

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ, ИНДУЦИРОВАННОЙ МЕХАНИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ В ЛОТКЕ

В. Г. Полников^{a}, Ф. Цяо^b*

^a *Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова Российской академии наук
117019, Москва, Россия*

^b *First Institute of Oceanography of Ministry of Natural Resources
266061, Qingdao, China*

Поступила в редакцию 31 марта 2020 г.,
после переработки 18 июля 2020 г.
Принята к публикации 18 июля 2020 г.

В ветроволновом лотке выполнены измерения трех компонент скорости течений u_i ($i = x, y, z$), индуцированных механическими волнам, которые генерировались волнопродуктором для трех вариантов доминантных частот f_0 и набора значительных высот волн H_s для каждой частоты. С целью изучения степени анизотропии индуцированной волнами турбулентности и оценивания скорости ее диссипации ε рассчитаны стандартные отклонения σ_i и частотные спектры $S_i(f)$ для компонент измеренных течений. По предложенной процедуре фильтрации рассчитаны характеристики σ_{iF} и $S_{iF}(f)$ для турбулентных составляющих течений, в которых отфильтрованы волновые движения. Показано, что величины σ_i проявляют сильную анизотропию, степень которой варьирует с изменением параметров волн. Для турбулентных составляющих течений имеет место соотношение $\sigma_{xF} \approx \sigma_{yF} \geq (1.5-3)\sigma_{zF}$, означающее существенную анизотропию турбулентности в случаях горизонтального и вертикального движений. Полуфеноменологический подход позволяет для величин σ_{iF} найти аналитическое представление через параметры волн. Спектры турбулентных составляющих для горизонтальных компонент скорости $S_{xF}(f)$ и $S_{yF}(f)$ в области частот $f > 2f_0$ близки по форме и интенсивности и, как правило, имеют степенной закон убывания интенсивности « -1.6 ± 0.1 ». В том же диапазоне частот интенсивность спектров вертикальной компоненты скорости $S_{zF}(f)$ на порядок меньше и убывает по закону « -2.0 ± 0.1 ». Степенные участки трактуются как аналоги колмогоровских спектров, обусловленных передачей энергии от орбитальных движений механических волн вверх по частотам. Предложена феноменологическая модель спектра с законом убывания « -2 », позволяющая по интенсивности степенного участка $S_z(f)$ определять величину скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε . Получены оценки ε и построена ее параметризация. Приводятся обсуждение и возможная интерпретация полученных результатов.

DOI: 10.31857/S0044451021010119

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение динамики течений верхнего слоя воды, на поверхности которой присутствуют механические или ветровые волны, имеет длинную историю, начинающуюся со знаменитой работы Стокса [1] и продолжающуюся в работах Лонге–Хиггинса [2], а также в совокупности работ Ламли и Террея с соавторами [3–5]. Развитие этих исследований за последние полвека подробно описано в недавнем обзоре [6]. Причина такого интереса обусловлена боль-

шим разнообразием физических процессов в системе движений в верхнем слое воды (волны, течения, турбулентность), доступностью различных измерений в такой системе и развитым теоретическим инструментарием, широко представленным, например, в статьях и книгах [1–10]. Кроме того, результаты изучения динамики верхнего слоя востребованы и с практической точки зрения. Процессы в верхнем слое важны для описания циркуляций, влияющих на морскую индустрию, для расчета теплогазообмена атмосферы и океана, для контроля распространения примеси, а также для учета вертикального перемешивания, влияющего на крупномасштабную циркуляцию в целом, а с ней — на погоду и климат Земли [11].

* E-mail: polnikov@mail.ru

Исследование характеристик турбулентности, обусловленной присутствием волновых движений в верхнем слое воды, представляет собой отдельное направление общей тематики, отмеченной выше. Турбулентность в воде реализуется вследствие неустойчивости волновых орбитальных движений, возникающей при больших числах Рейнольдса, в данном случае определяемых соотношением [12] $Re \equiv a^2 \omega_p / \nu$, где a — средняя амплитуда волн, ω_p — частота пика спектра волн, а ν — кинематическая вязкость воды. Если принять, что крутизна гравитационных волн $\delta = ak_p = a\omega_p^2/g$ (g — ускорение силы тяжести, k_p — волновое число пика спектра) на поверхности воды имеет порядок 0.1, то при типичном значении $\nu \approx 10^{-6}$ м²/с величина Re превышает величину 10^3 уже при значениях a более 1 см, т. е. условия возникновения турбулентности, вызванной волнами, легко достижимы. Распространенность явления служит стимулом к широкому эмпирическому и теоретическому изучению турбулентности, индуцированной волнами (см., например, работы [13–21]).

В то же время теоретическое понимание процесса генерации турбулентности волнами пока не до конца ясно. Например, аналитическая теория [16] и численное моделирование [17–19] показывают, что для развития турбулентности под взволнованной поверхностью требуется наличие некоторой затравочной стохастичности течений (фоновой турбулентности). Однако количественное уточнение величины фоновой турбулентности пока не известно, также как не известны точно и зависимости интенсивности наведенной волнами турбулентности от параметров волн и законы ее убывания с глубиной. Учитывая сказанное, далее мы не будем касаться проблемы природы турбулентности, вызванной волнами, сосредоточив внимание на ее эмпирических проявлениях.

Несмотря на значительные успехи, достигнутые к настоящему времени, многие особенности турбулентности, вызванной волнами на воде, требуют дальнейшего изучения. В нашей работе мы ограничимся лишь анализом анизотропии дисперсий компонент скорости в слоях воды, расположенных на глубине порядка десятка высот волн, и связанных с ними спектральных характеристик течений, рассчитанных с целью обнаружения участков спектра колмогоровского типа [7] и оценивания по ним скорости диссипации турбулентности [4–6, 13–15].

В этом направлении следует отметить следующие известные результаты. Наиболее важными из ранних работ являются исследования, проведенные в работах [3–5]. Так, в работе [4] был применен метод линейной фильтрации волновых компонент (в кратком исполнении) и на примере течений, наведенных ветровыми волнами, было показано, что спектры для горизонтальных и вертикальных компонент течений имеют участки степенного убывания вида $S_{z,x}(f) \propto f^{-5/3}$. В работе [3] была обоснована применимость гипотезы «замороженной турбулентности» Тейлора для трактовки указанных спектров как аналогов колмогоровских спектров с целью оценки скорости диссипации турбулентности (СДТ) ε . Детальное исследование СДТ в течениях, наведенных ветровыми волнами в озере Онтарио, было проведено в работе [5]. В частности, в ней была установлена параметризация величины ε от скорости трения u_* , амплитуды a_0 волн на поверхности и глубины z измерений вида

$$\varepsilon = \text{const} \cdot u_*^3 a_0 / z^2. \quad (1)$$

Такая же зависимость была установлена и в лотке [20] при наличии ветровых волн и сильных ветрах. Поиск подобных зависимостей дает ориентир для проверки теоретических моделей типа [16–18], что представляет большой интерес и для случая механических волн на воде.

Относительно анизотропии стандартных отклонений (СтО) компонент скорости течений в ранних работах [3–5] ничего не сказано, поскольку в них эмпирика подтверждала изотропию СтО на глубинах порядка 1–2 м. Позднее эмпирически [19] и численно [18, 19] было показано, что СтО горизонтальных компонент скорости вблизи взволнованной поверхности воды, σ_x и σ_y , не равны между собой. При этом СтО поперечных горизонтальных турбулентных компонент скорости, σ_y , превышают таковые для продольных компонент, σ_x . Наблюдаются и обратные соотношения [21]; есть эмпирические данные и о полной изотропии СтО для всех компонент турбулентных составляющих течений непосредственно под волнами [15]. По-видимому, причина такой неоднозначности кроется в методике выделения самих турбулентных составляющих, т. е. в методике фильтрации волновых движений. Ввиду указанной неоднозначности в описании характера анизотропии наведенной волнами турбулентности этот вопрос нуждается в дальнейшем изучении. При этом существенную роль играет решение задачи о фильтра-

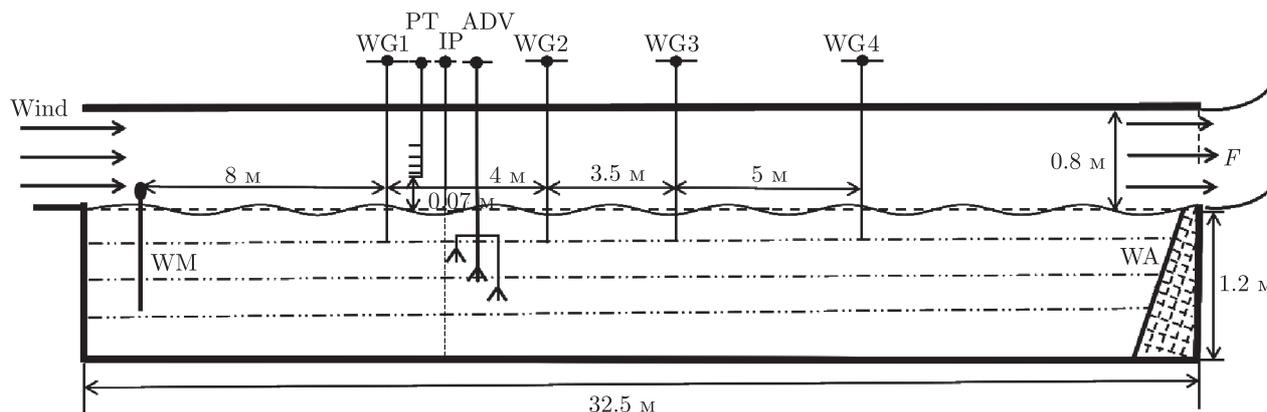


Рис. 1. Эскиз лотка и расположения оборудования: WG — волновые датчики; PT — трубки Пито; ADV — набор акустических доплеровских velocиметров; IP — набор инструментов для вбрасывания в лоток поплавков или красителей; WM — волнопродуктор; WA — волнопоглотитель; F — вентилятор. Внутренняя ширина лотка 1 м

ции волновых движений, который был затронут еще в работе [4], но не раскрыт до конца. Далее мы специально остановимся на этом вопросе.

В отношении спектральных характеристик компонент скорости, $S_i(f)$ ($i = x, y, z$), эмпирические результаты работ [13–15], выполненных в различных лабораторных условиях для механических волн, близки к результатам работ [4, 5]. Отметим только, что в указанных работах изучались лишь продольные компоненты турбулентных составляющих скорости течений, u_x . В высокочастотной области убывания спектров установлены участки вида $S_x(k) \propto k^{-5/3}$ [13] (k — волновое число) или $S_x(f) \propto f^{-5/3}$ [14, 15] (f — циклическая частота), что авторами трактуется как классический спектр Колмогорова — Обухова [7]. Такая трактовка позволила им получить оценки СДТ ε и даже некоторые их зависимости от параметров системы.

