ЖЭТФ, 2021, том 159, вып. 3, стр. 448–456

ГРАВИТАЦИОННЫЙ КОЛЛАПС ЖИДКОГО ОБЪЕКТА С КРУЧЕНИЕМ С ОБРАЗОВАНИЕМ ВСЕЛЕННОЙ В ЧЕРНОЙ ДЫРЕ

Н. Поплавски*

Department of Mathematics and Physics, University of New Haven, 300 Boston Post Road, West Haven, CT 06516, USA

Поступила в редакцию 4 августа 2020 г.,
после переработки 28 сентября 2020 г.
Принята к публикации 21 ноября 2020 г.

(Перевод с английского)

GRAVITATIONAL COLLAPSE OF A FLUID WITH TORSION

INTO A UNIVERSE IN A BLACK HOLE

N. Poplawski

Рассмотрен гравитационный коллапс в черную дыру для сферически-симметричной жидкой сферы со спином и кручением. Используются метрика Толмана и уравнения Эйнштейна – Картана с релятивистской спиновой жидкостью в качестве источника. Показано, что гравитационное отталкивание за счет кручения препятствует появлению сингулярности, а вместо нее возникает несингулярный отскок. Рождение квантовых частиц во время сжатия способствует преобладанию кручения над сдвигами. Рождение квантовых частиц во время расширения может привести к конечному времени инфляции и к образованию очень большого количества материи. Получающаяся в результате по другую сторону горизонта событий замкнутая вселенная может испытать несколько отскоков. Такая вселенная является осциллирующей, при этом каждый цикл оказывается больше предыдущего, до тех пор пока космологическая постоянная не возрастет настолько, что расширение станет неограниченным. Поэтому может оказаться, что наша вселенная родилась в черной дыре.

DOI: 10.31857/S0044451021030068

1. ВВЕДЕНИЕ

Тензор кручения представляет собой антисимметричную часть аффинной связности [1]. Общая теория относительности (ОТО) предполагает, что этот тензор обращается в нуль [2, 3]. Однако закон сохранения полного (орбитального и спинового) момента импульса дираковской частицы в искривленном пространстве-времени не должен противоречить уравнению Дирака, разрешающему спин-орбитальные взаимодействия. Для выполнения этого условия согласованности необходимо, чтобы на тензор кручения не накладывалось требование равенства нулю [4]. Наиболее простой и естественной теорией гравитации, обобщающей ОТО за счет кручения в пространстве-времени, является теория Эйнштейна – Картана (ЭК) [5–8]. В этой теории, развитой Шьямой и Кибблом, плотность лагранжиана для гравитационного поля пропорциональна скаляру Риччи, как и в ОТО. Кручение определяется с помощью полевых уравнений, полученных варьированием действия для гравитации и материи по тензору кручения [5–8]. Тензор кручения оказывается алгебраически пропорционален спиновому тензору фермионной материи, так что кручение оказывается нединамическим. Тогда уравнения ЭК можно пе-

* E-mail: NPoplawski@newhaven.edu

реписать как уравнения ОТО с симметричной связностью Леви – Чивита, где тензор энергии-импульса материи приобретает дополнительные члены, квадратичные по спиновому тензору. Поэтому в теории ЭК нет духов, которые могут проявляться в других теориях с кручением, в которых кручение является распространяющимся [9]. Мультипольное разложение закона сохранения для спинового тензора в теории ЭК приводит к представлению фермионной материи как спиновой жидкости (идеальной жидкости со спином) [10].

Кручение может порождать гравитационное отталкивание и препятствовать возникновению космологической сингулярности в однородной и изотропной вселенной, описываемой метрикой Фридмана – Леметра – Робертсона – Уокера (ФЛРУ) [2, 3, 5, 11], когда спины фермионов сонаправлены, что было показано в работах [12–14]. Сингулярность может отсутствовать и для случайно ориентированных спинов, поскольку макроскопическое усреднение спиновых членов в тензоре энергии-импульса дает ненулевое значение, что было получено в работе [15]. Выражения для эффективных плотности энергии и давления спиновой жидкости имеют вид

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - \alpha n_f^2, \quad \tilde{p} = p - \alpha n_f^2, \tag{1}$$

где ϵ и p — термодинамические плотность энергии и давление, n_f — численная плотность фермионов, а $\alpha = \kappa(\hbar c)^2/32$ [15–18], $\kappa = 8\pi G/c^4$. При низких плотностях влиянием кручения можно пренебречь, и теория ЭК эффективно сводится к ОТО. При очень высоких плотностях, существенно больших, чем ядерная плотность, отрицательные поправки в выражениях (1), обусловленные взаимодействием спин–кручение, нарушают сильное энергетическое условие и действуют как отталкивающая гравитация, что может препятствовать возникновению космологической сингулярности [17–20]. Аналогично, коллапсирующая материя в черной дыре, которую можно представить с помощью метрики ФЛРУ, также должна препятствовать появлению сингулярности, вместо этого возникает несингулярный отскок, после которого должна возникнуть новая расширяющаяся замкнутая вселенная [17–20], полная энергия которой равна нулю [21].

