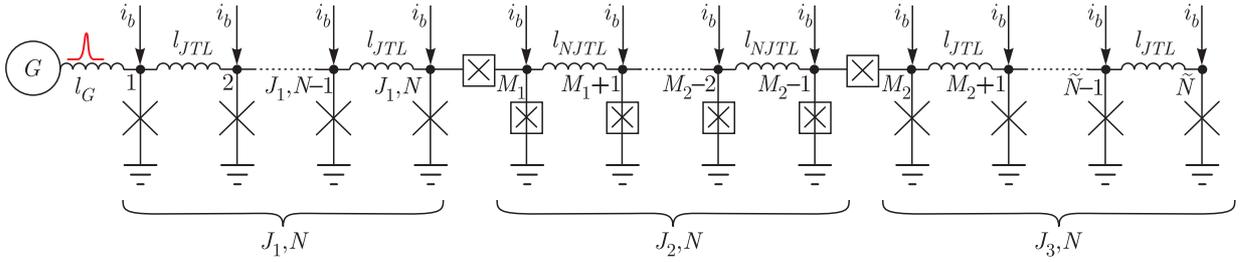


Рис. 6. Схема из двух обычных JTL, соединенных между собой NJTL. Обычными крестами обозначены джозефсоновские контакты с синусоидальными ТФЗ; крестами в квадратах — 2φ -контакты, G и l_G — генератор флаксонов и индуктивность, связывающая с ним структуру

сят от критического тока и затухания элемента-соединения. На рис. 2 было показано распространение флаксонов для случая непрерывной структуры с большим числом контактов, связанных малой индуктивностью ($l \ll 1$). Теперь удобнее будет рассмотреть структуру с лучшей локализацией флаксонов ($l_{JTL} \sim 1$). Кроме того, будем для простоты рассматривать случай 2φ -контактов.

Безразмерный ток через соединительный 2φ -контакт в рамках обобщенной резистивной модели имеет вид

$$i_{con} = B_0 \sin(2\varphi_{k-1} - 2\varphi_k) + \alpha_0 (\dot{\varphi}_{k-1} - \dot{\varphi}_k) + (\ddot{\varphi}_{k-1} - \ddot{\varphi}_k), \quad (1)$$

где B_0 — амплитуда второй гармоники соединительного контакта (т. е. его критический ток), α_0 — коэффициент затухания на соединении, k и $k-1$ — номера узлов в соединении. Теперь запишем систему уравнений для всей системы, пользуясь введенными выше безразмерными величинами:

$$i_{pulse} + i_b - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{JTL}} = A_1 \sin(\varphi_1) + \alpha \dot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_1, \quad (2)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{k_1-1} - \varphi_{k_1}}{l_{JTL}} - \frac{\varphi_{k_1} - \varphi_{k_1+1}}{l_{JTL}} = A_1 \sin(\varphi_{k_1}) + \alpha \dot{\varphi}_{k_1} + \ddot{\varphi}_{k_1}, \quad (3)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{J_1,N-1} - \varphi_{J_1,N}}{l_{JTL}} - i_{con1} = A_1 \sin(\varphi_{J_1,N}) + \alpha \dot{\varphi}_{J_1,N} + \ddot{\varphi}_{J_1,N}, \quad (4)$$

$$i_b - (\varphi_{M_1} - \varphi_{M_1+1})/l_{NJTL} + i_{con1} = B \sin(2\varphi_{M_1}) + \alpha \dot{\varphi}_{M_1} + \ddot{\varphi}_{M_1}, \quad (5)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{k_2-1} - \varphi_{k_2}}{l_{NJTL}} + \frac{\varphi_{k_2} - \varphi_{k_2+1}}{l_{NJTL}} = B \sin(2\varphi_{k_2}) + \alpha \dot{\varphi}_{k_2} + \ddot{\varphi}_{k_2}, \quad (6)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{M_2-2} - \varphi_{M_2-1}}{l_{NJTL}} - i_{con2} = B \sin(2\varphi_{M_2-1}) + \alpha \dot{\varphi}_{M_2-1} + \ddot{\varphi}_{M_2-1}, \quad (7)$$

