

ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА СВЕРХТЕКУЧЕГО ^3He В НЕМАТИЧЕСКОМ АЭРОГЕЛЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Е. В. Суrowцев**

*Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 сентября 2018 г.,
после переработки 23 октября 2018 г.
Принята к публикации 23 октября 2018 г.

Рассматривается одновременное влияние нематического аэрогеля и сильного магнитного поля на фазовую диаграмму сверхтекучего ^3He . В рамках теории Гинзбурга–Ландау найдены области существования новых фаз: β -фазы (P_1), искаженной β -фазы (P_2), искаженной A -фазы ($A_4^{(I)}$), искаженной планарной фазы ($A_4^{(II)}$). Показано, что максимальной температурой перехода обладают компоненты параметра порядка β -фазы. Найдено условие существования перехода второго рода из искаженной β -фазы в искаженную планарную фазу.

DOI: 10.1134/S0044451019030179

1. Использование аэрогелей в экспериментах со сверхтекучим ^3He показало возможность введения в исходно изотропную систему (сверхтекучий ^3He) глобальной анизотропии (аэрогель), которая существенно меняет свойства рассматриваемой системы. В отличие от систем с ограниченной геометрией (^3He в плоскопараллельной геометрии или наноканалах), где параметр порядка существенно изменяется вблизи ограничивающих поверхностей, ^3He в аэрогеле можно в первом приближении рассматривать как систему с однородным параметром порядка. Это возможно вследствие малости радиуса нитей аэрогеля по сравнению с длиной когерентности сверхтекучего ^3He , а также при условии отсутствия корреляций в расположении элементов аэрогеля на масштабах порядка длины когерентности. При выполнении данных условий влияние аэрогеля не сводится только к локальному подавлению параметра порядка, а приводит к глобальному изменению симметрии системы во всем объеме. Различные типы аэрогелей могут иметь разные типы глобальных симметрий. К примеру, кремниевый аэрогель можно сделать абсолютно изотропным [1], что означает, что направление нитей аэрогеля меняется в пространстве случайным образом. При слабом одноосном растяжении или сжатии такого аэроге-

ля в систему вводится одноосная анизотропия [2, 3]. Последнее можно понимать как возникновение выделенного направления в ориентациях нитей. Пространственное направление каждой нити можно характеризовать некоторым директором, при этом будем называть аэрогель растянутым, если директоры нитей аэрогеля преимущественно направлены вдоль одного направления, и сжатым, если директоры лежат преимущественно в одной плоскости. В большинстве экспериментов нити аэрогеля покрываются несколькими слоями ^4He , поэтому можно считать, что аэрогель является системой немагнитных примесей. В этом случае наличие одноосно-анизотропного аэрогеля накладывает ограничение на симметрию системы, связанную с вращением орбитальной части параметра порядка сверхтекучего ^3He вокруг выделенного направления, понижая соответствующую симметрию до аксиальной. В зависимости от типа анизотропии (сжатие или растяжение) у системы появляются новые минимумы энергии, соответствующие новым фазам, таким как полярная фаза, B -фаза с полярным или планарным искажением, искаженная A -фаза, аксипланарная фаза [4–6]. Примером максимально растянутых аэрогелей являются нематические аэрогели, нити которых направлены вдоль одного направления. Исследование свойств сверхтекучего ^3He в аэрогелях этих типов показало возможность существования в них новых фаз, которые невозможны в изотропном случае. К настоящему моменту подтверждено суще-

* E-mail: e.v.surovtsev@gmail.ru

ствование полярной фазы в одном из типов нематического аэрогеля — нафене [7], а также искаженной A -фазы и B -фазы с полярным искажением в других типах нематического аэрогеля [8, 9].

Несмотря на то что большинство экспериментов по идентификации фаз в сверхтекучем ^3He проводится методом ЯМР, влиянием магнитного поля на форму параметра порядка в большинстве случаев пренебрегается. Это связано с тем, что зеемановская энергия гораздо меньше энергии конденсации. Тем не менее, хорошо известно, что в достаточно сильных магнитных полях, порядка 5 кГс, возможно расщепление температуры перехода для различных спиновых компонент параметра порядка, что приводит к существованию новых фаз: A_1 , A_2 и B_2 . С точки зрения симметрии наличие однородного магнитного поля вносит в спиновое подпространство параметра порядка ось симметрии. Однако в отличие от поля одноосного аэрогеля, которое характеризуется директором, однородное магнитное поле описывается псевдовектором, который не меняет знак при инверсии координат и меняет знак при инверсии времени. Именно по этой причине появляется область устойчивости A_1 -фазы. В настоящей работе будет рассмотрен эффект одновременного влияния полей анизотропии, связанных с одноосно растянутым аэрогелем и однородным магнитным полем, на фазовую диаграмму сверхтекучего ^3He .

