

# СПИН-ВОЛНОВОЙ РЕЗОНАНС В НАНОСТРУКТУРЕ $(\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18})/\text{V}$

*А. Б. Ринкевич\**, *Д. В. Перов\*\**, *Е. А. Кузнецов*, *В. В. Устинов*

*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук  
620108, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 13 мая 2019 г.,  
после переработки 13 мая 2019 г.  
Принята к публикации 17 мая 2019 г.

Исследовано прохождение электромагнитных волн миллиметрового диапазона через наноструктуру  $(\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18})/\text{V}$ . Измерены зависимости коэффициента прохождения от внешнего магнитного поля. На частотах 26–35.6 ГГц и 37–38 ГГц на зависимости виден минимум, вызванный поглощением энергии при условии ферромагнитного резонанса. В узком интервале частот около 36 ГГц наблюдается сложная картина резонансных явлений, обусловленных ферромагнитным и спин-волновым резонансами. Выполнен расчет полевой зависимости коэффициента прохождения. Установлено, что модель однородной ферромагнитной металлической пластины, использованная в расчете, позволяет воспроизвести некоторые черты резонансных изменений коэффициента прохождения, вызванных ферромагнитным и спин-волновым резонансами.

DOI: 10.1134/S0044451019110154

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Использование эффектов спинтроники для управления распространением спиновых волн предоставляет новые возможности для реализации наноосцилляторов, а также для преобразования спиновых токов в электрические и обратно [1–3]. В теоретическом описании распространения спиновых волн в пленках и наноструктурах требуется учет магнитно-дипольного и обменного взаимодействий, граничных условий для спинов на границах, магнитных неоднородностей [4, 5]. Расчет спектра неоднородных мод ферромагнитного резонанса в металлических сверхрешетках выполнен в работе [6]. Наиболее существенным затруднением для использования спиновых волн в металлических наноструктурах в устройствах магноники и спинтроники является их значительное затухание [7]. Однако существуют методы компенсации затухания за счет спин-орбитального торк-эффекта [8, 9]. Спектры спин-волновых резонансов в трехслойных наноструктурах и сверхрешетках исследованы в

работах [10, 11]. Было экспериментально подтверждено присутствие щелей в спектре спиновых волн, обусловленных периодической модуляцией обменного взаимодействия в сверхрешетках [12]. Из спектров спин-волновых резонансов в металлических пленках и наноструктурах получены данные о спин-волновой жесткости и константах поверхностной анизотропии [13].

Разработаны несколько методов наблюдения спин-волновых резонансов [14–16]. При исследовании металлических пленок и наноструктур необходимо принимать во внимание влияние микроволновых вихревых токов и скин-эффект [17, 18]. Метод проникновения волн через тонкие металлические пленки и наноструктуры оказался весьма эффективным, начиная с исследования ферромагнитного антирезонанса (ФМАР) [19]. В работах [20, 21] этот метод был применен для изучения микроволнового гигантского магниторезистивного эффекта в обменно-связанных металлических наноструктурах. Достоинство этого метода состоит в простоте интерпретации результатов: относительное изменение коэффициента прохождения микроволн через наноструктуру равно относительному магнитосопротивлению, если измерение выполнено вдали от условий ферромагнитного резонанса (ФМР). Совместное измерение микроволнового магнито-

\* E-mail: rin@imp.uran.ru

\*\* E-mail: peroff@imp.uran.ru

сопротивления и ФМР осуществлено на волнах миллиметрового диапазона [22]. В работе [23] исследован микроволновой магниторезистивный эффект в спиновых клапанах.

Экспериментально и теоретически изучено проникновение электромагнитных волн миллиметрового диапазона через пленки пермаллоя [24]. Наблюдались ферромагнитный резонанс, принадлежащий акустической ветви спектра, антирезонанс, а также спин-волновой резонанс (СВР). Для серии пленок определена постоянная затухания Гильберта и показано, что с ростом толщины пленки постоянная затухания уменьшается. Метод расчета резонансных явлений, который дает возможность изучать влияние закрепления спинов на ФМР, ФМАР и СВР, предложен в работе [25].

Исследовано пространственное распределение амплитуд собственных волн в пластине в условиях резонансов [26,27]. Выполненные в работе [27] расчеты показали, что пространственное распределение амплитуды собственных волн в пластине из пермаллоя оказалось приблизительно одинаковым как при слабом, так и при сильном закреплении спинов на границах пленки. Разумеется, пространственное распределение амплитуд собственных волн сильно зависит от соотношения между толщиной пленки и скин-глубиной. Существует различие в пространственном распределении собственных мод в полях, соответствующих условиям ФМР, СВР и ФМАР. Особенно значительное различие существует между распределением электромагнитно-подобной и антиларморовской волн в условиях ФМР и СВР.

В данной работе теоретически и экспериментально исследуется спин-волновой резонанс в наноструктуре  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]_{100}/\text{Pd}(6 \text{ нм})$ . Эта наноструктура выбрана с учетом двух обстоятельств. Во-первых, наноструктуры близкого состава Fe/V имеют знакопеременную константу межслоевого обменного взаимодействия в зависимости от толщины спейсера V [28, 29]. Кроме того, слои Fe, прилегающие к интерфейсам, имеют уменьшенную намагниченность, возможно, из-за того, что в прилегающих к интерфейсам слоях V индуцируется магнитный момент, имеющий противоположное направление по сравнению с моментами слоев Fe [29]. Во-вторых, выбрано большое число пар слоев — 100 — и суммарная толщина слоев  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$  и V составляет около 293 нм. В наноструктуре столь большой толщины на волнах миллиметрового диапазона возможно достижение условий спин-волнового резонанса. Ферромагнитный резонанс в сверхрешетках Fe/V был изучен в работе [30], и результаты исполь-

зованы для исследования магнитной анизотропии. Кроме того, в работе [30] было установлено присутствие в сверхрешетках билинейного и биквадратичного межслоевых обменов. Электронная структура, магнитные моменты и температура Кюри сверхрешеток Fe/V были теоретически рассмотрены в работе [31]. Параметры решетки наноструктур Fe/V, насыщенной водородом для изменения межслоевого обменного взаимодействия, были тщательно исследованы методом рентгеновской дифракции [32]. Было установлено, что присутствие водорода приводит к увеличению объема решетки.

В настоящей работе детально исследовано прохождение электромагнитных волн на частотах от 26 ГГц до 38 ГГц через наноструктуру  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]_{100}/\text{Pd}(6 \text{ нм})$  и определен спектр резонансов. Выполнен анализ резонансных особенностей коэффициента прохождения волн. Проведен расчет зависимости коэффициента прохождения от магнитного поля и проведено сравнение с экспериментом. Установлено, что наблюдаемая в эксперименте сложная структура резонансных особенностей вызвана присутствием ферромагнитного и спин-волнового резонансов. Структура изложения материала в статье следующая. Сначала рассмотрен способ расчета коэффициента прохождения электромагнитных волн через металлическую пластину и его зависимости от магнитного поля. В последующем результаты расчетов будут сравниваться с измеренными зависимостями коэффициентов прохождения и отражения от магнитного поля. Затем изложены сведения о приготовлении и аттестации образца. В следующем разделе приведены результаты микроволновых исследований коэффициента прохождения. Здесь выполнено детальное исследование резонансных особенностей коэффициента прохождения. Далее проведен анализ этих результатов и выполнено сопоставление результатов расчета с экспериментом. В Заключение суммированы основные результаты.