$$i_b - \frac{\varphi_{M_2} - \varphi_{M_2+1}}{l_{JTL}} + i_{con2} = A \sin(\varphi_{M_2}) + \alpha \dot{\varphi}_{M_2} + \ddot{\varphi}_{M_2}, \quad (8)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{k_3-1} - \varphi_{k_3}}{l_{JTL}} + \frac{\varphi_{k_3} - \varphi_{k_3+1}}{l_{JTL}} = A_2 \sin(\varphi_{k_3}) + \alpha \dot{\varphi}_{k_3} + \ddot{\varphi}_{k_3}, \quad (9)$$

$$i_b + \frac{\varphi_{\tilde{N}-1} - \varphi_{\tilde{N}}}{l_{JTL}} = A_1 \sin(\varphi_{\tilde{N}}) + \alpha \dot{\varphi}_{\tilde{N}} + \ddot{\varphi}_{\tilde{N}}, \quad (10)$$

где i_b — токи питания, l_{JTL} — индуктивности в JTL, l_{NJTL} — индуктивности в NJTL, A_1 и A_2 — критические токи контактов в первой и второй JTL, B — критический ток контактов в NJTL. Критический ток B_0 и коэффициент затухания α_0 на соединениях возьмем равными единице.

Начнем с анализа процессов на границе между джозефсоновскими средами с разными ТФЗ контактов. Меняя параметры соединительного контакта (аналог границы на разделе двух сред), мы получаем разные режимы работы. На рис. 7 для границы JTL/NJTL видно, что при малых значениях α_0 пришедший из обычной передающей линии флаксон меняет фазу соединительного 2φ -контакта на величину 2π , не меняя фазу в NJTL (режим затухания «1»). В случае больших значений α_0 и B_0 соединительный контакт переключается медленнее, чем

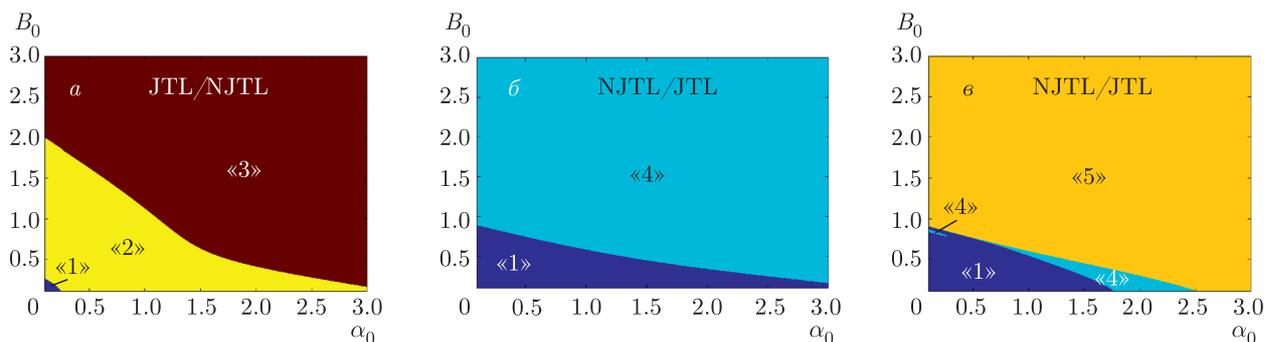


Рис. 7. (В цвете онлайн) Различные режимы прохождения возбуждений через границу JTL/NJTL на плоскости параметров соединительного контакта B_0 и α_0 : *a* — на границу JTL/NJTL из обычной передающей линии приходит факсон (режим «1» — затухание факсона на соединительном контакте, «2» — преобразование факсона в дробный факсон, «3» — преобразование факсона в пару дробных факсонов); *б* — на границу NJTL/JTL из топологически-нетривиальной передающей линии приходит дробный факсон (режим «1» — затухание дробного факсона на соединительном контакте, «4» — преобразование дробного факсона в факсон с отражением дробного факсона назад); *в* — на границу NJTL/JTL из топологически-нетривиальной передающей линии приходит пара дробных факсонов (режим «1» — затухание полуфаксонной пары на соединительном контакте, «4» — преобразование в факсон с отражением дробного факсона назад, «5» — преобразование в факсон без отражения)

контакты в JTL и NJTL, что приводит к преобразованию факсона в пару дробных факсонов (режим прохождения «3»). Наконец, при промежуточных значениях параметров «границы» факсон переключает фазы соединительного контакта и первого контакта в NJTL на величину π , что приводит к преобразованию факсона в дробный факсон (режим «2»).