2. В сверхтекучем ^3He реализуется триплетное спаривание с орбитальным моментом, равным единице. Параметром порядка сверхтекучего ^3He является комплексная матрица 3×3 — $A_{\mu j}$, греческие индексы относятся к спиновому подпространству, латинские — к орбитальному. В рамках применимости теории Гинзбурга–Ландау влияние внешних полей на термодинамические свойства сверхтекучего ^3He сводится к добавлению дополнительных членов в функционал свободной энергии. В рассматриваемой работе внешними полями являются поле одноосно-анизотропного аэрогеля и магнитное поле.

В случае, когда рассеяние квазичастиц на нитях аэрогеля не зависит от их спина, взаимодействие аэрогеля с параметром порядка сверхтекучего ^3He описывается с помощью действительного симметричного тензора κ_{jl} [10]. Дополнительный член в разложении свободной энергии записывается как $\kappa_{jl} A_{\mu j}^* A_{\mu l}$. Для аэрогелей, имеющих ось анизотропии, тензор κ_{jl} представим в виде

$$\kappa_{jl} = N_{eff} \left(\kappa_0 \delta_{jl} + \kappa_a \left(u_j u_l - \frac{1}{3} \delta_{jl} \right) \right),$$

где N_{eff} — эффективная плотность состояний на поверхности Ферми, единичный вектор \mathbf{u} определяет направление оси анизотропии аэрогеля, $\kappa_0 \geq 0$. Для аэрогелей, нити которых преимущественно направлены вдоль направления \mathbf{u} , $\kappa_a < 0$. Если направления нитей преимущественно лежат в плоскости, перпендикулярной \mathbf{u} , необходимо, чтобы выполнялось условие $\kappa_a > 0$. Величины κ_0 , κ_a зависят от пористости аэрогеля и типа рассеяния квазичастиц на нем (диффузное или зеркальное) и имеют порядок малости r_0/ξ_0 , где r_0 — радиус нити аэрогеля, ξ_0 — длина когерентности сверхтекучего ^3He [11]. Несмотря на указанную малость, эти члены существенны при рассмотрении расщепления температуры перехода для разных фаз. Влияние магнитного поля можно учесть, добавив два квадратичных по параметру порядка члена, один из которых линеен по магнитному полю, а второй — квадратичен. Появление квадратичного по полю члена объясняется зависимостью магнитной восприимчивости сверхтекучего ^3He от параметра порядка. Линейный член возникает вследствие небольшой разницы в плотностях состояний частиц и дырок на поверхности Ферми в однородном магнитном поле и является следующим порядком малости по параметру T_c/ε_F . Его учет необходим в случае, если квадратичный член не снимает вырождения для различных спиновых компонент параметра порядка. Соответствующий вклад в плотность энергии имеет вид

$$F_H = -i\eta e_{\mu\nu\gamma} A_{\mu j} A_{\nu j}^* H_\gamma + \tilde{\alpha} A_{\mu j} A_{\nu j}^* H_\mu H_\nu, \quad (1)$$

где η и $\tilde{\alpha}$ — действительные положительные константы, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля. Возможны также члены смешанного вида $\sim i e_{\mu\nu\gamma} A_{\mu i} A_{\nu j}^* H_\gamma u_i u_j$, $\sim A_{\mu j} A_{\nu j}^* H_\mu H_\nu u_i u_j$. Однако можно заметить, что они являются поправками к членам в (1) по полю аэрогеля, т.е. имеют дополнительную малость $\sim r_0/\xi_0$. В принципе, можно также написать линейный по \mathbf{u} член вида $a e_{ijk} u_i (A_{\mu j} A_{\mu k}^* + A_{\mu j}^* A_{\mu k})$ при условии, что \mathbf{u} — аксиальный вектор (a — действительное число). Для этого необходимо, чтобы нити аэрогеля обладали определенной хиральностью, т.е. были закручены в определенном направлении на масштабе порядка длины когерентности. Такая возможность нами не рассматривается. Таким образом, главные члены второго порядка имеют вид

$$F^{(2)} = N_{eff} (\tilde{\tau} A_{\mu j} A_{\mu j}^* - i\eta e_{\mu\nu\gamma} A_{\mu j} A_{\nu j}^* H_\gamma + \kappa_a u_i u_j A_{\mu i} A_{\mu j}^* + \tilde{\alpha} A_{\mu j} A_{\nu j}^* H_\mu H_\nu), \quad (2)$$

где $\tilde{\tau} = T/T_c^0 - 1 + \kappa_0 - \kappa_a/3$, T_c^0 — температура сверхтекучего перехода в чистом ^3He .