Так, в работе [13] была установлена зависимость ε от амплитуды волн a_0 на поверхности воды вида

$$\varepsilon(a_0) \propto a_0^3. \quad (2)$$

В работе [15] при измерениях в системе координат, отслеживающей уровень воды, для монохроматических волн и малых глубин ($|z| < 3a_0$) была установлена зависимость

$$\varepsilon(z) \propto |z|^{-m}. \quad (3)$$

В области гребней для зависимости (3) найдено значение $m = 2$, а в области ложбин — $m = 1/3$. Установлено, что по мере приближения к поверхности воды значение $m = 1$.

В порядке обсуждения следует отметить, что зависимости (2), (3), в отличие от параметризации (1), не полны в силу отсутствия согласованности размерностей их левой и правой частей. Кроме того, обе зависимости получены лишь для глубин z порядка высоты волн a_0 , а оценки параметра m явно привязаны к фазам орбитального движения [15]. Эти результаты неприменимы для описания турбулентности в слое воды под взволнованной поверхностью, имеющем порядок доминантной длины волны $\lambda_p = 2\pi/k_p$. Такая неполнота имеющихся результатов служит стимулом для дальнейших исследований.

В данной работе изучаются указанные выше характеристики течений, наведенных механическими волнами, генерированными волнопродуктором в лотке. Основная цель заключается в выявлении и детальном описании характера анизотропии наведенной волнами турбулентности. Спектральные характеристики течений анализируются на предмет их формы, выявления в ней степенных участков убывания и оценивания по ним СДТ.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения выполнялись в ветроволновом лотке Первого института океанографии, расположенного в г. Циндао, КНР. Размеры лотка по длине, ширине и высоте составляют $32 \times 1 \times 2$ м³, глубина слоя воды $D = 1.2$ м. Эксперимент выполнялся как для механических волн, генерируемых волнопродуктором,

так и для ветровых волн. Однако, в силу принципиальной разницы в динамике процессов в верхнем слое воды для указанных видов волн, здесь будут приведены результаты только для случая механических волн.

Общая геометрия лотка и расположение оборудования приведены на рис. 1. Для волновых измерений использовались емкостные волновые датчики (WG). Трубки Пито (PT) и три акустических доплеровских велосиметра (ADV) применялись для измерения соответственно профилей ветра и скорости течений. Места расположения датчиков WG1–WG4 далее обозначаются как точки измерений P1–P4.

Исследовались два типа механических волн: регулярные (квазимонохроматические) волны и стохастические волны с широкой спектральной полосой, типа спектров Пирсона–Московица (PM) или JONSWAP (J) [8]. В обоих случаях задавались три доминантные частоты волнопродуктора $f_0 = 1.5, 1.0, 0.7$ Гц, и три–пять значений программируемой значительной высоты волн H_s для каждой частоты f_0 . Измерения проводились при установлении стационарного состояния системы (более 5 мин работы волнопродуктора).

Все волновые записи имели длительность 10 мин и частоту дискретизации 50 Гц. Параллельно проводилась визуальная регистрация степени обрушения волн в процентах (отношение числа обрушившихся гребней к их общему числу, прошедшему за 1–2 мин через контролируемый участок наблюдений размерами порядка метра).

В табл. 1 приведены параметры волн, полученные из оценок спектров возвышений поверхности $S_\eta(f)$. Здесь $a_0 = \sqrt{2 \int S_\eta(f) df}$ — средняя амплитуда волн, f_p — частота пика спектра $S_\eta(f)$, $k_p = (2\pi f_p)^2/g$ — волновое число пика спектра и $\delta = a_0 k_p$ — средняя крутизна волн. Величина B_r — интенсивность обрушений волн, заданная в процентах и отражающая отношение числа обрушившихся гребней к общему числу гребней волн, прошедших через фиксированный участок наблюдения порядка метра за 1–2 мин. Величины H_s и f_0 — параметры волнопродуктора, означающие ожидаемую значительную высоту волн и частоту доминантного пика их спектра. Далее эти параметры будут использованы при параметризации характеристик турбулентности.

Три компоненты скоростей течений u_i ($i = x, y, z$) измерялись акустическими доплеровскими изме-

рителями течений (ADV) на трех горизонтах: $z = -10, -20, -30$ см (ось z направлена вверх с началом отсчета на среднем уровне воды). Частота измерений составляла 100 Гц на глубинах $z = -10, -20$ см и 128 Гц при $z = -30$ см, что вызвано техническими причинами.

Обработка данных измерений проводилась в оболочке MATLAB. Для оценки частотных спектров $S(f)$ использовались методы авторегрессии, обеспечивающие минимальную погрешность [22]. Вследствие огромной величины выборки (более 1000 главных периодов волн), 95 % доверительных интервалов для оценок спектров в билогарифмических координатах составляют всего [+10%, –12%]. В силу их малости (по сравнению с изменчивостью спектров $S(f)$ на 4–6 порядков) нанесение этих интервалов на рисунки спектров малоинформативно. Отмеченные интервалы соответствуют стандартным отклонениям для спектральных интенсивностей примерно 3% и 5% [22], что и определяет их точность.

3. МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ВОЛНОВЫХ КОМПОНЕНТ

На примере регулярной волны, заданной волнопродуктором с параметрами $H_s = 5$ см и $f_0 = 1.0$ Гц, на рис. 2 приведены временные ряды компонент течений $u_x(t)$ и $u_z(t)$ для глубины $z = -10$ см в точке P2 = 12 м. Видно, что волновой характер движений превалирует; на спектре течений он проявляется в виде резкого пика (рис. 3). Интенсивность спектра течения ожидаемо убывает с глубиной, а ширина его пика сужается с ростом $|z|$ в силу затухания волновых компонент (см., например, $S_z(f)$ на рис. 3а).

При этом значение спектра в пике на 4–5 порядков превышает интенсивность $S_z(f)$ на частотах вдали от частоты f_p пика спектра (которая близка к f_0). Для фиксированной частоты f_0 и горизонта z ширина спектра растет с высотой волны H_s (рис. 3б). Очевидно, что для выделения турбулентных составляющих необходима процедура фильтрации волновых движений.

Проблему фильтрации мы решаем следующим образом. Представим скорость u_i в виде суммы:

$$u_i = u_{iW} + u_{iT}, \quad (4)$$

в которой u_{iW} — волновая составляющая скорости, а u_{iT} — турбулентная. Традиционно [7, 8], предполо-

Таблица 1. Номера экспериментов и параметры механических волн двух типов в точке P2 = 12 м

№ эксперимента	H_s , см; Br, %	$f_0 = 1.5$ Гц									
		Регулярные волны				Нерегулярные волны (PM)					
		a_0 , см	f_p , Гц	k_p , рад/м	δ	№ эксперимента	H_s , см; Br, %	a_0 , см	f_p , Гц	$Sk_p S$, рад/м	δ
I	3; 0	1.36	1.49	8.9	0.12	XII	3; 0	0.86	1.13	5.13	0.041
II	5; 5	2.13	1.49	8.9	0.19	XIII	5; 0	1.26	0.98	3.82	0.048
III	7; 30	2.76	1.48	8.9	0.25	XIV	7; 0	1.56	1.01	4.1	0.064
IV	10; 50	3.20	1.48	8.8	0.28	XV	10; 0	1.89	0.79	2.5	0.047
$f_0 = 1.0$ Гц											
		Регулярные волны				Нерегулярные волны (PM)					
	H_s , см; Br, %	a_0 , см	f_p , Гц	k_p , рад/м	δ	№ эксперимента	H_s , см; Br, %	a_0 , см	f_p , Гц	k_p , рад/м	δ
V	3; 0	1.03	1.0	4.0	0.04	Для $H_s < 10$ см нет данных					
VI	5; 0	1.74	1.0	4.0	0.07	Для $H_s < 10$ см нет данных					
VII	7; 5	2.45	1.0	4.0	0.10	XVI	10; 0	1.90	0.74	2.2	0.042
VIII	10; 20	3.48	1.0	4.0	0.14	XVII	15; 5	2.25	0.70	1.86	0.07
IX	15; 35	5.03	1.0	4.0	0.20	XVIII	15(J); 95	3.42	0.89	3.32	0.11
$f_0 = 0.7$ Гц											
		Регулярные волны				Нерегулярные волны (J)					
	H_s , см; Br, %	a_0 , см	f_p , Гц	k_p , рад/м	δ	№ эксперимента	H_s , см; Br, %	a_0 , см	f_p , Гц	k_p , рад/м	δ , без/ разм.
X	15; 0	3.70	0.7	1.97	0.073	XIX	15(J); 5	2.83	0.71	2.0	0.057
XI	20; 0	4.80	0.7	1.97	0.095	Для $H_s = 20$ см нет данных					

Примечание. Номера экспериментов указаны римскими цифрами; безразмерная величина параметра обрушений гребней волн Br дана с точностью до 5%; сокращения PM и J означают форму спектра, генерированного волнопродуктором (см. разд. 2).

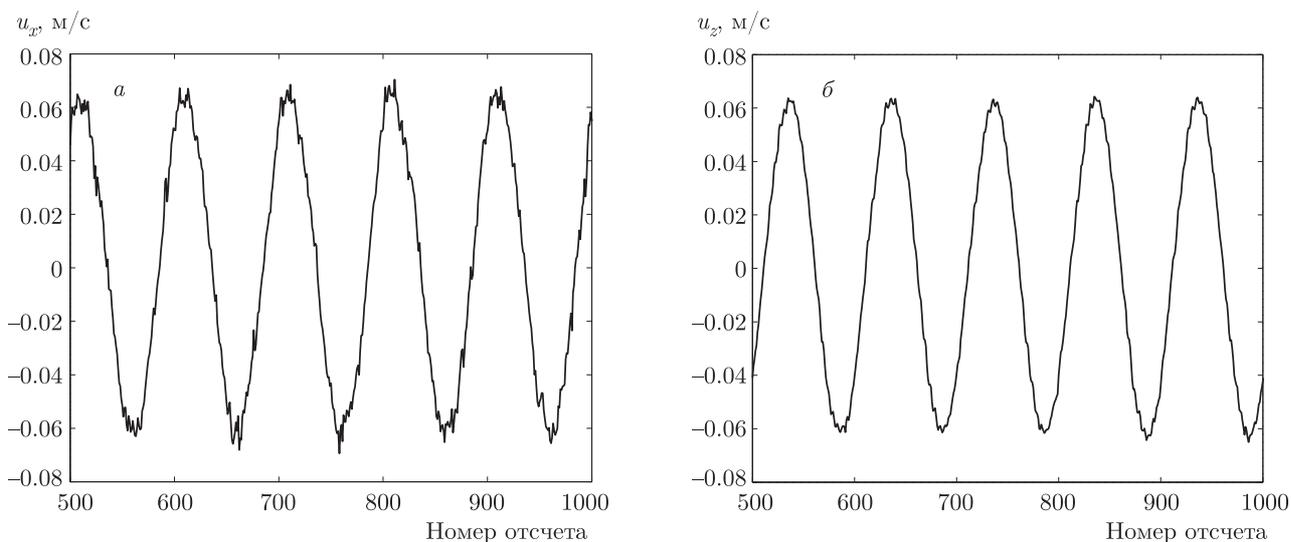


Рис. 2. Временные ряды компонент скорости в точке P2 = 12 м на глубине $z = -10$ см для регулярной волны с параметрами волнопродуктора $H_s = 5$ см и $f_0 = 1.0$ Гц: а — $u_x(t)$; б — $u_z(t)$

