ЖЭТФ, 2020, том 158, вып. 6 (12), стр. 1175–1180

ЭЛЕКТРОННЫЙ СПЕКТР И МЕЖЗОННОЕ МАГНИТОПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ДВУМЕРНЫМИ СИСТЕМАМИ С АНТИТОЧКАМИ

Р. З. Витлина [a], ***Л. И. Магарилл*** [a,b], ***А. В. Чаплик*** [a,b*]

[a] *Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук 630090, Новосибирск, Россия*

[b] *Новосибирский государственный университет 630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 16 июля 2020 г.,
после переработки 16 июля 2020 г.
Принята к публикации 18 июля 2020 г.

В перфорированных двумерных электронных структурах, помещенных в перпендикулярное магнитное поле, вырождение уровней Ландау снимается. В случае круглой антиточки сохраняется цилиндрическая симметрия задачи и магнитное число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ остается хорошим квантовым числом. В работе найдены (аналитически) расщепление уровней Ландау для антиточки с размером, меньшим магнитной длины, а также частоты и интенсивности линий межзонных переходов для обычных полупроводников и для монослоев дихалькогенидов переходных металлов.

DOI: 10.31857/S0044451020120159

1. ВВЕДЕНИЕ

В однородном магнитном поле гамильтониан заряженной частицы содержит явную зависимость от ее координат. Однако в пространстве нет выделенных точек, так что в любом месте на частицу действует одинаковая по величине и направлению сила. Эта физическая однородность задачи проявляется в независимости энергии от положения центра ларморовской орбиты. Все уровни Ландау вырождены с одинаковой кратностью, которая для двумерной системы в перпендикулярном поле равна целой части числа $S/2\pi l^2$, где S — площадь системы, $l = \sqrt{c\hbar/eB}$ — магнитная длина. В состояниях с определенным значением проекции момента m на направление магнитного поля энергия электрона при стандартном законе дисперсии есть $E_N = \hbar\omega_c(N + 1/2)$, номер уровня Ландау N равен $n + (m + |m|)/2$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — радиальное квантовое число, ω_c — циклотронная частота.

Любые неоднородности (примеси, дефекты структуры и т. д.) снимают вырождение, что должно проявляться как расщепление линий межзонного поглощения света. Значительный интерес представляют структуры с искусственными рассеивателями — антиточками, которые реализуются в перфорированных двумерных системах (см., например, работы [1,2], где исследуется перфорированный графен). Влияние магнитного поля на межзонное поглощение в структурах с антиточками, насколько нам известно, пока не обсуждалось в литературе. В предлагаемой работе рассматривается этот эффект для стандартных полупроводников типа GaAs и для монослоев дихалькогенидов переходных металлов (ДХПМ).

Присутствие круглой антиточки, т. е. области с бесконечно высоким потенциальным барьером, сохраняет аксиальную симметрию гамильтониана. Поэтому подуровни, на которые расщепляется каждый уровень Ландау, характеризуются числом m, меняющимся от $-m_{max}$ до N, где $m_{max} \sim L^2/l^2$, L — линейный размер системы. В случае обычного полупроводника волновая функция в валентной зоне и в зоне проводимости имеет одинаковый вид $\psi = R(r)e^{im\varphi}$, где r и φ — цилиндрические координаты, а радиальная функция удовлетворяет уравнению (здесь и далее $\hbar = 1$)

[*] E-mail: chaplik@isp.nsc.ru

$$\frac{1}{2\mu}\left(R'' + \frac{1}{r}R' - \frac{m^2}{r^2}R\right) + \\ + \left(E - \frac{\mu\omega_c^2 r^2}{8} - \frac{m\omega_c}{2}\right)R = 0, \quad (1)$$

где μ — эффективная масса. На границе антиточки, $r = r_0$, и на бесконечности величина R должна обращаться в нуль. Введя переменную $\xi = r^2/2l^2$ и новую искомую функцию $W = \sqrt{\xi}\,R$, получим уравнение для функции Уиттекера:

$$W'' + \left[-\frac{1}{4} + \left(\frac{E}{\omega_c} - \frac{m}{2}\right)\frac{1}{\xi} - \frac{m^2-1}{4\xi^2}\right]W = 0. \quad (2)$$