Если в черной дыре по другую сторону горизонта событий возникает новорожденная вселенная, то она должна быть связана с породившей ее вселенной через мост Эйнштейн – Розена [22]. Возникновение и последующую динамику такой вселенной невозможно наблюдать снаружи черной дыры из-за бесконечной величины красного смещения на горизонте событий. Тогда, если наша вселенная является замкнутой [23], то она могла возникнуть как новорожденная вселенная при отскоке внутри родительской черной дыры, существующей в другой вселенной [17, 19, 22, 24]. Рождение квантовых частиц после отскока может способствовать тому, что экспоненциальная инфляция должна закончиться в течение конечного периода времени [17], что подтверждается наблюдениями космического микроволнового фона с помощью телескопа «Планк» [25]. Несингулярный отскок также возможен, если спиновый тензор полностью антисимметричен [26].

Эффекты кручения в теории ЭК очень слабы и играют существенную роль в астрофизике только для черных дыр или для очень ранней вселенной. Например, кручением можно объяснить асимметрию количества материи и антиматерии во вселенной [27]. В квантовой теории поля с помощью кручения можно подвергнуть фермионы пространственному расширению [7] (вероятно, в будущем это можно будет исследовать) и исключить ультрафиолетовую расходимость из радиационных поправок, представленных петлевыми диаграммами Фейнмана [28].

В настоящей работе в рамках теории ЭК мы рассматриваем гравитационный коллапс сферы, состоящей из однородной спиновой жидкости, исходно находящейся в состоянии покоя. Такой коллапс исследовался в работе [29] в предположении, что интервал внутри коллапсирующей жидкости задается метрикой ФЛРУ. В этой работе, как и в работах [19, 20], было показано, что можно избежать возникновения сингулярности в пространстве-времени с метрикой в присутствии спиновой жидкости. Однако там не были рассмотрены эффекты сдвига, действующие противоположно кручению [14], препятствующему возникновению сингулярности. Кроме того, в работе [29] не было исследовано, что происходит со спиновой жидкостью после отскока, когда формируется горизонт событий, а был рассмотрен только случай без горизонта, который реализуется, когда исходная масса жидкой сферы меньше некоторого порога (такое заключение было сделано ранее в работе [7]). Когда формируется горизонт событий, жидкость не может попасть обратно в область пространства снаружи горизонта, поскольку материя проходит через горизонт только в одном направлении [3]. Более того, она не может достичь статического состояния, потому что пространство-время внутри горизонта событий является нестационарным. Поэтому спиновая жидкость по другую сторону горизонта событий должна расширяться как новая, растущая вселенная [19].

Чтобы рассмотреть гравитационный коллапс сферы, состоящей из спиновой жидкости, в черную дыру, воспользуемся подходом, предложенным в работе [3] для детального анализа коллапса пылевидной сферы, который в свою очередь, основан на работах [30] и [31]. Этот формализм связывает исходный масштабный множитель вселенной внутри черной дыры с исходными радиусом и массой черной дыры. В отсутствие градиентов давления такой коллапс можно описывать в системе отсчета, являющейся одновременно синхронной и сопутствующей [3]. Будем использовать метрику Толмана [30, 31] и полевые уравнения ЭК с релятивистской спиновой жидкостью в качестве источника. Будем также использовать температуру для описания энергии, давления и плотности числа фермионов в релятивистской жидкости [17]. Мы покажем, что после формирования горизонта событий гравитационное отталкивание препятствует возникновению сингулярности, вместо нее возникает несингулярный отскок. Образующаяся в результате по другую сторону горизонта событий вселенная является замкнутой и может испытать бесконечное число отскоков и циклов. В отсутствие кручения должна возникать сингулярность, а метрика должна описываться внутренним решением Шварцшильда, при этом она эквивалентна метрике Кантовски–Закса, описывающей анизотропную вселенная с топологией $R \times S^2$ [32]. Благодаря кручению вселенная внутри черной дыры становится замкнутой с топологией S^3 (3-сфера).

Поскольку наличие сдвигов может помешать кручению избегнуть сингулярности [14], мы будем учитывать рождение квантовых частиц, которое происходит в изменяющихся гравитационных полях [33], и покажем, что при этом проявляются два эффекта. Во время сжатия рождение частиц и кручение, действуя совместно, изменяют на противоположное гравитационное притяжение, порожденное сдвигами, и препятствуют возникновению сингулярности. Во время расширения то же рождение частиц может привести к конечному времени инфляции и к образованию очень большого количества материи. Соответственно, при этом каждый цикл оказывается больше и длиннее предыдущего [17, 34]. Число отскоков и циклов конечно, поскольку вселенная в конце концов достигает размера, при котором космологическая постоянная (которую также можно объяснить кручением [35]) возрастет настолько, что расширение станет неограниченным.