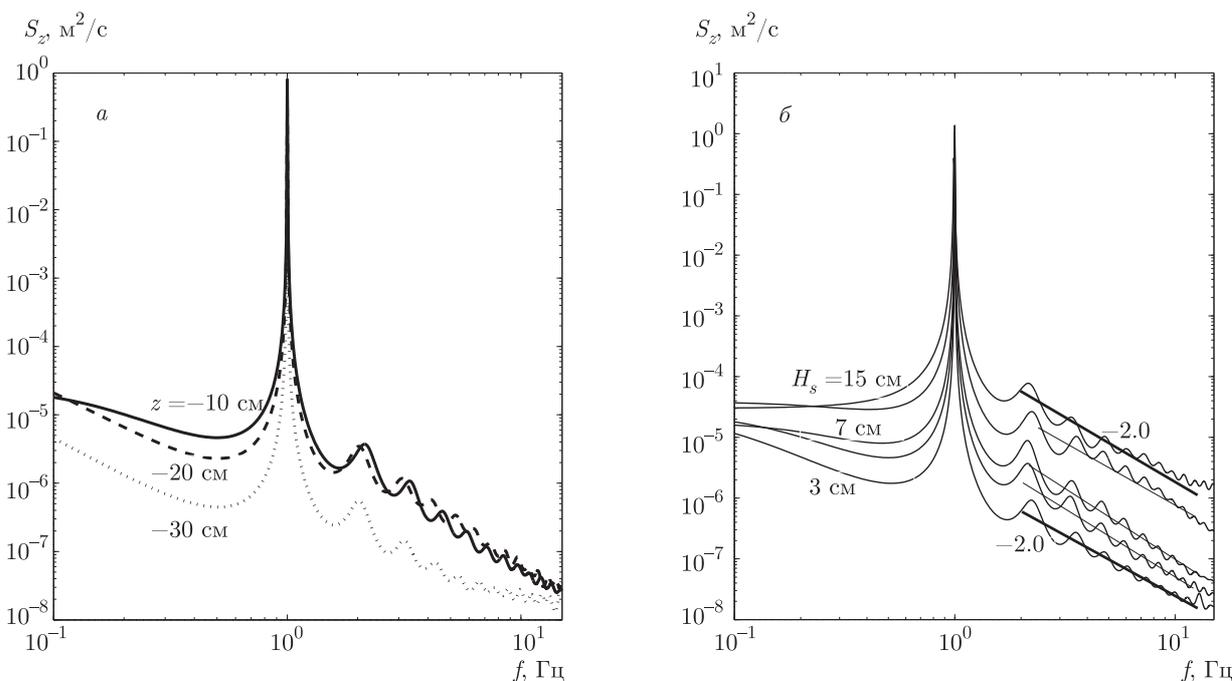


Рис. 3. Спектры $S_z(f)$ при $f_0 = 1.0$ Гц: а — $H_s = 5$ см и $z = -10, -20, -30$ см; б — $H_s = 3-15$ см и $z = -10$ см. Отрезки прямых и цифры при них указывают степенной закон убывания спектров

жив отсутствие корреляции между этими составляющими, в рамках потенциальной теории для спектра течений $S_{ui}(\omega, z)$ на глубине z получим [23]

$$S_{ui}(\omega, z) = S_{iW}(\omega, z) + S_{iT}(\omega, z). \quad (5)$$

Здесь и далее для теоретических соотношений принято использование угловой частоты $\omega = 2\pi f$ и волнового числа $k = \omega^2/g$, определяемого дисперсионным соотношением для гравитационных волн. Заметим, что аналогичная «линейная фильтрация» была

предпринята еще в работе [4], однако далее формулы (5) она не была детализирована.

В выражении (5) S_{iT} — спектр i -й компоненты турбулентных флуктуаций скорости на глубине z , а

$$S_{iW}(\omega, z) = \omega^2 S_{\eta i}(\omega, z) \equiv \equiv \omega^2 S_{\eta}(\omega) \exp[-2\omega^2 z/g] I_i[S_{\eta}(\omega, \theta)] \quad (6)$$

— спектр i -й компоненты волновых орбитальных движений (скоростей), приведенных по потенциальной теории к глубине z ; $S_{\eta}(\omega)$ — одномерный спектр временного ряда возвышений поверхности $\eta(t)$; $I_i[S_{\eta}(\omega, \theta)]$ — интеграл по углу θ от двумерного частотно-углового спектра волн на поверхности $S_{\eta}(\omega, \theta)$, зависящий от компоненты i орбитальной скорости волн. Согласно (5), искомым спектром турбулентных пульсаций скорости, $S_{iT}(\omega, z)$, следует из спектра измеряемой скорости $S_{ui}(\omega, z)$ за вычетом теоретического слагаемого $S_{iW}(\omega, z)$, форма которого сама по себе представляет интерес. (Далее индекс « i » опускается, а термины «волновые» и «орбитальные» движения являются синонимами.)

Расчеты спектра орбитальных движений $S_W(f, z)$ по формуле (6) выявляют в их поведении два эффекта. Во-первых, спектр орбитальных движений $S_W(f, z)$ заметно шире, чем спектры возвышений поверхности $S_h(f)$ (рис. 4а). Во-вторых, пик спектра $S_W(f, z)$ больше пика спектра течений $S_u(f, z)$, но много уже него, а интенсивность боковых ветвей спектра волновых движений $S_W(f, z)$ на порядок меньше интенсивности спектра измеряемых течений $S_u(f, z)$ (рис. 4б). По этой причине теоретический спектр далеко не полностью компенсирует реальные волновые составляющие спектра течений $S_u(f, z)$, которые по своему происхождению занимают широкую полосу частот $[f_H - f_L]$ в области доминантного пика спектра течений на частоте f_p (рис. 4б).

Перечисленные особенности спектра волновых орбитальных движений и их сравнение со спектрами наведенных волнами течений отмечаются впервые. Видно, что простое вычитание $S_W(f, z)$ из $S_u(f, z)$, согласно формуле (5), будет приводить к существенной изрезанности (вплоть до отрицательных значений) искомого спектра турбулентности $S_T(f, z) = S_u(f, z) - S_W(f, z)$ в области частоты f_p , что физически не приемлемо. Поэтому требуется особая техника выполнения фильтрации волновых движений,

обеспечивающая монотонность убывания спектра турбулентности.

На рис. 4б видно, что волновые компоненты могут быть отфильтрованы путем простого «отсечения» главного пика спектра течений $S_u(f, z)$ программно-числовым образом. С учетом этого замечания, для получения спектра турбулентности $S_T(f, z)$ предлагается следующая процедура фильтрации (отсечения): 1) за уровень отсечения берется значение спектра на частоте f_L максимальной кривизны линии спектра $S_u(f, z)$, расположенной ниже частоты f_p его пика (см. рис. 4б) — эта точка принимается за начало пика волновых движений; 2) для частот $f > f_L$ уровень отфильтрованного спектра остается постоянным вплоть до частоты f_H , где этот уровень пересекает исходный спектр течений $S_u(f, z)$; 3) в областях $f < f_L$ и $f > f_H$ интенсивность спектра течений $S_u(f, z)$ остается прежней, так как в них спектр волновых движений на порядок ниже спектра течений. Пример такой фильтрации приведен на рис. 4б для спектра течений $S_z(f)$ при $z = -10$ см и параметрах волнопродуктора $H_s = 5$ см, $f_0 = 1.0$ Гц.

Выбор частоты f_L в данной работе осуществлялся визуально, но при большом объеме данных он может быть автоматизирован, что никак не влияет на результат фильтрации. Действительно, применение указанной фильтрации для спектров течений всех имеющихся данных показывает, что она захватывает диапазон частот в пределах $0.5f_p < f < 1.5f_p$, границы которого в каждом отдельном случае зависят от параметров волн H_s , f_p и глубины горизонта z . Однако для наших целей основной интерес представляют результаты фильтрации спектра в оставшихся областях частот.

На рис. 4б видно, что на фиксированной глубине z спектр волновых орбитальных движений резко убывает по мере удаления от частоты пика f_p . Поэтому низко- и высокочастотные участки ($f < 0.5f_p$ и $f > 1.5f_p$) отфильтрованного спектра, который нами отождествляется со спектром турбулентных течений, практически совпадают с таковыми для спектра измеренных течений. Это позволяет использовать указанные участки спектра измеренных течений для дальнейшего анализа законов убывания интенсивности спектра турбулентных составляющих.

Отметим специально, что по методу фильтрации спектры $S_T(f, z)$ и $S_F(f, z)$ тождественны не столько физически, сколько математически. Поэтому далее мы предпочитаем использовать именно обозна-

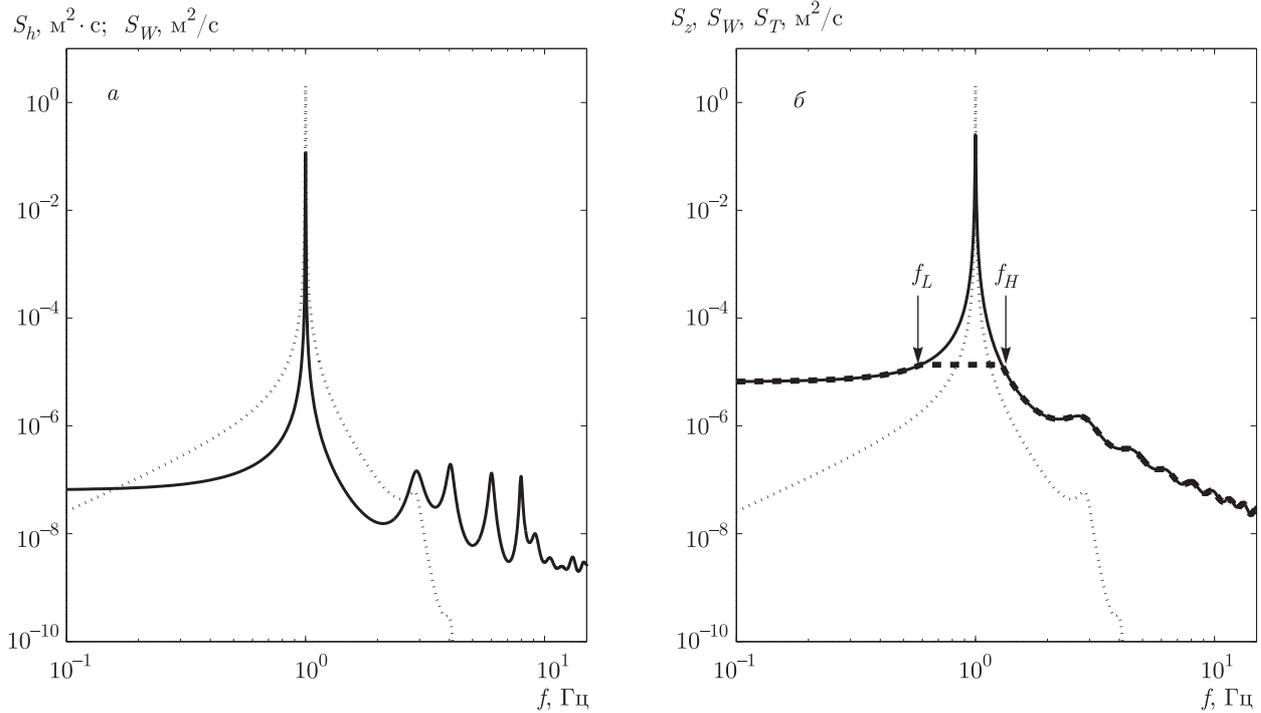


Рис. 4. а) Спектр возвышений $S_h(f)$ (сплошная) и спектр волновых орбитальных движений $S_W(f)$ (пунктирная) при $z = -10$ см. б) Спектры течений на горизонте $z = -10$ см: $S_z(f)$ (сплошная), орбитальных движений $S_W(f)$ (пунктирная) и отфильтрованных турбулентных движений $S_T(f)$ (штриховая). Параметры волн: $H_s = 5$ см, $f_0 = 1.0$ Гц

чение $S_F(f, z)$ для описания турбулентных составляющих течений и для оценки СтО турбулентных пульсаций σ_F (см. разд. 4).