## 2. РАСЧЕТ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОХОЖДЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ОТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В изучении спиновых волн в ферромагнитных металлах значительную роль сыграла работа [33], в которой было получено и решено дисперсионное уравнение для волн в металлической ферромагнитной пластине с учетом закрепления спинов на гра-

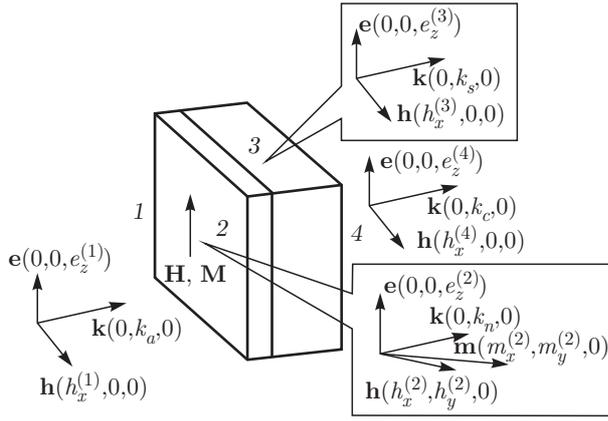


Рис. 1. Схема расположения векторов в задаче падения волны на намагниченную металлическую пластину

никах. Теория распространения спиновых волн в металлах была развита во многих работах, например [34,35], а проблема влияния закрепления спинов на границе ферромагнитной пленки рассмотрена в работах [36, 37]. Результаты исследования магнитных колебаний и волн в ферромагнитных пластинах изложены в монографии [38]. Рассмотрим прохождение электромагнитных волн через ферромагнитную металлическую пленку и отражение волн от нее, следуя работам [24, 25, 33]. Пусть плоская электромагнитная волна падает слева на систему, состоящую из тонкого, от единиц ангстрем до единиц микрон, слоя ферромагнитного металла и пластины немагнитного диэлектрика. Расположение системы координат и полей показано на рис. 1. Намагниченность  $\mathbf{M}$  и магнитное поле  $\mathbf{H}$  состоят из постоянной (не зависящей от времени) и микроволновой частот, электрическое поле  $\mathbf{E}$  содержит только микроволновую компоненту. Амплитуда микроволнового магнитного поля во много раз меньше постоянного магнитного поля. Электромагнитная волна с волновым вектором  $\mathbf{\Gamma}$  падает из области 1 (вакуум) на металлическую ферромагнитную пленку (область 2) с толщиной  $d_2$  и проводимостью  $\sigma$ . Далее волна проходит в диэлектрическую подложку (область 3) с толщиной  $d_s$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s$ . В областях 2 и 3 происходят отражения волн на границах и интерференция. Из области 3 волна переходит в область 4 (вакуум).

Используем систему уравнений, связывающих электрическое поле  $\mathbf{E}$  и магнитное поле  $\mathbf{H}$  в металле, состоящую из уравнений Максвелла и уравнения Ландау – Лифшица движения магнитного момента с учетом обменного взаимодействия и затухания в магнитной системе:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}), \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma}{c} \mathbf{E}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \mathbf{M} \times \left[ \mathbf{H} + \left( \frac{2A}{M_s^2} \right) \nabla^2 \mathbf{M} - \left( \frac{G}{\gamma M_s^2} \right) \mathbf{M} \times \left( \mathbf{H} + \left( \frac{2A}{M_s^2} \right) \nabla^2 \mathbf{M} \right) \right], \quad (2)$$

где  $\mathbf{M}$  – намагниченность,  $\sigma$  – проводимость металла,  $c$  – скорость света в вакууме,  $A$  – обменный параметр,  $M_s$  – намагниченность насыщения,  $\gamma = g|e|/2mc$  – гиромангнитное отношение,  $g$  – фактор спектроскопического расщепления,  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона,  $G$  – постоянная Гильберта, характеризующая затухание в магнитной системе,  $t$  – время.

Решение системы уравнений (1) и (2) для определения дисперсии волн было найдено в работе [33]. Проведя линеаризацию уравнений (1) и (2), можно получить дисперсионное уравнение вида

$$K^6 - C_1 K^4 + C_2 K^2 - C_3 = 0, \quad (3)$$

из которого находятся волновые числа для собственных волн в металле. Существует три решения уравнения (3):  $K_1, K_2, K_3$ . Этим решениям соответствуют волновые числа  $k_n, n = 1, 2, 3; k_n = K_n/\epsilon\delta$ . Будем использовать следующие значения цифрового индекса  $n$  для волновых чисел  $k_n$  и  $K_n$ : «1» – антиларморовская спиновая волна (ALS); «2» – ларморовская спиновая волна (LS); «3» – электромагнитно-подобная спиновая волна (ELS).

Коэффициенты  $C_i$  в уравнении (3) выражаются формулами

$$C_1 = 1 + 2\eta + 2i \left( \epsilon^2 + \frac{\alpha\Omega}{1 + \alpha^2} \right),$$

$$C_2 = (1 + \eta) (4i\epsilon^2 + \eta) - \frac{\Omega}{1 + \alpha^2} [\Omega + \alpha (4\epsilon^2 - i(1 + 2\eta))],$$

$$C_3 = 2i\epsilon^2 \left[ (1 + \eta)^2 - \frac{\Omega}{1 + \alpha^2} (\Omega - 2i\alpha(1 + \eta)) \right].$$

Здесь  $\eta = H/4\pi M_s$  – нормированная напряженность внешнего постоянного магнитного поля,  $\Omega = \omega/4\pi M_s \gamma$  – нормированная круговая частота,  $\alpha = G/M_s \gamma$  – нормированный безразмерный параметр затухания,  $\epsilon = (1/M_s \delta) \sqrt{A/2\pi}$  – нормированный обменный параметр,  $K_n = k_n \epsilon \delta$  – нормированное волновое число  $n$ -й моды,  $\delta = c/\sqrt{2\pi\omega\sigma}$  – глубина скин-слоя,  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота, соответствующая частоте  $f$ .

Для нахождения амплитуд волн систему (1), (2) нужно дополнить граничными условиями для полей и спинов. Запишем граничные условия на границе между областями 1 и 2 при  $y = 0$ :

$$\begin{aligned} h_x^{(1)} &= h_x^{(2)}, \quad e_z^{(1)} = e_z^{(2)}, \\ \frac{\partial m_x}{\partial y} &= 0, \quad A \frac{\partial m_y}{\partial y} + K_s^{(0)} m_y = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

На границе металлической пленки и диэлектрической подложки (области 2 и 3) при  $y = d_2$  граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} h_x^{(2)} &= h_x^{(3)}, \quad e_z^{(2)} = e_z^{(3)}, \\ \frac{\partial m_x}{\partial y} &= 0, \quad A \frac{\partial m_y}{\partial y} - K_s^{(d_2)} m_y = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

а между подложкой и вакуумом (области 3 и 4) при  $y = d_2 + d_s$  имеем

$$h_x^{(3)} = h_x^{(4)}, \quad e_z^{(3)} = e_z^{(4)}. \quad (6)$$

В выражениях (4)–(6)  $h_i$ ,  $e_i$ ,  $m_i$  — компоненты напряженности электрического и магнитного микроволнового поля и намагниченности,  $K_s^{(0)}$  и  $K_s^{(d_2)}$  — константы закрепления (пиннинга) спинов на границах пленки; они, в принципе, могут иметь различные значения. Ход решения системы (1), (2) с граничными условиями (4)–(6) подробно изложен в работах [25, 27]. Результатом расчета являются амплитуды собственных волн  $A_n$  и  $B_n$ , распространяющихся в прямом и обратном направлениях. Будем полагать, что все компоненты переменных электромагнитных полей пропорциональны множителям  $\exp(i\omega t - k_n y)$ . Для расчета компонент векторов переменного магнитного поля  $\mathbf{h}_n$  и намагниченности  $\mathbf{m}_n$ , соответствующих  $n$ -й моде спиновых волн, распространяющихся в пластине, используем следующие выражения [25, 27]:

$$h_{x_n}(t, y) = \operatorname{Re} \{ F(k_n, y) (\exp i\omega t) \}, \quad (7)$$

$$h_{y_n}(t, y) = \operatorname{Re} \{ -4\pi v_n(k_n) F(k_n, y) (\exp i\omega t) \}, \quad (8)$$

$$m_{x_n}(t, y) = \operatorname{Re} \{ u_n(k_n) F(k_n, y) (\exp i\omega t) \}, \quad (9)$$

$$m_{y_n}(t, y) = \operatorname{Re} \{ v_n(k_n) F(k_n, y) (\exp i\omega t) \}, \quad (10)$$

где

$$F(k_n, y) = A_n(k_n) \exp(-k_n y) + B_n(k_n) \exp(k_n y),$$

$$u_n = \frac{K_n^2 - 2i\varepsilon^2}{8\pi i\varepsilon^2},$$

$$v_n = -\frac{K_n^4 - (2\varepsilon^2 i + \eta) K_n^2 + 2i\varepsilon^2 (1 + \eta)}{8\pi i\varepsilon^2 (i\Omega - \alpha (K_n^2 - 1 - \eta))}.$$

Суммарные поля, определяемые суперпозицией вкладов всех трех мод спиновых волн, распространяющихся в пластине, могут быть найдены по формулам

$$h_{x\Sigma}(t, y) = \sum_{n=1}^3 h_{x_n}, \quad h_{y\Sigma}(t, y) = \sum_{n=1}^3 h_{y_n}, \quad (11)$$

$$m_{x\Sigma}(t, y) = \sum_{n=1}^3 m_{x_n}, \quad m_{y\Sigma}(t, y) = \sum_{n=1}^3 m_{y_n}. \quad (12)$$