Выберем ось z вдоль направления магнитного поля. Для упрощения дальнейших вычислений введем матрицу $\tilde{A}_{\mu j} = R_{jk} A_{\mu k}$, где R_{jk} — матрица поворота в орбитальном пространстве, такая что $R_{jk} u_k = z_j$. Поскольку R_{jk} — ортогональная матрица, можно переписать (2) в форме

$$F^{(2)} \sim \tilde{\tau} \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\mu j}^* - i \eta e_{\mu\nu z} \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\nu j}^* H + \kappa_a \tilde{A}_{\mu z} \tilde{A}_{\mu z}^* + \tilde{\alpha} \tilde{A}_{z j} \tilde{A}_{z j}^* H^2. \quad (3)$$

Сгруппируем сначала компоненты параметра порядка по подпространствам с одинаковыми температурами перехода и найдем те из них, у которых температура перехода максимальна. В данном случае под температурой перехода мы понимаем температуру, при которой коэффициент перед соответствующими членами меняет знак. Воспользуемся тем, что свободная энергия $F^{(2)}$ инвариантна относительно преобразований группы $U_S(1) \times U_L(1) \times Z_2(L)$, где $U_{S,L}(1)$ — повороты вокруг оси z в спиновом и орбитальном подпространствах, $Z_2(L)$ — преобразование $z \rightarrow -z$ в орбитальном пространстве. Ввиду этого возможно шесть инвариантов, соответствующих комбинациям состояний с различными значениями S_z и L_z :

$$(\tilde{\tau} + \kappa_a - \eta H) \Delta_{+1,0} \Delta_{+1,0}^* + \quad (4)$$

$$+ (\tilde{\tau} + \kappa_a + \eta H) \Delta_{-1,0} \Delta_{-1,0}^* + \quad (5)$$

$$+ (\tilde{\tau} - \eta H) (\Delta_{+1,+1} \Delta_{+1,+1}^* + \Delta_{+1,-1} \Delta_{+1,-1}^*) + \quad (6)$$

$$+ (\tilde{\tau} + \eta H) (\Delta_{-1,+1} \Delta_{-1,+1}^* + \Delta_{-1,-1} \Delta_{-1,-1}^*) + \quad (7)$$

$$+ (\tilde{\tau} + \kappa_a + \tilde{\alpha} H^2) \Delta_{0,0} \Delta_{0,0}^* + \quad (8)$$

$$+ (\tilde{\tau} + \tilde{\alpha} H^2) (\Delta_{0,+1} \Delta_{0,+1}^* + \Delta_{0,-1} \Delta_{0,-1}^*), \quad (9)$$

где

$$\Delta_{\pm 1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{A}_{xz} \mp i \tilde{A}_{yz}),$$

$$\Delta_{+1,\pm 1} = \frac{1}{2} [\tilde{A}_{xy} \mp \tilde{A}_{yx} - i(\tilde{A}_{yy} \pm \tilde{A}_{xx})],$$

$$\Delta_{-1,\pm 1} = \frac{1}{2} [\tilde{A}_{xy} \mp \tilde{A}_{yx} + i(\tilde{A}_{yy} \pm \tilde{A}_{xx})],$$

$$\Delta_{0,0} = \tilde{A}_{zz},$$

$$\Delta_{0,\pm 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{A}_{zx} \mp i \tilde{A}_{zy}).$$

Поскольку $\kappa_a < 0$, максимальная температура перехода получается в подпространстве \tilde{A}_{xz} , \tilde{A}_{yz} и соответствует появлению амплитуды $\Delta_{+1,0}$. Далее обозначим $\Delta_{+1,0} = \Delta_1$, $\Delta_{-1,0} = \Delta_2$. Из равенства $\tilde{\tau} + \kappa_a - \eta H = 0$ получим первую температуру перехода

$$T_c^{P1} = T_c^0 \left(1 - \kappa_0 - \frac{2\kappa_a}{3} + \eta H \right).$$

Матрица параметра порядка будет иметь вид

$$\tilde{A}_{\mu j} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}} (x_\mu + i y_\mu) z_j.$$

Переходя обратно к исходной системе координат и вводя стандартные обозначения, запишем параметр порядка как

$$A_{\mu j} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}} (d_\mu + i e_\mu) m_j, \quad (10)$$

где векторы \mathbf{d} , \mathbf{e} — взаимно ортогональные единичные векторы в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, а $\mathbf{m} \parallel \mathbf{u}$. Такой вид параметра порядка соответствует β -фазе [12].