Из сказанного выше видно, что процедура фильтрации приводит к возникновению понятия ширины спектра течений, которое далее будет неоднократно использоваться. Для его однозначности введем следующее определение: ширина Δf_i спектра i -й компоненты течений $S_i(f)$ есть величина горизонтального отрезка на оси частот $[f_{Hi} - f_{Li}]$, появляющаяся в спектре $S_{iF}(f)$ в результате фильтрации волновых движений (рис. 4б).

В заключение раздела отметим, что средние значения компонент течений $U_i = \langle u_i \rangle$, наведенных волнами (далее — «регулярных» течений) в данной работе не приводятся и не рассматриваются по причине их хаотичной изменчивости с изменением параметров волн H_s , f_p и глубины горизонта измерений z , что существенно снижает достоверность оценок U_i . Этот факт обусловлен наличием возвратных («фоновых») течений U_{iB} , сопоставимых, в нашем случае, по величине с оценками регулярных течений U_i .

Поле возвратных течений, как известно, определяется полем волновых движений и геометрией бассейна [2, 6]. Далее предполагается, что в силу малости градиентов фоновых течений U_{iB} по сравнению с таковыми для орбитальных волновых движений, они слабо влияют на интегральные турбулентные характеристики течений u_i типа их СтО, а также на интенсивность и форму спектров фильтрованных компонент, по которым определяются величины СтО σ_{iF} и СДТ ε .

4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ АНИЗОТРОПИИ ТЕЧЕНИЙ

4.1. Общие результаты

Оценки стандартных отклонений σ_i и σ_{iF} временных рядов компонент течений $u_i(t)$ будем называть интегральными оценками турбулентности, наведенной волнами в воде. В таком случае различие величин σ_i (или σ_{iF}) для различных компонент ($i = x, y, z$) характеризует степень анизотропии рассматриваемых течений. В принятом здесь подхо-

де величины σ_i и σ_{iF} определяются по формулам спектрального анализа:

$$\sigma_i^2 = \int_{f_{min}}^{f_{max}} S_i(f) df, \tag{7}$$

$$\sigma_{iF}^2 = \int_{f_{min}}^{f_{max}} S_{iF}(f) df,$$

в которых интегралы по спектру соответствуют определению СтО для стационарных рядов [3, 5]. Пределы интегрирования снизу определяются нижней частотной границей оценки спектров, а сверху — границей появления измерительных шумов в высокочастотной области спектра. В нашей работе принято $f_{min} = 0.01$ Гц и $f_{max} = 15$ Гц. Результаты оценок σ_i и σ_{iF} по формулам (7) в случае регулярных механических волн показаны на рис. 5–7 для различных параметров волн и глубин. Аналогичные результаты для нерегулярных механических волн не приводятся, чтобы не перегружать текст.

Анализ всех полученных оценок СтО для измеренных и отфильтрованных течений выполнен отдельно, поскольку они описывают разные течения. Основные выводы такого анализа для обоих видов механических волн приведены в разд. 4.2 и 4.3.

4.2. Стандартные отклонения измеренных течений

1. СтО рядов измеренных течений, σ_x , σ_y и σ_z , в случаях как регулярных, так и нерегулярных механических волн значительно (в 1.5–2 раза) различаются между собой по величине, что свидетельствует о существенной анизотропии наведенных течений в целом.

2. При доминантной частоте волн $f_0 = 1.5$ Гц соотношения σ_x , σ_y и σ_z немонотонно изменяются с ростом высоты волн H_s (рис. 5а, 6а, 7а). Уменьшение значений σ_i для высот волн $H_s > 6$ см при $f_0 = 1.5$ Гц связано с их обрушением, наступающим для этих параметров волнения и отсутствующим при частотах $f_0 \leq 1.0$ Гц (см. анализ далее).

3. При $f_0 \leq 1.0$ Гц величины σ_x и σ_z близки друг к другу, монотонно растут с ростом H_s и превышают величину σ_y в 1.5–4 раза, поскольку зависимость σ_y от H_s крайне слаба (линии 3 на рис. 5б, в, 6б, в, 7б, в). Этот результат отражает факт отсутствия ор-

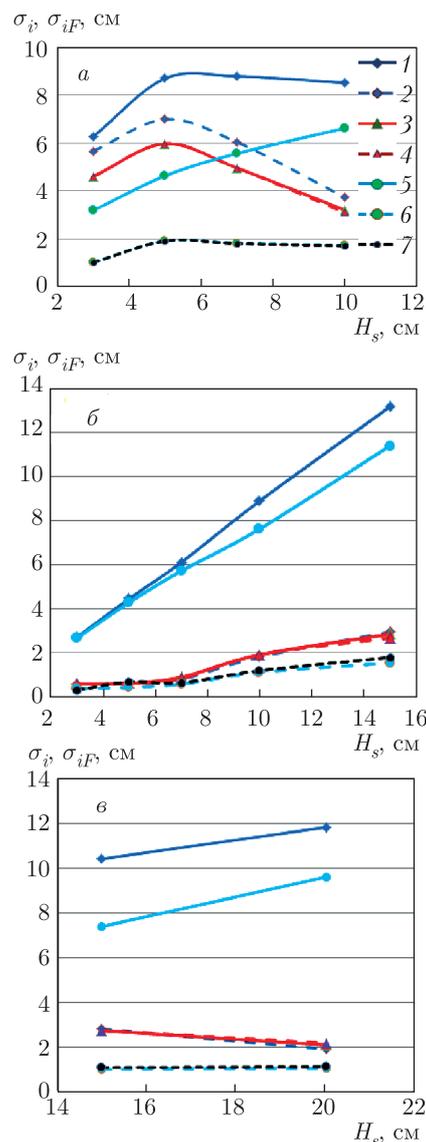


Рис. 5. (В цвете онлайн) Стандартные отклонения измеренных течений и их турбулентных составляющих, σ_i и σ_{iF} , для случая регулярных волн на глубине $z = -10$ см в точке P2 = 12 м: а — $f_0 = 1.5$ Гц; б — $f_0 = 1.0$ Гц; в — $f_0 = 0.7$ Гц. Линии: 1 — σ_x ; 2 — σ_{xF} ; 3 — σ_y ; 4 — σ_{yF} ; 5 — σ_z ; 6 — σ_{zF} ; 7 — параметризация σ_{zF-par} по формулам (10)–(12). На панели а линии 3, 4 и 6, 7 совпадают по причине близости цифровых значений

битальных движений вдоль оси y и свидетельствует о существовании сильной горизонтальной анизотропии течений, наведенных длинными волнами (когда доминантная длина волны превышает глубину слоя воды, $2\pi/k_p \geq D$).

4. Зависимость σ_x и σ_z от глубины z с ошибкой порядка 10% близка к экспоненциальной, ожидае-

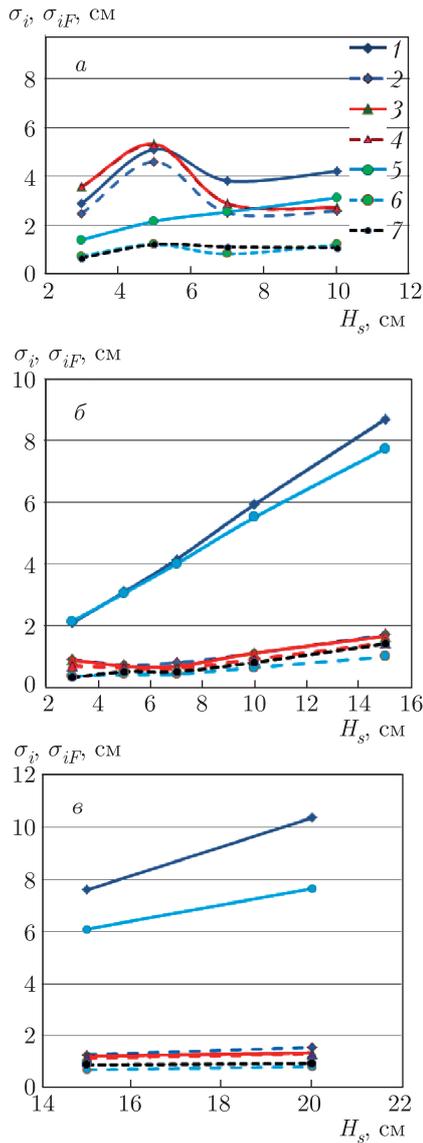


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но для $z = -20$ см

мой для амплитуд орбитальных движений потенциальных волн, т. е.

$$\sigma_{x,z} \propto \exp(k_p z). \quad (8)$$

Величина σ_y также убывает с ростом z , но не проявляет зависимости вида (8).

4.3. Стандартные отклонения турбулентных составляющих течений

СтО турбулентных составляющих течений σ_{iF} приведены на рис. 5–7 штриховыми линиями 2, 4, 6 (в качестве примера только для регулярных волн).

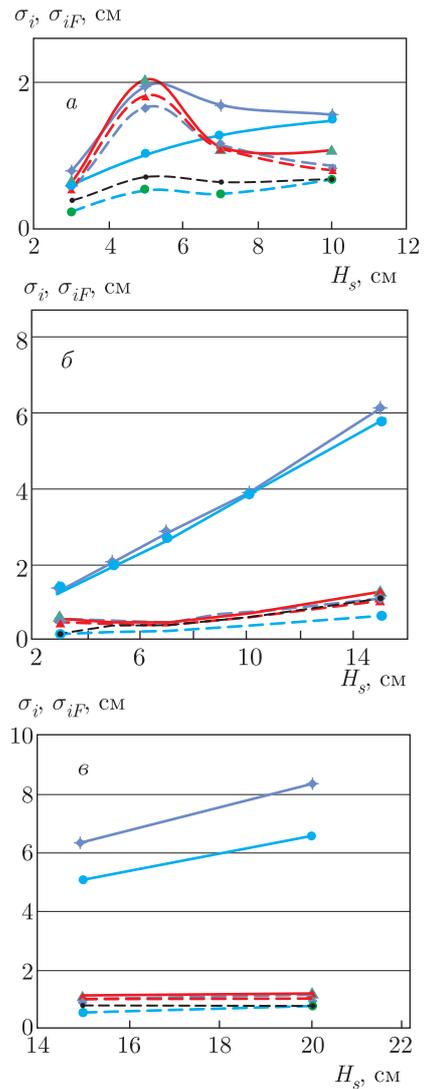


Рис. 7. То же, что на рис. 5, но для $z = -30$ см

Общий анализ результатов для обоих видов механических волн позволяет заключить следующее.