При анализе процессов на границе NJTL/JTL следует рассмотреть два случая, когда из NJTL на границу падает 1) дробный факсон и 2) пара дробных факсонов. Для обоих случаев возможен описанный выше режим затухания при малых значениях параметров α_0 и B_0 . На рис. 7 на плоскости параметров (α_0, B_0) голубым цветом отмечен режим отражения от границы (режим «4»): дробный факсон создает на границе достаточно большой ток, чтобы переключить контакт в JTL, который, в свою очередь, создает ток через соединение в обратном направлении, не давая измениться фазе соединительного контакта на $-\pi$. Это приводит к образованию дробного факсона, движущегося в обратном направлении. В случае, когда по NJTL движется пара дробных факсонов (рис. 7), кроме режима затухания возможны еще два типа процессов. При больших значениях параметров α_0 и B_0 реализуется режим прохождения, аналогичный наблюдавшемуся в случае границы JTL/NJTL (режим «5»). Также возможен процесс (тот же режим «4»), когда дробный факсон преобразуется в факсон

и создает ток в обратном направлении, который складывается с током второго дробного факсона, что приводит к переключению соединительного контакта с изменением фазы на π и рождению дробного факсона, распространяющегося в обратном направлении. Отметим, что знак осциллирующего тока на соединении может совпасть или не совпасть с направлением тока следующего дробного факсона. Сложение этих токов приводит к образованию области существования режима «4» при малых значениях α_0 . Как видим, суммарный топологический заряд возбуждений сохраняется во всех описанных процессах аналогично сохранению заряду возбуждений в электронных коллективах в рамках андреевского отражения от границы между нормальным металлом (N) и сверхпроводником (S).

Применим выявленные закономерности для анализа проблемы интеграции JTL из $0-\pi$ -контактов (нетривиальных JTL) в обычные быстрые одноквантовые схемы (rapid single flux quantum, RSFQ). Рассмотрим для этого композитную структуру, состоящую из JTL и NJTL, соединенных 2φ -контактами с параметрами $B_0 = 1, \alpha_0 = 1$. На входе такой структуры возможно возбуждение только в виде факсона, который, проходя через границу JTL/NJTL, преобразуется в дробный факсон, который, в свою очередь, на границе NJTL/JTL превращается во факсон с отражением дробного факсона.

