

СКОРОСТЬ ТУННЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ПОЛЯ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ $(0, 1)^*$ ЛАГЕРРА – ГАУССА

Т. В. Миладинович^{a}, С. Симић^b, Н. Данилович^b, М. З. Еремич^c*

^a *Institute for Information Technologies, University of Kragujevac
34000, Kragujevac, Serbia*

^b *Faculty of Science, University of Kragujevac
34000, Kragujevac, Serbia*

^c *Clinical Center Kragujevac, Department of Nuclear Medicine
34000, Kragujevac, Serbia*

Поступила в редакцию 18 сентября 2020 г.,
после переработки 18 сентября 2020 г.
Принята к публикации 29 сентября 2020 г.

(Перевод с английского)

INFLUENCE OF $(0,1)^*$ LAGUERRE–GAUSSIAN FIELD DISTRIBUTION ON TUNNELING IONIZATION RATE

T. V. Miladinović, S. Simić, N. Danilović, M. Z. Jeremić

В рамках АДК-теории исследована туннельная ионизация атома аргона под влиянием излучения титан-сапфирового лазера. Рассмотрен случай поля лазерного излучения радиальной поляризации с распределением $(0, 1)^*$ Лагерра–Гаусса (ЛГ), имеющим форму бублика. Было проанализировано поведение скорости переходов, считая что $(0, 1)^*$ ЛГ-моды могут возникать со случайной или однородной поляризацией трех типов (линейной, круговой или эллиптической). Вычислена скорость переходов в простейшем случае, а также в случае, когда в уравнение включен начальный импульс покидающего атом электрона. Кроме того, проанализировано влияние модификации исходного потенциала ионизации электрона на скорость переходов. В простейшем случае полученные результаты соответствуют ожидаемым, но в случае включения в рассмотрение дополнительных эффектов скорость перехода характеризуется двумя пиками в некоторой точке выхода электрона из барьерной области.

DOI: 10.31857/S0044451021050011

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение последних пятидесяти лет взаимодействию лазерного излучения и вещества были посвящены многие работы [1–4]. Одним из наиболее существенных результатов этого взаимодействия является ионизация, относящаяся к квантовым процессам, которые важно понимать детально. В зависимости от интенсивности поля лазерного излу-

чения электрон может покинуть атом посредством туннельной, многофотонной, надпороговой ионизации (НПИ) или ионизации, сопровождающейся подавлением барьера (ПБИ). Когда лазерное излучение достаточно сильно, если напряженность электрического поля излучения сравнима с напряженностью атомного поля ($F \leq F_a$, $F_a = 5 \cdot 10^9$ В/см), оно деформирует кулоновский потенциал и формирует потенциальный барьер, через который электрон может туннелировать. Туннельная ионизация происходит очень быстро вблизи максимума интенсивности поля излучения в месте, где потенциальный барьер сильнее всего подавлен излучением. Тунне-

* E-mail: tanja.miladinovic@gmail.com

лирование электрона через потенциальный барьер можно описывать с использованием различных теоретических подходов. Подход Ландау – Лифшица к описанию туннелирования [5] является квазиклассическим. Теория Келдыша показывает, что многофотонная ионизация и туннельная ионизация являются по сути одним и тем же процессом, протекающим при разных частотах лазерного излучения [6]. В теории используется параметр Келдыша γ , который представляет собой отношение лазерной частоты ω и частоты туннелирования ω_t , $\gamma = \omega/\omega_t$. Этот параметр используется для того, чтобы различить области туннельной ионизации ($\gamma \ll 1$) и многофотонных процессов ($\gamma \gg 1$). Переломов, Попов и Терентьев (ППТ) получили точный вид множителя перед экспонентой в формуле для скорости переходов, который приводится в [7]. Основываясь на теории Келдыша, Аммосов, Делоне и Крайнов получили формулу для скорости ионизации сколь угодно сложно устроенных атомов и ионов (теория АДК) [8], которая используется наиболее часто.

Как видно, процесс туннельной ионизации очень сложный и зависит от ряда параметров, таких как частота излучения ω , напряженность электрического поля излучения F и энергия связи электрона I_p . Основными переменными, зависящими от этих параметров и дающими важную информацию о протекающих процессах, являются скорость переходов, энергия электрона и угловое распределение. Для того чтобы проанализировать процесс ионизации, следует рассмотреть влияние различных поляризаций и пространственно-временного распределения поля лазерного излучения на эти переменные. Случаи линейной, круговой и эллиптической поляризаций уже были рассмотрены [9–13], и значения некоторых переменных в каждом из них получились различными. Пространственные и временные параметры лазерного луча, гауссовы или лоренцевы, влияют на скорость переходов, энергию электронов и угловое распределение [14–17]. Развитие оптических технологий позволило исследовать эти процессы с помощью радиально или азимутально поляризованных оптических лучей. Особые свойства этих лучей обусловили повышенный интерес к их использованию во многих областях, например для улавливания частиц [18], ускорения электронов [19], микроскопии [20], обработки материалов [21]. Хорошо сфокусированный радиально-поляризованный луч имеет сильное продольное электрическое поле [22], но качество этого луча подвержено ухудшению, причиной чего может быть неконцентрическое выравнивание осей луча и стержневой накачки [23]. Для усиления луча

и корректировки его деградации можно использовать теплопроводящее волокно [24] или оптическое волокно со ступенчатым показателем преломления [25]. Также можно улучшить качество радиально-поляризованного луча посредством преобразования $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой и случайной либо однородной поляризацией и радиальной $(0, 1)^*$ ЛГ-моды в близкий к гауссовому луч [26], где ЛГ — это кольцевое распределение интенсивности Лагерра – Гаусса радиально-поляризованного света. В результате такого преобразования $(0, 1)^*$ ЛГ-мода со спиральной фазой и радиальная $(0, 1)^*$ ЛГ-мода имеют различные распределения поля и фазы [27]. Разделить эти две моды, имеющие распределения в форме бублика, можно на основании их различных поляризаций и фаз. Явное различие этих мод проявляется после прохождения через линейный поляризатор или элемент спиральной фазы (ЭСФ) [27].

Туннельная ионизация, которая происходит в радиально-поляризованном лазерном поле, до сих пор не обсуждалась в рамках теории АДК. Этому вопросу посвящено настоящее исследование. В нашей работе анализируется влияние распределений $(0, 1)^*$ ЛГ со спиральной фазой и распределений с радиальной $(0, 1)^*$ ЛГ-модой на скорость туннельных переходов. Обсуждается скорость переходов в случае, когда потенциал ионизации покидающего атом электрона не возмущен и когда его начальный импульс равен нулю. Дополнительно рассмотрен случай, когда начальный импульс не равен нулю, а также случай, в котором учитывается возмущение потенциала ионизации посредством пондеромоторного потенциала и сдвига Штарка. Для этого была исследована зависимость скорости перехода от прикладываемого электрического поля, азимутального угла ϕ и угла θ , который характеризует геометрию спирального пучка. Это позволило изучить влияние распределения поля $(0, 1)^*$ Лагерра – Гаусса на параметр Келдыша и на пондеромоторный потенциал покидающего атом электрона.

Структура статьи следующая. Раздел 2 посвящен используемой теоретической модели. В разд. 3 приводятся результаты и дано их обсуждение. Раздел 4 представляет собой заключение. На протяжении всей статьи используются атомные единицы ($\hbar = m_e = |e| = 1$).

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Начнем с краткого обзора, посвященного туннельной ионизации. Сильное поле лазерного излуче-

ния низкой частоты ($I > 10^{14}$ Вт/см²) вызывает возмущение кулоновского потенциала, что приводит к возможности туннелирования электрона. Скорость ионизации w показывает, как много актов ионизации происходит в единицу времени в постоянном поле на протяжении одного периода приложенного переменного поля. Наиболее важные атомные параметры и параметры лазерного излучения, которые нужны для расчета скоростей ионизации, приводятся ниже. Ионизация происходит только при условии получения электроном определенного количества энергии. Поскольку энергии всех фотонов одинаковы и определяются угловой частотой лазерного излучения ω , требуемое число фотонов n равно

$$n = \frac{I_p}{\omega} + 1, \quad (1)$$

где I_p — это потенциал ионизации, ω — энергия фотона, n — целое число.

Аммосов, Делоне и Крайнов (АДК) использовали квазиклассический подход и получили выражение для скорости туннельной ионизации [8], которая экспоненциально растет с напряженностью электрического поля. Без учета и с учетом начального импульса электрона [28] это выражение имеет вид

$$w \propto \exp \left[-\frac{2(2I_p)^{3/2}}{3F} \right], \quad (2)$$

$$w_p \propto \exp \left[-\frac{2(2I_p)^{3/2}}{3F} - \frac{p^2 \gamma^3}{3\omega} \right],$$

где p — это начальный импульс электрона, γ — параметр Келдыша, который имеет разные значения для разных поляризаций лазерного излучения, линейной, круговой и эллиптической. Они будут приведены ниже. Видно, что скорость туннельной ионизации АДК зависит от потенциала ионизации I_p , равного энергии вершины эффективного потенциального барьера, заряда ионизованного атома Z , а также от свойств лазерного излучения, в частности интенсивности I , напряженности электрического поля F , энергии фотона ω и лазерной поляризации. Соотношение между интенсивностью и напряженностью электрического поля дается равенством $I = F^2$.