1. Значения σ_{xF} и σ_{yF} для горизонтальных течений близки по величине друг к другу и в 1.5–3 раза больше величины σ_{zF} , т. е. имеет место сильная и устойчивая анизотропия турбулентности в направлениях горизонтального и вертикального движений.

2. При значениях доминантных частот волн $f_0 \leq 1.0$ Гц относительный вклад энергии турбулентных составляющих, $(\sigma_{iF}/\sigma_i)^2$, в кинетическую энергию течений не превышает 15–30% (в зависимости от степени обрушений), что свидетельствует о преобладающей роли волновых движений в наведенных течениях (см. рис. 2).

3. Степень указанной в этом разделе в пункте 1 горизонтально-вертикальной анизотропии турбулентности снижается по мере роста высоты волн H_s и глубины z .

4. По аналогии со свойством 2 этого раздела наблюдается немонотонность роста σ_{iF} с ростом высот волн, связанная с их обрушениями.

5. Регулярность зависимости σ_{iF} от параметров системы H_s, f_0, z , позволяет дать полуфеноменологическую параметризацию σ_{iF} , которая может быть пригодна для проверки теоретических моделей наведенной волнами турбулентности [17–19].

4.4. Параметризация стандартных отклонений турбулентных составляющих течений

С учетом предсказаний потенциальной теории об экспоненциальном убывании волновых амплитуд с глубиной в качестве основы для параметризации СтО турбулентных составляющих можно взять формулу

$$\sigma_{iT} \equiv \sigma_{iF} = c_{0i} \delta f_p a_0 \exp(c_{\Delta f i} k_p z), \quad (9)$$

где $\delta = a_0 k_p$ — крутизна волн на поверхности, а безразмерные подгоночные параметры c_{0i} и $c_{\Delta f i}$ могут содержать дополнительные зависимости от параметров системы. Здесь нижний индекс « Δf » параметра $c_{\Delta f i}$ означает зависимость интенсивности уменьшения σ_{iF} с ростом глубины от ширины Δf спектра течений, различной для регулярных и нерегулярных волн.

Для определенности проведем конкретизацию выражения (9) для СтО вертикальной компоненты турбулентной составляющей скорости σ_{zF} , которая, согласно рис. 5–7, проявляет наиболее простое поведение. Параметризации σ_{xF} и σ_{yF} могут быть получены из (9) путем дополнительного уточнения множителей c_{0i} и параметров $c_{\Delta f i}$.

Необходимый для подбора значений c_{0i} и $c_{\Delta f i}$ набор значений параметров волн a_0, f_p, k_p, δ был получен нами путем анализа формы спектров для временных рядов уровня волновых возвышений поверхности, $\eta(t)$. Эти параметры волн, включая и интенсивность их обрушений Br , приведены в табл. 1.

Первые оценки подгоночных параметров c_{0i} и $c_{\Delta f z}$ показали, что убывание величины σ_{zF} с ростом

глубины z достаточно точно передается экспоненциальной зависимостью вида (9) при постоянном значении $c_{\Delta f z}$, разным для различного вида волн. Однако параметризация зависимости СтО от амплитуды волн a_0 и их крутизны $\delta = a_0 k_p$ оказалась более сложной. Для этой цели, в соответствии с отмеченными ранее свойствами в разд. 2 и в разд. 4 для СтО течений, потребовался учет интенсивности обрушений Br как параметра волнения, который может существенно влиять на оценку СтО $c_{\Delta f z}$, понижая ее величину.

В результате подбора выражения для фактора $c_{0z}(Br)$ параметризация для σ_{zF} принимает вид

$$\sigma_{zF} = c_0 \frac{\delta f_p a_0 \exp(-c_{\Delta f} k_p |z|)}{c_1 + \delta + c_b Br}, \quad (10)$$

где для регулярных волн

$$c_0 = 2, \quad c_1 = 0.2, \quad c_b = 1, \quad c_{\Delta f} = 0.5, \quad (11)$$

а для нерегулярных волн

$$c_0 = 10, \quad c_1 = 0.4, \quad c_b = 1, \quad c_{\Delta f} = 1. \quad (12)$$

Значения σ_{zF} для регулярных волн, полученные по параметризации (10), (11), нанесены на рис. 5–7 в виде пунктирной линии 7, обозначенной как σ_{zF-par} . Видно, что различие значений σ_{zF-par} и σ_{zF} не превышает в среднем 10% от текущего значения σ_{zF} , что свидетельствует о хорошей точности параметризации (10)–(12). Этот результат закрывает первую из задач работы.

В заключение раздела отметим, что, согласно соотношениям (10)–(12), интенсивность турбулентности, порождаемой волнами с узким спектром, убывает с глубиной медленнее, чем та, что порождается волнами с широким спектром при том же значении частоты пика f_p . Этот эффект, очевидно, обусловлен тем, что энергия волн с узким спектром затухает с глубиной медленнее, чем энергия волн с широким спектром при той же f_p в силу большей доли в широком спектре компонент с частотами выше f_p , которые более быстро убывают с глубиной (пропорционально $\exp[-2(2\pi f)^2 |z|/g]$).

В дальнейшем представляет интерес специальная эмпирическая проверка как указанной зависимости интенсивности турбулентности на фиксированной глубине от ширины спектра волн, так и влияния понижающего фактора обрушений Br на интенсивность турбулентности в слое воды под волнами при заданных их параметрах.

5. СПЕКТРЫ ТЕЧЕНИЙ

Поскольку характеристики спектров течений весьма разнообразны, круг вопросов для их описания должен быть сужен до круга задач, поставленных в работе (см. Введение). Поэтому здесь мы ограничимся кратким описанием взаимосвязи ширины спектра течений с параметрами волнения и турбулентности и подробно остановимся на анализе законов резкого убывания спектров S_{iF} . С целью исключения малоинформативных значений спектра на низких частотах и высокочастотных шумов область построения спектров на рисунках приведена в диапазоне частот $0.1 \leq f \leq 15$ Гц.

5.1. Ширина спектра течений и ее параметризация

В разд. 3 было показано, что ширина спектра течений Δf как физический параметр задачи, появляется при проведении процедуры фильтрации волновых компонент скорости. Изменяясь с амплитудой волн a_0 , частотой пика f_p и глубиной z , величина Δf существенно сказывается на интенсивности турбулентных пульсаций скорости в толще воды, характеризующихся величинами σ_{iF} . Пример такого влияния виден из формул (10)–(12) для регулярных и нерегулярных волн. Как будет показано ниже, величина Δf сказывается и на скорости убывания с глубиной величины скорости диссипации турбулентности ε . Поэтому представляется важным дать параметризацию величины Δf как функцию параметров системы a_0, f_p, z .

Визуальный анализ совокупности оценок спектров течений для всего набора вариантов волн (см. табл. 1) позволяет выделить следующие эффекты, связанные с величиной частотной ширины спектра, определенной на уровне отсечения пика, соответствующего волновым движениям (см. определение Δf в конце разд. 3).

1. Спектр течений, наведенных волнами, всегда намного шире спектра волнения (см. рис. 3а,б).
2. Чем глубже проникают волны с заданной частотой пика спектра f_p , тем уже спектр наведенных течений (см. рис. 4а).
3. Чем больше амплитуда волн a_0 при фиксированной величине f_p , тем шире спектр течений (см. рис. 4б).

4. Чем ниже доминантная частота волн f_p , тем шире спектр течений при тех же форме спектра волн и значении a_0 .

5. Чем шире спектр течений на заданной глубине z и при фиксированной величине f_p , тем выше интенсивность хвоста спектра S_{iF} (см. рис. 4б) и величина σ_{iF} .

На данном этапе исследований точное количественное выражение упомянутых в пунктах 1–5 зависимостей не принципиально. Здесь важен лишь факт их существования, дающий направление для параметризации величины Δf . При этом, с учетом влияния ширины спектра на скорость убывания интенсивности турбулентности с глубиной, в качестве фактора $c_{\Delta f}$ в показателе экспоненты $\exp(-c_{\Delta f} k_p |z|)$ следует искать представление величины $c_{\Delta f}$ в безразмерном виде.

Из соображений размерности и с учетом эффектов 1–4 параметризация безразмерного фактора ширины спектра $c_{\Delta f}$ в терминах параметров системы a_0, f_p, z может быть представлена в виде

$$c_{\Delta f} \sim \frac{\sqrt{a_0 g}}{z f_p}, \quad (13)$$

где g — ускорение силы тяжести. Именно соотношение (13) используется при построении дальнейшей параметризации скорости диссипации турбулентности, наведенной волнами.

5.2. Законы убывания интенсивности спектров

В этом разделе мы рассмотрим формы частотных спектров для горизонтальных и вертикальной компонент скорости, $S_{x,y}(f)$ и $S_z(f)$, в области как низких, так и высоких частот, акцентируя основное внимание на выявлении участков со степенным законом убывания интенсивности спектров с частотой вида

$$S_i(f) \propto f^{-n}. \quad (14)$$

При этом, согласно сказанному выше о фильтрации волновых движений (разд. 3), участки спектров измеренных течений $S_i(f)$ в областях $f < 0.5 f_p$ и $f > 1.5 f_p$ будут рассматриваться как спектры турбулентных движений. Далее эти области частот будут именоваться соответственно как НЧ- и ВЧ-области спектров. Поскольку динамика формирования турбулентности в НЧ- и ВЧ-областях в принципе может

