

МЕХАНИЗМЫ ПОДАВЛЕНИЯ B -МЕЗОНОВ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ СОУДАРЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

И. П. Лохтин^{a}, А. А. Сидорова^b*

^a *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скobelевына
119991, Москва, Россия*

^b *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 8 августа 2018 г.,
после переработки 8 августа 2018 г.
Принята к публикации 8 октября 2018 г.

Проведен сравнительный анализ различных механизмов подавления выхода B -мезонов в соударениях ионов свинца при энергии Большого адронного коллайдера $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Показано, что экспериментально наблюдаемая слабая импульсная зависимость фактора подавления B -мезонов может быть воспроизведена моделью HYDJET++ в случае учета ядерного экранирования начальных partонных распределений и радиационных и столкновительных потерь энергии тяжелых夸克ов в горячей материи. При этом выявлено существенное различие в степени влияния эффектов начального и конечного состояний на подавление выхода легких и тяжелых адронов.

DOI: 10.1134/S0044451019040114

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое и экспериментальное исследование свойств ядерной материи в условиях экстремально высоких температур и плотностей энергии является одним из наиболее динамично развивающихся направлений современной физики высоких энергий [1–3]. В лабораторных условиях пучки релятивистских ядер впервые были получены в 1970 г. на синхрофазотроне ОИЯИ (Дубна) при энергии $E = 1\text{--}4$ ГэВ на нуклон. Впоследствии тяжелые ионы были ускорены до высоких энергий и в других ядерных центрах. К настоящему времени накоплен значительный экспериментальный материал по различным физическим наблюдаемым в соударениях тяжелых ионов на ускорителе SPS в ЦЕРНе (эксперименты с фиксированной мишенью, максимальная энергия столкновений свинец–свинец на пару нуклонов в системе центра масс $\sqrt{s_{NN}} = 17$ ГэВ), на коллайдере RHIC в Брукхейвенской национальной лаборатории США (максимальная энергия столкновений

золото–золото $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ) и на Большом адронном коллайдере LHC в ЦЕРНе (энергия столкновений свинец–свинец $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в сеансах 2010 и 2011 гг. и 5.02 ТэВ в сеансе 2015 г.; следующий сеанс с пучками ионов свинца на LHC запланирован на конец 2018 г. перед двухлетней остановкой коллайдера на плановую модернизацию). Первые указания на формирование нового состояния夸克–глюонной материи (КГМ), такие как аномальное подавление выхода J/ψ -мезонов, тепловое излучение фотонов и лептонных пар, усиленный выход «странных» адронов, были получены в экспериментах на SPS [4]. Совокупность данных, полученных в дальнейшем в соударениях тяжелых ионов на RHIC и LHC (подавление выхода кваркониев и жестких адронов, модификация характеристик адронных струй, азимутальная анизотропия потока частиц, дальнодействующие азимутальные корреляции и др.) свидетельствуют о проявлении коллективных эффектов на partонном уровне и согласуются с предположением о формировании горячей сильно-взаимодействующей материи с гидродинамическими свойствами («夸克–глюонная жидкость»), которая поглощает высокоэнергичные夸克 и глюон-

* E-mail: Igor.Loktin@cern.ch

ны вследствие их многократного рассеяния и потерь энергии [5–10].

Процессы жесткого рождения частиц (т. е. идущие с большими поперечными импульсами p_T или массами M много больше характерного масштаба конфайнмента в квантовой хромодинамике, $p_T, M \gg 200$ МэВ) интересны, прежде всего, тем, что они несут информацию о самых начальных стадиях эволюции соударений тяжелых ионов. Одним из основных жестких тестов КГМ является поглощение в ней высокoenергичных струй цветозаряженных кварков и глюонов — так называемое «гашение струй» (“jet quenching”) [11–18]. Ряд наблюдаемых в соударениях ионов свинца на LHC эффектов, таких как подавление выхода адронов и адронных струй с большими поперечными импульсами, модификация внутренней структуры струй, разбалансировка поперечной энергии в процессах парного рождения струй и в процессах рождения струи в сопровождении фотона или Z-бозона, согласуются с наличием потерь энергии жестких партонов в КГМ [19]. При этом до сих пор не до конца проясненным остается вопрос о механизмах потерь энергии тяжелых кварков в горячей среде, которые могут отличаться от аналогичных процессов с участием легких кварков и безмассовых глюонов, в частности, вследствие эффекта «мертвого конуса» — подавления глюонной радиации в направлении движения тяжелого кварка [20]. Информация о механизмах потерь энергии тяжелых кварков может быть получена на основе сравнительного анализа картины подавления легких адронов и адронов с содержанием тяжелых кварков — D - и B -мезонов, которые содержат в своем составе соответственно c - и b -кварк. Экспериментально наблюдаемое в соударениях ионов свинца на LHC значительное подавление выхода жестких D -мезонов [21–26] и B -мезонов [27] согласуется с наличием потерь энергии тяжелых кварков в среде, что приводит к необходимости дальнейшей модельной интерпретации полученных результатов.