Условие на бесконечности для W выполнено, а спектр определяется уравнением $W_{\lambda,|m|/2}(\xi_0) = 0$, где $\xi_0 = r_0^2/2l^2$, $\lambda = E/\omega_c - m/2$. Разложение $W_{\lambda,|m|/2}(\xi_0)$ при $\xi_0 \ll 1$ дает расщепление уровней Ландау:

$$\frac{E_N}{\omega_c} = N + \frac{1}{2} + \frac{\xi_0^{|m|}(n+|m|)!}{n!(|m|-1)!|m|!} \quad (m \neq 0), \quad (3)$$

$$\frac{E_N}{\omega_c} = N + \frac{1}{2} + \left(\ln\frac{1}{\xi_0}\right)^{-1} \quad (m = 0). \quad (4)$$

Таким образом, все расщепленные подуровни в зоне проводимости сдвигаются вверх (в валентной зоне — вниз) от исходного уровня E_N и быстро сгущаются к нему при малых ξ_0 с ростом магнитного числа m. Исключением является изотропное состояние с $m = 0$, для которого сдвиг максимален и при $\xi_0 \ll 1$ лишь логарифмически меньше расстояния между уровнями Ландау.

Матричный элемент оптического межзонного перехода определяется интегралом перекрытия огибающих в зонах проводимости и валентной. Поскольку эти огибающие зависят только от магнитной длины (а не от зонной эффективной массы) и соответствуют одному и тому же гамильтониану с идентичными граничными условиями, интеграл сводится к нормировочному, т. е. не зависит ни от m, ни от N и отличен от нуля только при выполнении правил отбора $\Delta m = \Delta N = 0$. Следовательно, зависимость (слабая) интенсивности компонент расщепленных линий от квантовых чисел состояний, участвующих в переходе, исчерпывается ее пропорциональностью энергии поглощенного фотона:

$$\omega_{res} = \omega_c[2N + 1 + 2\varepsilon(n,m)], \quad (5)$$

где $\varepsilon(n,m)$ — последние слагаемые в формулах (3) и (4).

2. МОНОСЛОЙ ДХПМ С АНТИТОЧКОЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Для решения задачи об электронном спектре монослоя ДХПМ с антиточкой будем базироваться на гамильтониане [3, 4]

$$H(\mathbf{p}) = \begin{vmatrix} \dfrac{\Delta}{2} + \lambda_c\sigma\tau & \gamma(\tau p_x - ip_y) \\ \gamma(\tau p_x + ip_y) & -\dfrac{\Delta}{2} + \lambda_v\sigma\tau \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где $\mathbf{p}$ — двумерный импульс электрона, отсчитываемый от центров долин $K(K')$, $\sigma = \pm 1$ — спиновое число, $\tau = \pm 1$ — номер долины, $2\lambda_v$, $2\lambda_c$ — спиновые расщепления в валентной зоне и в зоне проводимости, γ — межзонная скорость, Δ — ширина запрещенной зоны. Такая минимальная двухзонная модель дираковского типа использовалась для описания различных свойств монослоев ДХПМ в большом количестве работ (см., например, [5–8]). В магнитном поле делаем в гамильтониане (6) замену $\mathbf{p} \to \boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})/c$ ($-e$ — заряд электрона, $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ — векторный потенциал) и считаем антиточку непроницаемым барьером, что выражается соответствующим граничным условием (см. ниже).

Для векторного потенциала будем использовать симметричную калибровку: $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = [\mathbf{B} \times \mathbf{r}]/2$, где $\mathbf{B}$ — магнитное поле. Волновую функцию представим в виде двухкомпонентного спинора:

$$\Psi(r,\varphi) = \begin{vmatrix}\Psi_1 \\ \Psi_2\end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\begin{vmatrix} a(r)e^{im\varphi} \\ b(r)e^{i(m+\tau)\varphi}\end{vmatrix}. \quad (7)$$