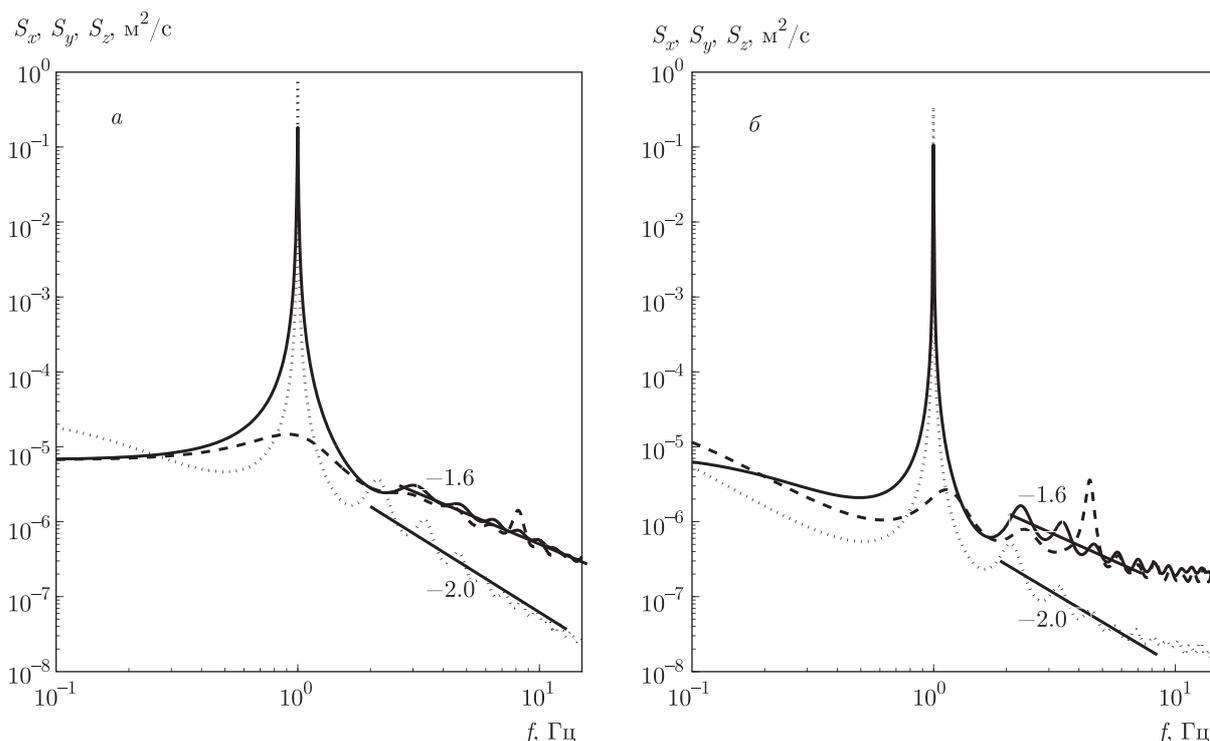


Рис. 8. Спектры $S_x(f)$ (сплошные линии), $S_y(f)$ (штриховые) и $S_z(f)$ (пунктирные) для варианта $H_s = 5$ см, $f_0 = 1.0$ Гц: а — $z = -10$ см; б — $z = -30$ см

быть различной, далее, следуя традиционному подходу [13–15], мы ограничимся детальным анализом только ВЧ-областей спектров, оставляя их анализ в НЧ-области для дальнейшего изучения.

Переходя к описанию формы спектров, сразу же отметим, что в нашем эксперименте для случаев регулярных волн с доминантной частотой $f_p = 1.5$ Гц спектры течений не имеют участков со степенным законом убывания вида (14) ни для какой из компонент скорости и на всех горизонтах. Для частот $f_p \leq 1$ Гц степенные законы убывания интенсивности спектров $S_i(f)$ вида (14), как правило, имеют место. Для нерегулярных волн степенные участки в ВЧ-области спектров наблюдаются при всех рассмотренных параметрах волн.

Далее в качестве примера приводятся только случаи регулярных волн.

Типичное соотношение форм и интенсивности спектров трех компонент течений, $S_x(f)$, $S_y(f)$ и $S_z(f)$, для параметров волн $H_s = 5$ см, $f_0 = 1.0$ Гц и глубин $z = -10, -30$ см показано на рис. 8. Видно, что в ВЧ-области интенсивности спектров горизонтальных компонент $S_x(f)$ и $S_y(z)$ всегда близки

друг к другу и значительно превышают интенсивность спектра $S_z(f)$ (в соответствии со свойством 1 разд. 4.3).

Но главное различие спектров горизонтальных и вертикальной компонент скорости заключается в законах их убывания. Как видно из рис. 8а,б, в ВЧ-области параметр n закона убывания (14) для спектров $S_x(f)$ и $S_y(f)$ имеет величину $n \approx 1.6$, близкую к параметру спектра Колмогорова – Обухова с величиной $n = 5/3$ [7]. Этот результат не нов, поскольку такое же значение n для спектров горизонтальных компонент течений отмечалось и в работах [4, 5, 13–15].

В то же время для спектра вертикальных компонент скорости $S_z(f)$ значение n имеет величину 2.0 ± 0.1 (см. рис. 8, 9), т. е. при $f > 2f_p$ выполняется соотношение

$$S_z(f) = C f^{-2}, \tag{15}$$

которое эмпирически установлено впервые. При этом для течений, наведенных регулярными волнами, закон убывания вида (15) устойчиво имеет место лишь при частотах пика волн $f_p \leq 1$ Гц. Для

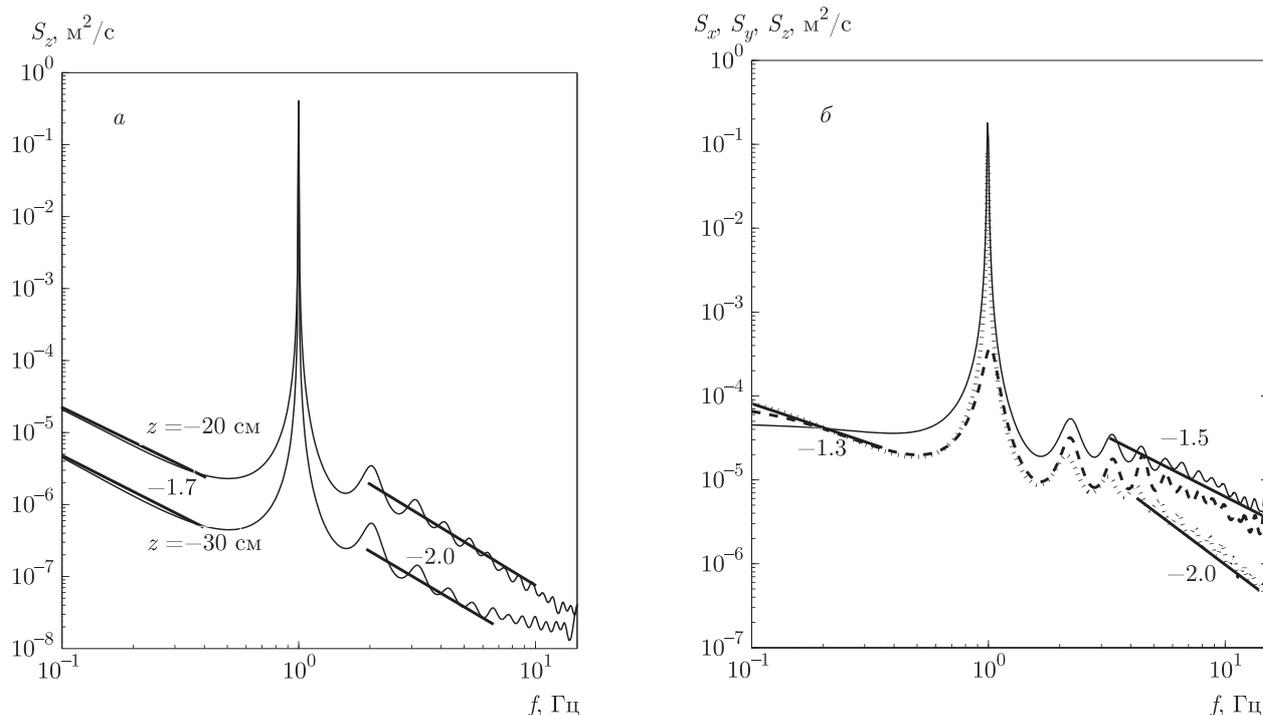


Рис. 9. а) Спектры $S_z(f)$ на горизонтах $z = -20$ и $z = -30$ см для варианта $H_s = 5$ см, $f_0 = 1.0$ Гц. б) Спектры $S_x(f)$ (сплошные линии), $S_y(f)$ (штриховые) и $S_z(f)$ (пунктирные) для варианта $H_s = 15$ см, $f_0 = 1.0$ Гц и $z = -20$ см

нерегулярных механических волн спектры $S_z(f)$ с участками вида (15) наблюдаются при всех частотах пика волн f_p для всех значений амплитуд волн a_0 и глубин z (см. детали ниже в табл. 2). Далее именно такие спектры будут анализироваться на предмет оценивания СДТ.

Вместе со сказанным, с целью полноты картины, следует отметить и степенную форму спектра $S_z(f)$ в НЧ-области ($f < 0.5f_p$), подчеркнутую прямыми линиями на рис. 9. Из них видно, что в НЧ-области в спектрах $S_z(f)$ имеют место степенные зависимости с законами (14) при значениях $n \approx 1.6$ с разбросом порядка ± 0.3 для различных вариантов волн. Важно, что такие степенные участки имеют место только при достаточно больших глубинах измерений ($z \leq -20$ см). Чем глубже горизонт измерения, тем шире область степенных участков распространяется в сторону низких частот. Существенно, что в спектрах горизонтальных компонент скорости $S_x(f)$ и $S_y(f)$ такие участки, как правило, выражены слабее или полностью отсутствуют (рис. 9б).

Степенные участки в НЧ-области спектров течений, наведенных волнами, отмечались и ранее, например, в работах [4, 5, 20], где рассматривались си-

туации с ветровыми волнами на поверхности воды. Для механических волн такие особенности спектров течений приводятся впервые. Поскольку в настоящее время механика формирования турбулентности в НЧ-области в присутствии волн изучена намного меньше, чем в ВЧ-области, далее этот вопрос не обсуждается, а основное внимание традиционно будет уделено ВЧ-области спектров течений.

6. АНАЛИЗ СПЕКТРОВ $S_z(f)$ В ВЧ-ОБЛАСТИ И ОЦЕНКИ СДТ

6.1. Анизотропия формы спектров и определение СДТ

Степенная форма спектров интересна тем, что она позволяет оценить такую важную характеристику, как скорость диссипации кинетической энергии турбулентности (СДТ), зависимости которой от параметров системы можно использовать для проверки теоретических моделей явления [16–18]. Параметризация такого рода эмпирических зависимостей представляет собой вторую из задач нашей работы. Поскольку в ВЧ-области степенные законы убывания интенсивности спектров для горизонтальных и

вертикальной компонент течений существенно различаются, их анализ также требует различного подхода.

Интенсивности спектров горизонтальных компонент $S_x(f)$ и $S_y(f)$ убывают по закону « $-5/3$ », характерному для изотропной турбулентности Колмогорова–Обухова, порождаемой течениями при больших числах Рейнольдса [7]. Для их анализа принято привлекать соотношения вида [3–5, 20]

$$S_{x,y}(f) = Cf^{-5/3} = C_{KO}\varepsilon^{2/3}f^{-5/3}U^{2/3}, \quad (16)$$

где ε — интересующая нас величина СДТ, U — средняя скорость течения, а C_{KO} — безразмерная константа [3, 5, 24]. В формуле (16) для связи с классическим представлением спектра в k -пространстве используются соотношение $f = kU/2\pi$ и гипотеза «замороженной турбулентности» Тейлора [3–5]. Применение этой гипотезы базируется на факте существования средней скорости U «тейлоровского» переноса. В нашем случае такой подход оказался невозможным по причине низкой достоверности определения эмпирической средней продольной скорости U_x (см. замечания в конце разд. 3).

В силу указанных обстоятельств для получения оценки СДТ остается лишь анализ степенных участков спектров вертикальной компоненты течений $S_z(f)$, которые в ВЧ-области имеют вид (15), т. е. $S_z(f) \approx Cf^{-2}$. Здесь C — размерный множитель, который нужно выразить через величину СДТ ε_z (с целью простоты записи индекс « z » при ε_z далее опускается). Поскольку такая задача ставится впервые, для ее решения потребуются привлечение ряда гипотез и модельных построений, излагаемых ниже.