2. ГРАВИТАЦИОННЫЙ КОЛЛАПС ОДНОРОДНОЙ СФЕРЫ

Для сферически-симметричного гравитационного поля в пространстве-времени, заполненном идеальной жидкостью, геометрия определяется метрикой Толмана [3, 30]:

$$ds^2 = e^{\nu(\tau,R)}c^2 d\tau^2 - e^{\lambda(\tau,R)} dR^2 - \\ - e^{\mu(\tau,R)}(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2), \quad (2)$$

где ν, λ и μ — функции временной координаты τ и радиальной координаты R. Можно применить преобразование координат $\tau \to \tau'(\tau)$ и $R \to R'(R)$, которое не меняет вид метрики (2). Компоненты тензора Эйнштейна, соответствующие (2) и не обращающиеся в нуль, имеют вид [3, 30]

$$\begin{aligned} G_0^0 &= -e^{-\lambda}\left(\mu'' + \frac{3\mu'^2}{4} - \frac{\mu'\lambda'}{2}\right) + \\ &\quad + \frac{e^{-\nu}}{2}\left(\dot\lambda\dot\mu + \frac{\dot\mu^2}{2}\right) + e^{-\mu}, \\ G_1^1 &= -\frac{e^{-\lambda}}{2}\left(\frac{\mu'^2}{2} + \mu'\nu'\right) + \\ &\quad + e^{-\nu}\left(\ddot\mu - \frac{\dot\mu\dot\nu}{2} + \frac{3\dot\mu^2}{4}\right) + e^{-\mu}, \\ G_2^2 &= G_3^3 = -\frac{e^{-\nu}}{4}(\dot\lambda\dot\nu + \dot\mu\dot\nu - \dot\lambda\dot\mu - 2\ddot\lambda - \\ &\quad - \dot\lambda^2 - 2\ddot\mu - \dot\mu^2) - \frac{e^{-\lambda}}{4} \times \\ &\quad \times (2\nu'' + \nu'^2 + 2\mu'' + \mu'^2 - \mu'\lambda' - \nu'\lambda' + \mu'\nu'), \\ G_0^1 &= \frac{e^{-\lambda}}{2}(2\dot\mu' + \dot\mu\mu' - \dot\lambda\mu' - \dot\mu\nu'), \end{aligned} \quad (3)$$

где точка обозначает дифференцирование по $c\tau$, а штрих — дифференцирование по R.

В сопутствующей системе отсчета пространственные компоненты 4-скорости u^μ обращаются в нуль. Тогда ненулевые компоненты тензора энергии-импульса для спиновой жидкости,

$$T_{\mu\nu} = (\tilde\epsilon + \tilde p)u_\mu u_\nu - \tilde p g_{\mu\nu},$$

имеют вид

$$T_0^0 = \tilde\epsilon,$$
$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\tilde p.$$

Полевые уравнения Эйнштейна

$$G_\nu^\mu = \kappa T_\nu^\mu$$

в такой системе отсчета принимают вид

$$G_0^0 = \kappa\tilde\epsilon, \quad G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = -\kappa\tilde p, \quad G_0^1 = 0. \quad (4)$$

Ковариантное сохранение тензора энергии-импульса дает

$$\dot{\lambda} + 2\dot{\mu} = -\frac{2\dot{\tilde{\epsilon}}}{\tilde{\epsilon} + \tilde{p}}, \quad \nu' = -\frac{2\tilde{p}'}{\tilde{\epsilon} + \tilde{p}}, \tag{5}$$

где постоянные интегрирования зависят от допустимых преобразований

$$\tau \to \tau'(\tau)$$

и

$$R \to R'(R).$$

Если давление однородно (отсутствуют градиенты давления), то $p' = 0$ и $p = p(\tau)$. В этом случае второе уравнение в (5) дает $\nu' = 0$. Поэтому $\nu = \nu(\tau)$ и преобразование $\tau \to \tau'(\tau)$ делает ν равным нулю, а $g_{00} = e^{\nu}$ равным единице. Система отсчета становится синхронной [3]. Если положить

$$r(\tau, R) = e^{\mu/2},$$

то (2) примет вид

$$\begin{aligned} ds^2 = c^2 d\tau^2 - e^{\lambda(\tau,R)} dR^2 - \\ - r^2(\tau, R)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2). \end{aligned} \tag{6}$$

Уравнения Эйнштейна (3) принимают вид

$$\begin{aligned} &\kappa\tilde{\epsilon} = -\frac{e^{-\lambda}}{r^2}(2rr'' + r'^2 - rr'\lambda') + \frac{1}{r^2}(r\dot{r}\dot{\lambda} + \dot{r}^2 + 1), \\ &-\kappa\tilde{p} = \frac{1}{r^2}(-e^{-\lambda}r'^2 + 2r\ddot{r} + \dot{r}^2 + 1), \\ &-2\kappa\tilde{p} = -\frac{e^{-\lambda}}{r}(2r'' - r'\lambda') + \frac{\dot{r}\dot{\lambda}}{r} + \ddot{\lambda} + \frac{1}{2}\dot{\lambda}^2 + \frac{2\ddot{r}}{r}, \\ &2\dot{r}' - \dot{\lambda}r' = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Интегрируя последнее уравнение в (7), получаем

$$e^{\lambda} = \frac{r'^2}{1 + f(R)}, \tag{8}$$

где f — функция R, удовлетворяющая условию $1 + f > 0$ [3]. Подстановка (8) во второе из уравнений (7) дает

$$2r\ddot{r} + \dot{r}^2 - f = -\kappa\tilde{p}r^2,$$

откуда

$$\dot{r}^2 = f(R) + \frac{F(R)}{r} - \frac{\kappa}{r}\int \tilde{p}r^2 dr, \tag{9}$$