При увеличении интенсивности лазерного излучения или уменьшении энергии фотона выполняется соотношение $U_p > |I_p| > \omega$, где U_p — это пондеромоторный потенциал, в этом случае электронный потенциал ионизации может увеличиться $|I_p| + U_p$. Пондеромоторная энергия характеризует интенсивность осциллирующего движения свободного электрона во внешнем переменном электрическом поле

и определяется следующими выражениями для случаев соответственно линейной, круговой и эллиптической поляризации:

$$U_{p,lin} = F^2/4\omega^2, \quad U_{p,cir} = F^2/2\omega^2,$$

$$U_{p,elip} = (F^2(1 - \epsilon^2))/(2\omega^2(1 + \epsilon^2)),$$

ϵ — это параметр эллиптичности, значение которого лежит в интервале (0,1). Для линейно-поляризованного света $\epsilon = 0$, а для случая круговой поляризации $\epsilon = \pm 1$ [29]. Рост потенциала означает, что для ионизации требуется больше фотонов, чем обычно [30]. Кроме того, сдвиг энергии, который происходит исключительно в течение лазерного импульса, т. е. сдвиг Штарка, меняет уровни энергии основного состояния атомов, что усложняет их ионизацию [31]. На основное состояние влияет только квадратичный сдвиг Штарка $\delta E = \alpha F^2/4$ [32], где α — статическая поляризуемость атома [33]. Учитывая все вышеперечисленные факторы, можно записать эффективный потенциал ионизации в следующем виде [32]:

$$I_p^{eff} = I_p + U_p + \delta E. \quad (3)$$

На основании уравнения(2) видно, что скорость перехода максимальна, когда p , т. е. начальный импульс испускаемого электрона, равен нулю, и эта скорость должна уменьшаться с ростом p . Для нашей работы важно проанализировать влияние начального импульса испускаемого электрона на скорость перехода непосредственно после покидания области кулоновского потенциального барьера. В этот момент электрон покидает атом и начинает двигаться по классической траектории под воздействием одновременно поля лазерного излучения и поля родительского иона. Для описания движения электрона подходящими являются параболические координаты (ξ, η, φ) [5]. Выражение для начального импульса электрона можно записать в следующем виде: [34]:

$$p(\eta) = \left(\sqrt{F\eta - 1} + \left(1/\eta \sqrt{F\eta - 1} \right) \right) / 2, \quad (4)$$

где η — параболическая координата. Электрон покидает атом в точке $\eta_{exit} \approx 1/F$, таким образом значение координаты η внутри барьера удовлетворяет условию $1 \ll \eta \ll \eta_{exit}$, а вне барьера $\eta > \eta_{exit}$ [34]. Важно подчеркнуть, что импульс сохраняется вдоль классической траектории, если полная энергия системы не зависит от координаты η [5]. В этом случае $p_\eta = p$.

На электронную ионизацию влияет поляризация поля лазерного излучения, и мы попытались выяс-

нить, имеет ли радиальная поляризация преимущества по сравнению с линейной и круговой поляризацией, если использовать ее для величин, описывающих этот квантовый процесс. Теоретический анализ показывает, что радиально-поляризованные пучки можно преобразовать в линейно-поляризованные гауссовы пучки и наоборот [35, 36]. Форма пучков является существенной характеристикой, позволяющей различить их. Радиально-поляризованные пучки имеют форму бублика (с нулевой интенсивностью в центре). В случае линейно-поляризованного гауссова пучка интенсивность максимальна в центре. Описанное выше преобразование можно осуществить с использованием двух мод радиально-поляризованного пучка, $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой и $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией. У этих мод одинаковое распределение интенсивности в форме бублика, но совершенно разные распределения поля. Пространственные распределения этих мод можно выразить с помощью когерентной суперпозиции двух ортогональных вырожденных ЛГ-мод [37, 38] с пространственной модуляцией поляризации.

Распределение поля $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой записывается в следующем виде [27]:

$$F_{sp}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} e^{\pm i\phi}, \quad (5)$$

где r и ϕ — цилиндрические координаты, $\rho = 2r^2/R^2$, R — размер гауссова пучка, $r(\phi) = ae^{k\phi}$ — уравнение в полярных координатах, посредством которого задается спираль; a, k являются параметрами, а знак « \pm » зависит от выбора спиральности. $(0, 1)^*$ ЛГ-моды могут возникать с произвольной или однородной поляризацией (линейной, круговой или эллиптической) [27, 35].

В частности, распределения электрического поля $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой для случаев линейной и круговой поляризации даются выражениями

$$\mathbf{F}_{sp}^{lin}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} e^{-i\phi} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y), \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_{sp}^{cir}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} e^{-i\phi} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y e^{i\pi/2}), \quad (7)$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y являются единичными векторами вдоль осей x и y . Электрическое поле для линейной поляризации переписывается в виде

$$F_{sp}^{lin}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} \cos \phi \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_y. \quad (8)$$

Электрические поля для круговых правой и левой поляризации записываются с противоположными индексами спиральности [37].

$$\mathbf{F}_{sp}^{cir}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} e^{i\phi} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y), \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_{sp}^{cir}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} (e^{-i\phi} \mathbf{e}_x - e^{-i\phi} \mathbf{e}_y). \quad (10)$$

Из приведенных уравнений следует, что распределения поля, которые могут иметь линейную или круговую (в общем случае эллиптическую) поляризацию, зависят только от азимутального угла ϕ [39]. Распределение поля $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией дается выражением

$$\mathbf{F}_{rp}(r, \phi) = F_{rp,x}(r, \phi) \mathbf{e}_x + F_{rp,y}(r, \phi) \mathbf{e}_y, \quad (11)$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y являются единичными векторами вдоль направлений x и y , и эту моду можно выразить с помощью ортогональных линейных поляризаций или как суперпозицию мод с правой и левой круговыми поляризациями. В частности, суперпозиция $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой правой поляризации и $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой левой поляризации записывается в виде [35, 40, 41]:

$$\mathbf{F}_{rp}(r, \phi) = F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} [e^{-i\phi} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y e^{i\pi/2}) + e^{i\phi} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y e^{-i\pi/2})]. \quad (12)$$

Это уравнение можно переписать в виде

$$\mathbf{F}_{rp}(r, \phi) = 2F_0 \sqrt{\rho} e^{-\rho/2} (\mathbf{e}_x \cos \phi + \mathbf{e}_y \sin \phi). \quad (13)$$

Такая суперпозиция дает линейно-поляризованный луч [37]. Соответствующие распределения интенсивностей можно рассчитать по формуле [38]

$$I(r, \phi) = F^* F. \quad (14)$$

Для исследования процесса туннельной ионизации рассмотрим влияние эффективного потенциала ионизации, начального импульса испускаемого электрона, а также двух указанных распределений поля $(0, 1)^*$ ЛГ-мод на скорость туннельных переходов.

Скорости переходов для $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой с различными поляризациями даются следующими выражениями [30, 42, 43]:

$$w_{sp,lin} = \frac{F_{sp}^{lin}(r, \phi) D^2}{8\pi Z} \sqrt{\frac{3F_{sp}^{lin}(r, \phi) n^* 3}{\pi Z^3}} \times \exp \left[-\frac{2(2I_p^{eff})^{3/2}}{3F_{sp}^{lin}(r, \phi)} - \frac{p(\eta)^2 \gamma^3}{3\omega} \right], \quad (15)$$

$$w_{sp,cir} = \frac{F_{sp}^{cir}(r, \phi) D^2}{8\pi Z} \times \exp \left[-\frac{2(2I_p^{eff})^{3/2}}{3F_{sp}^{cir}(r, \phi)} - \frac{p(\eta)^2 \gamma^3}{3\omega} \right], \quad (16)$$

$$w_{sp,elip} = \sqrt{\frac{3}{\pi} \frac{1}{(1-\epsilon^2)} \frac{F_{sp}^{cir}(r, \phi)}{(2I_p^{eff})^{3/2}} \frac{F_{sp}^{cir}(r, \phi) D^2}{8\pi Z}} \times \exp \left[-\frac{2(2I_p^{eff})^{3/2}}{3F_{sp}^{cir}(r, \phi)} - \frac{p(\eta)^2 \gamma^3}{3\omega} \right], \quad (17)$$

где $n^* = Z/\sqrt{2I_p}$ — это эффективное главное квантовое число ионизованного состояния, F^{lin} — напряженность электрического поля для линейной поляризации лазерного излучения, а F^{cir} — для круговой поляризации, I — интенсивность лазерного излучения и $D = ((4Z^3)/(Fn^{*4}))^{n^*}$. Переменные n^* и D выписаны для рассматриваемого случая.