6.2. Модельная интерпретация степенного спектра вида (15)

Спектр течений вида $S(f) = Cf^{-2}$ известен в статистической гидродинамике как спектр лагранжевой турбулентности [7, 24]. В нашем случае эмпирический спектр $S(f) = Cf^{-2}$ получен для фиксированной точки на основе измерений в эйлеровой системе координат. По причине совпадения эмпирического спектра и теоретического спектра лагранжевой турбулентности возникает задача теоретически обосновать их аналогию.

Ввиду пионерского характера эмпирического результата и отсутствия в настоящее время его тео-

рии, указанную аналогию следует принять «априорно», до появления альтернативы. В силу сказанного, здесь мы будем «априорно постулировать» хаотические изменения во времени вертикальной скорости $u_z(t)$, наблюдаемой в точке изучаемой системы, как результат проявления хаотизированных орбитальных волновых движений, разрушенных их гидродинамической неустойчивостью. Такой постулат дает некоторое феноменологическое (пока не полное) основание для установления аналогии спектра лагранжевой турбулентности и наблюдаемой формы спектра.

Приняв указанный постулат как гипотезу и учитывая размерности частотного спектра $[S_u(f)] = L^2T^{-1}$ и СДТ $[\varepsilon] = L^2T^{-3}$, запишем эмпирическое соотношение (15) в виде

$$S_z(f) = C_p\varepsilon f^{-2}, \quad (17)$$

в котором безразмерная величина C_p принимается фиксированной для имеющейся геометрии системы, т. е. она неизменна при всех параметрах системы. Так как величина C_p имеет только нормировочный характер, на данном этапе для простоты оценок примем

$$C_p = 1. \quad (18)$$

Заметим, что модельная формула (17), как таковая, вполне применима для целей определения зависимости ε от параметров системы даже без точного значения коэффициента C_p . Здесь принципиально важно, что модельное представление спектра течений вида (17) абсолютно совпадает с экспериментальным результатом (15), тем самым обеспечивая инструмент для эмпирического определения искомой зависимости $\varepsilon(a_0, f_p, z)$.

6.3. Оценки скорости диссипации турбулентности

Использование формул (17), (18) для оценки величины ε очевидно. Зафиксировав некоторую частоту f_F в области участка спектра вида (17), например, $f_F = 10$ Гц, по графику спектра определяем величину $S_z(f_F) = S_z(10 \text{ Гц}) \equiv S_{10}$ и получаем оценку

$$\varepsilon = f_F^2 S_{10} / C_p = f_F^2 S_{10}. \quad (19)$$

Если в будущем потребуется согласование полученных таким образом значений ε с величинами

СДТ для других компонент скорости, то коэффициент C_p можно использовать в качестве эмпирического подгоночного параметра в общей формуле (17). Сейчас этот вопрос не актуален и по этой причине не обсуждается.

Оценки значений ε , полученные по формуле (19) для всех случаев, когда спектры $S_z(f)$ имеют закон убывания (15), приведены в табл. 2 вместе с номерами экспериментов, используемых для их идентификации параметров волн по табл. 1. Анализ, построенный с привлечением данных о параметрах волн, позволяет заключить следующее.

Величина СДТ как функция параметров системы $\varepsilon(a_0, f_p, z)$ резко растёт с величиной амплитуды волны a_0 , заметно уменьшается с уменьшением частоты пика f_p и убывает с ростом глубины z . Регулярность упомянутых зависимостей позволяет найти их аналитическую параметризацию, сбалансированную по размерности (типа формулы (1)).

6.4. Параметризация функции $\varepsilon(a_0, f_p, z)$

При построении параметризации для СДТ будем исходить из предписываемого теорией экспоненциального убывания интенсивности турбулентности σ_{iF} с глубиной и ее зависимости от крутизны волн (формула (9)), а также из указанного сильного роста СДТ с ростом их амплитуды (табл. 2).

Тогда в терминах параметров системы a_0, f_p, k_p и величины g из соображений размерности можно записать общую форму для представления $\varepsilon(a_0, f_p, z)$ в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon(a_0, f_p, z) &= \\ &= C_0(a_0, f_p, g, z) \delta^{c_\delta} [a_0 f_p g] \exp(c_\Delta k_p z), \quad (20) \end{aligned}$$

где $C_0(a_0, f_p, g, z)$ — безразмерная функция, позволяющая варьировать зависимость ε от параметров системы; подгоночные константы c_δ и c_Δ отражают соответственно степень зависимости ε от крутизны волн и скорость ее убывания с глубиной, зависящей от ширины спектра турбулентных течений; выражение в квадратных скобках даёт размерность СДТ ε .

Первые пробы показали, что при постоянном значении $C_0(a_0, f_p, g, z)$ для рассматриваемых глубин и величин k_p формула (20) плохо соответствует эмпирической зависимости $\varepsilon(z)$ для различных f_p . По этой причине, с учетом описанного выше влия-

ния ширины спектра на его интенсивность в ВЧ-области (см. свойства 1–5 в разд. 5.1) и с привлечением формулы (13), величина c_Δ была детализована в виде

$$c_\Delta = \frac{c_2}{c_{\Delta f}} = \frac{c_2(z f_p)}{\sqrt{a_0 g}} \quad (21)$$

с подгоночной константой c_2 . Кроме того, для усиления зависимости от глубины безразмерный коэффициент $C_0(a_0, f_p, z)$ был детализован в виде

$$C_0(a_0, f_p, g, z) = c_\varepsilon(a_0/z) \quad (22)$$

с подгоночной константой c_ε .

В итоге, при оптимальном выборе степени крутизны $c_\delta = 1$, конечная полуэмпирическая параметрическая формула для СДТ приобретает вид

$$\varepsilon = c_\varepsilon \delta [a_0 f_p g] (a_0/z) \exp(c_\Delta k_p z) \quad (23)$$

с подгоночными константами $c_\varepsilon = 0.01$ и $c_2 = 3$ для величины c_Δ , заданной формулой (21).

Результаты оценок ε по формуле (23) помещены в табл. 2 (курсивом) рядом с эмпирическими значениями ε . Видно, что для экспериментов VII–XI качественно, а для экспериментов XIV–XIX и количественно (со средней ошибкой порядка 30%) формула (23) передает все эмпирические зависимости $\varepsilon(a_0, f_p, z)$. Заметим, что параметризация (23) в записи $\varepsilon_1 \approx (a_0 f_p)^3 / z$ близка к таковой для пристеночной турбулентности, записанной в виде $\varepsilon_2 \approx 2u_{*w}^3 / z$, откуда следует, что ε_1 превышает ε_2 на 1–2 порядка в зависимости от стадии развития волн (см. также работы [4,5]). Этот результат завершает решение поставленной задачи.

7. ОБСУЖДЕНИЕ

Обсудим ряд ключевых моментов работы, нуждающихся в пояснении.

1. Поскольку в спектрах наведенных волнами течений содержатся как волновые, так и турбулентные частотные составляющие, для изучения последних нужна фильтрация волновых компонент спектра. Но каждая из волновых частот убывает по глубине z со своим декрементом в экспоненте $\exp(-2\omega^2|z|/g)$, поэтому указанная фильтрация должна выполняться в спектральном представлении и никак иначе [4, 23].

Таблица 2. Значения СДТ для механических волн и ее оценки по параметризации (23)

№ эксперимента	Регулярные волны					
	$z = -10$ см		$z = -20$ см		$z = -30$ см	
	Эмпирическое значение $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$	Формула $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$	Эмпирическое значение $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$	Формула $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$	Эмпирическое значение $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$	Формула $\varepsilon,$ $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$
V	2.5	2.7	–	0.4	1	0.04
VI	5	15	–	3.1	1.5	0.5
VII	10	48	8	12	1	2.3
VIII	80	137	30	37	5	8.9
IX	250	413	100	124	20	35
	$z = -10$ см		$z = -20$ см		$z = -30$ см	
X	150	61	50	25	15	12
XI	400	162	80	68	40	33
	Нерегулярные волны					
	$z = -10$ см		$z = -20$ см		$z = -30$ см	
XII	5	1.6	5	0.13	–	0.04
XIII	–	5.3	–	1.0	–	0.14
XIV	18	12	8	2	–	0.3
XV	–	11	12	3.7	–	1.2
	$z = -10$ см		$z = -20$ см		$z = -30$ см	
XVI	12	10	8	3.5	2	1.3
XVII	20	22	12	8.7	6	3.8
XVIII	100	96	50	30	12	9.4
	$z = -10$ см		$z = -20$ см		$z = -30$ см	
XIX	30	29	12	12	7	5.1

Примечание. Знак «–» означает отсутствие участка спектра вида (15); колонка с меткой «формула» соответствует оценкам СДТ по параметрической формуле (23) (даны курсивом).

Детальный анализ показывает, что форма спектров волновых движений, задаваемая теоретической формулой (6), намного интенсивнее в пике и гораздо уже наблюдаемой формы спектра течений в области доминантного пика спектра волн. Это означает, что в реальности спектр волновых движений уширяется за счет снижения (теоретического) пикового значения. Поэтому простое теоретическое вычитание по формуле (5) становится неприменимым, и нужна иная процедура фильтрации, обеспечивающая монотонно убывающую интенсивность спектра турбулентности, в котором нет выделенных масштабов.

Такая процедура фильтрации волновых компонент, основанная на отсечении доминантного пика спектра течений, была детализирована и реализована в разд. 3. Она легко осуществима практически, приводит к монотонно убывающим спектрам турбулентности и физически непротиворечивым результатам, о чем свидетельствуют все полученные в работе количественные оценки. Более полный анализ проблемы фильтрации требует отдельного рассмотрения.

2. В работе установлено, что степень и характер анизотропии наведенных волнами течений существенно зависят от характера рассматриваемых движений: до фильтрации и после нее.

Так, СтО для измеренных компонент скорости (без фильтрации) σ_x и σ_z на глубинах $z \leq -20$ см близки друг к другу по величине, но заметно превышают величину σ_y . Эта форма анизотропии не нова. Она объясняется превалированием в течениях энергии волновых компонент (более 70% энергии), орбитальные движения которых имеют двумерный характер движений, сосредоточенный в плоскости xz .

Для турбулентных составляющих течений уже величины СтО горизонтальных компонент σ_{xF} и σ_{yF} близки друг к другу, но обе в разы превышают СтО вертикальной компоненты σ_{zF} . Это означает, что в системе наведенной волнами турбулентности имеет место горизонтально-вертикальная анизотропия с сохранением изотропии турбулентности только в горизонтальной плоскости.

На примере количественных оценок СтО вертикальной компоненты турбулентных течений σ_{zF} впервые построена ее параметризация (10)–(12). Показано, что величина σ_{zF} пропорциональна крутизне волн δ , экспоненциально убывает по z с декрементом, зависящим от ширины спектра, и умень-

шается с ростом интенсивности обрушений волн W_r . В силу качественного (визуального) оценивания величины W_r роль обрушений в формировании турбулентности, наведенной волнами, требует более тщательного количественного изучения в дальнейших экспериментах.