где F — положительная функция R. Подстановка (8) в третье из уравнений (7) не приводит к новым соотношениям. Подставляя (8) в первое из уравнений (7) и используя (9), получаем

$$\kappa(\tilde{\epsilon} + \tilde{p}) = \frac{F'(R)}{r^2 r'}. \tag{10}$$

Комбинируя (9) и (10), получаем

$$\dot{r}^2 = f(R) + \frac{\kappa}{r}\int_0^R \tilde{\epsilon}r^2 r' dR. \tag{11}$$

Каждая частица в коллапсирующей жидкой сфере представляется радиальной координатой R, изменяющейся от 0 (в центре сферы) до R_0 (на поверхности сферы). Если M — масса сферы, то радиус формирующейся из сферы черной дыры Шварцшильда, $r_g = 2GM/c^2$, равен [3]

$$r_g = \kappa \int_0^{R_0} \tilde{\epsilon}r^2 r' dR. \tag{12}$$

Уравнения (11) и (12) дают

$$\dot{r}^2(\tau, R_0) = f(R_0) + \frac{r_g}{r(\tau, R_0)}. \tag{13}$$

Если $r_0 = r(0, R_0)$ — начальный радиус сферы и сфера исходно находилась в состоянии покоя, то

$$\dot{r}(0, R_0) = 0.$$

Тогда (13) определяет значение R_0:

$$f(R_0) = -\frac{r_g}{r_0}. \tag{14}$$

3. БЕССПИНОВАЯ ПЫЛЕВИДНАЯ СФЕРА

Прежде, чем обратиться к гравитационному коллапсу сферы, состоящей из спиновой жидкости, полезно рассмотреть бесспиновую пылевидную сферу, для которой давление обращается в нуль и поэтому $\tilde{p} = 0$. Подставляя (10) в (12), получаем

$$r_g = F(R_0) - F(0) = F(R_0), \tag{15}$$

откуда можно определить R_0. Если $f < 0$, то уравнение (9) имеет решение

$$\begin{aligned} r &= -\frac{F}{2f}(1 + \cos\eta), \\ \tau - \tau_0(R) &= \frac{F}{2(-f)^{3/2}}(\eta + \sin\eta), \end{aligned} \tag{16}$$

где η — параметр, а $\tau_0(R)$ — функция R [3, 30]. Выбирая

$$f(R) = -\sin^2 R, \quad F(R) = a_0 \sin^3 R, \\ \tau_0(R) = \mathrm{const}, \tag{17}$$

получаем

$$r = \frac{a_0}{2} \sin R(1+\cos\eta), \quad \tau - \tau_0 = \frac{a_0}{2}(\eta + \sin\eta), \tag{18}$$

где a_0 — постоянная [3]. Изначально, при $\tau = \tau_0$ и $\eta = 0$, сфера находится в состоянии покоя, $\dot{r} = 0$. Очевидно, что через конечное время все частицы достигнут сингулярности при $r = 0$. Значения a_0 и R_0 можно определить из (14), (15) и (17):

$$\sin R_0 = \left(\frac{r_g}{r_0}\right)^{1/2}, \quad a_0 = \left(\frac{r_0^3}{r_g}\right)^{1/2}. \tag{19}$$

Горизонт событий для всей сферы формируется, когда

$$r(\tau, R_0) = r_g,$$

т. е. при

$$\cos(\eta/2) = \sin R_0.$$

Подставляя (17) и (18) в (8), получаем

$$e^{\lambda(\tau,R)} = a_0^2(1+\cos\eta)^2/4.$$

Если определить

$$a(\tau) = \frac{a_0}{2}(1+\cos\eta), \tag{20}$$

то квадрат инфинитезимального интервала внутри коллапсирующей пылевидной сферы (6) становится равен [3]

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - a^2(\tau) dR^2 - \\ - a^2(\tau)\sin^2 R(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2). \tag{21}$$

Начальное значение a равно a_0. Такая метрика является замкнутой метрикой ФЛРУ и описывает часть замкнутой вселенной при $0 \le R \le R_0$.

4. СФЕРА ИЗ СПИНОВОЙ ЖИДКОСТИ

Перейдем к основной части работы и рассмотрим гравитационный коллапс сферы, состоящей из спиновой жидкости, чтобы показать, как формируется несингулярная вселенная. Подставляя $r = e^{\mu/2}$ и (8) в первое из уравнений (5), получаем уравнение

$$\frac{d}{d\tau}(\tilde{\epsilon} r^2 r') + \tilde{p}\frac{d}{d\tau}(r^2 r') = 0, \tag{22}$$