В предыдущей работе [28] было показано, что при энергиях LHC (в отличие от энергий RHIC) значительная часть D -мезонов находится в кинетическом равновесии с образованной в соударениях тяжелых ионов адронной материей, что может свидетельствовать о высокой степени термализации c -кварков в КГМ. В то же время масса b -кварков слишком велика, чтобы говорить об их термализации в среде. В данной ситуации специфический интерес к изучению рождения B -мезонов в соударениях тяжелых ионов обусловлен, прежде всего, выявлением и сопоставлением вклада различ-

ных механизмов подавления их выхода при больших поперечных импульсах, что и является основной целью настоящей работы. Для моделирования событий использовалась двухкомпонентная модель Монте-Карло HYDJET++ [29, 30], конечное состояние реакции в которой представляет собой суперпозицию двух независимых компонент: мягкой гидродинамической и жесткой струйной. Эта модель хорошо описывает полученные в соударениях ионов свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ данные по p_T -спектрам и факторам подавления как инклузивных (легких) адронов [31], так и D -мезонов [28, 32], что дает основание применить ее для расчета аналогичных характеристик B -мезонов.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ РОЖДЕНИЯ B -МЕЗОНОВ С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕРАТОРА СОБЫТИЙ HYDJET++

Для моделирования рождения B -мезонов в соударениях свинец–свинец при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ использовался генератор событий HYDJET++, конечное состояние реакции в котором представляет собой суперпозицию двух независимых компонент: мягкой гидродинамической (процессы рождения с малыми поперечными импульсами, «термализованная» компонента) и жесткой струйной (процессы рождения с большими поперечными импульсами, «нетермализованная» компонента). Детальное описание модели можно найти в работах [29, 30]. Поскольку для сравнения с доступными данными [27] рассматривалось рождение B -мезонов с большими поперечными импульсами, $p_T > 7$ ГэВ/с, в проводимом исследовании использовалась только жесткая компонента HYDJET++, процедура моделирования которой кратко представлена в данном разделе.

Основой для моделирования многопартонного струйного состояния в HYDJET++ является генератор событий PYQUEEN (PYthia QUENched) [33], модифицирующий полученные с помощью генератора адрон-адронных взаимодействий PYTHIA [34] характеристики партонных струй с учетом многократного рассеяния и радиационных и столкновительных потерь энергии жестких кварков и глюонов в расширяющейся КГМ. Последующая адронизация модифицированных в среде партонных событий проводится в соответствии с лундовским струнным механизмом, который используется в PYTHIA.

Радиационные потери энергии безмассового кварка на единицу длины dE^{rad}/dl вычисляются в рамках модели BDMP [35–37]:

$$\frac{dE^{rad}}{dl} = \frac{2\alpha_s \mu_D^2 C_R}{\pi L} \times \\ \times \int_{\mu_D^2 \lambda_g}^E d\omega \left[1 - x + \frac{x^2}{2} \right] \ln |\cos(\omega_1 \tau_1)|, \quad (1)$$

$$\omega_1 = \sqrt{i \left(1 - x + \frac{C_R}{3} x^2 \right) \bar{\kappa} \ln \frac{16}{\bar{\kappa}}}, \quad \bar{\kappa} = \frac{\mu_D^2 \lambda_g}{\omega(1-x)}.$$