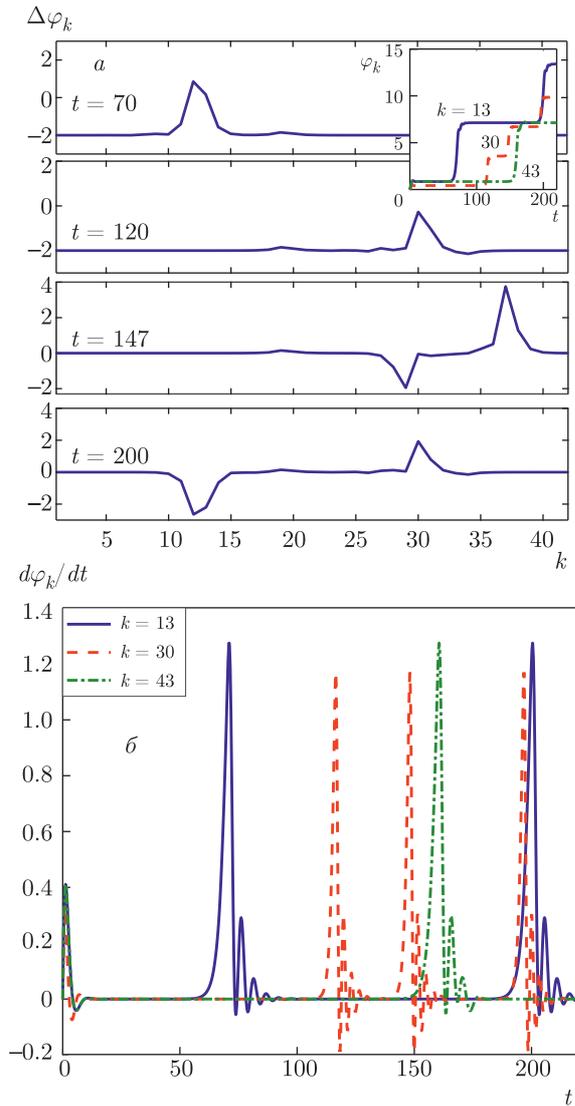


Рис. 8. (В цвете онлайн) Динамика переноса топологического заряда возмущений в системе из двух обычных JTL, соединенных между собой NJTL, при параметрах соединения $B_0 = 1$, $\alpha_0 = 1$. Первая JTL состоит из 20 контактов, вторая из 15, третья из 10. *а)* Изменения фазы на соединительных индуктивностях в зависимости от номера перехода k . *б)* Нормированное напряжение на джозефсоновских контактах в разных частях структуры ($k = 13, 30, 43$) как функция времени

Результаты расчетов (рис. 8) показывают, что в момент времени $t = 70$ по первой JTL распространяется флаксон с единичным топологическим зарядом. На зависимости видно, что контакт $k = 13$ перешел в состояние с фазой 2π , а на зависимости видно возникновение «стандартного одноквантового» импульса напряжения на джозефсоновском контакте. К моменту времени $t = 120$ флаксон (\uparrow) из

первой JTL перешел в NJTL, трансформировавшись в полуфлаксон. Контакт $k = 30$ перешел в состояние с фазой π . Этот процесс можно описать следующей символической формулой: $\uparrow \rightarrow \uparrow_{0,\pi}$. Далее, в момент времени $t = 147$, полуфлаксон преобразовался в флаксон, который прошел во вторую JTL и отразился в виде антиполуфлаксона. Контакты $k = 30$ и $k = 43$ перешли в состояния с фазой 2π . На зависимости видно, что формы полуфлаксона и антиполуфлаксона неотличимы, так как в обоих случаях фаза меняется в положительном направлении (сначала из 0 в π , затем из π в 2π); различается для этих возмущений лишь направление распространения по NJTL. Представим процесс в виде символов, разделяя скобками разные JTL. В момент времени $t = 200$ антиполуфлаксон прошел в первую JTL в виде антифлаксона и отразился в виде полуфлаксона. Это можно представить следующим образом¹⁾:

$$()(\downarrow^{0,\pi})() \rightarrow (\downarrow)(\uparrow_{0,\pi})().$$

На практике довольно сложно отследить импульсы напряжения на джозефсоновских контактах пикосекундной длительности, соответствующие прохождению через них одиночных флаксонов и полуфлаксонов. Поэтому необходимо проанализировать поведение структуры JTL/NJTL/JTL под действием последовательности токовых импульсов с частотой 0.01. На рис. 9 продемонстрированы динамические процессы в исследуемой структуре для такого случая. Заметим, что они почти не отличаются от рассмотренных ранее, кроме одного момента: на зависимости на контакте $k = 13$ виден ($t \approx 170$) второй флаксон, пришедший со входа, а в момент времени $t \approx 200$ антифлаксон отсутствует. Таким образом, флаксон и антифлаксон аннигилируют, как и ожидалось. Запишем это в виде формулы:

$$(\uparrow)(\downarrow^{0,\pi})() \rightarrow (\uparrow + \downarrow)(\uparrow_{0,\pi})() \rightarrow ()(\uparrow_{0,\pi})().$$

В эксперименте может быть изучена зависимость среднего напряжения на выходе от частоты следования токовых импульсов на входе (аналог вольт-амперной характеристики). На рис. 10 показана зависимость как выходного (на последнем контакте, V_{out}), так и входного (на первом, V_{in}) напряжений от частоты следования импульсов тока на входе, ω_{puls} .

При низких частотах следования задаваемых на вход импульсов (вплоть до частоты осцилляций по-

¹⁾ Здесь каждая из скобок символизирует состояние соответственно первой JTL, NJTL и второй JTL в определенный момент времени: нет возбуждения (пустая скобка), есть флаксон/антифлаксон, есть дробный флаксон.