Для того чтобы найти зависимость амплитуды параметра порядка от температуры, энергию β -фазы, а также температуру следующего фазового перехода, соответствующего появлению амплитуды Δ_2 , выпишем члены четвертого порядка без учета поправок, связанных с аэрогелем и магнитным полем:

$$F^{(4)} = \frac{1}{2} \left(\beta_1 \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\nu l}^* \tilde{A}_{\nu l}^* + \beta_2 \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\mu j}^* \tilde{A}_{\nu l} \tilde{A}_{\nu l}^* + \beta_3 \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\nu j} \tilde{A}_{\mu l}^* \tilde{A}_{\nu l}^* + \beta_4 \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\nu j}^* \tilde{A}_{\nu l} \tilde{A}_{\mu l}^* + \beta_5 \tilde{A}_{\mu j} \tilde{A}_{\nu j} \tilde{A}_{\mu l} \tilde{A}_{\nu l}^* \right). \quad (11)$$

Подставив в (11) значения \tilde{A}_{xz} , \tilde{A}_{yz} , выраженные через Δ_1 , Δ_2 , получим

$$F^{(4)} = (2\beta_{15} + \beta_{234}) |\Delta_1|^2 |\Delta_2|^2 + \frac{1}{2} \beta_{234} (|\Delta_1|^4 + |\Delta_2|^4), \quad (12)$$

где $\beta_{15} = \beta_1 + \beta_5$ и т. д. Варьируя члены второго и четвертого порядков по Δ_1^* и Δ_2^* , найдем систему уравнений

$$(\tilde{\tau} + \kappa_a - \eta H) \Delta_1 + (2\beta_{15} + \beta_{234}) \Delta_1 |\Delta_2|^2 + \beta_{234} \Delta_1 |\Delta_1|^2 = 0, \quad (13)$$

$$(\tilde{\tau} + \kappa_a + \eta H) \Delta_2 + (2\beta_{15} + \beta_{234}) \Delta_2 |\Delta_1|^2 + \beta_{234} \Delta_2 |\Delta_2|^2 = 0. \quad (14)$$

Данная система имеет два нетривиальных решения:

$$|\Delta_1|^2 = \frac{\eta H - \kappa_a - \tilde{\tau}}{\beta_{234}} \geq 0, \quad \Delta_2 = 0, \quad (15)$$

$$|\Delta_1|^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\tau} + \kappa_a}{\beta_{12345}} + \frac{\eta H}{\beta_{15}} \right) \geq 0, \quad (16)$$

$$|\Delta_2|^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\tau} + \kappa_a}{\beta_{12345}} - \frac{\eta H}{\beta_{15}} \right) \geq 0.$$

Первое решение соответствует β -фазе и реализует минимум функционала в интервале температур $T_c^{P_1} > T > T_c^{P_2}$, где

$$T_c^{P_2} = T_c^0 \left(1 - \kappa_0 - \frac{2\kappa_a}{3} - \eta H \frac{\beta_{12345}}{-\beta_{15}} \right).$$

Энергия β -фазы равна

$$\Delta F_{P_1} = -\frac{1}{2} \frac{(\tau + \kappa_a - \eta H)^2}{\beta_{234}}.$$

При температуре $T = T_c^{P_2}$ появляется вторая амплитуда параметра порядка. Ниже этой температуры минимум энергии соответствует «искаженной» β -фазе с параметром порядка вида

$$A_{\mu j}^{P_2} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}} (d_\mu + ie_\mu) m_j + \frac{\Delta_2}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} (d_\mu - ie_\mu) m_j \quad (17)$$

и энергией

$$\Delta F_{P_2} = -\frac{1}{2} \frac{(\tau + \kappa_a)^2}{\beta_{12345}} + \frac{1}{2} \frac{(\eta H)^2}{\beta_{15}}.$$