Выражения (11), (12) описывают структуру высокочастотных магнитных полей и намагниченности в области 2, занятой ферромагнитной металлической пластиной. Суммирование проводится с учетом фаз собственных волн. Структура волн в частичных областях 1 (до пластины) и 4 (после прохождения подложки и пластины) для компоненты  $h_x$  может быть записана, соответственно, как

$$h_x^{(1)} = e^{-ik_a y} + R e^{ik_a y}, \quad h_x^{(4)} = D e^{ik_c (y - d_2 - d_s)}. \quad (13)$$

В области 1 существуют падающая волна с единичной амплитудой и отраженная волна с амплитудой  $R$ . В области 4 существует только прошедшая волна с амплитудой  $D$ . Выражения (13) определяют комплексные коэффициенты прохождения  $D$  и отражения  $R$ . Схема нахождения этих коэффициентов подробно описана в работах [25, 27]. Сначала находится решение дисперсионного уравнения (3) и определяются волновые числа всех мод в пластине, затем с учетом граничных условий (4)–(6) решается задача нахождения амплитудных коэффициентов  $A_n$ ,  $B_n$  всех волн. Эта процедура включает в себя решение системы, состоящей из десяти линейных уравнений с десятью неизвестными, в том числе амплитудными коэффициентами мод и коэффициентами прохождения  $D$  и отражения  $R$ . Данная процедура описана в работе [39]. Результатом расчетов в данной статье будут коэффициенты прохождения и отражения и их зависимости от магнитного поля. Эти полевые зависимости можно будет сравнить с результатами экспериментов.

### 3. ПРИГОТОВЛЕНИЕ И АТТЕСТАЦИЯ ОБРАЗЦА

Сверхрешетка  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]100/\text{Pd}(6 \text{ нм})$  была получена методом магнетронного распыления в высоковакуумной установке, снабженной анализатором дифракции электронов и анализатором остаточных газов. Напыление осуществ-

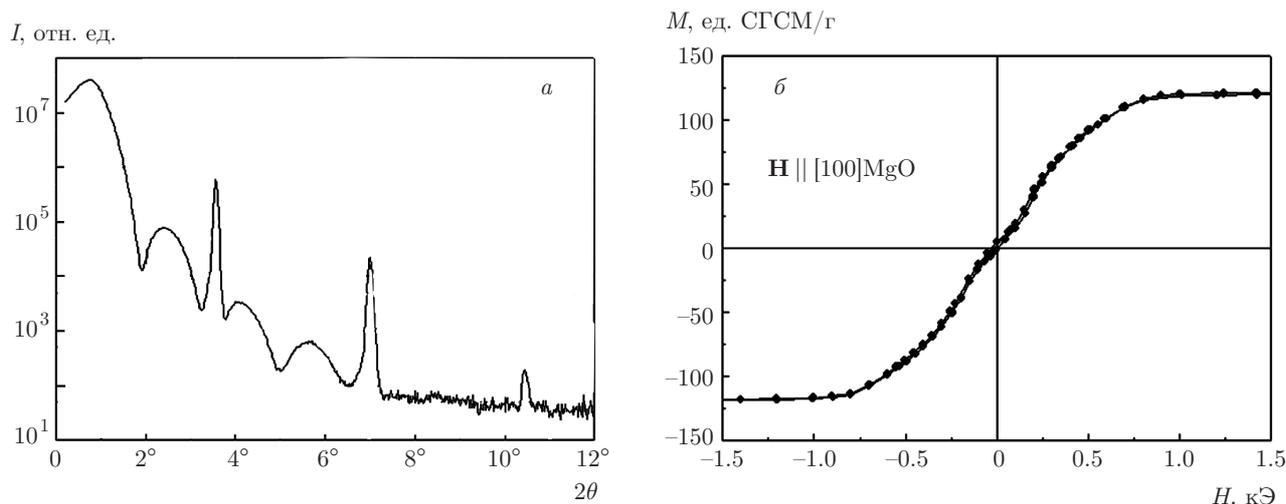


Рис. 2. а) Спектр малоугловой рентгеновской дифракции для сверхрешетки  $[(100)\text{MgO}/\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]100/\text{Pd}(6 \text{ нм})$ ; б) кривая намагничивания сверхрешетки

лено на подложку из полированного монокристаллического оксида магния  $\text{MgO}(001)$ . Перед напылением подложка была промыта в ультразвуковой ванне с изопропанолом и этанолом, а после загрузки в высоковакуумную установку подвергнута отжигу при  $T = 700^\circ\text{C}$  в течение 10 мин. Напыление осуществлялось в атмосфере чистого аргона при давлении  $5 \cdot 10^{-3}$  Торр со скоростью около 3 нм/мин. Температура подложки поддерживалась равной  $330^\circ\text{C}$ . Верхний слой ванадия был покрыт слоем палладия толщиной 6 нм, чтобы предотвратить окисление. Толщина слоев была выбрана таким образом, чтобы слои  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$  соответствовали четырем, а слой ванадия — семи монослоям. Образец сверхрешетки выращен в Университете Упсалы, Швеция. Исследование образца сверхрешетки методом малоуглового рентгеновского рассеяния было выполнено на дифрактометре ДРОН-3М в  $K_\alpha$ -излучении  $\text{Co}$  с графитовым монохроматором на первичном пучке. На спектре на рис. 2а видны 3 брэгговских пика интенсивности  $I$  от сверхструктуры, подтверждающие строгую периодичность толщин слоев.

Структурная характеристика образца была выполнена на просвечивающем электронном микроскопе JEM-200СХ. Было установлено, что образец является псевдомонокристаллом с латеральными размерами кристаллитов от 5 нм до 20 нм и слабовыраженными границами между ними. Основная кристаллографическая ориентация (100), но иногда встречается ориентация (320). В некоторых областях проявляются вытянутые образования в виде «паркетной структуры».

Измерения магнитных свойств были выполнены на СКВИД-магнитометре MPMS-5XL. Были измерены кривые намагничивания для направления магнитного поля вдоль оси [100] подложки, см. рис. 2б. Зафиксировано существенное уменьшение величины намагниченности насыщения слоев  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$  ( $M_s \approx 120$  ед. СГСМ/г) по сравнению с величиной  $M_s$  для объемного материала ( $M_s \approx 230$  ед. СГСМ/г). Это уменьшение объясняется наличием в интерфейсах слоев Fe в окружении атомов V с индуцированной намагниченностью и качественно согласуется с литературными данными [40]. В соответствии с этими, а также опубликованными результатами [29], в сверхрешетке в отсутствие внешнего магнитного поля осуществляется параллельное упорядочение соседних слоев  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$ .

#### 4. МИКРОВОЛНОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Микроволновые измерения выполнены на частотах  $f$  от 27 ГГц до 38 ГГц с использованием измерителя амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) и коэффициента стоячей волны. Образец помещается поперек стандартного волновода размером  $7.2 \times 3.6 \text{ мм}^2$  таким образом, чтобы перекрыть поперечное сечение полностью. Щели между образцом и стенками волновода заполняются токопроводящим клеем, чтобы предотвратить паразитное просачивание поля. Методика измерений описана в ра-

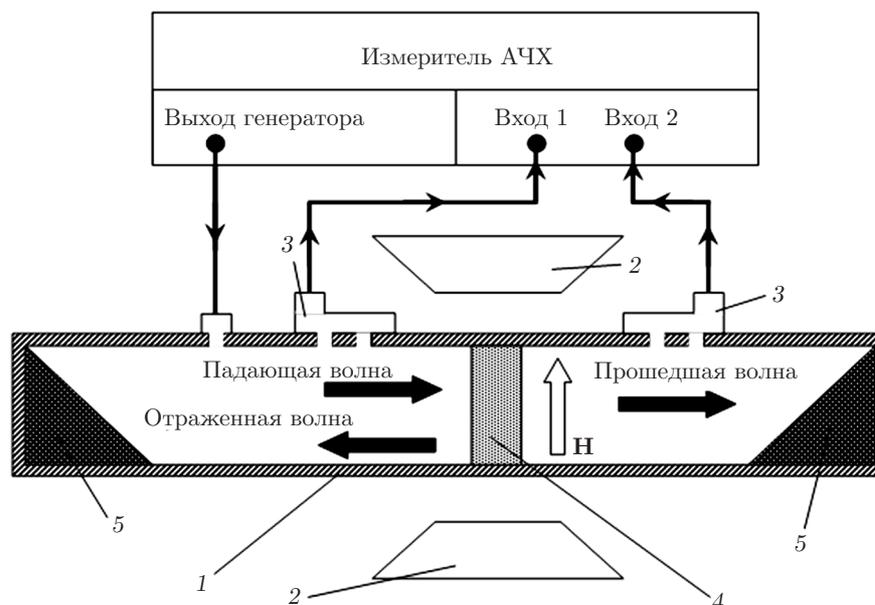


Рис. 3. Схема микроволновых измерений: 1 — волновод, 2 — электромагнит, 3 — направленный ответвитель, 4 — образец, 5 — поглотитель

боте [41]. Схема микроволновых измерений показана на рис. 3.