Для изучения скорости переходов в случае $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией использованы модифицированные выражения скоростей переходов с линейной поляризацией и соответствующими этому случаю значениями переменных.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Покидание атома одного электрона в результате ионизации нарушает стабильную электронную конфигурацию. Нашей задачей является определение интенсивности поля лазерного излучения, при которой появится возможность туннелирования электрона. Потенциал ионизации первого электрона в валентной оболочке атома Ag равен $I_p = 0.5791$ в атомных единицах, а заряд иона равен $Z = 1$. Скорость туннельных переходов чувствительна к частоте лазерного излучения. Это обусловило выбор титан-сапфирового лазера, работающего на длине волны $\lambda = 800$ нм. В этом случае энергия фотона составляет $\omega = 0.5696$, а напряженности электрических полей линейной и круговой поляризации можно вычислить по формулам $F_{lin} = 5.4 \cdot 10^{-9} \sqrt{I}$, $F_{cir} = 3.7 \cdot 10^{-9} \sqrt{I}$ в атомных единицах.

Далее изучим скорость туннельных переходов, вызванных двумя радиально-поляризованными $(0, 1)^*$ ЛГ-модами, а именно $(0, 1)^*$ ЛГ-модой со спиральной фазой и $(0, 1)^*$ ЛГ-модой с радиальной поляризацией. Радиально-поляризованный луч можно использовать для получения сфокусированного пятна гораздо меньшего размера, чем в случае использования лучей со стандартной линейной или круговой поляризациями [44, 45]. Размер лазерного пятна может составлять по порядку величины несколько миллиметров (15–30 мм), но может иметь и меньшие размеры микронного порядка (3–60 мкм). Считаем, что диаметр луча фиксирован и составляет 3 мкм ($5.7 \cdot 10^4$ ат. ед.). Укажем параметры, которые определяют логарифмическую спираль $r(\phi) = ae^{k\phi}$. Для значения r , которое

измеряется в микронах, $a = 0.57$ ($1.08 \cdot 10^4$ ат. ед.). Константа $k = \text{tg } \theta$. Угол θ является параметром спиральной геометрии и принимает значения в диапазоне $[-90^\circ, 90^\circ]$. Константа $k = 0.414$ и $k = 1.0$ для $\theta = 22.5^\circ$ и $\theta = 45^\circ$, и может быть рассчитана по приведенной выше формуле для любого другого угла θ из указанного диапазона [38].

В этой работе мы хотим продемонстрировать, что поведение важных физических величин можно проанализировать с помощью разных мод в широком диапазоне интенсивностей лазерного поля.

На рис. 1–4 показано поведение скорости перехода, вызванного $(0, 1)^*$ ЛГ-модой со спиральной фазой, без учета дополнительных эффектов. На рис. 1 демонстрируется скорость перехода при разных азимутальных углах. Видно, что изменение азимутального угла оказывает лишь незначительное влияние на скорость перехода вплоть до углов порядка 40° . Используемая нами теория дает возможность расчета скоростей перехода при величинах азимутального угла менее 50° . При $\phi = 20^\circ$ скорость перехода достигает максимального значения при интенсивности лазерного излучения $I = 8 \cdot 10^{17}$ Вт/см². При дальнейшем росте угла она медленно уменьшается.

Считая, что азимутальный угол ϕ принимает значения из диапазона $[-180^\circ, 180^\circ]$ шириной 360° , вычислим скорость перехода при отрицательных значениях азимутального угла. В отличие от области положительных углов, при уменьшении азимутального угла в сторону более отрицательных значений скорость перехода быстро уменьшается. На рис. 2 показана скорость перехода для отрицательных значений углов, которая демонстрирует похожие зависимости от интенсивности, как и в случае положительных углов, но имеет несколько меньшие значения. Распределение поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой ограничивает величину угла, который можно использовать в вычислениях (в данном случае -35°).

На разных панелях рис. 3 показаны результаты вычислений для случая линейно-поляризованного лазерного излучения, имеющего распределение ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, в зависимости от величины азимутального угла, который меняется в диапазоне $[0, 45^\circ]$, при фиксированной интенсивности. Кривые на всех панелях рис. 3 имеют максимум при угле $\phi = 30^\circ$ за исключением кривой при интенсивности лазерного излучения 10^{18} Вт/см², на которой скорость перехода при этом значении угла равна нулю. На зависимости скорости перехода, соответствующей этой интенсивности, можно наблюдать два максимума при углах $\phi = 4.4^\circ$ и $\phi = 43^\circ$. Мак-

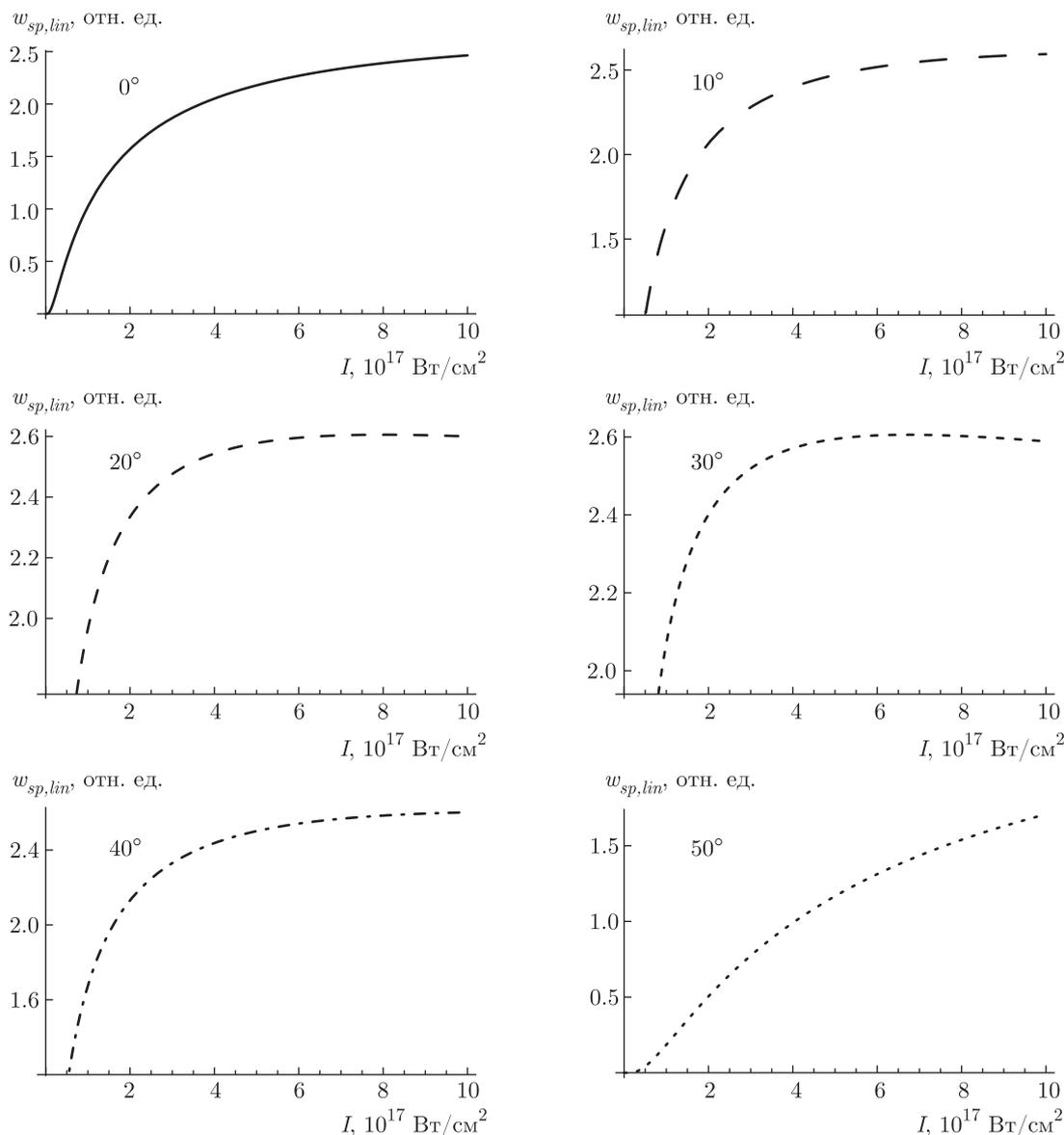


Рис. 1. Скорость перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, как функция интенсивности лазерного излучения для разных азимутальных углов

симальная скорость перехода уменьшается вместе с интенсивностью лазерного излучения. Диапазон углов, при которых происходит туннельная ионизация, сужается. Это вызвано малостью возмущений атомных уровней при низкой интенсивности лазерного излучения.