которое имеет вид первого закона термодинамики для плотности энергии и давления (1) [17]. Если предположить, что спиновая жидкость состоит из ультрарелятивистской материи в состоянии кинетического равновесия, то

$$\epsilon = h_\star T^4,$$

$$p = \epsilon/3$$

и

$$n_f = h_{nf} T^3,$$

где T — температура жидкости,

$$h_\star = (\pi^2/30)(g_b + (7/8)g_f)k_B^4/(\hbar c)^3$$

и

$$h_{nf} = (\zeta(3)/\pi^2)(3/4)g_f k_B^3/(\hbar c)^3,$$

см. [17,18]. Для частиц в рамках Стандартной Модели $g_b = 29$ и $g_f = 90$. Поскольку $p' = 0$, температура не зависит от R, $T = T(\tau)$. Подставляя эти соотношения в (22), получаем

$$r^2 r' T^3 = g(R), \tag{23}$$

где g — функция R. Подставляя это уравнение в (11), получаем

$$\dot{r}^2 = f(R) + \frac{\kappa}{r}(h_\star T^4 - \alpha h_{nf}^2 T^6)\int\limits_0^R r^2 r' dR. \tag{24}$$

Уравнения (23) и (24) определяют функцию $r(\tau, R)$, которая с учетом (8) дает $\lambda(\tau, R)$. Интегрирование уравнения (24) также дает начальное значение $\tau_0(R)$. Таким образом, метрика (6) зависит от трех произвольных функций: $f(R)$, $g(R)$ и $\tau_0(R)$.

Будем искать решение уравнений (23) и (24) в виде

$$f(R) = -\sin^2 R, \quad r(\tau, R) = a(\tau)\sin R, \tag{25}$$

где $a(\tau)$ — неотрицательная функция τ. Такой выбор аналогичен случаю пылевидной сферы: первое из уравнений (17), первое из уравнений (18) и уравнение (20). Тогда из уравнения (23) получаем

$$a^3 T^3 \sin^2 R \cos R = g(R), \tag{26}$$

где разделение переменных τ и R дает

$$g(R) = \mathrm{const}\cdot\sin^2 R\cos R, \quad a^3 T^3 = \mathrm{const}. \tag{27}$$

Отсюда находим

$$aT = a_0 T_0, \quad \frac{\dot{T}}{T} + \frac{H}{c} = 0, \tag{28}$$

где $a_0 = a(0)$, $T_0 = T(0)$, а $H = c\dot{a}/a$ — параметр Хаббла. Подставляя (25) в (24), получаем

$$\dot{a}^2 + 1 = \frac{\kappa}{3}(h_\star T^4 - \alpha h_{nf}^2 T^6)a^2. \qquad (29)$$

Используя (28), из (29) получаем

$$\dot{a}^2 = -1 + \frac{\kappa}{3}\left(\frac{h_\star T_0^4 a_0^4}{a^2} - \frac{\alpha h_{nf}^2 T_0^6 a_0^6}{a^4}\right). \qquad (30)$$

Подставляя (25) в (8), получаем

$$e^{\lambda(\tau,R)} = a^2.$$

Тогда квадрат инфинитезимального интервала внутри коллапсирующей сферы из спиновой жидкости (6) также определяется выражением (21).

Значения a_0 и R_0 можно определить из (14) и (25), что также дает выражения (19). Подставляя их и $\dot{a}(0) = 0$ в (29), где можно пренебречь вторым членом в правой части, получаем

$$Mc^2 = (4\pi/3)r_0^3 h_\star T_0^4.$$

Это соотношение указывает на эквивалентность массы и энергии жидкой сферы радиуса r_0 и с определенным значением T_0. Горизонт событий для полной сферы формируется, когда $r(\tau, R_0) = r_g$, что эквивалентно $a = (r_g r_0)^{1/2}$. Уравнение (30) имеет две точки поворота, $\dot{a} = 0$, при условии [18]

$$\frac{r_0^3}{r_g} > \frac{3\pi G\hbar^4 h_{nf}^4}{8h_\star^3} \propto l_{Planck}^2, \qquad (31)$$

которое выполнено для астрофизических систем, формирующих черные дыры.

5. ИЗБЕГАНИЕ СИНГУЛЯРНОСТИ

Уравнение (30) можно решить аналитически в терминах эллиптических интегралов второго рода [18], задавая функцию $a(\tau)$, тогда

$$r(\tau, R) = a(\tau)\sin R.$$

Значение a никогда не становится равным нулю, поскольку a убывает, при этом правая часть уравнения (30) становится отрицательной, что противоречит тому, что левая часть неотрицательна. Смена знака происходит при

$$a < (r_g r_0)^{1/2},$$

т. е. после формирования горизонта событий. Поэтому все частицы с $R > 0$ падают на горизонт событий, но никогда не достигают значения $r = 0$ (единственная частица в центре — это частица, которая исходно находилась в центре, при $R = 0$). Это препятствует возникновению сингулярности. Ненулевые значения a в выражении (21) задают конечные значения T и, соответственно, конечные значения ϵ, p и n_f.

Вселенная, образующаяся в результате по другую сторону горизонта событий, имеет замкнутую геометрию (постоянную положительную кривизну). Величина $a(\tau)$ является масштабным множителем для этой вселенной. Вселенная является осциллирующей: значения a осциллируют между двумя точками поворота. Значения R_0 не меняются. Точка поворота, в которой $\ddot{a} > 0$, соответствует отскоку, а точка поворота, в которой $\ddot{a} < 0$ — схлопыванию. Поэтому вселенная испытывает бесконечное число отскоков и схлопываний, и это происходит в каждом цикле.