Сигнал с выхода генератора измерителя АЧХ подается на коаксиально-волноводный переход, который возбуждает волну  $TE_{10}$  в волноводе 1. Волна падает на образец сверхрешетки 4, частично отражается от него, частично проходит насквозь. Прошедшая и отраженная волны через направленные ответвители 3 попадают на входы измерителя АЧХ. Прошедшая волна частично попадает на поглотитель 5, чтобы предотвратить нежелательное отражение. Магнитное поле  $H \leq 12$  кЭ создается электромагнитом 2. Магнитное поле лежит в плоскости образца, причем могут реализоваться две ориентации постоянного поля  $H$ :  $H \parallel h$  и  $H \perp h$ ,  $h$  — вектор микроволнового магнитного поля. Измеряются модуль коэффициента прохождения  $D$  и отражения  $R$  и их изменения в магнитном поле. Относительные изменения модулей коэффициентов прохождения  $d_m$  и отражения  $r_m$  в зависимости от величины постоянного магнитного поля определяются как

$$d_m = \frac{|D(H)| - |D(0)|}{|D(0)|}, \quad r_m = \frac{|R(H)| - |R(0)|}{|R(0)|}.$$

Мы интересуемся изменениями коэффициентов прохождения и отражения, которые имеют резонансный характер. Помимо них, в принципе, возможны также монотонные изменения, связанные с микроволновым гигантским магниторезистивным

эффектом [20, 21]. Для образца сверхрешетки  $(Fe_{0.82}Ni_{0.18})/V$ , исследуемого в данной работе, этот эффект мал, так как реализуется параллельное упорядочение соседних слоев  $Fe_{0.82}Ni_{0.18}$  в отсутствие внешнего магнитного поля. Поэтому нет оснований ожидать заметного микроволнового магниторезистивного эффекта в нашем случае. Зависимости от магнитного поля коэффициентов прохождения и отражения для ориентации  $H \perp h$ , измеренные на нескольких частотах, показаны на рис. 4. На частотах от 27 ГГц до 35 ГГц полевые зависимости коэффициентов  $D$  и  $R$  имеют вид, типичный для сверхрешеток [22]. В области ферромагнитного резонанса (ФМР) наблюдается резкое уменьшение коэффициента прохождения, вызванное поглощением электромагнитной волны, см. рис. 4а,б. В полевой зависимости коэффициента отражения регистрируется очень слабый минимум, подобный наблюдаемому ранее для сверхрешеток Fe/Cr [42]. При увеличении частоты в области  $f = 36-37$  ГГц наблюдаются существенные изменения резонансных явлений. На частоте  $f = 36$  ГГц видна сложная картина резонансных явлений. Так, при небольшом увеличении частоты на рис. 4в вместо одной резонансной линии ясно виден дублет из двух близко расположенных линий. Сложная структура резонансов, вероятно, связана с реализацией условий спин-волновых резонансов, что будет обсуждаться ниже. Дальнейшее увеличение

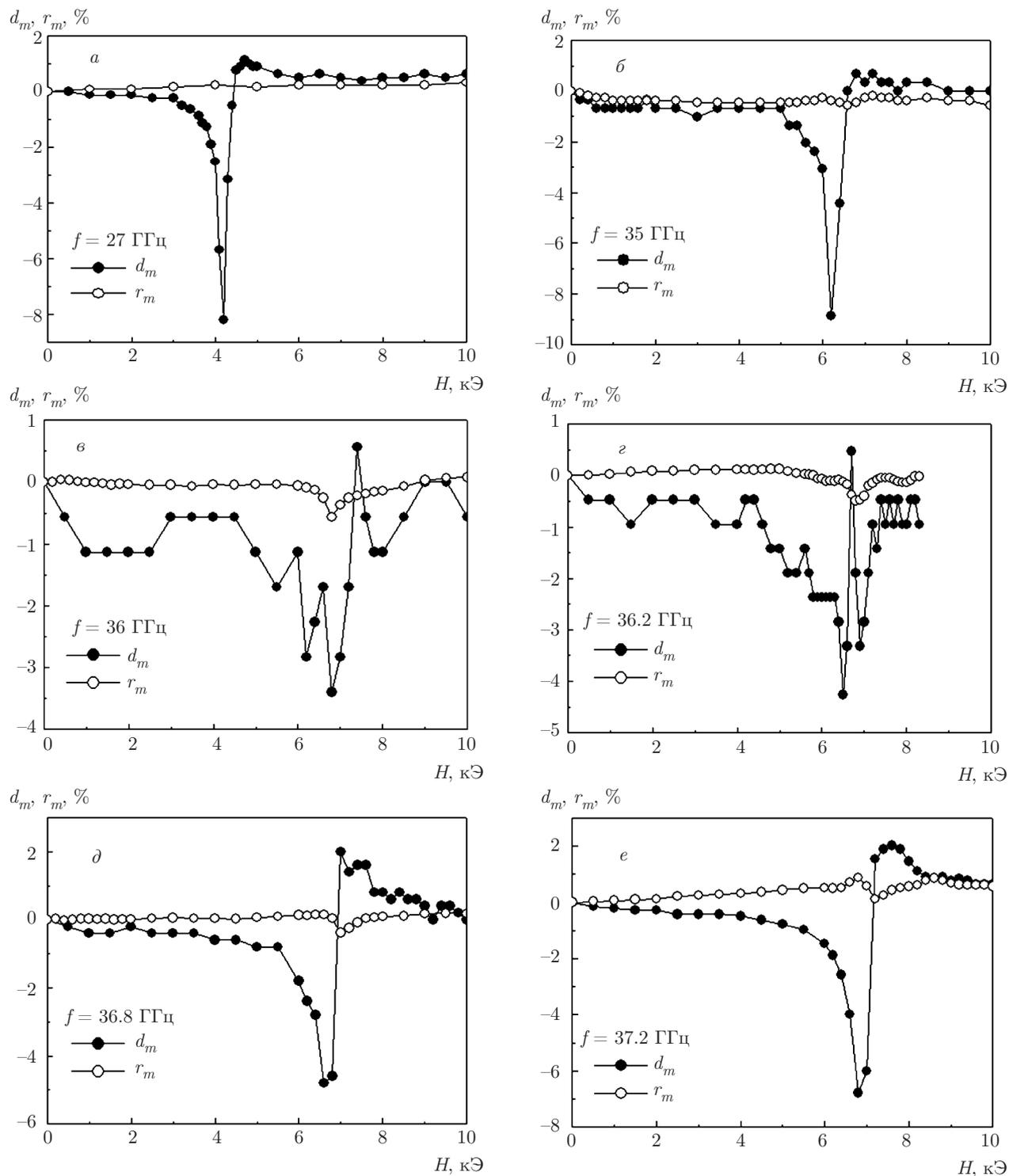


Рис. 4. Зависимости коэффициентов прохождения и отражения от магнитного поля, измеренные на разных частотах: а –  $f = 27$  ГГц, б –  $f = 35$  ГГц, в –  $f = 36$  ГГц, г –  $f = 36.2$  ГГц, д –  $f = 36.8$  ГГц, е –  $f = 37.2$  ГГц. Микроволновое магнитное поле перпендикулярно к постоянному магнитному полю,  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$