Важно, что построенная параметризация зависимости величины σ_{zF} от параметров системы может быть использована для верификации теоретических моделей явления типа построенных в работах [16–18]. В дальнейшем возможно уточнение параметризации σ_{zF} , ее детализация и расширение для СтО турбулентных составляющих всех компонент течений, наведенных волнами.

3. Горизонтально-вертикальная анизотропия наведенной волнами турбулентности, установленная в терминах σ_{iF} , подтверждается и различием форм частотных спектров $S_{x,y}(f)$ и $S_z(f)$ для горизонтальных и вертикальной компонент скорости.

В работе основное внимание сфокусировано на формах этих спектров в области частот, превышающих частоту пика f_p спектра волн, порождающих течения. Эта область частот определяется как ВЧ-область, в которой $f > 2f_p$.

Эмпирически установлено, что в ВЧ-области спектры горизонтальных турбулентных компонент скорости, $S_x(f)$ и $S_y(f)$, убывают по закону « $-5/3$ », соответствующему классической турбулентности Колмогорова–Обухова [7]. Но для вертикальной компоненты скорости, индуцированной регулярными волнами, при частотах пика $f_p \leq 1.0$ Гц реализуется закон убывания « -2 » (формула (15)). Для нерегулярных механических волн такой закон наблюдается при всех параметрах волнения.

Указанный эмпирический результат установлен впервые, поэтому его теоретическая трактовка в настоящее время отсутствует. С целью продвижения в этом направлении нами предлагаются следующие построения.

Для оценки СДТ из частотных спектров горизонтальных компонент скорости с законами убывания « $-5/3$ » вполне применим подход «замороженной турбулентности» Тейлора, обоснованный в работе [3] и апробированный для случая волн на воде в работах [4, 5, 14, 15, 20]. Этот подход требует надежной оценки средней скорости U «тейлоровского» переноса (формула (16) в разд. 6.1). В нашем случае такой подход реализовать не удастся по причине малой достоверности оценок средних горизонтальных

течений. Причиной этому является зашумленность средних течений фоновыми возвратными течениями в лотке (см. разд. 3). Поэтому оценки СДТ были выполнены только для спектра вертикальных компонент течений вида $S_z(f) \propto f^{-2}$.

С целью решения задачи определения СДТ по спектрам с законами убывания « -2 » из соображений размерности выписаны формулы (17), (18), теоретически обоснованные для лагранжевой турбулентности [7, 24]. Несмотря на то что физическое обоснование формул (17), (18) для полученных в работе эмпирических спектров $S_z(f) \propto f^2$ в настоящее время отсутствует, эти формулы принимаются как феноменологическая гипотеза, на основе которой задача оценки СДТ находит свое решение.

4. Для всех случаев, когда спектры вида $S_z(f) \propto f^{-2}$ имеют место (см. табл. 2), с применением формул (17)–(19) выполнены оценки СДТ ε . Установлено, что величина ε резко растет с ростом амплитуды волн a_0 , заметно убывает с уменьшением их доминантной частоты f_p и уменьшается с ростом глубины z . Из соображений размерности получена полуэмпирическая формула (23), которая качественно передает все установленные зависимости $\varepsilon(a_0, f_p, z)$, отраженные в табл. 2.

Найденная параметризация $\varepsilon(a_0, f_p, z)$ может быть использована для проверки теоретических моделей типа приведенных в работах [16–18]; кроме того, она позволяет проследить и отдельные асимптотики. Например, согласно (23), зависимость $\varepsilon(a_0)$ близка к кубической зависимости от амплитуды волн a_0 (на фиксированной глубине z) вида (2), впервые найденной в работе [12]. Однако, с учетом изменения глубины, зависимость $\varepsilon(a_0)$ усиливается на фактор, зависящий от ширины спектра течений Δf , которая, в свою очередь, зависит от a_0 и z (формула (21)). Этот результат не имеет аналогов.

Что касается зависимости СДТ от глубины измерений, для малых глубин зависимость $\varepsilon(z)$ по формуле (23) близка к обратной по z , что соответствует результату работы [15] (см. формулу (3) Введения и последующий текст). Сопоставление формул (3) и (23) позволяет заметить, что использование только степенной зависимости в формуле (3) для описания $\varepsilon(z)$, по-видимому, имеет очень ограниченную область применимости. Этот вопрос также нуждается в дальнейшем выяснении.

Столь детальное описание оценок СДТ получено впервые, и в дальнейшем оно потребует подтвер-

ждений и доработки. Тем не менее приведенное выше сравнение с результатами иных работ придает найденной параметризации (23) значимую достоверность.

5. Отдельно следует отметить эффект влияния ширины спектра наведенных волнами течений на интенсивность турбулентности (формулы (10)–(12), (21), (23)). Этот эмпирический эффект отмечается впервые. В дальнейшем он представляет самостоятельный интерес для детального экспериментального и теоретического изучения.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В сжатом виде полученные результаты заключаются в следующем.

1. Предложена феноменологическая процедура фильтрации волновых составляющих из полных измеренных течений, основанная на отсечении доминантного волнового пика в спектре течений.

2. Рассчитаны стандартные отклонения для измеренных и турбулентных составляющих трех компонент скорости течений, соответственно σ_i и σ_{iF} ($i = x, y, z$). Показано, что степень и характер анизотропии наведенных волнами течений существенно зависят от характера рассматриваемых движений: до фильтрации и после нее.

Для измеренных течений величины σ_x и σ_z близки друг к другу, но в 1.5–4 раза превышают σ_y , т. е. имеет место горизонтально-поперечная анизотропия, обусловленная двумерным характером волнения и преобладающей ролью волновых движений в наведенных течениях (более 70 % энергии).

Для величин σ_{iF} , характеризующих интенсивность отфильтрованных турбулентных движений, установлена сильная горизонтально-вертикальная анизотропия, описываемая соотношением $\sigma_{xF} \approx \sigma_{yF} \geq (1.5-3)\sigma_{zF}$.

3. Горизонтально-вертикальная анизотропия турбулентности проявляется и в различии форм частотных спектров для горизонтальных и вертикальной компонент скорости. Интенсивности $S_x(f)$ и $S_y(f)$ близки друг к другу, но намного превышают интенсивность $S_z(f)$, особенно в области частот f , превышающих удвоенную частоту пика спектра волн f_p , которая определяется как ВЧ-область спектра.

Установлено, что в ВЧ-области интенсивности спектров горизонтальных турбулентных компонент скорости, $S_x(f)$ и $S_y(f)$, убывают по закону « $-5/3$ », соответствующему классической турбулентности Колмогорова–Обухова [7]. Но спектры вертикальной компоненты скорости $S_z(f)$ имеют закон убывания « -2 », описываемый формулой (15). Закон $S_z(f) \propto f^{-2}$ для регулярных волн реализуется при частотах пика $f_p \leq 1.0$ Гц, а для нерегулярных волн — при всех параметрах волнения.

Результат $S_z(f) \propto f^{-2}$ не имеет аналогов, а его теоретическое обоснование в настоящее время отсутствует. Предложена феноменологическая гипотеза об аналогии наблюдаемого, $S_z(f) \propto f^{-2}$, и лагранжева спектров турбулентности, позволяющая указать направление возможного объяснения результатов.

4. Для спектров вида $S_z(f) \propto f^{-2}$ построена феноменологическая модель, позволяющая определять скорость диссипации турбулентности (СДТ) ε (формулы (17)–(19)). Выполнены оценки ε , и из соотношений размерности получена полуэмпирическая формула (23), качественно передающая все эмпирически установленные зависимости СДТ от параметров системы $\varepsilon(a_0, f_p, z)$, представленные в табл. 2.

Впервые обнаружен эффект влияния ширины спектра наведенных волнами течений на интенсивность турбулентности и величину СДТ (формулы (10)–(12), (21), (23)).

5. Все установленные эмпирические эффекты, параметрические зависимости и их феноменологические трактовки нуждаются в дальнейшем уточнении, детализации и теоретическом обосновании.

Благодарности. Авторы благодарны коллегам из Первого института океанографии, Х. Ма (Hongyu Ma) и Ш. Чангу (Shumin Jiang) и студентам Ху Вангу (Xue Wang) и Чао Ли (Chao Li) за участие в проведении экспериментов. Авторы также благодарны анонимным рецензентам за их многочисленные замечания, позволившие значительно улучшить текст статьи.

Финансирование. Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 18-05-00161) и Китайским совместным фондом National Natural Science Foundation of China (Grant No 41821004).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. G. Stokes, *Trans. Cambr. Phil. Soc.* **8**, 441 (1847).
2. M. Longuet-Higgins, *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **245**, 535 (1953).
3. J. L. Lumley and E. A. Terray, *J. Phys. Oceanogr.* **13**, 2000 (1983).
4. S. A. Kitaigorodskii, M. A. Donelan, L. Lumley, and E. A. Terray, *J. Phys. Oceanogr.* **13**, 1988 (1983).
5. E. A. Terray, M. A. Donelan, Y. C. Agrawal et al., *J. Phys. Oceanogr.* **26**, 792 (1996).
6. T. S. Van den Bremer and Ø. Breivik, *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **376**, 20170104 (2017).
7. A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 2, The MIT Press, Cambridge (1971).
8. O. M. Phillips, *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1966).
9. P. Janssen, *The Interaction of Ocean Waves and Wind*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (2004).
10. O. Bühler, *Waves and Mean Flows*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (2014).
11. F. Qiao, Y. Yuan, J. Deng et al., *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **374**, 20150201 (2016).
12. A. V. Babanin, *Geophys. Res. Lett.* **33**, L20605 (2006).
13. A. V. Babanin and B. K. Haus, *J. Phys. Oceanogr.* **39**, 2675 (2009).
14. A. Alberello, F. Frascoli, M. Onorato, and A. Toffoli, *Wave Motion* **84**, 81 (2019).
15. J. H. Lee, J. P. Monty, J. Elsnab et al., *J. Phys. Oceanogr.* **47**, 1145 (2017).
16. A. Y. Benilov, *J. Geophys. Res.* **117**, C00J30 (2012).
17. A. V. Babanin and D. Chalikov, *J. Geophys. Res.* **117**, C06010 (2012).
18. W. Tsai, S. Chen, and G. Lu, *J. Phys. Oceanogr.* **45**, 174 (2015).

19. I. B. Savelyev, E. Maxeiner, and D. Chalikov, J. Geophys. Res. **117**, C00J13 (2012).
20. В. Г. Полников, Г. А. Байдаков, Ю. И. Троицкая, Изв. РАН, Физ. атм. и океана **55**, 127 (2019).
21. В. Г. Полников, Г. А. Байдаков, Изв. РАН, Физ. атм. и океана **56**, 234 (2020).
22. S. M. Kay, *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, NJ (1988).
23. В. В. Ефимов, Г. Н. Христофоров, Изв. АН СССР, Физ. атм. и океана **7**, 1290 (1971).
24. Г. С. Голицын, *Статистика и динамика природных процессов и явлений*, КРАСАНД, Москва (2012).