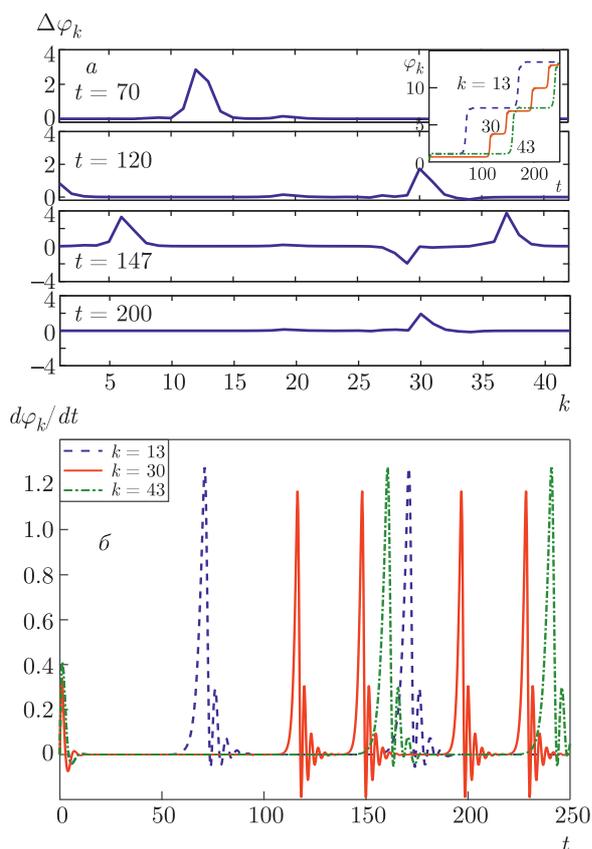


Рис. 9. (В цвете онлайн) *a)* Изменения фазы на соединительных индуктивностях и на джозефсоновских контактах (на вставке) для дробных флаконов в структуре из двух JTL, соединенных NJTL, при наличии периодических импульсов на входе с нормированной частотой 0.01. *б)* Нормированные напряжения как функции времени на джозефсоновских контактах в разных частях структуры, соответствующие различным возбуждениям

луфлаксона, ω_{SFO}) напряжения постоянны и практически равны, так как «источником» напряжения на выходе является осциллирующий в NJTL полуфлаксон (редкие флаконы на входе аннигилируют с антифлаконами). Напряжение снимается с джозефсоновских контактов, из чего следует, что знак для входного и выходного напряжений положительный. При рассмотрении напряжения на индуктивностях знак будет противоположным.

При дальнейшем увеличении частоты основной вклад в напряжение будут вносить флаконы на входе, что объясняет линейные зависимости $\langle V_{out,in} \rangle$ от ω_{puls} при частотах больше ω_{SFO} . Аннигиляция возбуждений будет происходить всегда в разных участках структуры. Рассчитанная зависимость $\langle V_{out} \rangle(\omega_{puls})$ имеет более сложный вид, чем можно было ожидать: имеется несколько линейных

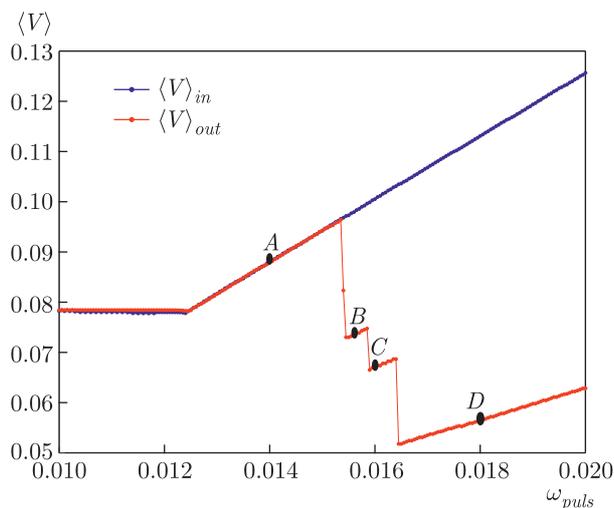


Рис. 10. (В цвете онлайн) Зависимости нормированных входного и выходного (синяя и красная линии) средних напряжений от частоты входящих импульсов для структуры JTL/NJTL/JTL. Параметры линий и соединений приведены в подписи к рис. 8

участков, разделенных скачками. Понять такое поведение структуры JTL/NJTL/JTL можно из анализа рис. 11, на котором представлены динамические процессы при нормированных частотах ω_{puls} , равных 0.014, 0.0156, 0.016 и 0.018 (точки A, B, C и D на рис. 10). Эти частоты соответствуют разным линейным участкам на зависимости $\langle V_{out} \rangle(\omega_{puls})$.