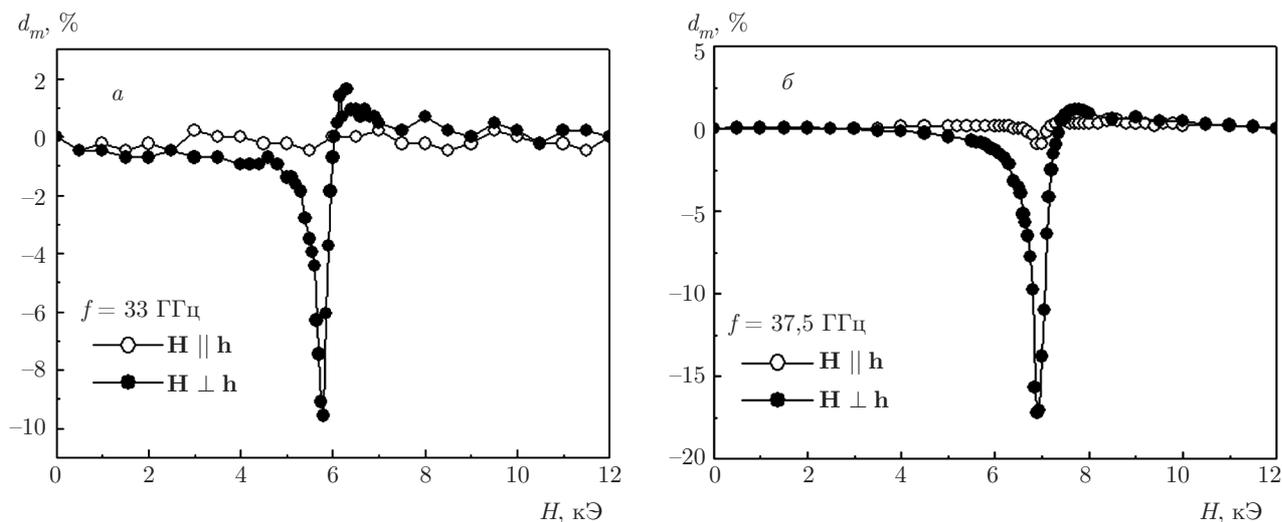


Рис. 5. Сопоставление зависимости коэффициента прохождения от магнитного поля для двух ориентаций постоянного магнитного поля:  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$  и  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$ . Частоты  $f = 33$  ГГц (а) и  $f = 37.5$  ГГц (б)

частоты до 36.8 ГГц приводит к тому, что остается одна резонансная линия, но ее форма значительно изменилась по сравнению с формой линии на более низких частотах  $f = 27-35$  ГГц. На частоте  $f = 36.8$  ГГц на высокополевом крыле резонансной линии величина  $d_m$  меняет знак. Эта форма линии сохраняется и при дальнейшем увеличении частоты до 37.2 ГГц (рис. 4е). Асимметричную форму линии ФМР связывают с проводимостью исследуемой среды [17], по аналогии с известной формой линии Дайсона [43]. Отметим также, что на тех же частотах от 36.2 ГГц до 37.2 ГГц зарегистрировано значительное увеличение резонансных изменений в коэффициенте отражения.

Для квалификации причин, вызвавших существенные изменения характера резонансных явлений, важно провести измерения при двух ориентациях внешнего магнитного поля относительно микроволнового. В исследованиях, выполненных ранее на сверхрешетках Fe/Cr, было установлено, что ферромагнитный резонанс в прохождении наблюдается при ориентации полей  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$ , а при ориентации  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$  сколько-нибудь заметные изменения коэффициента прохождения в области ФМР отсутствуют [22]. Результаты измерений для сверхрешетки  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]_{100}/\text{Pd}(6 \text{ нм})$  показаны на рис. 5. Для сравнения выбраны частоты 33 ГГц и 37.5 ГГц, на которых в прохождении волн при  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$  наблюдаются резонансные минимумы с формой линии, типичной для сверхрешеток. Форма резонансной линии в коэффициенте прохожде-

ния при  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$  на этих частотах подобна, но амплитуда резонанса больше на более высокой частоте 37.5 ГГц. В другой конфигурации полей при  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$  на частоте 33 ГГц резонансная особенность не видна, но на частоте 37.5 ГГц она наблюдается вполне отчетливо, см. рис. 5б. Присутствие резонансной особенности при  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$  отличается от наблюдавшегося для металлических сверхрешеток Fe/Cr ранее [22], где эта особенность отсутствует. Можно обсудить две возможности, которые могут привести к возникновению этой резонансной особенности. Первая — это выход вектора намагниченности из плоскости образца, вторая — отличие тензора динамической магнитной проницаемости от полдеровской формы [38]. Первая возможность не представляется вероятной, поскольку внешнее постоянное магнитное поле, которое приводит к магнитному насыщению образца, лежит в плоскости сверхрешетки и нет оснований для выхода вектора намагниченности из плоскости образца. Вторая возможность представляется более вероятной с учетом существования спин-волновых резонансов в близком интервале частот  $f = 36-37$  ГГц.

Измерения резонансов на разных частотах дают возможность восстановить спектр резонанса. Он показан на рис. 6а. На зависимости, полученной при  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$ , на графике есть разрыв около частоты 36 ГГц, связанный с наложением ферромагнитного и спин-волнового резонансов, когда затруднительно точно определить положение ФМР. Резонансная особенность при  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$  наблюдается только в облас-

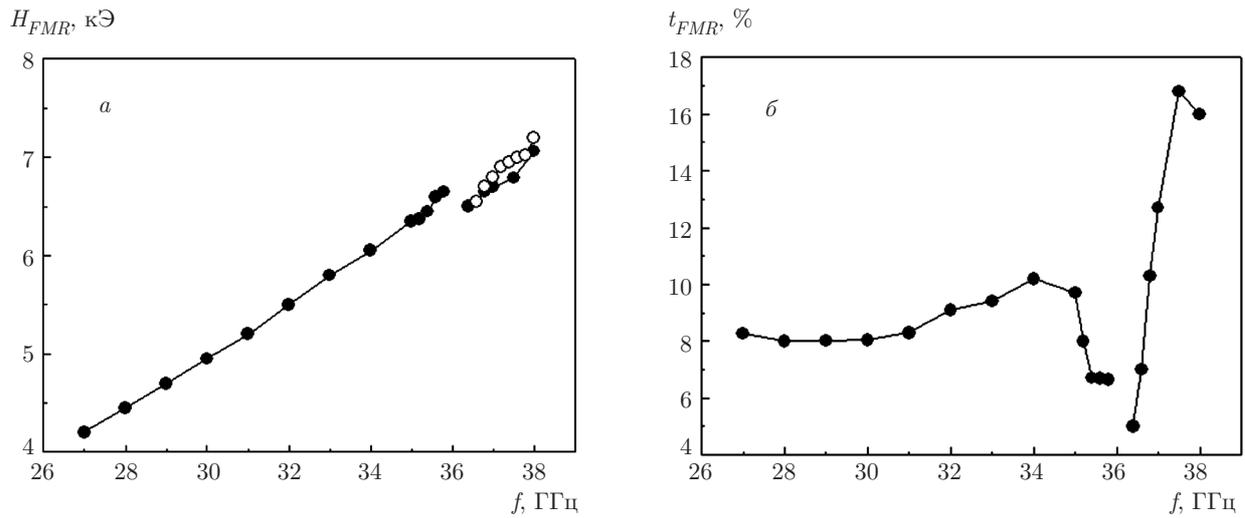


Рис. 6. а) Спектр ферромагнитного резонанса для сверхрешетки  $[(100)\text{MgO}/\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}$ :  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$  темные символы),  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$  (светлые символы); б) частотная зависимость величины резонансной особенности при ФМР при  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$

ти частот 36.3–38 ГГц. На рис. 6б показана зависимость амплитуды  $t_{FMR}$  резонансной особенности коэффициента прохождения при  $\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$ . В отличие от типичного увеличения амплитуды резонанса с увеличением частоты [22] здесь наблюдается сложная немонотонная зависимость. В области частот около 36 ГГц, где наблюдается СВР, амплитуда ФМР уменьшается, но она значительно возрастает при увеличении частоты свыше 36.5–37 ГГц.

### 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Задачей этого раздела является решение дисперсионного уравнения для волн в ферромагнитной металлической пластине, установление условий реализации СВР, численный расчет полевых зависимостей коэффициентов прохождения и отражения и сопоставление расчетных и измеренных зависимостей. Расчет будет выполнен в соответствии с положениями, приведенными в разд. 1 в приближении эффективной среды. В этом приближении многослойная наноструктура заменяется однородной пластиной с эффективной проводимостью.

Расчеты коэффициентов прохождения и отражения выполнены для материальных параметров, по возможности близких к параметрам наноструктуры  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]100/\text{Pd}(6 \text{ нм})$ . Эффективная проводимость для исследуемой наноструктуры была определена по методу, изложенному в работе [41], и составила  $\sigma = 2 \cdot 10^7 \text{ См/м}$ .