При подстановке (7) в уравнение Шредингера $H\Psi(r,\varphi) = E\Psi(r,\varphi)$ угол φ отделяется, и мы приходим к системе уравнений для радиальных компонент спинора:

$$\begin{gathered} \left(\frac{\Delta}{2} + \tau\sigma\lambda_c - E\right)a(r) - \\ -i\gamma\left[\tau\frac{d}{dr} + \frac{m+\tau}{r} + \frac{r}{2l^2}\right]b(r) = 0, \\ i\gamma\left[\tau\frac{d}{dr} - \frac{m}{r} - \frac{r}{2l^2}\right]a(r) + \\ + \left(\frac{\Delta}{2} - \tau\sigma\lambda_v + E\right)b(r) = 0. \end{gathered} \quad (8)$$

На границе антиточки мы используем граничное условие, которое для произвольного края имеет вид

$$\left(\Psi_1 + i\tau e^{-i\tau\alpha}\Psi_2\right)_{edge} = 0, \quad (9)$$

где α — полярный угол внешней (по отношению к системе) нормали к краю. Такой вид граничного условия для уравнения дираковского типа был получен в работе [9] и применялся в ряде других работ, посвященных квантовым точкам и кольцам ДХПМ [6, 10] и кольцам графена [11]. В случае круглой антиточки радиусом r_0 из условия (9) получаем

$$a_\tau(r_0) - i\tau b_\tau(r_0) = 0. \tag{10}$$

Решение системы (8), убывающее при $r \to \infty$, может быть выражено через функции Уиттекера:

$$\begin{aligned} a_\tau(r) &= \frac{\mathcal{N}_\tau}{\sqrt{\xi}} W_{K_{\tau,\sigma}(E)-(m+\tau)/2,\ |m|/2}(\xi), \\ b_\tau(r) &= \frac{i\mathcal{N}_\tau}{\sqrt{\xi}} \Big(\mathcal{B}_{\tau,\sigma}(E)\Big)^\tau \times \\ &\quad \times W_{K_{\tau,\sigma}(E)-m/2,\ |m+\tau|/2}(\xi). \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь введены обозначения $\Omega = \gamma\sqrt{2}/l$, $\mathcal{N}_\tau$ — нормировочные константы. Функции $\mathcal{B}_{\tau,\sigma}(E)$ и $K_{\tau,\sigma}(E)$ даются выражениями

$$\mathcal{B}_{\tau,\sigma}(E) = \frac{\Omega}{E + \tau\Delta/2 - \tau\sigma\lambda_{-\tau}} \\ (\lambda_{+1} \equiv \lambda_c, \quad \lambda_{-1} \equiv \lambda_v, \\ \mathcal{B}_{-\tau,\sigma}(-E) = -\mathcal{B}_{\tau,\sigma}(E)|_{\lambda_c \rightleftarrows \lambda_v}) \tag{12}$$

и

$$K_{\tau,\sigma}(E) = \\ = \frac{(E - \tau\Delta/2 - \tau\sigma\lambda_\tau)(E + \tau\Delta/2 - \tau\sigma\lambda_{-\tau})}{\Omega^2} \\ (K_{-\tau,\sigma}(-E) = K_{\tau,\sigma}(E)|_{\lambda_c \rightleftarrows \lambda_v}). \tag{13}$$

Дисперсионные уравнения для долин $\tau = \pm 1$ следуют из выражений для радиальных функций a_τ, b_τ (11) и граничного условия (10):

$$W_{K_{\tau,\sigma}(E)-(m+\tau)/2, |m|/2}(\xi_0) + \\ + \tau\Big(\mathcal{B}_{\tau,\sigma}(E)\Big)^\tau W_{K_{\tau,\sigma}(E)-m/2, |m+\tau|/2}(\xi_0) = 0. \tag{14}$$

Уравнение (14) обладает симметрией, позволяющей связать значения энергии в разных долинах. Прямой подстановкой $E \to -E$, $\tau \to -\tau$, $\lambda_c \leftrightarrows \lambda_v$ с учетом соотношений (12), (13) можно убедиться, что оно переходит в такое же уравнение при замене m на $m + \tau$. Поскольку исходный гамильтониан (6) является матрицей 2×2, ясно, что его спектр состоит из двух зон, обозначаемых через c и v. Присутствие в указанном преобразовании перестановки $\lambda_c \leftrightarrows \lambda_v$ означает, что связь спектров в долинах $\tau = +1$ и $\tau = -1$ дается формулой

$$E^{(\eta)}_{-\tau,\sigma;m} = -E^{(-\eta)}_{\tau,\sigma;m-\tau}|_{\lambda_c \rightleftarrows \lambda_v}, \tag{15}$$

где индекс $\eta = +1$ для c-зоны и $\eta = -1$ для v-зоны. Таким образом, достаточно найти спектр в одной долине.