Чтобы дополнить наш анализ, исследуем зависимость скорости перехода (без учета дополнительных эффектов) от угла θ , который является параметром спиральной геометрии луча, для случая распределения поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой. Для уг-

лов $\theta = 0$ и $\theta = 90^\circ$ можно генерировать плоские волны, поляризованные соответственно в радиальном и азимутальном направлениях. В случае промежуточных значений угла можно генерировать ряд волн, имеющих геометрию очень интересных спиралей [38]. Ограничим наш анализ значениями углов от 0 до значений, приближающихся к 90° (рис. 4). Видно, что скорость перехода возрастает с углом θ . При угле $\theta = 90^\circ$ волна поляризована исключительно в азимутальном направлении, поэтому этот случай не включен в наш расчет.

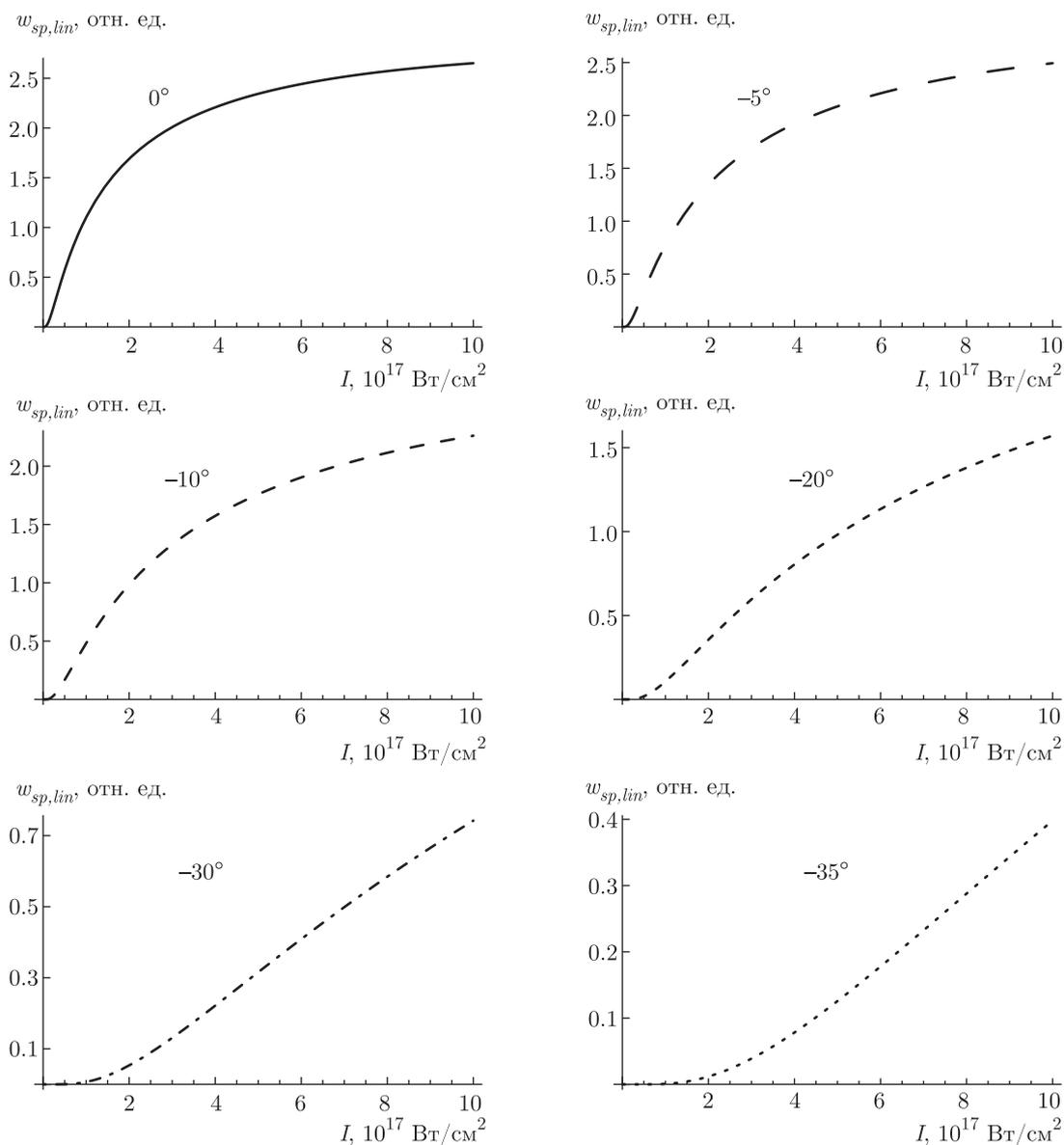


Рис. 2. Скорость перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, как функция интенсивности лазерного излучения при фиксированных отрицательных значениях азимутальных углов

Расширим наш анализ, включив в рассмотрение дополнительные эффекты, влияющие на скорость перехода. Мы рассчитали три зависимости скорости перехода при разных поляризациях поля с распределением ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, а именно при линейной, круговой и эллиптической поляризациях. Зависимости этих скоростей перехода от интенсивности в диапазоне $1 \cdot 10^{14} - 5 \cdot 10^{17}$ Вт/см² приведены на рис. 5, 8, 9. Помимо интенсивности лазерного излучения, скорость переходов зависит от

начального импульса испускаемого электрона, пондеромоторного потенциала и сдвига Штарка.

Согласно теории возмущений сдвиг уровня определяется колебательной энергией свободного электрона в поле. При большой напряженности поля F и маленькой частоте ω сдвиг может быть очень большим. Сдвиг Штарка уровня при сильном возбуждении может превышать невозмущенное значение энергии связи электрона. Вследствие указанных эффектов скорость ионизации уменьшается. В первую

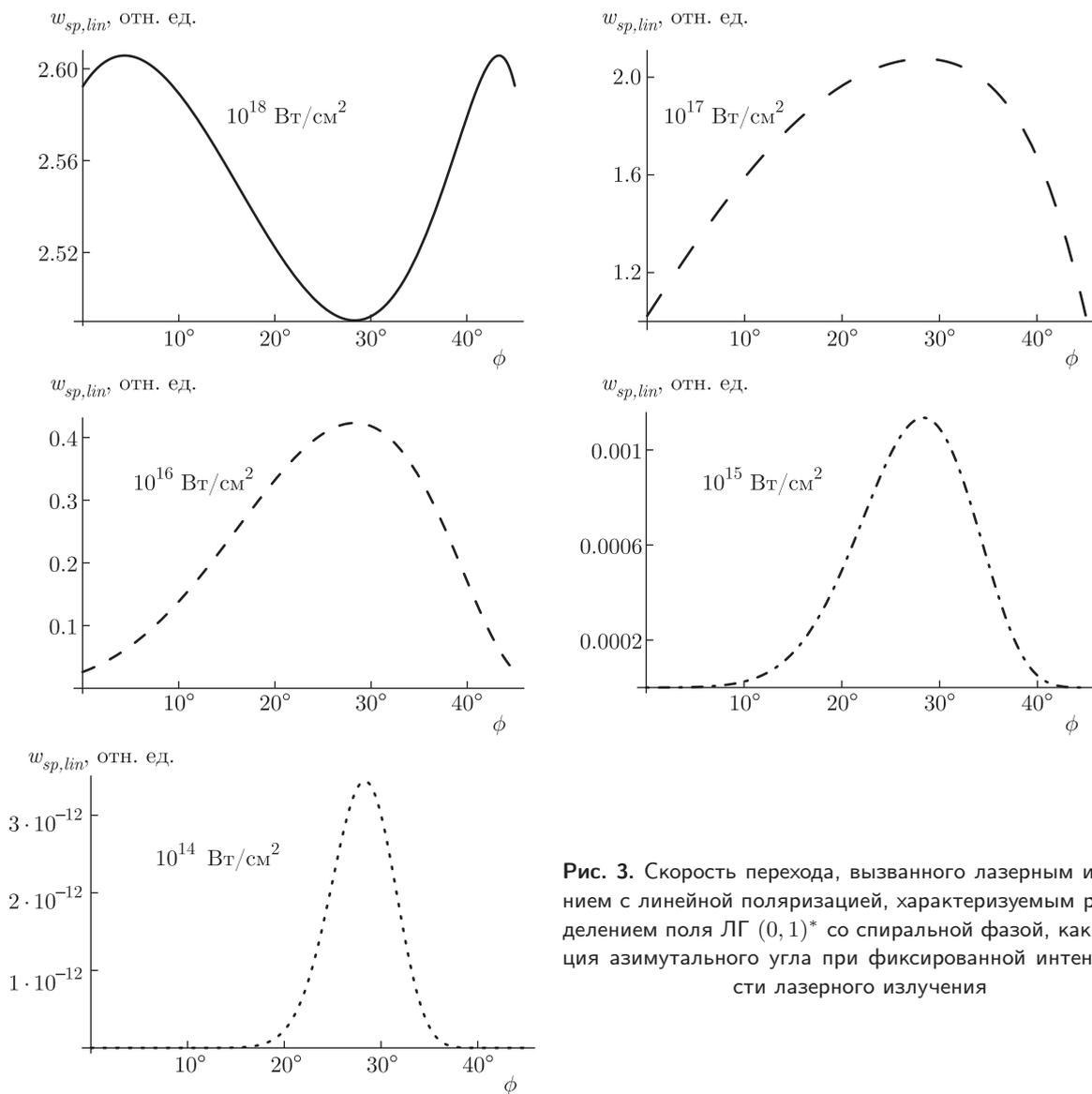


Рис. 3. Скорость перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, как функция азимутального угла при фиксированной интенсивности лазерного излучения

очередь это является результатом учета пондеромоторного потенциала, и в небольшой степени — включения в рассмотрение эффекта Штарка. Приводимые ниже графики подтверждают эти наши ожидания.