Уравнение Райчаудхури для конгруэнции геодезических без 4-ускорения и вращения имеет вид

$$d\theta/ds = -\theta^2/3 - 2\sigma^2 - R_{\mu\nu}u^\mu u^\nu,$$

где θ — скаляр расширения, σ^2 — сдвиговый скаляр, а $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи [8]. Для спиновой жидкости последнее слагаемое в этом уравнении равно $-\kappa(\tilde{\epsilon} + 3\tilde{p})/2$. Поэтому необходимым и достаточным условием избегания сингулярности в черной дыре является следующее:

$$-\kappa(\tilde{\epsilon} + 3\tilde{p})/2 > 2\sigma^2.$$

Для случая релятивистской спиновой жидкости, $p = \epsilon/3$, это условие эквивалентно следующему:

$$2\kappa\alpha n_f^2 > 2\sigma^2 + \kappa\epsilon. \qquad (32)$$

В отсутствие кручения левая часть неравенства (32) также отсутствует, поэтому оно не может быть удовлетворено, в результате образуется сингулярность. Поэтому наличие кручения является обязательным условием для предотвращения возникновения сингулярности. В отсутствие сдвигов это условие является также достаточным.

Случай наличия сдвигов противоположен случаю наличия кручения. Сдвиговый скаляр σ^2 растет с уменьшением a как $\propto a^{-6}$, т. е. по тому же степенному закону, что и n_f^2. Поэтому, если в начальный момент времени в неравенстве (32) слагаемое, соответствующее сдвигам, преобладало над слагаемым, соответствующим кручению, то оно будет преобладать и на более поздних временах во время сжатии, в результате возникнет сингулярность. Для предотвращения возникновения сингулярности при наличии сдвигов величина n_f^2 должна расти быстрее, чем

$\propto a^{-6}$. Поэтому в черной дыре во время сжатия должны рождаться фермионы.

6. РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ

Во время сжатия или расширения вселенной темп рождения частиц [33] можно описать феноменологически:

$$\frac{1}{c\sqrt{-g}}\frac{d\,(\sqrt{-g}\,n_f)}{dt} = \frac{\beta H^4}{c^4}, \qquad (33)$$

где $g = -a^6\sin^4 R\sin^2\theta$ — определитель метрического тензора в (21), а β — безразмерный темп рождения частиц [17]. При рождении частиц второе из уравнений (28) принимает вид

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{H}{c}\left(\frac{\beta H^3}{3c^3 h_{nf} T^3} - 1\right). \qquad (34)$$

Число рожденных частиц $n_f(a)$ описывается степенным законом:

$$n_f \propto a^{-(3+\delta)}, \qquad (35)$$

где δ зависит от τ. Подставляя это соотношение в (33), получаем

$$\delta \propto -a^\delta \dot{a}^3. \qquad (36)$$

Во время сжатия $\dot{a} < 0$, поэтому $\delta > 0$. Слагаемое

$$n_f^2 \propto a^{-6-2\delta}$$

растет быстрее, чем

$$\sigma^2 \propto a^{-6},$$

что препятствует возникновению сингулярности. Рождение частиц и кручение, действуя совместно, обращают знак эффектов сдвига, что приводит к несингулярному отскоку. Динамика формирования несингулярной, релятивистской вселенной в черной дыре описывается уравнениями (29) и (34) с начальными условиями

$$a(0) = (r_0^3/r_g)^{1/2}$$

и

$$\dot{a}(0) = 0,$$

откуда мы получаем функции $a(\tau)$ и $T(\tau)$. Сдвиги должны входить в правую часть уравнения (29) как дополнительное положительное слагаемое, пропорциональное a^{-4}. Когда вселенная становится нерелятивистской, слагаемое $h_\star T^4$ в уравнении (29) становится положительным и пропорциональным a^{-1}. Космологическая постоянная входит в уравнение (29) в виде положительного слагаемого, пропорционального a^2.

Рождение частиц увеличивает максимальный размер масштабного множителя, который достигается при схлопывании. Поэтому каждый новый цикл больше и длительнее, чем предыдущий. Согласно (19), R_0 имеет вид

$$\sin^3 R_0 = \frac{r_g}{a(0)}, \qquad (37)$$

где $a(0)$ — исходный масштабный множитель, равный максимальному масштабному множителю в первом цикле. Поскольку максимальный масштабный множитель в следующем цикле больше, значение $\sin R_0$ убывает. По мере развития циклов значение R_0 приближается к π.

7. ИНФЛЯЦИЯ И КОНЕЦ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

Во время сжатия H отрицательно, а температура T возрастает. Во время расширения, если β слишком велико, то правая часть уравнения (34) должна стать положительной. В этом случае температура должна увеличиваться с ростом a, что должно приводить к постоянной инфляции [17]. Поэтому имеется верхний предел скорости рождения частиц, а именно, максимум функции $(\beta H^3)/(3c^3 h_{nf} T^3)$ должен быть меньше 1.