3. ЭЛЕКТРОННЫЙ СПЕКТР В МОНОСЛОЕ ДХПМ С АНТИТОЧКОЙ МАЛОГО ДИАМЕТРА

Как и в случае рассмотренного во Введении обычного полупроводника, несмотря на наличие малого параметра $\xi_0 = r_0^2/2l^2 \ll 1$, обычная теория возмущений здесь неприменима, так как возмущение бесконечно велико внутри области $r < r_0$. Поэтому мы найдем искомое расщепление уровней невозмущенной задачи, решая приближенно дисперсионное уравнение (14). Спектр монослоя без антиточки найден в работах [7, 8]:

$$\begin{aligned} E^{(\eta)}_{\tau,\sigma;N} &= \frac{\tau\sigma\lambda_+}{2} + \eta\varepsilon_{\tau,\sigma;N}, \\ \varepsilon_{\tau,\sigma;N} &= \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta_{\tau\sigma})^2 + 4\Omega^2 N}, \end{aligned} \tag{16}$$

где $\lambda_\pm = \lambda_v \pm \lambda_c$, $\Delta_{\tau\sigma} = \Delta - \tau\sigma\lambda_-$. Если $N = 0$, то формула (16) дает правильный результат лишь при условии $\eta = -\tau$, т. е. нулевой уровень Ландау в долине $\tau = +1$ существует только в валентной зоне, а в долине $\tau = -1$ — только в зоне проводимости. Невозмущенный спектр (16) получается из уравнения (14), если положить в нем $\xi_0 = 0$ и раскрыть неопределенности[1)]. Тогда уравнение удовлетворяется при $K(E) = N$. При конечном, но малом значении ξ_0 получаем $K = N + 2\delta E\eta\varepsilon_{\tau\sigma N}/\Omega^2$, где δE — искомый сдвиг уровня, и разлагаем функции W по восходящим степеням аргумента ξ_0. Отсюда находятся поправки к энергии δE, зависящие от m. Общие формулы для энергий возникающих подуровней весьма громоздки, поэтому приведем результаты для уровней Ландау ближайших к запрещенной зоне, т. е. при $N = 0$ и $N = 1$ в долине $\tau = +1$. Ограничимся также теми (малыми) значениями m, для которых сдвиги подуровней δE_m наиболее велики. Аналогичные выражения для δE в долине $\tau = -1$ получаются из соотношения (15).

[1)] В цитированных работах [7, 8] этот результат получается проще, поскольку авторы используют состояния с сохраняющейся компонентой импульса электрона (декартовы координаты, калибровка Ландау). В нашей задаче с круглой антиточкой необходимо пользоваться цилиндрической системой координат и состояниями с определенным значением момента вдоль направления магнитного поля.

Для $N = 1$ и $m = 0$ в v-зоне имеем

$$\delta E^{(v)}_{+1,\sigma;1,0} = -\frac{\Omega^2\left(1+\mathcal{B}^{(v)}_{+1,\sigma;1}\sqrt{\xi_0}\right)\sqrt{\xi_0}}{2\varepsilon_{+1,\sigma;1}\mathcal{B}^{(v)}_{+1,\sigma;1}}. \quad (17)$$

Здесь использовано обозначение

$$\mathcal{B}^{(\eta)}_{\tau\sigma;N} = \mathcal{B}_{\tau\sigma}(E^{(\eta)}_{\tau\sigma;N}) \equiv \frac{2\Omega}{2\eta\varepsilon_{\tau\sigma;N}+\tau\Delta_{\tau\sigma}}. \quad (18)$$

В валентной зоне $\mathcal{B}^{(v)}_{+1,\sigma;N} < 0$, и для нее в принципе возможна немонотонная зависимость δE от радиуса антиточки r_0.