В случае луча радиальной поляризации, распределение поля которого характеризуется $(0, 1)^*$ ЛГ-модой со спиральной фазой, на зависимости скорости перехода появляются два пика, хотя в более ранних работах был получен только один пик. На зависимостях скорости перехода порядок максимумов для первого пика (левого, соответствующего меньшей интенсивности лазерного излучения) противоположен порядку максимумов для второго пика (правого, соответствующего большей интенсивности излучения). Эти пики располагаются при интенсив-

ностях $2.17 \cdot 10^{16}$ Вт/см² и $7.81 \cdot 10^{16}$ Вт/см². Мы предполагаем, что такое поведение максимумов обусловлено влиянием атомного ядра, поскольку точка выхода электрона из атома располагается ближе к его ядру, чем в случае больших значений η .

Анализ полученных результатов для $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой и линейной поляризацией показывает, что учет начального импульса покидающего атом электрона приводит к усложнению вида зависимости скорости перехода от интенсивности лазерного излучения. Для набора фиксированных параметров и значений координаты $\eta < 10$, которая определяет точку выхода электрона из атома, второй член уравнения (4) приводит к двум пикам на зависимости скорости перехода. Близость к атомному ядру и зависимость

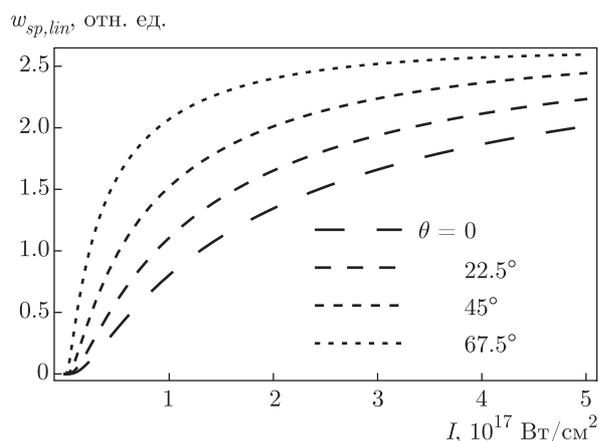


Рис. 4. Скорость перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой, как функция интенсивности лазерного излучения для четырех разных значений угла θ

от огибающей электронной волны (в неоднородном электрическом поле) приводит к нарушению непрерывности электронных переходов. Наблюдаемый слева пик, соответствующий конечной скорости перехода, увеличивается при включении в рассмотрение описанных выше эффектов. Этот результат должен быть подвергнут экспериментальной проверке. С ростом координаты η второй член в уравнении для импульса уменьшается, что приводит к уменьшению левого пика. Положение пика определяется обратной зависимостью импульса от напряженности поля в этом же члене.

Более подробное исследование показывает, что два пика появляются при малых значениях координаты η , а при больших ее значениях эти пики перекрываются (виден единственный пик) (рис. 6).

Подчеркнем, что ионизирующий переход сдвигается в сторону меньшей интенсивности лазерного излучения с увеличением η (рис. 6, 7). Можно видеть, что для $\eta = 100$ максимум скорости перехода находится при интенсивности $I \sim 10^{14}$ Вт/см², что согласуется с результатами нашей предыдущей работы [28].

На рис. 8 и 9 показаны скорости переходов, вызванных лазерным излучением соответственно с эллиптической и круговой поляризациями, последняя может рассматриваться как частный случай эллиптической поляризации. Для каждой из поляризаций излучения на зависимостях видны два пика, причем максимумы находятся при одних и тех же значениях интенсивностей излучения $2.31 \cdot 10^{16}$ Вт/см² и $7.11 \cdot 10^{17}$ Вт/см².

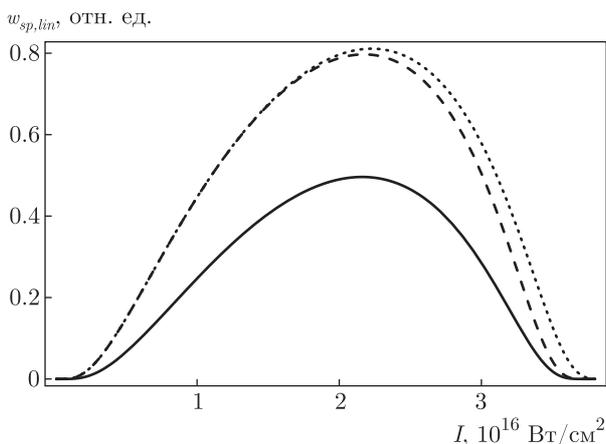
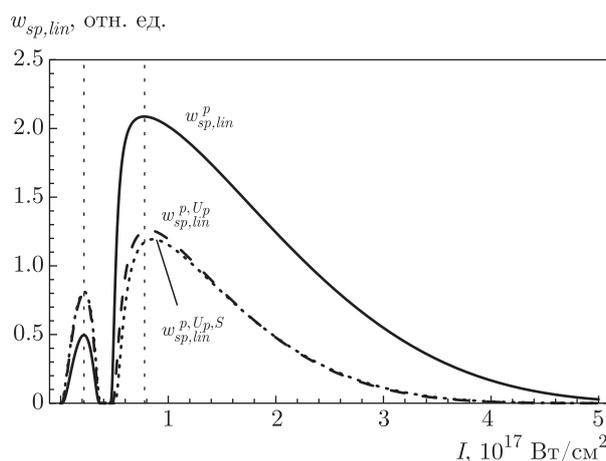


Рис. 5. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой, с учетом описанных в тексте эффектов (верхняя панель). На нижней панели более подробно показан левый пик

При наличии общих черт, отмеченных выше, скорости перехода на этих двух рисунках имеют разные величины. Так, скорость перехода при интенсивности $I = 2.31 \cdot 10^{16}$ Вт/см² (левый пик) имеет большее значение, когда атом находится в поле излучения круговой поляризации.

Чтобы яснее представить поведение скорости перехода, на трехмерном графике (рис. 10) изображена ее зависимость от интенсивности лазерного излучения и от азимутального угла. Эта зависимость имеет сложный характер. Скорость перехода не является постоянно возрастающей функцией азимутального угла или интенсивности. Для некоторых значений интенсивности скорость перехода растет с азимутальным углом ϕ вплоть до 15° , в диапазоне от 15° до 35° ее значение приближается к нулю, за

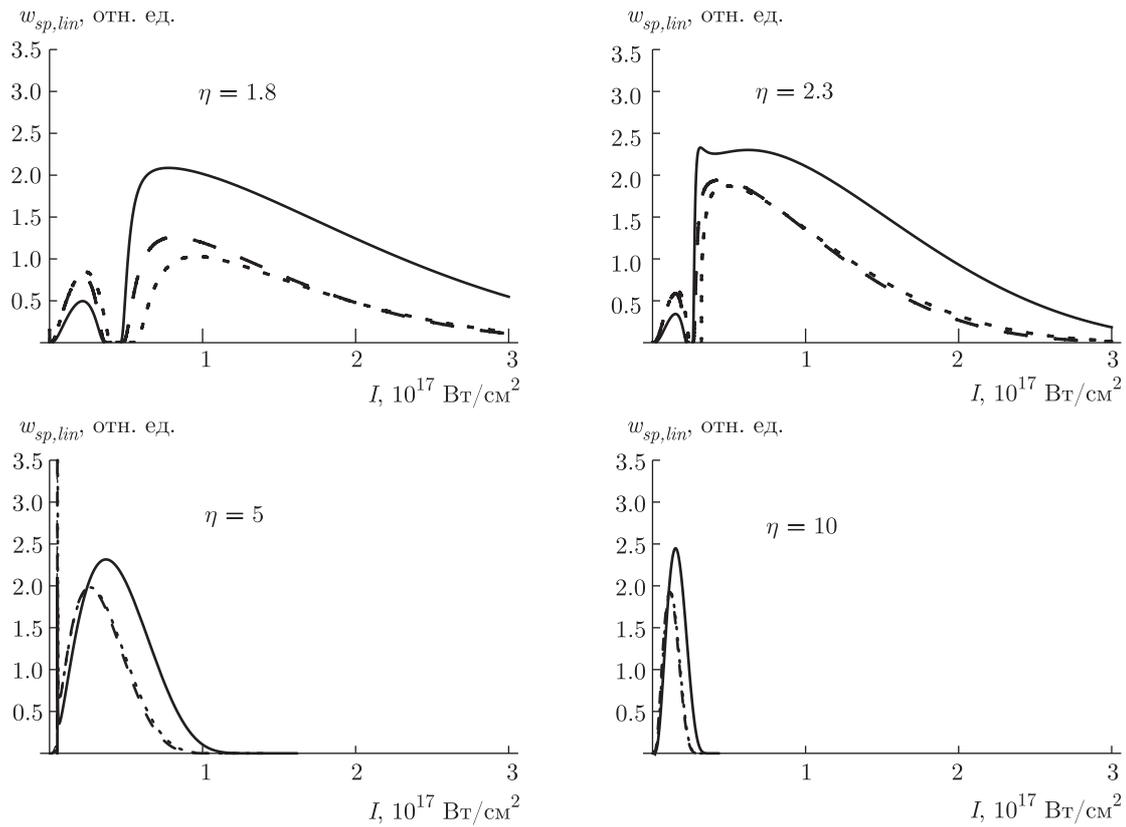


Рис. 6. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, для разных значений координаты η . Зависимость $w_{sp,lin}^p$ показана сплошной черной линией, $w_{sp,lin}^{p,U_p}$ — штриховой линией, $w_{sp,lin}^{p,U_p,S}$ — пунктирной линией