Таким образом, при температуре $T = T_c^{P_2}$ происходит фазовый переход второго рода из β -фазы в искаженную β -фазу, а ширина области существования β -фазы

$$\frac{T_c^{P_1} - T_c^{P_2}}{T_c^0} = \eta H \frac{\beta_{234}}{-\beta_{15}}.$$

В пределе слабой связи $\beta_{234}/(-\beta_{15}) = 2$, поэтому ширина интервала существования β -фазы, как и в случае A_1 -фазы для чистого ${}^3\text{He}$, равна $2\eta H$. Для оценки величины η можно воспользоваться результатами работы [13] для кремниевого аэрогеля, согласно которым для немагнитных примесей и давления 33 Бар $\eta \approx 2 \cdot 10^{-3} (\text{кГс})^{-1}$. Для данного давления и магнитного поля 6 кГс расщепление T_c будет порядка $0.02T_c^0$, что составляет около 0.05 мК. Зависимость величины η от давления можно оценить, считая, что $\eta \sim 1/\varepsilon_F$, т.е. при нулевом давлении величина η должна быть примерно в полтора раза меньше, чем представленная выше оценка. Тем не менее, из-за вероятного увеличения значения комбинации $\beta_{234}/(-\beta_{15})$ при стремлении к пределу слабой связи суммарный эффект от изменения давления на ширину интервала $T_c^{P_1} - T_c^{P_2}$ предугадать

сложно. Отметим, что вид спиновой части параметра порядка β -фазы соответствует конденсату куперовских пар с проекцией спина $S_z = +1$, в то время как в искаженной β -фазе присутствует также компонента с $S_z = -1$. В этом смысле найденное расщепление T_c для спиновой компоненты параметра порядка аналогично расщеплению A -фазы на A_1 - и A_2 -фазы в чистом ${}^3\text{He}$. Согласно этому можно называть β -фазу и искаженную β -фазу соответственно P_1 - и P_2 -фазами, считая, что буквой P обозначается полярная фаза. Одним из экспериментальных следствий указанного различия двух фаз является отсутствие продольной моды колебаний намагниченности в P_1 -состоянии (в P_2 -фазе такая мода появляется).

3. Рассмотрим следующий фазовый переход второго рода, который связан с появлением дополнительной компоненты параметра порядка в подпространствах (6), (7). Для упрощения будем считать, что $\kappa_a + \tilde{\alpha}H^2 > 0$, поэтому подпространство (8) (компонента \tilde{A}_{zz}) имеет более высокую температуру перехода. Для того чтобы найти рассматриваемую температуру перехода и определить, по отношению к каким компонентам параметра порядка возникает неустойчивость, необходимо разложить функционал свободной энергии вблизи решения, соответствующего высокотемпературной фазе (искаженной β -фазе), до членов второго порядка малости по новым компонентам параметра порядка и диагонализировать получившуюся квадратичную форму. При указанном разложении мы не будем использовать члены шестого порядка малости, считая, что $|\Delta_{1,2}|^4 \ll \eta H$, т.е. $\kappa_a^2 \ll \eta H$.

Рассмотрим квадратичную форму относительно восьми компонент параметра порядка:

$$\tilde{A}_{xx}, \tilde{A}_{xx}^*, \tilde{A}_{yx}, \tilde{A}_{yx}^*, \tilde{A}_{xy}, \tilde{A}_{xy}^*, \tilde{A}_{yy}, \tilde{A}_{yy}^*.$$

Без ограничения общности и для упрощения выкладок положим величину φ , относительно которой вырождена искаженная β -фаза, равной нулю. Матрица, соответствующая рассматриваемой квадратичной форме, разбивается на два одинаковых блока относительно компонент $\tilde{A}_{xx}, \tilde{A}_{xx}^*, \tilde{A}_{yx}, \tilde{A}_{yx}^*$ и $\tilde{A}_{xy}, \tilde{A}_{xy}^*, \tilde{A}_{yy}, \tilde{A}_{yy}^*$. Данный блок имеет вид