Здесь L — поперечный размер горячей области КГМ, $\lambda_g = 1/(\sigma_g \rho)$ — длина свободного пробега глюона ($\rho \propto T^3$ — плотность среды при температуре T , σ_g — интегральное сечение рассеяния глюона в среде), $\tau_1 = L/(2\lambda_g)$, $x = \omega/E$ — часть уносимой глюоном энергии жесткого кварка, α_s — бегущая константа связи сильного взаимодействия для N_f активных кварковых ароматов в среде, $C_R = 4/3$ — цветовой фактор кварка, $\mu_D^2 \simeq 4\pi\alpha_s T^2(1+N_f/6)$ — квадрат дебаевской экранирующей массы. Для тяжелых кварков массой m_q используется обобщение формулы (1), приближение «мертвого конуса» [20]:

$$\frac{dE^{rad}}{dl} \Big|_{m_q \neq 0} = \frac{1}{(1 + (\beta\omega)^{3/2})^2} \frac{dE^{rad}}{dl} \Big|_{m_q=0}, \quad (2)$$

$$\beta = \left(\frac{\lambda}{\mu_D^2} \right)^{1/3} \left(\frac{m_q}{E} \right)^{4/3}.$$

Из формулы (2) видно, что подавление глюонной радиации максимально для «медленных» тяжелых кварков ($E \sim m_q$) и практически отсутствует в ультрарелятивистском случае ($E \gg m_q$).

Столкновительные потери энергии на единицу длины dE^{col}/dl и сечение упругого рассеяния $d\sigma/dt$ жесткого кварка с энергией E и массой m_q на «термальных» партонах с энергией $m_0 \sim 3T \ll E$ вычисляются в пределе больших квадратов передач поперечного импульса t [38–40]:

$$\frac{dE^{col}}{dl} = \frac{1}{4T\lambda\sigma} \int_{\mu_D^2}^{t_{max}} dt \frac{d\sigma}{dt} t, \quad (3)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \cong C \frac{2\pi\alpha_s^2(t)}{t^2} \frac{E^2}{E^2 - m_q^2}, \quad (4)$$

где $C = 1$ и $4/9$ соответственно для qg - и qq -рассеяний, максимальная возможная передача импульса

$$t_{max} = \frac{1}{s} [s - (m_q + m_0)^2][s - (m_q - m_0)^2],$$

$$s = 2m_0E + m_0^2 + m_q^2.$$

Эволюция горячей среды, в которой происходят потери энергии жестких партонов, описывает-

ся в рамках одномерной гидродинамики с рождением частиц на гиперповерхности одинакового собственного времени τ [41]. Интенсивность пересечения в PYQUEN определяется, главным образом, начальной максимальной температурой T_0^{max} сгустка КГМ, сформированной в области перекрытия сталкивающихся ядер. Начальная температура $T_0^{max}(b=0)$ для центральных соударений ионов является входным параметром модели; для нецентральных соударений с параметром удара $b \neq 0$ начальная температура $T_0^{max}(b)$ вычисляется из условия, что соответствующая плотность энергии $\varepsilon_0(b)$ пропорциональна отношению функции ядерного перекрытия к поперечной площади области перекрытия. При этом плотность поперечной энергии в каждой точке области перекрытия полагается пропорциональной произведению функций толщины T_A двух ядер. Для моделирования соударений PbPb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ использовались начальные условия, близкие к условиям, использованным в работах [28, 31, 32]: максимальная температура глюонно-обогащенной ($N_f = 0$) материи $T_0^{max} = 1.1$ ГэВ (на 10 % выше, чем при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ) в начальный момент времени $\tau_0 = 0.1$ Фм/с.

Число жестких струй в событии моделируется в соответствии с биномиальным распределением вокруг среднего значения N_{AA}^{jet} , вычисляемого для данной энергии пучков \sqrt{s} и параметра удара b как

$$\overline{N_{AA}^{jet}}(b, \sqrt{s}, p_T^{min}) = \\ = \int_{p_T^{min}} dp_T^2 \int dy \frac{d\sigma_{NN}^{hard}(p_T, \sqrt{s})}{dp_T^2 dy} \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\infty r dr T_A(r_1) T_A(r_2) S(r_1, r_2, p_T, y). \quad (5)$$