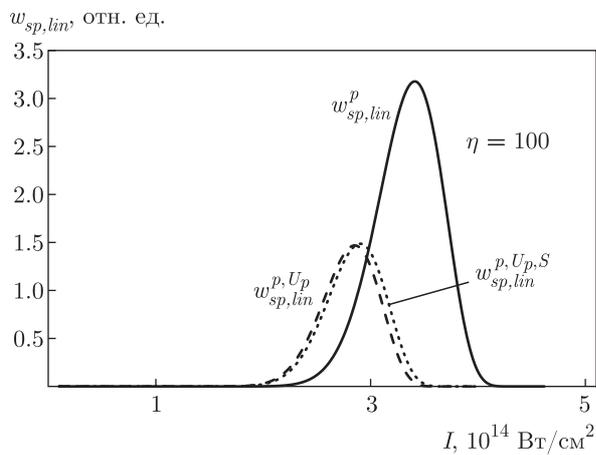


Рис. 7. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с линейной поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой, для $\eta = 100$

тем рост скорости перехода с азимутальным углом снова возобновляется.

В заключение, обсудим влияние $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой на параметры, от которых непосредственно зависит скорость перехода. Для этого проанализируем поведение параметра Келдыша и пондеромоторный потенциал (рис. 11, 12).

Чтобы исследовать параметр Келдыша, запишем его в виде $\gamma = \omega(\sqrt{2I_p}/F)$, из которого непосредственно видно влияние эффективного потенциала ионизации I_p^{eff} и распределения напряженности поля лазерного излучения F . Как можно видеть, зависимости, описывающие поведение параметра Келдыша при обычных линейной или круговой поляризациях, а также величина параметра Келдыша при этих поляризациях для распределения поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой экспоненциально убывают с интенсивностью лазерного излучения. Кроме того, из этих данных следует, что $(0, 1)^*$ ЛГ-мода со спиральной фазой оказывает большее влияние на параметр Келдыша в поле линейной поляризации (рис. 11).

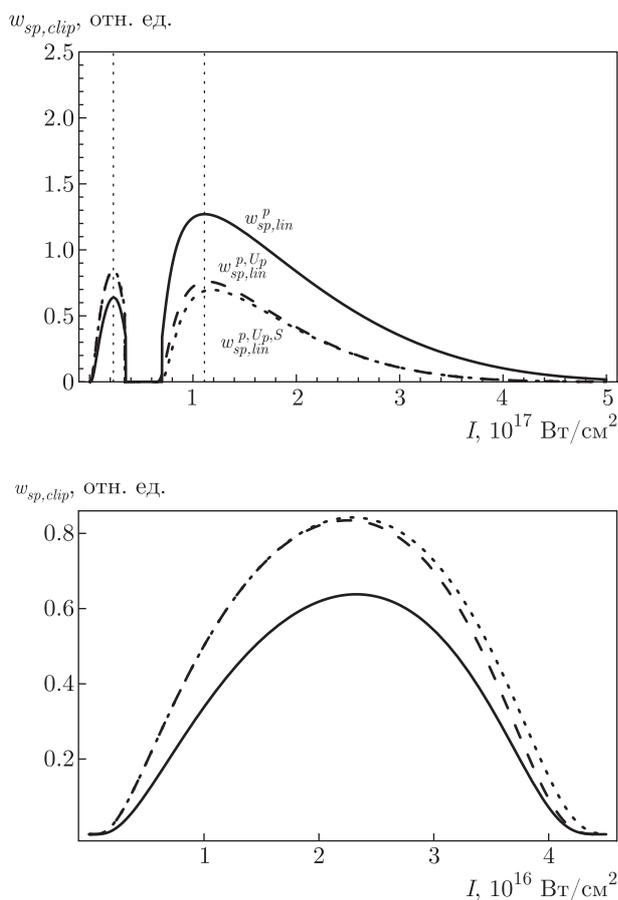


Рис. 8. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с эллиптической поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой, с учетом описанных в тексте эффектов (верхняя панель). На нижней панели более подробно показан левый пик

Результат влияния (0, 1)* ЛГ-моды со спиральной фазой на пондеромоторный потенциал показан на рис. 12. Проведено исследование пондеромоторного потенциала в поле лазерного излучения с линейной, круговой и эллиптической поляризациями как с учетом так и без учета распределения поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой. Для одних и тех же значений параметров величины потенциала оказываются разными в зависимости от присутствия/отсутствия (0, 1)* ЛГ-моды со спиральной фазой. Пондеромоторный потенциал принимает более низкие значения при учете распределения поля ЛГ (0, 1)*, а самый большой эффект наблюдается для $U_{p,lin}$.

Дополнительно было проанализировано поведение скорости ионизирующего перехода и параметров, которые на него влияют, для атома в поле (0, 1)*

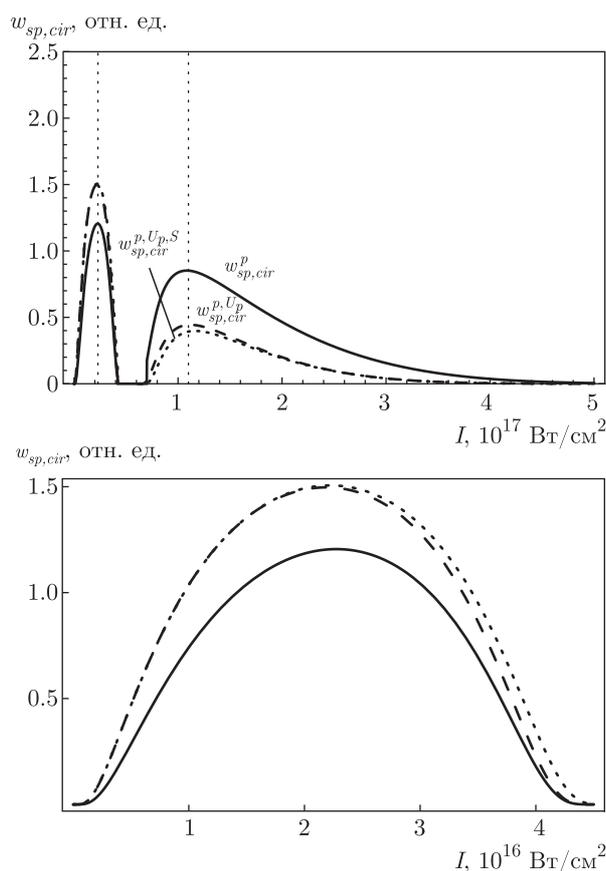


Рис. 9. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с круговой поляризацией, характеризуемым распределением поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой, с учетом описанных в тексте эффектов (верхняя панель). На нижней панели более подробно показан левый пик

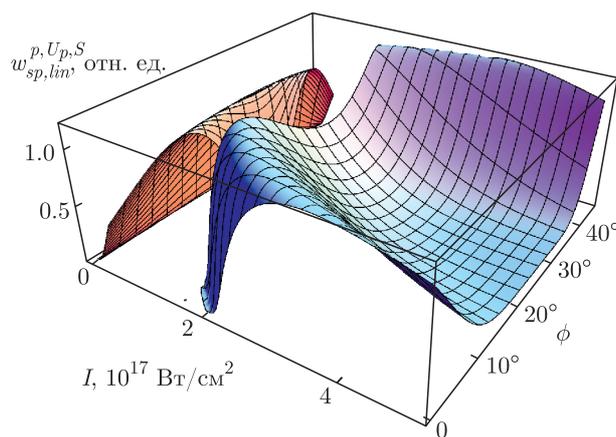


Рис. 10. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением с распределением поля ЛГ (0, 1)* со спиральной фазой как функция азимутального угла ϕ и интенсивности лазерного излучения I на трехмерном графике