Для $N = 1$ и $m = 0$ в c-зоне получаем

$$\delta E^{(c)}_{+1,\sigma;1,0} = \frac{\Omega^2}{2\varepsilon_{+1,\sigma;1}}\frac{\sqrt{\xi_0}}{\mathcal{B}^{(c)}_{+1,\sigma;1}+|\ln(\xi_0)|\sqrt{\xi_0}}. \quad (19)$$

Для $N = 1$ и $m = -1$

$$\delta E^{(\eta)}_{+1,\sigma;1,-1} = \frac{\Omega^2\mathcal{B}^{(\eta)}_{+1,\sigma;1}\sqrt{\xi_0}}{2\eta\varepsilon_{+1,\sigma;1}\left(1+\mathcal{B}^{(\eta)}_{+1,\sigma;1}\sqrt{\xi_0}(1+C-|\ln(\xi_0)|)\right)}. \quad (20)$$

Для $N = 0$ и $m = -1$ (для $\tau = +1$ уровень $N = 0$ существует только в валентной зоне) имеем

$$\delta E^{(v)}_{+1,\sigma;0,-1} = -\frac{\Omega\sqrt{\xi_0}}{1+g\sqrt{\xi_0}\Delta_{+1,\sigma}/\Omega}, \quad (21)$$

где $g = -C + |\ln(\xi_0)|$ (C — константа Эйлера).

Численные значения параметров ДХПМ таковы, что в достижимых магнитных полях всегда выполняется неравенство $\Delta \gg \Omega$. Тогда из (18) следует, что величина $\mathcal{B}$ мала в c-зоне (порядка Ω/Δ) и велика в v-зоне (порядка Δ/Ω). В формулах (17), (19)–(21) удержаны два члена разложения по параметру ξ_0, поскольку величина $\Delta\sqrt{\xi_0}/\Omega$ может быть больше единицы.

Приведем некоторые оценки для соединения MoS_2, используя параметры материала из работы [3]: $\Delta = 1.66$ эВ, $\gamma = 3.51$ эВ·Å. В поле $B = 10$ Тл при радиусе антиточки $r_0 = 4$ нм для уровня $N = 1$, $m = 0$ в c-зоне в долине $\tau = +1$ получаем $\delta E = 1.1$ мэВ (расстояние между уровнями Ландау Ω^2/Δ составляет 2.3 мэВ). Тому же уровню в v-зоне соответствует оценка $\delta E \approx 0.14$ мэВ, причем в данном случае δE квадратично зависит от радиуса антиточки и магнитного поля: $\delta E \propto B^2 r_0^2$.

4. МЕЖЗОННОЕ ОПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Для определения вероятности межзонных переходов необходимо вычислить матричные элементы оператора $(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e})$, где $\mathbf{v} = \gamma(\tau\sigma_x,\ \sigma_y)$ — оператор скорости, соответствующий гамильтониану (6), $\mathbf{e}$ — вектор поляризации электромагнитной волны. Матричные элементы выражаются через интегралы от радиальных функций:

$$\langle\Psi^{(c)*}_f|(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e})|\Psi^{(v)}_i\rangle = \gamma\big[(\tau e_x - ie_y)U_{f,i}\delta_{m',m+\tau} + (\tau e_x + ie_y)V_{f,i}\delta_{m',m-\tau}\big]. \quad (22)$$

Здесь

$$U_{f,i} = \int_0^\infty dr\, r a^{(c)*}_f b^{(v)}_i, \quad V_{f,i} = \int_0^\infty dr\, r b^{(c)*}_f a^{(v)}_i.$$

Индексы «i» и «f» соответствуют совокупности всех квантовых чисел начального и конечного состояний, т. е. τ, σ, m, n (n — радиальное квантовое число). Предполагая выполнение условия $\xi_0 \ll 1$, будем вычислять интегралы с волновыми функциями монослоя без антиточки. В цилиндрической системе координат эти функции имеют вид

$$\begin{gathered}\bar{a}^{(\eta)}_{\tau,\sigma,N,m}(r) = \mathcal{N}^{(\eta)}_{\tau,\sigma,N,m} n_\tau!(-1)^{n_\tau}\times\\ \times\xi^{|m|/2}e^{-\xi/2}L^{|m|}_{n_\tau}(\xi),\\ \bar{b}^{(\eta)}_{\tau,\sigma,N,m}(r) = i\mathcal{N}^{(\eta)}_{\tau,\sigma,N,m}\times\\ \times\left(\mathcal{B}^{(\eta)}_{\tau,\sigma}\right)^\tau \tilde{n}_\tau!(-1)^{\tilde{n}_\tau}\xi^{|m+\tau|/2}e^{-\xi/2}L^{|m+\tau|}_{\tilde{n}_\tau}(\xi),\end{gathered} \quad (23)$$