Здесь $\sigma_{NN}^{in}(\sqrt{s})$ и $d\sigma_{NN}^{hard}(p_T, \sqrt{s})/dp_T^2 dy$ — соответственно полное неупругое сечение и дифференциальное сечение жестких процессов с передачей поперечного импульса больше минимального значения p_T^{min} в нуклон-нуклонных взаимодействиях (вычисляется с помощью PYTHIA), $r_{1,2}$ — поперечные расстояния от вершины начального жесткого процесса до центра первого и второго ядер. Для моделирования рождения B -мезонов с $p_T > 7$ ГэВ/с использовалось значение $p_T^{min} = 5$ ГэВ/с. Коэффициент $S \leq 1$ в формуле (5) учитывает эффект ядерного экранирования начального распределения партонов в нуклонах и вычисляется как

$$S = S_A(x_1, Q^2, r_1) S_A(x_2, Q^2, r_2), \quad (6)$$

где S_A — полученная в рамках теории Глаубера–Грибова параметризация отношения структурных функций нуклона в ядре A и свободного нуклона [42], $x_{1,2}$ — уносимые начальными partонами доли импульса нуклонов, участвующих в жестком процессе с квадратом переданного поперечного импульса $Q^2 = x_1 x_2 s$. Полученный таким образом коэффициент ядерного экранирования зависит от центральности ядро-ядерного взаимодействия — для более центральных соударений эффект ядерного экранирования сильнее. При этом с ростом x и Q^2 структурных функций (а, значит, и p_T рожденных адронов) влияние ядерного экранирования уменьшается, т. е. при достаточно больших p_T значение коэффициента S становится близким к 1.

Отметим, что в генераторе событий PYTHIA, используемом для моделирования начального partонного состояния PYQUEN/HYDJET++, пары тяжелых кварков рождаются как непосредственно в начальных жестких partон-partонных рассеяниях, так и в partонных ливнях, инициированных легкими кварками и глюонами [43–45].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для сравнительного анализа различных механизмов подавления B -мезонов в ультраколлайдистских ядро-ядерных взаимодействиях моделирование и отбор событий проводились с такими же условиями, как и в эксперименте CMS [27]. С помощью генератора событий HYDJET++ моделировались соударения ионов свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ без ограничений на параметр удара (minimum bias), в которых отбирались заряженные B -мезоны с поперечными импульсами $p_T > 7$ ГэВ/с в центральной области быстрот $|y| < 2.4$. Для построения гистограмм использовалось (как и в данных) пять интервалов по p_T : 7–10, 10–15, 15–20, 20–30 и 30–50 ГэВ/с. Моделирование было проведено для шести случаев:

- (a) ядерное экранирование начальных partонных распределений и радиационные и столкновительные потери энергии partонов в среде выключены («референсный сценарий» без ядерных эффектов);
- (b) ядерное экранирование начальных partонных распределений и радиационные и столкновительные потери энергии partонов в среде включены («базовый сценарий» с полным набором ядерных эффектов);

(c) ядерное экранирование начальных partонных распределений выключено, радиационные и столкновительные потери энергии partонов в среде включены;

(d) ядерное экранирование начальных partонных распределений включено, радиационные и столкновительные потери энергии partонов в среде выключены;

(e) ядерное экранирование начальных partонных распределений и радиационные потери энергии partонов в среде включены, столкновительные потери энергии partонов в среде выключены;

(f) ядерное экранирование начальных partонных распределений и столкновительные потери энергии partонов в среде включены, радиационные потери энергии partонов в среде выключены.

Рождение жестких частиц в соударениях тяжелых ионов характеризуется фактором ядерной модификации R_{AA} , который определяется как отношение числа частиц N в ядро-ядерных (AA) и протон-протонных (pp) соударениях (при эквивалентной энергии в системе центра масс на пару нуклонов), нормированное на среднее число бинарных нуклон-нуклонных соударений $\langle N_{coll} \rangle$ для данного класса центральности:

$$R_{AA}(p_T) = \frac{d^2 N^{AA}/dy dp_T}{\langle N_{coll} \rangle d^2 N^{pp}/dy dp_T}. \quad (7)$$

В отсутствие ядерных эффектов начального или конечного состояний $R_{AA} = 1$, подавление процесса имеет место, если $R_{AA} < 1$. В нашем случае для каждого интервала p_T фактор R_{AA} вычислялся как отношение числа частиц в сценариях (b)–(f) к числу частиц в референсном сценарии (a).