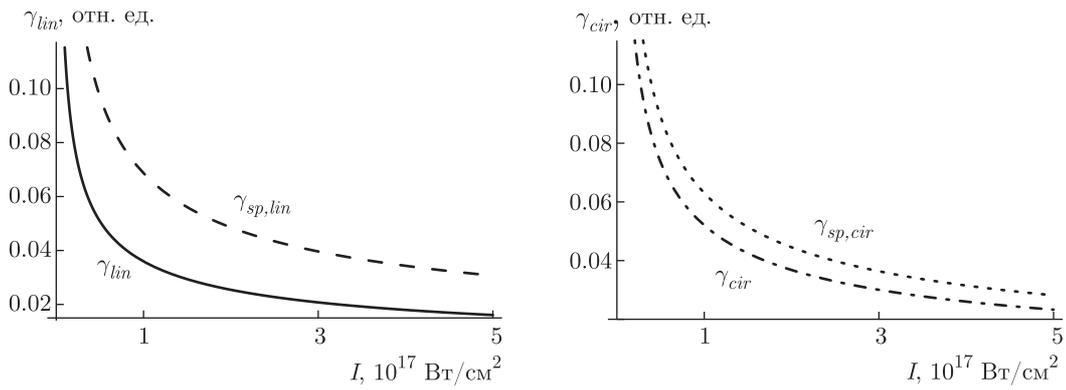


Рис. 11. Параметр Келдыша в линейно-поляризованном поле лазерного излучения (левая панель) и в поле с круговой поляризацией (правая панель) для распределения поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой как функция интенсивности излучения в диапазоне $I = (10^{14} - 5 \cdot 10^{17} \text{ Вт/см}^2)$ при фиксированном значении азимутального угла $\phi = \pi/6$

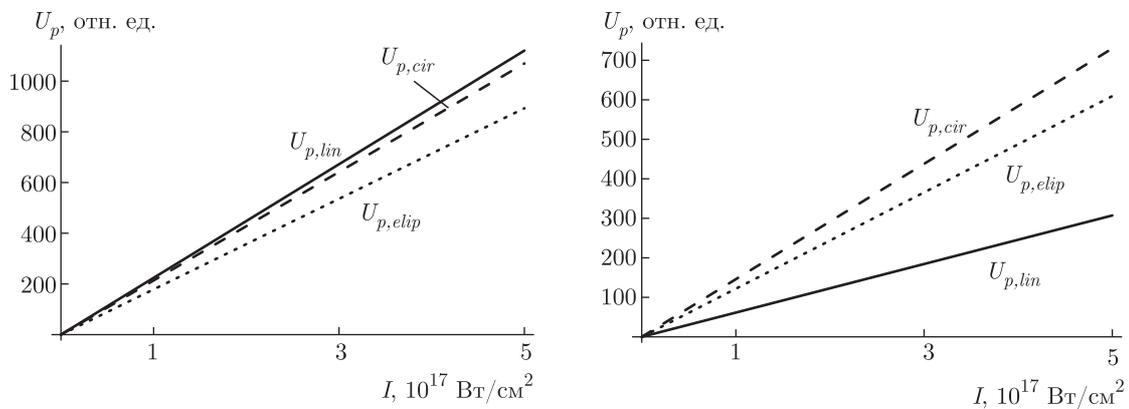


Рис. 12. Пондеромоторный потенциал в однородном поле (левая панель) и пондеромоторный потенциал в поле $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой (правая панель) как функция интенсивности лазерного излучения в диапазоне $I = (10^{14} - 5 \cdot 10^{17} \text{ Вт/см}^2)$ при фиксированном значении азимутального угла $\phi = \pi/6$ и эллиптичности $\epsilon = 0.3$

ЛГ-моды с радиальной поляризацией (рис. 13). Скорость перехода была рассчитана на основании уравнения (16) для лазерного излучения круговой поляризации с распределением поля в виде радиально-поляризованной $(0, 1)^*$ ЛГ-моды. Эта поляризация представляет собой частный случай эллиптической поляризации. Поведение скорости перехода при разных значениях эллиптичности ϵ тоже изучалось. Было показано, что значения эллиптичности в интервале от 0 до 1 не оказывают влияния на скорость перехода.

На рис. 14, 15 показаны зависимости параметра Келдыша и пондеромоторного потенциала от интенсивности лазерного излучения с распределением поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией.

На рис. 14 видно, что при фиксированном значении азимутального угла $\phi = \pi/6$ параметр Келдыша имеет разные значения в случаях однородного распределения лазерного поля круговой поляризации и распределения поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией. Величина параметра Келдыша уменьшается с ростом интенсивности лазерного излучения, а расстояние между кривыми γ_{cir} и $\gamma_{rp,cir}$ при данном значении интенсивности меняется. Величина пондеромоторного потенциала также меняется, когда распределения поля принимает вид $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией. Соответствующие зависимости построены на рис. 15. Подобно случаю $(0, 1)^*$ ЛГ-моды со спиральной фазой, учет распределения поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией приводит к увеличению пондеромоторного потенциала.

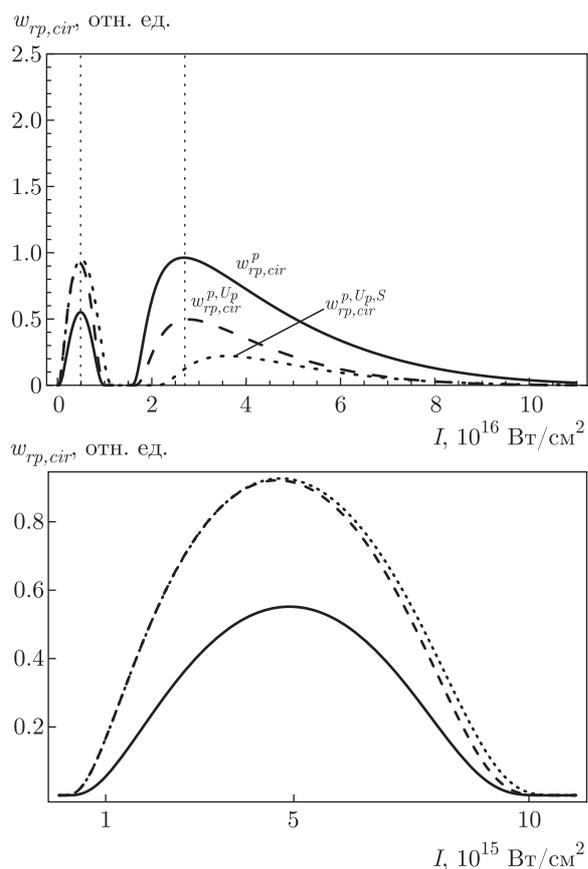


Рис. 13. Скорость ионизирующего перехода, вызванного лазерным излучением круговой поляризации с распределением поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией, с учетом описанных в тексте эффектов (верхняя панель). На нижней панели более подробно показан левый пик

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучается туннельная ионизация атома аргона в сильном поле. Проанализированы зависимости скоростей туннельных переходов от начального импульса и эффективного потенциала ионизации (включающего сдвиг Штарка и пондеромоторный потенциал) в случае, когда распределение поля соответствует форме бублика, описываемой радиально-поляризованным лучом $(0, 1)^*$ Лагерра–Гаусса. Представлены зависимости скоростей перехода без учета дополнительных эффектов в поле линейно-поляризованного лазерного излучения с распределением ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой для фиксированных значений азимутального угла от интенсивности излучения и наоборот, от угла при фиксированной интенсивности, а также зависимости от спиральной геометрии луча (угла η). Да-

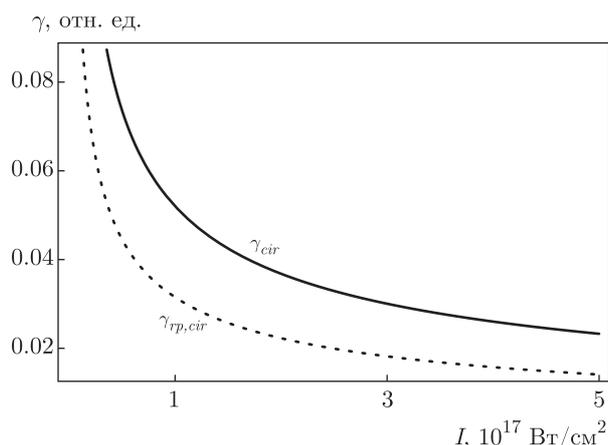


Рис. 14. Параметр Келдыша в присутствии лазерного излучения круговой поляризации с распределением поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией как функция интенсивности излучения в диапазоне $I = (10^{14} - 5 \cdot 10^{17} \text{ Вт/см}^2)$ при фиксированном значении азимутального угла $\phi = \pi/6$

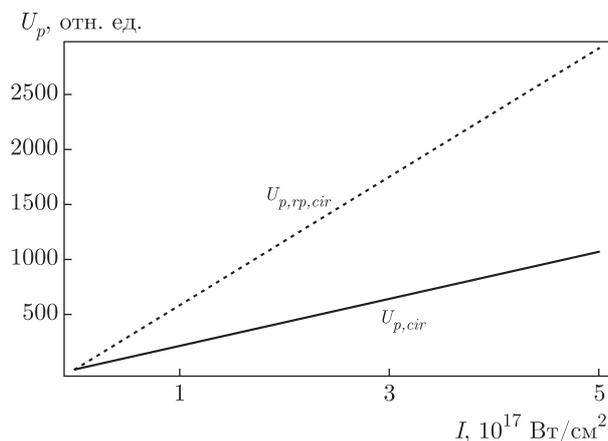


Рис. 15. Пондеромоторный потенциал в присутствии лазерного излучения круговой поляризации с распределением поля в виде $(0, 1)^*$ ЛГ-моды с радиальной поляризацией как функция интенсивности излучения в диапазоне $I = (10^{14} - 5 \cdot 10^{17} \text{ Вт/см}^2)$ при фиксированном значении азимутального угла $\phi = \pi/6$

лее продемонстрировано, как учет дополнительных эффектов влияет на скорость перехода, вызванного полем лазерного излучения с линейной, круговой или эллиптической поляризацией и распределением ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой. Также было проведено сравнение параметра Келдыша и пондеромоторного потенциала в поле лазерного излучения с линейной или круговой поляризацией без специального распределения поля и имеющего распределение ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой.