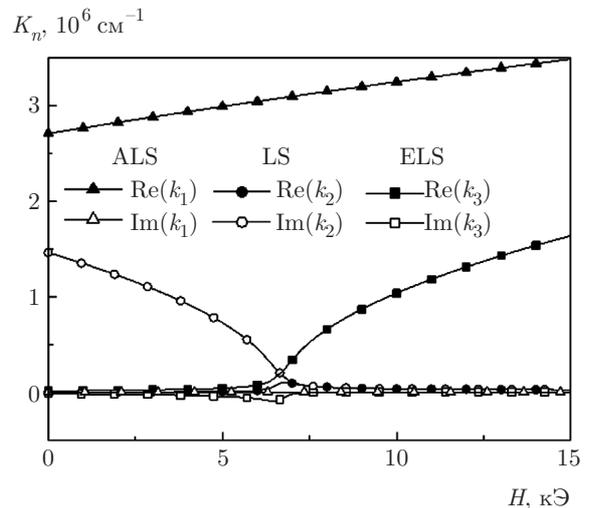


Рис. 7. Дисперсионные характеристики спиновых волн в ферромагнитной пластине толщиной 290 нм на частоте  $f = 36 \text{ ГГц}$

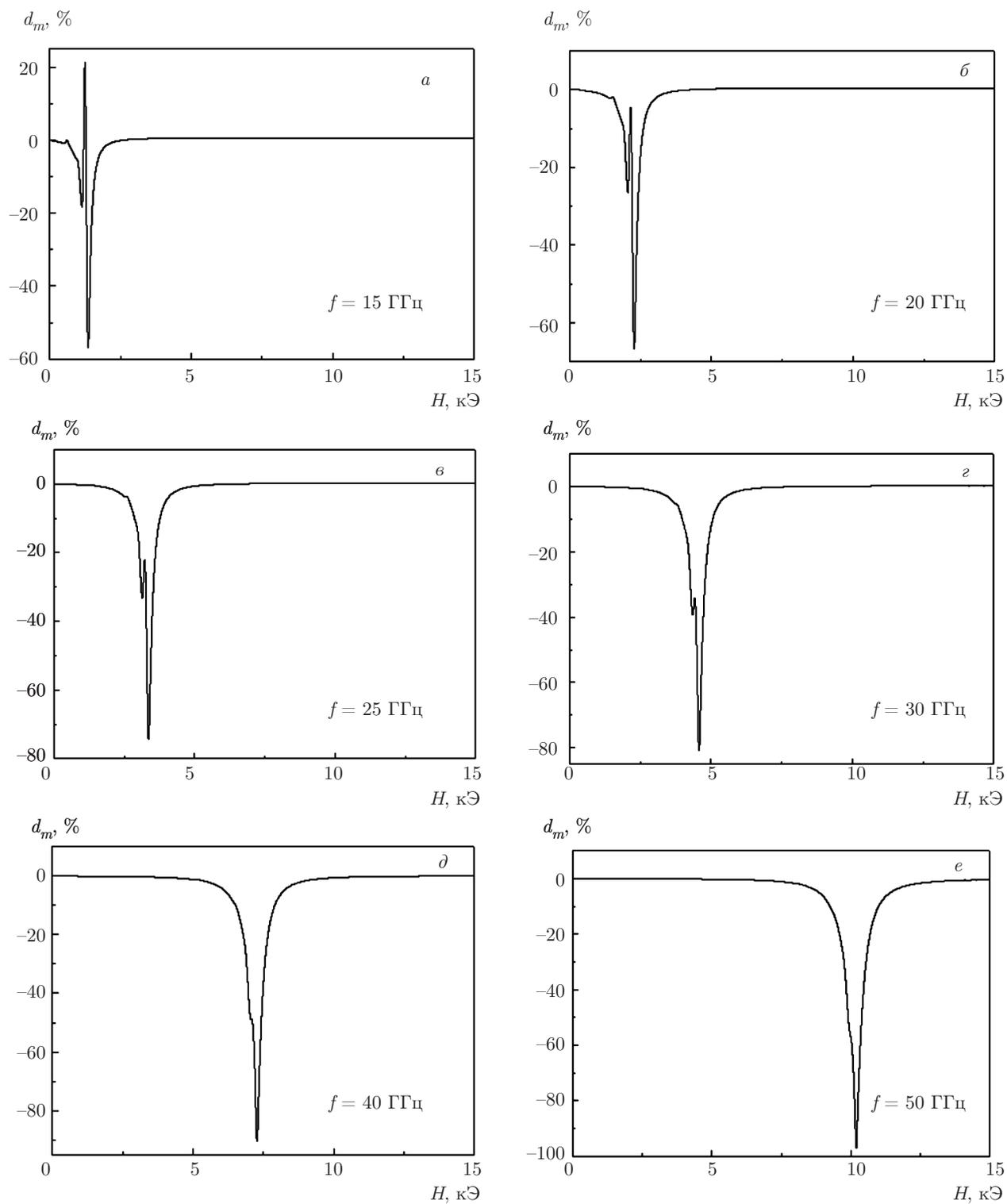
Намагниченность слоев  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$  принята равной  $M_s = 1285 \text{ Гс}$  с учетом совпадения рассчитанного и экспериментального поля ФМР, а также магнитных измерений, постоянная  $\alpha = 0.0085$  определена из ширины линии ФМР, обменная постоянная  $A = 5 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/см}$  имеет типичное значение для сплавов Fe–Ni [38]. Толщина металла наноструктуры (толщина пластины) выбрана равной  $d = 290 \text{ нм}$ , что близко к толщине исследуемой наноструктуры. Параметры диэлектрической подлож-

ки: толщина  $d_s = 0.5$  мм, диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_s = 8.5$ . Меньше всего определенности есть в выборе постоянных закрепления спинов на границе пластины. Нами они выбраны равными на разных сторонах пластины  $K_s^{(0)} = K_s^{(d)} = 0.3$  эрг/см<sup>2</sup>, а численное значение выбрано по результатам серии расчетов из условия наилучшего совпадения результатов расчета и эксперимента. Результат решения дисперсионного уравнения (3) на частоте  $f = 36$  ГГц показан на рис. 7. Характер решения типичен для мод ферромагнитной металлической пластины [33, 34]. Результатом расчета являются комплексные волновые числа мод, рассматриваемые как функции частоты волны и напряженности внешнего магнитного поля. Эти данные будут использованы для расчетов полевых зависимостей модулей коэффициентов прохождения и отражения.