Точке A на рис. 10 соответствует ситуация, когда редкие флаконы (которые не аннигилировали во входной JTL) со входа поступают на границу одновременно (смещение во времени равно или меньше времени переключения соединительного контакта) с антиполуфлаксоном. В результате их взаимодействия антиполуфлаксон и флаксон уничтожаются и рождается полуфлаксон:

$$(\uparrow)(\downarrow^{0,\pi})() \rightarrow ()(↑_{0,\pi})().$$

Данный процесс происходит быстрее, чем просто отражения антиполуфлаксона, что приводит к росту напряжения на выходе. Отметим, что флаконы и антиполуфлаконы приходят на границу одновременно в некотором диапазоне частот ω_{puls} , так как рассматриваемые возбуждения имеют размер больше одной ячейки.

При больших частотах (точка D на рис. 10) в NJTL будет поступать флаксон со входа быстрее, чем произойдет одна осцилляция полуфлаксона, что приводит к тому, что каждый второй флаксон со входа будет аннигилировать в NJTL. На выходе будет в два раза меньше флаконов, чем на входе, что

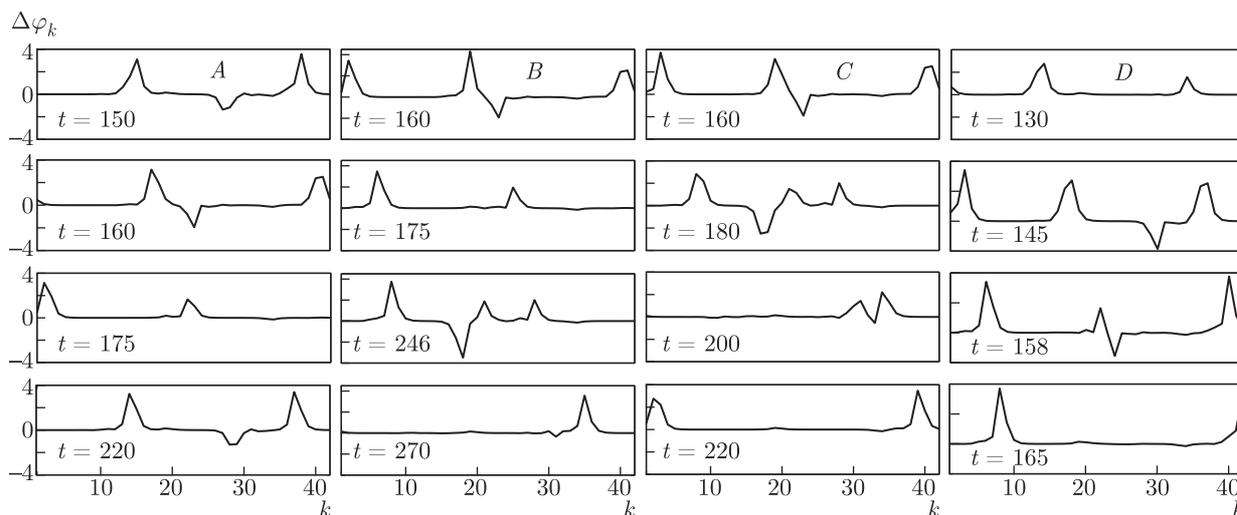


Рис. 11. Падения фазы на соединительных индуктивностях в структуре из двух JTL, соединенных NJTL, для разных частот входного импульса (точки A, B, C и D на рис. 10)