На рис. 1 представлено сравнение смоделированной p_T -зависимости фактора ядерной модификации R_{AA} заряженных B -мезонов с данными CMS [27] для трех сценариев (b), (c) и (d). Можно видеть, что вклады ядерного экранирования и потерь энергии b -кварков в среде в подавление выхода B -мезонов сравнимы при $p_T \sim 10$ ГэВ/с; при этом с ростом p_T относительный вклад потерь энергии растет и полностью доминирует при $p_T > 30$ ГэВ/с (т. е. при поперечных импульсах много больше масс b -кварка и B -мезона). Так как импульсные зависимости двух эффектов имеют противоположные направленности (степень подавления уменьшается с ростом p_T для ядерного экранирования и растет с ростом p_T для потерь энергии), их комбинация приводит к слабой (практически постоянной) p_T -зависимости фактора ядерной модификации в рассматриваемой кинематической области, что, в принципе, согласуется с

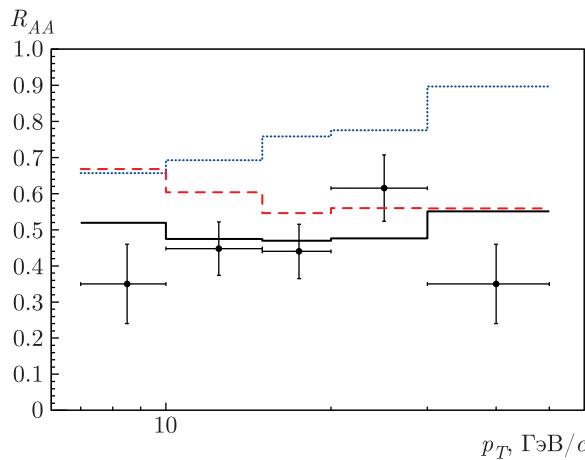


Рис. 1. Импульсная зависимость фактора ядерной модификации заряженных B -мезонов в соударениях PbPb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ для области быстрот $|y| < 2.4$. Точки — данные CMS [27], гистограммы — результаты моделирования HYDJET++ (сплошная гистограмма — ядерное экранирование и потери энергии включены; штриховая гистограмма — ядерное экранирование выключено, потери энергии включены; пунктирная гистограмма — ядерное экранирование включено, потери энергии выключены)

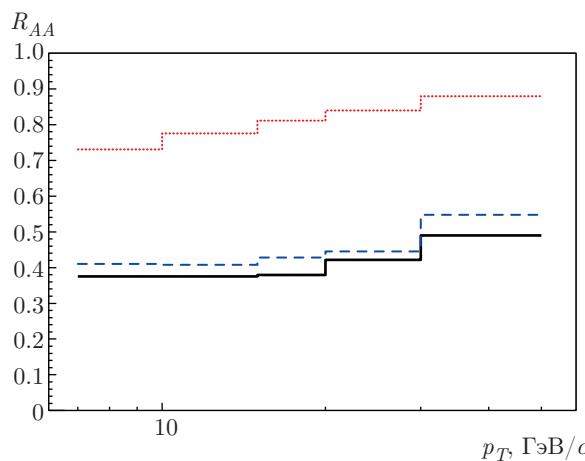


Рис. 2. Импульсная зависимость фактора ядерной модификации инклюзивных заряженных адронов в соударениях PbPb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ для области быстрот $|y| < 2.4$. Обозначения гистограмм (результаты HYDJET++) такие же, как на рис. 1

экспериментальными данными (в пределах достаточно больших статистических погрешностей измерений). Отметим, что ситуация качественно отличается от картины подавления инклюзивных (легких) адронов, степень которого в том же кинематическом диапазоне практически полностью определяется потерями энергии партонов в среде (рис. 2).