Основные выводы данной работы состоят в следующем:

Скорость перехода зависит от азимутального угла. Для углов в диапазоне от $\phi = 0$ до $\phi = 40^\circ$ скорость перехода увеличивается, а затем медленно уменьшается. Это уменьшение становится заметным при угле $\phi = 50^\circ$. Зависимость скорости перехода от азимутального угла более заметна при его отрицательных значениях. Скорость перехода непрерывно уменьшается соответственно при $\phi = -5^\circ, -10^\circ, -20^\circ, -30^\circ$ и при $\phi = -35^\circ$ ее значение в шесть раз меньше, чем при $\phi = 0$. На зависимости от угла ϕ при фиксированной интенсивности лазерного излучения 10^{18} Вт/см² существуют два пика, а с уменьшением интенсивности один из пиков исчезает и происходит сужение кривой скорости перехода.

Показано, что геометрия спирального луча влияет на скорость перехода. Как следует из полученных результатов, скорость перехода растет со значением угла.

В случае линейной поляризации поля излучения было найдено, что кривая скорости перехода расщепляется на два довольно близко расположенных пика. Возникновение и положения двух пиков обусловлены учетом начального импульса испускаемого электрона в уравнении для определения скорости перехода и зависимостью начального импульса от координаты η и напряженности поля. Показано, что с ростом η второй пик исчезает, а переходы сдвигаются в область меньшей интенсивности лазерного излучения.

Появление двух пиков происходит и в случаях эллиптической или круговой поляризации. Первый пик ниже в случаях линейной и эллиптической поляризации, но для круговой поляризации он выше.

Влияние распределения ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой на параметр Келдыша и на пондеромоторный потенциал противоположно. Учет распределения поля ЛГ $(0, 1)^*$ со спиральной фазой приводит к уменьшению пондеромоторного потенциала, что проявляется наиболее ярко в случае линейной поляризации излучения, в то время как параметр Келдыша увеличивается.

Также показано, что учет распределения поля ЛГ $(0, 1)^*$ с радиальной поляризацией приводит к изменениям скорости перехода, параметра Келдыша и пондеромоторного потенциала, аналогичным изменениям при учете спиральной моды.

В заключение отметим, что существует широкий диапазон значений интенсивностей лазерного излучения, его поляризации и распределения электрического поля, в котором можно исследовать иониза-

цию атома. Множество дополнительных параметров влияют на скорость перехода, и существует режим, в котором на ее зависимости появляются два пика, что дает важную информацию о процессе ионизации. Представляется интересным продолжить эти теоретические исследования, а также проверить уже полученные результаты экспериментально.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке министерства Образования, Науки и Технологического Развития республики Сербия, а также Университета города Крагуевац — Институт информационных технологий (грант № 451-03-68/2020-14/200378), Факультет естественных наук (грант № 451-03-68/2020-14/200122).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. I. Shvetsov-Shilovski, D. Dimitrovski, and L. B. Madsen, *Phys. Rev. A* **85**, 023428 (2012).
2. J. E. Calvert, Han Xu, A. J. Palmer et al., *Sci. Rep.* **6**, 34101 (2016).
3. Y. H. Lai, J. Xu, U. B. Szafruga et al., *Phys. Rev. A* **96**, 063417 (2017).
4. N. I. Shvetsov-Shilovski, M. Lein, and K. Tórkési, *Eur. Phys. J. D* **73**, 37 (2019).
5. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non Relativistic Theory*, Nauka, Moscow (1989).
6. L. V. Keldysh, *Sov. Phys. JETP* **20**, 1307 (1965).
7. A. M. Perelomov, V. S. Popov, and M. V. Terent'ev, *Sov. Phys. JETP* **23**, 924 (1966).
8. V. M. Ammosov, N. B. Delone, and V. P. Krainov, *Sov. Phys. JETP* **64**, 1191 (1986).
9. V. S. Popov, *JETP* **91**, 48 (2000).
10. C. L. Wang, X. Y. Lai, Z. L. Hu et al., *Phys. Rev. A* **90**, 013422 (2014).
11. M. Yuan, P. P. Xin, T. S. Chu, and H. P. Liu, *Opt. Exp.* **25**, 23493 (2017).
12. J. Cai, Y. J. Chen, Q. Z. Xia et al., *Phys. Rev. A* **96**, 033413 (2017).
13. R. Wang, Q. Zhang, D. Li et al., *Opt. Exp.* **27**, 6471 (2019).
14. M. Lein, *J. Mod. Opt.* **58**, 1188 (2011).
15. D. G. Arbó, C. Lemell, and J. Burgdörfer, *J. Phys.: Conf. Ser.* **635**, 012003 (2015).

16. W. Quan, M. Yuan, S. Yu et al., *Opt. Exp.* **24**, 23248 (2016).
17. A. S. Stodolna, F. Lépine, T. Bergeman et al., *Phys. Rev. Lett.* **1133**, 103002 (2014).
18. H. Moradi, V. Shahabadi, E. Madadi et al., *Opt. Exp.* **27**, 7266 (2019).
19. M. Kaur and D. N. Gupta, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **45**, 2841 (2017).
20. Y. Kozawa, T. Hibi, A. Sato et al., *Opt. Exp.* **19**, 15947 (2011).
21. C. Hnatovsky, V. G. Shvedov, and W. Krolikowski, *Opt. Exp.* **21**, 12651 (2013).
22. S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler et al., *Opt. Commun.* **179**, 1 (2000).
23. I. Moshe, S. Jackel, Y. Lumer et al., *CLEO/Europe and EQEC 2011 Conference Digest*, OSA Technical Digest (CD), Optical Society of America (2011).
24. T. L. Jefferson-Brain, C. R. Smith, M. D. Burns et al., *Appl. Phys. B* **125**, 167 (2019).
25. Y. Ma, *Opt. Rev.* **19**, 39 (2012).
26. R. Oron, N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman, *Opt. Lett.* **25**, 939 (2000).
27. G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, and S. Jackel, *Opt. Commun.* **271**, 190 (2007).
28. V. M. Ristić, T. B. Miladinović, and M. M. Radulović, *Laser Phys.* **18**, 1183 (2008).
29. H. R. Reiss, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 043002 (2008).
30. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Phys. Usp.* **41**, 469 (1998).
31. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Phys. Usp.* **42**, 669 (1999).
32. E. A. Volkova, A. M. Popov, and O. V. Tikhonova, *JETP* **113**, 394 (2011).
33. J. Mitroy, M. S. Safronova, and C. W. Clark, *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* **43**, 20201 (2010).
34. D. Bauer, *Theory of Laser Matter Interaction*, Max-Planck Institute, Heidelberg (2002).
35. G. Machavariani, N. Davidson, Y. Lumer et al., 2007 European Conference on Lasers and Electro-Optics and the International Quantum Electronics Conference, Munich (2007).
36. D. J. Armstrong, M. C. Phillips, and A. V. Smith, *Appl. Opt.* **42**, 3550 (2003).
37. C. Maurer, A. Jesacher, S. Fürhapter et al., *New J. Phys.* **9**, 78 (2007).
38. J. Ouyang, W. Perrie, O. J. Allegre et al., *Opt. Exp.* **23**, 12562 (2015).
39. V. E. Lembessis and M. Babiker, *Phys. Rev. A* **81**, 033811 (2010).
40. J. Courtial, D. A. Robertson, K. Dholakia et al., *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4828 (1998).
41. S. Vyas, Y. Kozawa, and Y. Miyamoto, *Opt. Exp.* **23**, 33970 (2015).
42. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Multiphoton Processes in Atoms*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg (2000).
43. C. Z. Bisgaard and L. B. Madsen, *Amer. J. Phys.* **72**, 249 (2004).
44. R. Dorn, S. Quabis, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 233901 (2003).
45. K. M. Tanvir Ahmmmed, C. Grambow, and A. M. Kietzig, *Micromachines* **5**, 1219 (2014).