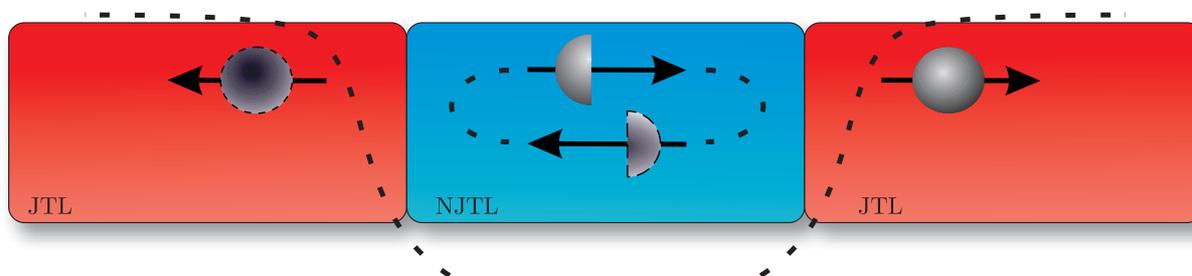


Рис. 12. (В цвете онлайн) Схематическое изображение осцилляций полуфлаксона между границами топологически-нетривиальной джозефсоновской среды, иллюстрирующее аналогию между переносом топологического заряда через структуру JTL/NJTL/JTL и куперовских пар через джозефсоновский SNS-контакт

приводит к уменьшению напряжения V_{out} в два раза по сравнению с V_{in} :

$$(\uparrow)(\uparrow_{0,\pi})() \rightarrow (\uparrow)(\uparrow_{0,\pi} + \downarrow^{0,\pi})(\uparrow) \rightarrow (\uparrow)()(\uparrow).$$

До выхода на режим, при котором происходит деление напряжения пополам, присутствуют процессы, в которых до аннигиляции осциллирующего полуфлаксона с флаксоном от входа происходит конечное число раз отражений первого от границ, что приводит к скачкам на зависимости $\langle V_{out} \rangle(\omega_{puls})$ (точки B и C на рис. 10). Так, в процессе, соответствующем точке C, полуфлаксон успевает отразиться один раз от границы на выходе. Линейный рост на участках с определенным числом осцилляций полуфлаксона между границам NJTL связан с тем, что при увеличении частоты после аннигиляции следующий флаксон приходит быстрее.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Можно заключить, что в численном эксперименте было продемонстрировано распространение дробного флаксона по JTL с контактами, имеющими нетривиальную ток-фазовую зависимость (NJTL). Показано, что скорость распространения полуфлаксонов выше, чем скорость распространения флаксонов. Выявлены два различных типа дробных флаксонов, каждый со своей спецификой распространения в такой джозефсоновской среде.

При исследовании проблем интеграции топологически-нетривиальных передающих линий (NJTL) в состав джозефсоновских цифровых схем мы обнаружили для границ между NJTL и JTL аналог андреевского отражения электронов и дырок от границы нормального металла (N) со сверхпроводником (S).

Выделено несколько типов процессов на границах NJTL/JTL и JTL/NJTL, возникающих для разных параметров соединительного контакта (разных «граничных условий»): затухание флаксона на границе, создание полуфлаксонов, создание полуфлаксоновых пар, прохождение возбуждения.

В частности, найдены условия, при которых структура JTL/NJTL/JTL является аналогом джозефсоновского SNS-контакта (идея аналогии представлена на рис. 12). В этом случае в NJTL оказался запертым полуфлаксон, который, отражаясь от границ JTL/NJTL, генерирует флаксоны во вторую JTL и антифлаксоны в первую JTL. Аналогом параметра порядка и потенциала спаривания, формирующего «потенциальную яму» для возбуждения с дробным топологическим зарядом, будет выступать функция от амплитуд гармонических компонент в ТФЗ: $(1 + \{A - B\})/2$.

Рассчитанные аналоги вольт-амперных характеристик для систем JTL/NJTL/JTL открывают возможности для новых экспериментальных исследований процессов переноса топологического заряда в джозефсоновских гетероструктурах. Специфические для бистабильных джозефсоновских элементов динамические процессы могут быть использованы при создании компактных элементов фазовой логики и памяти.

Благодарности. Один из авторов (В. И. Р.) благодарит за поддержку стипендиальную программу Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС»; другой автор (Н. В. К.) признателен Междисциплинарной научно-образовательной школе Московского университета «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина».