Если после отскока функция $(\beta H^3)/(3c^3 h_{nf} T^3)$ в уравнении (34) возрастает до значения чуть меньше 1, то температура T должна оставаться практически постоянной. Соответственно, H также должна быть практически постоянной, а масштабный множитель a должен экспоненциально расти, что соответствует инфляции. Поскольку плотность энергии также должна быть практически постоянной, во вселенной должно образовываться очень большое количество материи и энтропии. Такое расширение должно закончиться, когда правая часть уравнения (34) станет меньше 1. Поэтому инфляция должна закончиться в течение конечного периода времени. После этого влияние кручения ослабевает и вселенная гладко входит в период расширения с преобладанием излучения, за которым следует период с преобладанием материи.

Если вселенная во время расширения не достигает критического размера, при котором космологическая постоянная становится значительной, то она снова коллапсирует до другого отскока и начинается новый цикл осцилляций [36]. Новый цикл оказывается больше и длительнее, чем предыдущий [17, 34].

После конечной последовательности циклов вселенная достигает критического размера, после которого невозможно следующее сжатие, и входит в период расширения с доминированием космологической постоянной, во время которого она расширяется неограниченно. Значение R_0 асимптотически стремится к π, что соответствует максимальному значению R в замкнутой изотропной вселенной в соответствии с выражением (21). Последний отскок, называемый большим отскоком, представляет собой большой взрыв.

8. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Если наша вселенная является замкнутой, то она могла возникнуть как новорожденная вселенная при отскоке внутри родительской черной дыры, существующей в другой вселенной. Эту гипотезу подтверждает проведенный в настоящей работе анализ гравитационного коллапса объекта, состоящего из спиновой жидкости, при наличии кручения и рождения частиц. Более реалистичный сценарий гравитационного коллапса должен рассматривать неоднородную и вращающуюся жидкую сферу. Если давление в сфере неоднородно, то система отсчета не может быть сопутствующей и синхронной [3, 37]. Поэтому ν и температура могут зависеть от R, и тогда уравнения, описывающие коллапс и последующую динамику вселенной, будут более сложными. Для случая вращающейся сферы возникают дополнительные сложности [38], и для формирующейся черной дыры Керра, помимо массы, нужно вводить еще один параметр, а именно, момент импульса [39]. Тем не менее, общий характер влияния кручения и рождения частиц на избегание сингулярности и возникновение отскока в черной дыре остается обоснованным.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке University Research Scholar Program, University of New Haven.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. P. Eisenhart, *Non-Riemannian Geometry*, American Mathematical Society (1927); E. Schrödinger, *Space-time Structure*, Cambridge University Press (1954); J. A. Schouten, *Ricci-Calculus*, Springer-Verlag (1954).

2. V. A. Fock, *The Theory of Space, Time and Gravitation*, Macmillan (1964); P. A. M. Dirac, *General Theory of Relativity*, Wiley (1975).

3. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon (1975).

4. F. W. Hehl and J. D. McCrea, Found. Phys. **16**, 267 (1986); N. Popławski, arXiv:1304.0047.

5. E. A. Lord, *Tensors, Relativity and Cosmology*, McGraw-Hill (1976).

6. D. W. Sciama, Proc. Camb. Phil. Soc. **54**, 72 (1958); T. W. B. Kibble, J. Math. Phys. **2**, 212 (1961); D. W. Sciama, in *Recent Developments in General Relativity*, p. 415, Pergamon (1962); Rev. Mod. Phys. **36**, 463 (1964); Rev. Mod. Phys. **36**, 1103 (1964); F. W. Hehl and B. K. Datta, J. Math. Phys. **12**, 1334 (1971); F. W. Hehl, Gen. Relativ. Gravit. **4**, 333 (1973); Gen. Relativ. Gravit. **5**, 491 (1974); F. W. Hehl, P. von der Heyde, G. D. Kerlick, and J. M. Nester, Rev. Mod. Phys. **48**, 393 (1976); V. de Sabbata and M. Gasperini, *Introduction to Gravitation*, World Scientific (1985); V. de Sabbata and C. Sivaram, *Spin and Torsion in Gravitation*, World Scientific (1994).

7. N. J. Popławski, Phys. Lett. B **690**, 73 (2010); Phys. Lett. B **727**, 575 (2013).

8. N. J. Popławski, *Classical Physics*: *Spacetime and Fields*, arXiv:0911.0334.

9. D. E. Neville, Phys. Rev. D **21**, 867 (1980); I. L. Shapiro, Phys. Rep. **357**, 113 (2002).

10. K. Nomura, T. Shirafuji, and K. Hayashi, Prog. Theor. Phys. **86**, 1239 (1991).

11. A. Friedmann, Z. Phys. A **10**, 377 (1922); G. Lemaître, Ann. Soc. Sci. Bruxelles A **53**, 51 (1933); H. P. Robertson, Astrophys. J. **82**, 284 (1935); A. G. Walker, Proc. London Math. Soc. **42**, 90 (1937).