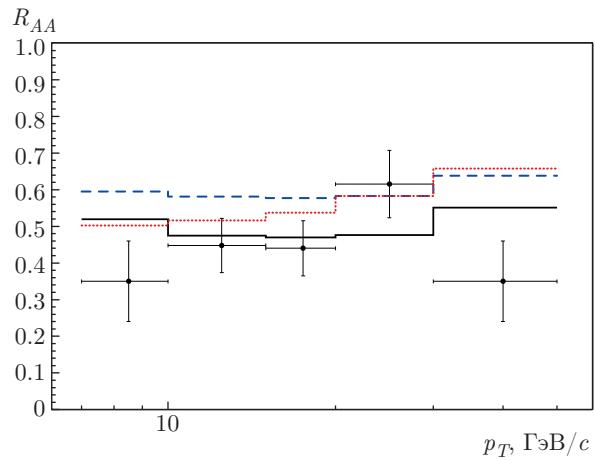


Рис. 3. Импульсная зависимость фактора ядерной модификации заряженных B -мезонов в соударениях PbPb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ для области быстрот $|y| < 2.4$. Точки — данные CMS [27], гистограммы — результаты моделирования HYDJET++ (сплошная гистограмма — ядерное экранирование и потери энергии включены; штриховая гистограмма — ядерное экранирование и радиационные потери включены, столкновительные потери выключены; пунктирная гистограмма — ядерное экранирование и столкновительные потери включены, радиационные потери выключены)

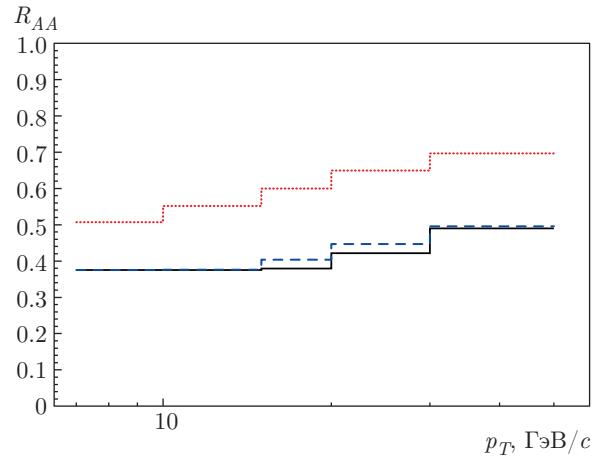


Рис. 4. Импульсная зависимость фактора ядерной модификации инклюзивных заряженных адронов в соударениях PbPb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ для области быстрот $|y| < 2.4$. Обозначения гистограмм (результаты HYDJET++) такие же, как на рис. 3

Такое различие может быть объяснено, главным образом, меньшими радиационными потерями энергии тяжелых夸克ов по сравнению с легкими夸克ами (эффект «мертвого конуса»), а также разными начальными импульсными распределениями и функциями фрагментации тяжелых и легких夸克ов.

Другим интересным следствием подавления глюонной радиации b -кварков является сравнимая степень вклада радиационных и столкновительных потерь энергии в наблюдаемое подавление выхода B -мезонов, которая продемонстрирована на рис. 3 для сценариев (e) и (f) соответственно. Ситуация здесь также качественно отличается от случая легких кварков и безмассовых глюонов, радиационные потери которых являются доминирующим механизмом подавления выхода легких адронов (рис. 4).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе модельного анализа данных Большого адронного коллайдера исследован вклад различных механизмов подавления выхода B -мезонов в соударениях ионов свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Для моделирования рождения B -мезонов, учитывавшего ядерные эффекты начального (ядерное экранирование начальных partонных распределений) и конечного (многократное рассеяние и радиационные и столкновительные потери энергии жестких partонов в горячей материи) состояний, использовался генератор событий HYDJET++.

Показано, что вклады ядерного экранирования и потерь энергии b -кварков в среде в подавление выхода B -мезонов сравнимы при поперечных импульсах $p_T \sim 10$ ГэВ/с. При этом с ростом p_T относительный вклад потерь энергии по сравнению с вкладом ядерного экранирования растет и полностью доминирует при $p_T > 30$ ГэВ/с. Экспериментально наблюдаемая слабая импульсная зависимость фактора подавления B -мезонов может быть воспроизведена моделью HYDJET++ и обусловлена комбинацией эффектов начального и конечного состояний, имеющих разные импульсные зависимости. Установлено также, что радиационные и столкновительные потери энергии b -кварков в среде приводят к сопоставимой степени подавления выхода B -мезонов. Полученные результаты существенно отличаются от результатов для инклузивных (легких) адронов, подавление выхода которых при больших поперечных импульсах практически полностью определяется радиационными потерями энергии partонов в среде. Такое различие может быть объяснено, главным образом, подавлением глюонной радиации в направлении движения тяжелого кварка (эффект «мертвого конуса»), а также разными начальными импульсными распределениями и функциями фрагментации тяжелых и легких кварков.