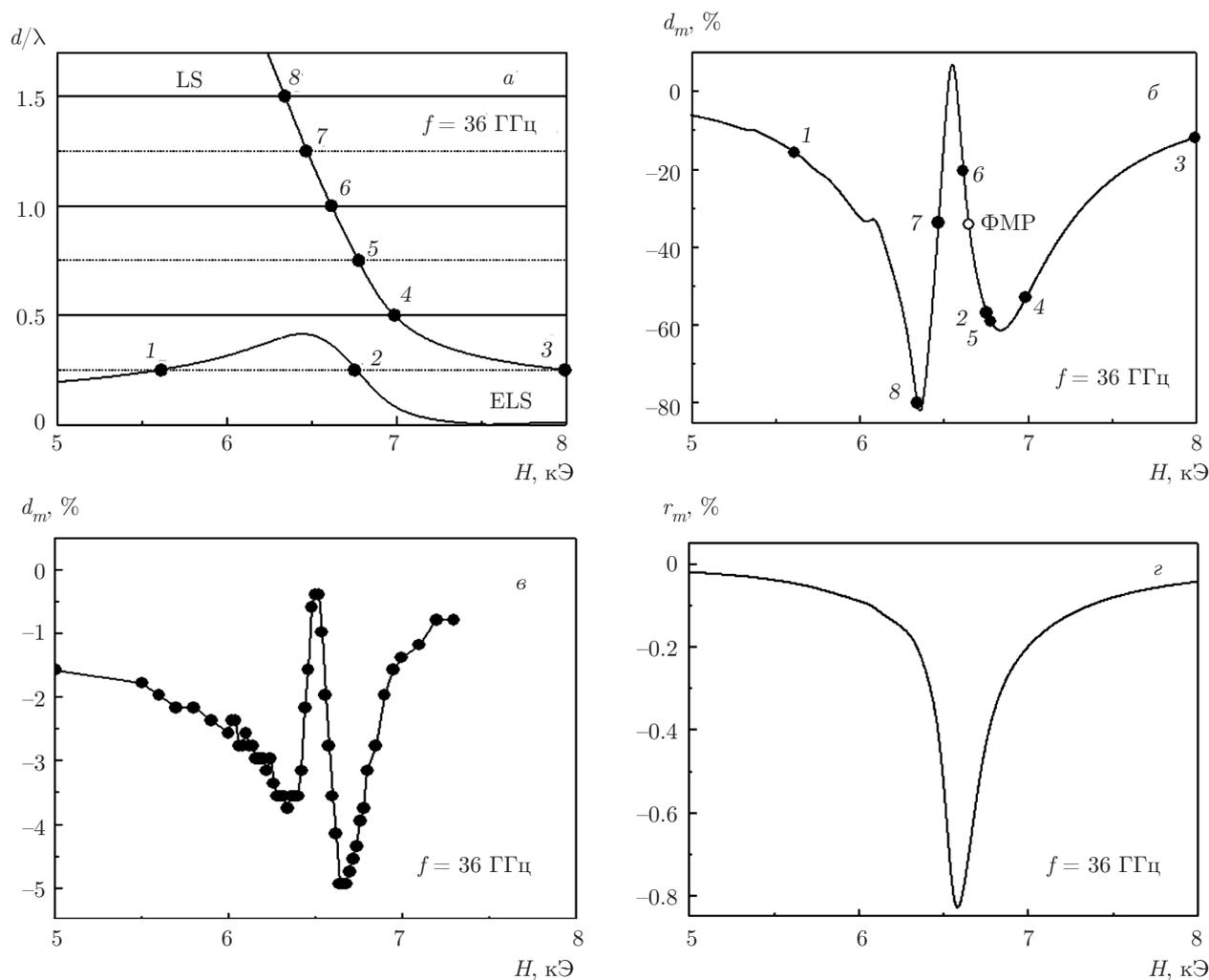
Результаты расчетов модуля коэффициента прохождения показаны на рис. 8. На всех рассмотренных частотах присутствует серия резонансных изменений коэффициента прохождения, причем с увеличением частоты особенности смещаются в область более сильных полей. Минимум коэффициента прохождения, наиболее сильный и расположенный на каждом графике справа, вызван поглощением микроволн в условиях однородной моды ФМР. Особенности, находящиеся слева от пика ФМР, вызваны СВР. Они имеют интерференционную природу, т. е. вызваны интерференцией волн на толщине пластины, это будет более подробно рассмотрено ниже. Из интерференционной природы следует, что изменения могут, в зависимости от фазовых соотношений, давать особенности как отрицательного, так и положительного знака, что и осуществляется в результатах для частоты  $f = 15$  ГГц, где есть особенность положительного знака, и на более высоких частотах, где знак изменений отрицательный. Принадлежность особенностей к СВР следует, в частности, из того факта, что они пропадают в расчете при значительном уменьшении констант закрепления спинов  $K_s$ . Некоторые результаты расчета имеют сходство с результатами эксперимента. Ширина линии ФМР и поле ФМР рассчитанных зависимостей во всем частотном диапазоне близки к измеренным. Основное различие расчета и эксперимента заключается в том, что в расчете особенности, вызванные СВР, присутствуют в широком частотном интервале, а в эксперименте они зафиксированы только вблизи частоты  $f = 36$  ГГц. Рассмотрим результаты расчета и эксперимента на этой частоте более подробно.

На рис. 9а показано решение дисперсионного уравнения на частоте 36 ГГц. Результаты по оси ординат представлены как отношение толщины пластины к длине волны в зависимости от внешнего магнитного поля. Такая форма представления результатов позволяет определить, какие четвертьволновые  $\lambda/4$ , полуволновые  $\lambda/2$  и иные спин-волновые резонансы могут реализоваться и для каких мод. Представленные на рис. 9а результаты показывают, что в рассматриваемых условиях осуществляются четвертьволновые резонансы для действительной части волнового числа электромагнитноподобной моды ELS в полях 5.76 кЭ и 6.64 кЭ. Кроме того, по мере изменения магнитного поля осуществляется совпадение мнимой части волнового числа ларморовской моды LS с условиями нескольких резонансов от  $3\lambda/2$  до  $\lambda/4$  в полях от 5.83 кЭ до 7.95 кЭ. Из этих расчетов следует, что в ограниченной области полей на частоте 36 ГГц осуществляются условия для целой серии спин-волновых резонансов. Проведем сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей модуля коэффициента прохождения, см. рис. 9б и 9в. Можно отметить безусловное подобие формы расчетной и экспериментальной зависимостей. Однако амплитуда резонансных особенностей на расчетной кривой в несколько раз больше. Этот факт не является удивительным, так как в расчетной модели намагниченность  $M_s$  относится ко всей толщине пластины и в резонансе участвует вся пластина, а в наноструктуре в реальности в резонансе участвуют только слои Fe<sub>0.82</sub>Ni<sub>0.18</sub>. Расчет поля ФМР по формуле Киттеля дает для частоты 36 ГГц значение  $H_{FMR} = 6.648$  кЭ. На рис. 9б видно, что в области поля ФМР присутствует «дублет» — два минимума коэффициента прохождения. Этот дублет можно трактовать как осуществление резонанса Фано [44, 45], в котором происходит взаимное влияние узкого резонанса ФМР, при котором происходит поглощение микроволн и серии резонансов СВР, которые занимают более широкую область полей, и которые имеют интерференционную природу. Как видно на рис. 9в, дублет линий реализовался в эксперименте. Полевая зависимость модуля коэффициента отражения показана на рис. 9г, и поле минимума на этой зависимости весьма близко к рассчитанному полю ФМР, так что изменения коэффициента отражения вызваны ФМР и резонансов СВР на этой зависимости не видно ни в расчете, ни в эксперименте.

Проанализируем возможность применения модели однородной пластины для изучения резонансных электромагнитных свойств многослойной на-



**Рис. 8.** Рассчитанные зависимости модуля коэффициента прохождения микроволн через ферромагнитную металлическую пластину толщиной 290 нм на различных частотах: *a* —  $f = 15$  ГГц, *б* —  $f = 20$  ГГц, *в* —  $f = 25$  ГГц, *г* —  $f = 30$  ГГц, *д* —  $f = 40$  ГГц, *е* —  $f = 50$  ГГц



**Рис. 9.** Осуществление четверть- и полуволновых резонансов при  $f = 36$  ГГц для пластины толщиной 290 нм (а); рассчитанные (б) и экспериментальные (в) зависимости коэффициента прохождения от магнитного поля; рассчитанная зависимость коэффициента отражения от магнитного поля (г)

ноструктуры. Соображения относительно соотношения амплитуд резонансов уже были высказаны выше. В пользу допустимости модели однородной пластины говорит соотношение толщины отдельных слоев наноструктуры и классической скин-глубины  $\delta$ : толщина каждого отдельного слоя во много раз меньше  $\delta$ . Однако в модели однородной пластины невозможно учесть закрепление спинов на границах слоев, которое, безусловно, присутствует в наноструктуре. Это закрепление, в отличие от закрепления спинов на границах пластины, препятствует распространению спиновых волн и снижает амплитуду спин-волновых резонансов. Действительно, в эксперименте амплитуда спин-волновых резонансов значительно меньше, чем в расчете, и на боль-

шей части рассматриваемого частотного интервала их влияние на коэффициент прохождения не заметно. Только в случае, когда резонансы СВР находятся вблизи линии ФМР и реализуются условия резонанса Фано, энергия однородных колебаний намагниченности в условиях ФМР «подпитывает» неоднородные колебания. Конечно, эта интерпретация осуществления дублета линий может рассматриваться только как предположение. В пользу этого предположения говорит anomalous частотная зависимость амплитуды резонансной особенности, вызванной ФМР, показанная на рис. 6б. Уменьшение амплитуды резонанса вблизи частоты 36 ГГц может быть связано с трансформацией энергии колебаний в другие моды, что и привело к образова-

нию дублета. Возможность перераспределения энергии между модами колебаний в условиях резонанса Фано вполне возможна [45]. Помимо этого, в модели не учитывается существование брэгговских щелей в спектре спиновых волн [12], которые существуют в периодических структурах.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены резонансные явления при прохождении электромагнитных волн миллиметрового диапазона через наноструктуру  $[\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}(1.03 \text{ нм})/\text{V}(1.9 \text{ нм})]100/\text{Pd}(6 \text{ нм})$ . Измерения выполнены в интервале частот от 27 ГГц до 38 ГГц в магнитных полях до 12 кЭ. Установлено, что в условиях ферромагнитного резонанса осцилляции намагниченности, принадлежащие однородной моде спектра, приводят, как правило, к минимуму на зависимости коэффициента прохождения от магнитного поля. Исключение составляет узкий интервал частот около 36 ГГц, где наблюдается сложная структура резонансных явлений, вызванных как ФМР, так и СВР.