12. F. W. Hehl, Abh. Braunschw. Wiss. Ges. **18**, 98 (1966).

13. A. Trautman, Bull. Acad. Polon. Sci., Serie Sci. Math. Astr. Phys. **20**, 185 (1972); Symp. Math. **12**, 139 (1973); Nature Phys. Sci. **242**, 7 (1973).

14. W. Kopczyński, Phys. Lett. A **39**, 219 (1972); W. Kopczyński, Phys. Lett. A **43**, 63 (1973).

15. F. W. Hehl, P. von der Heyde, and G. D. Kerlick, Phys. Rev. D **10**, 1066 (1974).

16. I. S. Nurgaliev and W. N. Ponomariev, Phys. Lett. B **130**, 378 (1983).

17. N. Popławski, Astrophys. J. **832**, 96 (2016); Int. J. Mod. Phys. D **27**, 1847020 (2018).

18. G. Unger and N. Popławski, Astrophys. J. **870**, 78 (2019).

19. N. J. Popławski, Phys. Lett. B **694**, 181 (2010); Phys. Lett. B **701**, 672 (2011).

20. B. Kuchowicz, Gen. Relativ. Gravit. **9**, 511 (1978); M. Gasperini, Phys. Rev. Lett. **56**, 2873 (1986); Y. N. Obukhov and V. A. Korotky, Class. Quantum Grav. **4**, 1633 (1987); N. J. Popławski, Gen. Relativ. Gravit. **44**, 1007 (2012).

21. N. J. Popławski, Class. Quantum Grav. **31**, 065005 (2014); N. Popławski, Mod. Phys. Lett. A **33**, 1850236 (2018).

22. N. J. Popławski, Phys. Lett. B **687**, 110 (2010); N. Popławski, arXiv:1910.10819; arXiv:1912.02173.

23. W. Handley, arXiv:1908.09139; E. Di Valentino, A. Melchiorri, and J. Silk, Nature Astron. **4**, 196 (2020).

24. I. D. Novikov, J. Exp. Theor. Phys. Lett. **3**, 142 (1966); R. K. Pathria, Nature **240**, 298 (1972); V. P. Frolov, M. A. Markov, and V. F. Mukhanov, Phys. Lett. B **216**, 272 (1989); Phys. Rev. D **41**, 383 (1990); L. Smolin, Class. Quantum Grav. **9**, 173 (1992); S. Hawking, *Black Holes and Baby Universes and other Essays*, Bantam Dell (1993); W. M. Stuckey, Amer. J. Phys. **62**, 788 (1994); D. A. Easson and R. H. Brandenberger, J. High Energ. Phys. **06**, 024 (2001); J. Smoller and B. Temple, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **100**, 11216 (2003).

25. S. Desai and N. J. Popławski, Phys. Lett. B **755**, 183 (2016).

26. N. Popławski, Phys. Rev. D **85**, 107502 (2012); J. Magueijo, T. G. Zlosnik, and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. D **87**, 063504 (2013); J. L. Cubero and N. J. Popławski, Class. Quantum Grav. **37**, 025011 (2020).

27. N. J. Popławski, Phys. Rev. D **83**, 084033 (2011).

28. N. Popławski, Found. Phys. **50**, 900 (2020).

29. M. Hashemi, S. Jalalzadeh, and A. H. Ziaie, Eur. Phys. J. C **75**, 53 (2015).

30. R. A. Tolman, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **20**, 169 (1934).

31. J. R. Oppenheimer and H. Snyder, Phys. Rev. **56**, 455 (1939).

32. R. Kantowski and R. K. Sachs, J. Math. Phys. **7**, 443 (1966); R. W. Brehme, Am. J. Phys. **45**, 423 (1977); N. Popławski, arXiv:2007.11556.

33. L. Parker, Phys. Rev. Lett. **21**, 562 (1968); Phys. Rev. **183**, 1057 (1969); Y. B. Zeldovich, J. Exp. Theor. Phys. Lett. **12**, 307 (1970); L. Parker, Phys. Rev. D **3**, 346 (1971); Phys. Rev. D **3**, 2546 (1971); Y. B. Zeldovich and A. A. Starobinskii, J. Exp. Theor. Phys. Lett. **26**, 252 (1977); V. A. Beilin, G. M. Vereshkov, Y. S. Grishkan, N. M. Ivanov, V. A. Nesterenko, and A. N. Poltavtsev, J. Exp. Theor. Phys. **51**, 1045 (1980).

34. J. D. Barrow and M. P. Dąbrowski, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **275**, 850 (1995); J. D. Barrow and C. Ganguly, Int. J. Mod. Phys. D **26**, 1743016 (2017).

35. N. Popławski, Gen. Relativ. Gravit. **46**, 1625 (2014).

36. H. Bondi, *Cosmology*, Cambridge University Press, (1960); J. D. North, *The Measure of the Universe*, Clarendon Press (1965).

37. E. M. Lifshitz and I. M. Khalatnikov, J. Exp. Theor. Phys. **12**, 108 (1961).

38. A. G. Doroshkevich, Y. B. Zel'dovich, and I. D. Novikov, J. Exp. Theor. Phys. **22**, 122 (1966).

39. R. P. Kerr, Phys. Rev. Lett. **11**, 237 (1963).