Благодарности. Авторы благодарят А. В. Беляева, Л. В. Малинину, С. В. Петрушанко, А. М. Снигирева и Е. Е. Забродина за полезные обсуждения.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00155).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Quark-Gluon Plasma*, ed. by R. C. Hwa and X.-N. Wang, World Sci. (2010).
2. И. М. Дремин, А. В. Леонидов, УФН **53**, 1123 (2011).
3. R. Pasechnik and M. Sumbera, Universe **3**, 7 (2017).
4. U. Heinz and M. Jacob, arXiv:nucl-th/0002042.
5. I. Arsene et al. (BRAHMS Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 1 (2005).
6. B. B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 28 (2005).
7. J. Adams et al. (STAR Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005).
8. K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005).
9. B. Muller, J. Schukraft, and B. Wyslouch, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **62**, 361 (2012).
10. N. Armesto and E. Scomparin, Eur. Phys. J. P **131**, 52 (2016).
11. R. Baier, D. Schiff, and B. G. Zakharov, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50**, 37 (2000).
12. D. d'Enterria, Landolt–Bornstein **23**, 471 (2010).
13. U. A. Wiedemann, Landolt–Bornstein **23**, 521 (2010).
14. A. Accardi, F. Arleo, W. K. Brooks, D. d'Enterria, and V. Muccifora, Riv. Nuovo Cim. **32**, 439 (2010).
15. A. Majumder and M. Van Leeuwen, Prog. Part. Nucl. Phys. **66**, 41 (2011).
16. Y. Mehtar-Tani, J. G. Milano, and K. Tywoniuk, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1340013 (2013).
17. G.-Y. Qin, Nucl. Phys. A **931**, 165 (2014).
18. A. Majumder, Pramana **84**, 821 (2015).
19. M. Spousta, Mod. Phys. Lett. A **28**, 1330017 (2013).
20. Yu. L. Dokshitzer and D. Kharzeev, Phys. Lett. B **519**, 199 (2001).

21. B. Abelev et al. (ALICE Collaboration), JHEP **1209**, 112 (2012).
22. J. Adam et al. (ALICE Collaboration), JHEP **1511**, 205 (2015).
23. J. Adam et al. (ALICE Collaboration), JHEP **1603**, 081 (2016).
24. J. Adam et al. (ALICE Collaboration), JHEP **1603**, 082 (2016).
25. S. Acharya et al. (ALICE Collaboration), arXiv: 1804.09083.
26. A. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), Phys. Lett. B **782**, 474 (2018).
27. A. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **119**, 152301 (2017).
28. И. П. Лохтин, А. В. Беляев, Г. Пониматкин, Е. Ю. Пронина, Г. Х. Эйюбова, ЖЭТФ **151**, 285 (2017).
29. I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, I. Arsene, and K. Tywoniuk, Comput. Phys. Comm. **180**, 779 (2009).
30. И. П. Лохтин, Л. В. Малинина, С. В. Петрушанко, А. М. Снигирев, ЯФ **73**, 2196 (2010).
31. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, E. P. Rogochnaya, and A. M. Snigirev, Eur. Phys. J. C **72**, 2045 (2012).
32. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, G. Kh. Eyyubova, G. Ponimatkina, and E. Yu. Pronina, J. Phys. G **43**, 125104 (2016).
33. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, Eur. Phys. J. C **45**, 211 (2006).
34. T. Sjöstrand, S. Mrenna, and P. Skands, JHEP **0605**, 026 (2006).
35. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff, Nucl. Phys. B **483**, 291 (1997).
36. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff, Phys. Rev. C **60**, 064902 (1999).
37. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, and D. Schiff, Phys. Rev. C **64**, 057902 (2001).
38. J. D. Bjorken, Fermilab Preprint Pub-82/29-THY (1982).
39. E. Braaten and M. Thoma, Phys. Rev. D **44**, 1298 (1991).
40. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, Eur. Phys. J. C **16**, 527 (2000).
41. J. D. Bjorken, Phys. Rev. D **27**, 140 (1983).
42. K. Tywoniuk, I. C. Arsene, L. Bravina, A. B. Kaidalov, and E. Zabrodin, Phys. Lett. B **657**, 170 (2007).
43. E. Norrbin and T. Sjöstrand, Eur. Phys. J. C **17**, 137 (2000).
44. И. П. Лохтин, А. М. Снигирев, ЯФ **65**, 1777 (2002).
45. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, Nucl. Phys. A **702**, 346 (2002).