где $L^\alpha_n(z)$ — присоединенные полиномы Лагерра, вместо радиального квантового числа n введено число N — номер уровня Ландау, $\mathcal{N}^{(\eta)}_{i,N}$ — нормировочный коэффициент, радиальные квантовые числа n_τ, $\tilde{n}_\tau$ даются выражениями

$$\begin{gathered}n_\tau(N,m) = N - \frac{m+|m|+\tau+1}{2} \ge 0,\\ \tilde{n}_\tau(N,m) = N - \frac{m+|m+\tau|+1}{2} \ge 0,\end{gathered} \quad (24)$$

а величины $\mathcal{B}^{(\eta)}_{\tau,\sigma}$ определены в (18). Уровням с $N = 0$ соответствуют волновые функции

$$\bar{a}^{(\eta=-\tau)}_{\tau,\sigma,N=0,m}(r) = \frac{1-\tau}{2}\frac{1}{l\sqrt{|m|!}}\xi^{|m|/2}e^{-\xi/2} \quad (m \le 0), \quad (25)$$

$$\bar{b}^{(\eta=-\tau)}_{\tau,\sigma,N=0,m}(r) = \frac{1+\tau}{2}\frac{1}{l\sqrt{(|m|-1)!}}\times \xi^{(|m|-1)/2}e^{-\xi/2} \quad (m \le -1). \quad (26)$$

В оптических дипольных переходах выполняются правила отбора: $m_f = m_i \pm \tau$, $N_f = N_i \pm \tau$, σ и τ сохраняются. Для величин U и V вычисление радиальных интегралов дает

$$U_{\tau,\sigma;N',N} = \delta_{N',N+\tau}\bar{U}_{\tau,\sigma;N},$$
$$\bar{U}_{\tau,\sigma;N} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(1+\frac{\Delta_{\tau\sigma}}{2\varepsilon_{\tau\sigma;N+\tau}}\right)\left(1+\frac{\Delta_{\tau\sigma}}{2\varepsilon_{\tau\sigma;N}}\right)} \quad (27)$$

для

$$N \geq 1 + \frac{m+\dfrac{1-\tau}{2}+\left|m-\dfrac{1-\tau}{2}\right|}{2}$$

и

$$V_{\tau,\sigma;N',N} = \delta_{N',N-\tau}\bar{V}_{\tau,\sigma;N},$$
$$\bar{V}_{\tau,\sigma;N} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(1-\frac{\Delta_{\tau\sigma}}{2\varepsilon_{\tau\sigma;N-\tau}}\right)\left(1-\frac{\Delta_{\tau\sigma}}{2\varepsilon_{\tau\sigma;N}}\right)} \quad (28)$$

для

$$N \geq 1 + \frac{m+\dfrac{1/2-\tau}{2}+\left|m-\dfrac{1/2-\tau}{2}\right|}{2}.$$

Нетрудно видеть, что имеют место соотношения

$$\bar{U}_{-\tau,-\sigma;N+\tau} = \bar{U}_{\tau,-\sigma;N}, \quad \bar{V}_{-\tau,\sigma;N-\tau} = \bar{V}_{\tau,-\sigma;N}. \quad (29)$$

Для переходов $N=0 \to N=1$ в долине $\tau=+1$ и $N=1 \to N=0$ в долине $\tau=-1$ соответствующие величины V равны нулю.