Развит метод расчета коэффициента прохождения волн через металлическую ферромагнитную пластину, в котором многослойная наноструктура заменяется на однородную пластину такой же толщины с эффективными проводимостью, намагниченностью и параметром затухания в уравнении Ландау – Лифшица. В расчете учитывается наличие в пластине трех типов мод спиновых волн, и решением дисперсионного уравнения находятся их волновые числа. Показано, что этот метод позволяет правильно воспроизвести форму полевой зависимости коэффициента прохождения. Однако величина резонансных эффектов в расчете превышает наблюдаемую в эксперименте из-за того, что у наноструктуры участвуют в резонансах только ферромагнитно упорядоченные слои  $\text{Fe}_{0.82}\text{Ni}_{0.18}$ , составляющие только часть поперечного сечения наноструктуры. Кроме того, в этой модели не учтено закрепление спинов на каждой границе слоев внутри наноструктуры, что приводит к уменьшению резонансных особенностей.

Получены экспериментальные свидетельства того, что в области частот около 36 ГГц, где реализуется сложная картина резонансных явлений, структура тензора динамической восприимчивости отличается от полдеровского вида. Это выражается в существовании резонансных особенностей в условиях, когда векторы постоянного и микроволнового магнитных полей параллельны.

**Благодарности.** Авторы благодарны проф. Б. Хьёрварссону из Университета Упсала, Швеция за предоставление образца наноструктуры.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01002). Результаты разд. 3 получены в соответствии с темами «Спин» (№ АААА-А18-118020290104-2) и «Функция» (№ АААА-А19-119012990095-0).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. V. Chumak, V. I. Vasyuchka, A. A. Serga, and B. Hillebrands, *Nat. Phys.* **11**, 453 (2015).
2. B. Divinskiy, V. E. Demidov, S. O. Demokritov, A. B. Rinkevich, and S. Urazhdin, *Appl. Phys. Lett.* **109**, 252401 (2016).
3. С. А. Никитов, Д. В. Калябин, И. В. Лисенков, А. Н. Славин, Ю. Н. Барабаненков, С. А. Осокин, А. В. Садовников, Е. Н. Бегинин, М. А. Морозова, Ю. П. Шараевский, Ю. А. Филимонов, Ю. В. Хивинцев, С. Л. Высоцкий, В. К. Сахаров, Е. С. Павлов, *УФН* **185**, 1099 (2015).
4. B. A. Kalinikos and A. N. Slavin, *J. Phys. C.* **19**, 7013 (1986).
5. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, *ЖЭТФ* **75**, 1438 (1978).
6. А. Б. Дровосеков, О. В. Жотикова, Н. М. Крейнес, В. Ф. Мещеряков, М. А. Миляев, Л. Н. Ромашев, В. В. Устинов, Д. И. Холин, *ЖЭТФ* **116**, 1817 (1999).
7. K. Lenz, H. Wende, W. Kuch, K. Baberschke, K. Nagy, and A. Jánossy, *Phys. Rev. B* **73**, 144424 (2006).
8. A. Hamadeh, O. d'Allivy Kelly, C. Hahn, H. Meley, R. Bernard, A. H. Molpeceres, V. V. Naletov, M. Viret, A. Anane, V. Cros, S. O. Demokritov, J. L. Prieto, M. Muñoz, G. de Loubens, and O. Klein, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 197203 (2014).
9. B. Divinsky, V. E. Demidov, S. Urazhdin, R. Freeman, A. B. Rinkevich, and S. O. Demokritov, *Adv. Mater.* **30**, 1802837 (2018).
10. С. Исхаков, Н. А. Шепета, С. В. Столяр, Л. А. Чеканова, В. Ю. Яковчук, *Письма в ЖЭТФ* **83**, 31 (2006).
11. Р. С. Исхаков, С. В. Столяр, М. В. Чижик, Л. А. Чеканова, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 325 (2011).
12. Р. С. Исхаков, С. В. Столяр, Л. А. Чеканова, М. В. Чижик, *ФТТ* **54**, 704 (2012).

13. И. Г. Важенина, Р. С. Исхаков, Л. А. Чеканова, ФТТ **60**, 287 (2018).
14. M. Kostylev, J. Appl. Phys. **113**, 053908 (2013).
15. S. S. Kalarickal, P. Krivosik, M. Wu, C. E. Patton, M. L. Schneider, P. Kabos, T. J. Silva, and J. P. Nibarger, J. Appl. Phys. **99**, 093909 (2006).
16. K. Ando, J. Ieda, K. Sasage, S. Takahashi, S. Maekawa, and E. Saitoh, Appl. Phys. Lett. **94**, 262505 (2009).
17. I. S. Maksymov and M. Kostylev, J. Appl. Phys. **116**, 173905 (2014).
18. V. Flovik, E. Wahlström, F. Macià, and A. D. Kent, arXiv/cond-mat.mes-hall:1412.1385v3 (2015).
19. Б. Гейнрих, В. Ф. Мещеряков, Письма в ЖЭТФ **9**, 618 (1969).
20. V. V. Ustinov, A. B. Rinkevich, L. N. Romashev, and V. I. Minin, J. Magn. Magn. Mater. **177–181**, 1205 (1998).
21. А. Б. Ринкевич, Л. Н. Ромашев, В. В. Устинов, ЖЭТФ **90**, 834 (2000).
22. А. В. Ринкевич, Л. Н. Ромашев, В. В. Устинов, and Е. А. Кузнецов, J. Magn. Magn. Mater. **254–255C**, 603 (2003).
23. D. E. Endean, J. N. Heyman, S. Maat, and E. Dan Dahlberg, Phys. Rev. B **84**, 212405 (2011).
24. А. Б. Ринкевич, Д. В. Перов, В. О. Васьковский, В. Н. Лепаловский, ЖТФ **79**, 96 (2009).
25. А. В. Ринкевич, Д. В. Перов, and В. О. Vaskovsky, Phys. Scr. **83**, 015705 (2011).
26. D. Fraitová, Phys. Stat. Sol. (b) **120**, 659 (1983).
27. D. V. Perov, A. B. Rinkevich, and S. O. Demokritov, Phys. Scr. **91**, 025802 (2016).
28. G. Andersson, B. Hjörvarsson, and H. Zabel, Phys. Rev. B **55**, 15905 (1997).
29. D. Laberge, C. Sutter, H. Zabel, and B. Hjörvarsson, J. Magn. Magn. Mater. **192**, 238 (1999).
30. P. Pouloupoulos, P. Isberg, W. Platow, W. Wisny, M. Farle, B. Hjörvarsson, and K. Baberschke, J. Magn. Magn. Mater. **170**, 57 (1997).
31. O. Eriksson, L. Bergqvist, E. Holmström, A. Bergman, O. Le Bacq, S. Frota-Pessoa, B. Hjörvarsson, and L. Nordström, J. Phys.: Condens. Matter **15**, S599 (2003).
32. G. K. Pálsson, A. R. Rennie, and B. Hjörvarsson, Phys. Rev. B **78**, 104118 (2008).
33. W. S. Ament and G. T. Rado, Phys. Rev. **97**, 1558 (1955).
34. C. E. Patton, Czech J. Phys. B **26**, 925 (1976).
35. D. Fraitová, Phys. Stat. Sol. (b) **120**, 341 (1983).
36. М. И. Каганов, Юй Лу, Изв. АН СССР, Сер. физ. **25**, 1375 (1961).
37. H. Puszkarski and P. Tomczak, Phys. Rev. B **91**, 195437 (2015).
38. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Наука, Москва (1994).
39. А. В. Ринкевич and Д. В. Перов, in *Recent Research Development in Material Sciences 9*, ed. by S. G. Pandalai, Research Signpost, Keralal (2012), Ch. 6, p. 157.
40. J. Izquierdo, R. Robles, A. Vega, M. Talanana, and C. Demangeat, Phys. Rev. B **64**, 060404 (2001).
41. А. В. Ринкевич, М. И. Samoilovich, S. M. Klescheva, D. V. Perov, A. M. Burkhanov, and E. A. Kuznetsov, IEEE Trans. Nanotechnol. **13**, 3 (2014).
42. В. В. Устинов, А. Б. Ринкевич, Л. Н. Ромашев, Е. А. Кузнецов, Письма в ЖТФ **33**, 23 (2007).
43. Ч. Пул, *Техника ЭПР-спектроскопии*, Мир, Москва (1970).
44. U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
45. А. Е. Miroshnichenko, S. Flach, and Yu. S. Kivshar, Rev. Mod. Phys. **82**, 2257 (2010).