Финансирование. Моделирование динамических процессов в джозефсоновских средах выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-12-00130). Исследование возможности интеграции топологически-нетривиальных передающих линий с цифровыми схемами поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 19-32-90208). Аналогия между переносом топологического заряда и транспортом куперовских пар разработана в рамках гранта Президента Российской Федерации (МД-186.2020.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Ilichev, M. Grajcar, R. Hlubina, R. P. J. IJsselsteijn, H. E. Hoenig, H.-G. Meyer, A. Golubov,

M. H. S. Amin, A. M. Zagoskin, A. N. Omelyanchouk, and M. Yu. Kupriyanov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5369 (2001).

2. A. Buzdin and A. Koshelev, *Phys. Rev. B* **67**, 220504 (2003).

3. L. Trifunovic, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 047001 (2011).

4. C. Richard, M. Houzet, and J. S. Meyer, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 217004 (2013).

5. Avradeep Pal, Z. H. Barber, J. W. A. Robinson and M. G. Blamire, *Springer Science and Business Media* **5**, 3340 (2014).

6. E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner, *Phys. Rev. B* **67**, 224515 (2003).

7. A. Zenchuk and E. Goldobin, *Phys. Rev. B* **69**, 024515 (2004).

8. N. G. Pugach, E. B. Goldobin, R. Kleiner, and D. Koelle, *Phys. Rev. B* **81**, 104513 (2010).

9. E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner, *Phys. Rev. B* **91**, 214511 (2015).

10. H. Sickinger, A. Lipman A., Weides M., R. G. Mints, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 107002 (2012).

11. E. Goldobin, H. Sickinger, M. Weides, N. Ruppelt, H. Kohlstedt, R. Kleiner, and D. Koelle, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 242602 (2013).

12. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, *Supercond. Sci. and Technol.* **26**, 015005 (2013).

13. D. B. Szombati, S. Nadj-Perge, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, *Nature Phys.* **12**, 568 (2016).

14. S. V. Bakurskiy, V. I. Filippov, V. I. Ruzhickiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, *Phys. Rev. B* **95**, 094522 (2017).

15. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, N. G. Pugach, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, *Appl. Phys. Lett.* **113**, 082602 (2018).

16. S. V. Bakurskiy, A. A. Neilo, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, and M. Yu Kupriyanov, *Nanotechnology* **30**, 324004 (2019).

17. Y. S. Kivshar and B. A. Malomed, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 763 (1989).

18. A. V. Ustinov, M. Cirillo, and B. A. Malomed, *Phys. Rev. B* **47**, 8357 (1993).

19. A. V. Ustinov, *Physica D* **123**, 315 (1998).

20. O. M. Braun and Y. S. Kivshar, *Phys. Rep.* **306**, 1 (1998).
21. O. M. Braun, B. Hu, and A. Zeltser, *Phys. Rev. E* **62**, 4235 (2000).
22. O. M. Braun and Yu. S. Kivshar, *The Frenkel–Kontorova Model: Concepts, Methods, and Applications*, Springer-Verlag, Berlin (2004).
23. R. Mints and I. Papiashvili, *Phys. Rev. B* **64**, 134501 (2001).
24. R. Mints, I. Papiashvili, J. Kirtley, H. Hilgenkamp, G. Hammerl, and J. Mannhart, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 067004 (2002).
25. T. Oortlepp, Ariando, O. Mielke, C. J. M. Verwijs, K. F. K. Foo, H. Rogalla, F. H. Uhlmann, and H. Hilgenkamp, *Science* **312**, 1495 (2006).
26. M. I. Faley, P. Reith, V. S. Stolyarov, I. A. Golovchanskiy, A. A. Golubov, H. Hilgenkamp, and R. E. Dunin-Borkowski, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **29**, 1100405 (2019).
27. M. I. Khabipov, D. V. Balashov, F. Maibaum, A. B. Zorin, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, A. N. Rossolenko, and V. V. Ryazanov, *Supercond. Sci. and Technol.* **23**, 045032 (2010).
28. S. K. Tolpygo, V. Bolkhovskiy, R. Rastogi, S. Zarr, A. L. Day, E. Golden, T. J. Weir, A. Wynn, and L. M. Johnson, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **29**, 1 (2019).
29. D. Hasegawa, Y. Takeshita, K. Sano, M. Tanaka, A. Fujimaki, and T. Yamashita, in *17th IEEE International Superconductive Electronics Conference, ISEC-2019, Riverside, California* (2019), pp. 1–3.