В случае круговой поляризации $\mathbf{e}=(1,\ i\zeta)/\sqrt{2}$ ($\zeta=\pm 1$) квадрат матричного элемента (22), определяющий вероятность межзонного перехода, записывается как

$$|\langle\Psi^{(c)*}_{\tau,\sigma;N',m'}|(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e})|\Psi^{(v)}_{\tau,\sigma;N,m}\rangle|^2 =$$
$$= \gamma^2\Big[\delta_{m',m+\tau}\delta_{N',N+\tau}(1+\tau\zeta)(\bar{U}_{\tau,\sigma;N})^2 +$$
$$+ \delta_{m',m-\tau}\delta_{N',N-\tau}(1-\tau\zeta)(\bar{V}_{\tau,\sigma;N})^2\Big]. \quad (30)$$

Видно, что, несмотря на явную зависимость волновых функций (23), (25), (26) от числа m, такая зависимость в матричных элементах оператора $(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e})$ отсутствует в принятом приближении (за исключением дельта-символов, определяющих правила отбора). Следовательно, как и в случае обычного полупроводника (см. Введение), интенсивности всех компонент расщепленной линии межзонного перехода между данной парой уровней Ландау практически одинаковы. Поскольку в системе с антиточкой каждому значению m соответствует своя частота перехода, в выражении для интенсивности соответствующей линии нет множителя, равного фактору вырождения: в сумме по начальным и конечным состояниям имеется лишь одно слагаемое. Как уже было сказано, параметр Ω/Δ всегда мал в реально достижимых магнитных полях. Тогда из формул (27), (28) вытекают оценки амплитуд U и V:

$$U \approx 1, \quad V \approx (\Omega/\Delta)^2.$$

В матричный элемент перехода с участием уровня $N=0$ величина V вообще не входит. Таким образом, вероятность любого перехода в главном порядке не зависит от магнитного поля. Такая зависимость возникает лишь благодаря вкладу следующего члена в разложении U. Эта поправка пропорциональна $(\Omega/\Delta)^2$, т. е. линейна по магнитному полю. Амплитуда V появляется в вероятности перехода лишь в следующем порядке и дает вклад, пропорциональный $(\Omega/\Delta)^4$.

Отстройка частоты m-й компоненты от исходной линии поглощения монослоя без антиточки $\delta\omega$ быстро (как $\xi_0^{|m|}$) стремится к нулю. Отстройка максимальна для перехода $N=0$, $m=-1$ (v-зона) $\to N=1$, $m=0$ (c-зона) в долине $\tau=+1$. В этом случае отстройка

$$\delta\omega \sim \frac{\Omega^2}{\Delta|\ln(\xi_0)|},$$

т. е. лишь логарифмически мала по сравнению с расстоянием между уровнями Ландау.

Итак, в работе найдено расщепление уровней Ландау в двумерной электронной системе с антиточками в перпендикулярном магнитном поле. Рассмотрены случаи обычного полупроводника и монослоя ДХПМ. Расщепленные подуровни классифицируются по азимутальному квантовому числу $m=0,\pm1,\pm2,\ldots$ — проекции углового момента на направление магнитного поля. Межзонные оптические переходы подчиняются правилам отбора $N'=N$, $m'=m$ в случае обычного полупроводника и $N'=N\pm1$, $m'=m\pm1$ для ДХПМ. Их вероятности не зависят от m, если размер антиточки много меньше магнитной длины.

Финансирование. Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 17-12-01039).

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu. I. Latyshev, A. P. Orlov, E. G. Shustin et al., J. Phys., Conf. Ser. **248**, 012001 (2010).

2. В. В. Еналдиев, В. А. Волков, Письма в ЖЭТФ **104**, 646 (2016).

3. D. Xiao, G.-B. Liu, W. Feng et al., Phys. Rev. Lett. **108**, 196802 (2012).

4. A. Kormányos, G. Burkard, M. Gmitra et al., 2D Materials **2**, 022001 (2015).

5. V. V. Enaldiev, Phys. Rev. B **96**, 235429 (2017).

6. F. Ou, J. Fu, A. C. Dias et al., Sci. Rep. 7:41044 (2017), DOI:10.1038/srep 41044.

7. G. Catarina, J. Have, J. Fernandez-Rossier, and N. M. R. Peres, Phys. Rev. B **99**, 125405 (2019).

8. N. D. Hien, C. V. Nguyen, N. N. Hieu et al., Phys. Rev. B **101**, 045424 (2020).

9. M. V. Berry and R. J. Mondragon, Proc. Roy. Soc. London A **412**, 53 (1987).

10. D. Oliveira, J. Fu, L. Villegas-Lelov et al., Phys. Rev. B **93**, 205422 (2016).

11. P. Recher, B. Trauzettel, A. Rycerz et al., Phys. Rev. B **76**, 235404 (2007).