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{245}s^2 + \beta_2d^2 + \tilde{\tau} & \beta_{13}s^2 - \beta_1d^2 & i(\eta H + (\beta_5 - \beta_4)sd) & i\beta_3sd \\ \beta_{13}s^2 - \beta_1d^2 & \beta_{245}s^2 + \beta_2d^2 + \tilde{\tau} & -i\beta_3sd & -i(\eta H + (\beta_5 - \beta_4)sd) \\ -i(\eta H + (\beta_5 - \beta_4)sd) & i\beta_3sd & \beta_2s^2 + \beta_{245}d^2 + \tilde{\tau} & \beta_1s^2 - \beta_{13}d^2 \\ -i\beta_3sd & i(\eta H + (\beta_5 - \beta_4)sd) & \beta_1s^2 - \beta_{13}d^2 & \beta_2s^2 + \beta_{245}d^2 + \tilde{\tau} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где введены обозначения

$$s = \frac{\Delta_1^{(0)} + \Delta_2^{(0)}}{\sqrt{2}}, \quad d = \frac{\Delta_1^{(0)} - \Delta_2^{(0)}}{\sqrt{2}},$$

а $\Delta_1^{(0)}, \Delta_2^{(0)}$ даются выражениями (16). Перейдем к новым переменным:

$$\Delta_3^y = i \frac{A_{xy}^* - A_{xy}}{2\sqrt{2}} - \frac{A_{yy} + A_{yy}^*}{2\sqrt{2}},$$

$$\Delta_4^y = i \frac{A_{xy}^* - A_{xy}}{2\sqrt{2}} + \frac{A_{yy} + A_{yy}^*}{2\sqrt{2}},$$

$$\tilde{\Delta}_3^y = i \frac{A_{xy}^* + A_{xy}}{2\sqrt{2}} + \frac{A_{yy} - A_{yy}^*}{2\sqrt{2}},$$

$$\tilde{\Delta}_4^y = -i \frac{A_{xy}^* + A_{xy}}{2\sqrt{2}} + \frac{A_{yy} - A_{yy}^*}{2\sqrt{2}},$$

а также $\Delta_3^x, \Delta_4^x, \tilde{\Delta}_3^x, \tilde{\Delta}_4^x$, получающимся из последних выражений заменой x на y . В этих переменных написанная выше матрица имеет блочный вид относительно переменных $\Delta_3^{x,y}, \Delta_4^{x,y}$ и $\tilde{\Delta}_3^{x,y}, \tilde{\Delta}_4^{x,y}$. С учетом того, что $\Delta_3^{x,y}, \Delta_4^{x,y}$ — действительные числа, а $\tilde{\Delta}_3^{x,y}, \tilde{\Delta}_4^{x,y}$ — мнимые, запишем соответствующую квадратичную форму:

$$\begin{aligned} & \left([\beta_{24} - \beta_3] \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + \beta_{25} \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 - \eta H + \tilde{\tau} \right) \left(\Delta_3^{x,y} \right)^2 + \left(\beta_{25} \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + [\beta_{24} - \beta_3] \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 + \eta H + \tilde{\tau} \right) \left(\Delta_4^{x,y} \right)^2 - \\ & - 2\Delta_1^{(0)} \Delta_2^{(0)} \left([2\beta_1 + \beta_3] - \beta_{45} \right) \Delta_3^{x,y} \Delta_4^{x,y} + \left(\beta_{234} \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + \beta_{25} \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 - \eta H + \tilde{\tau} \right) |\tilde{\Delta}_3^{x,y}|^2 + \\ & + \left(\beta_{25} \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + \beta_{234} \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 + \eta H + \tilde{\tau} \right) |\tilde{\Delta}_4^{x,y}|^2 - 2\Delta_1^{(0)} \Delta_2^{(0)} \left(\beta_{45} + [2\beta_1 + \beta_3] \right) \tilde{\Delta}_3^{x,y} \tilde{\Delta}_4^{x,y}. \end{aligned} \quad (19)$$

Заметим, что подпространству $\tilde{\Delta}_{3,4}^{x,y}$ соответствует более низкая температура перехода, чем подпространству $\Delta_{3,4}^{x,y}$, так как в точке перехода $\Delta_1^{(0)} \sim \Delta_2^{(0)}$, а $\beta_{234} > \beta_{24} - \beta_3$, при этом величина β_{25} мала в меру поправок сильной связи. Данный факт является следствием того, что если $\Delta_{3,4}^{x,y} = 0$, то амплитуды $\tilde{\Delta}_{3,4}^{x,y}$ связаны с амплитудами $\Delta_1^{(0)}, \Delta_2^{(0)}$ поворотами вокруг осей x, y на угол $\pi/2$, при которых теряется энергия анизотропии (по схожей причине была исключена из рассмотрения амплитуда \tilde{A}_{zz}). Исходя из этого, далее мы ограничимся рассмотрением только амплитуд $\Delta_{3,4}^{(x,y)}$. Амплитуды Δ_3^x, Δ_3^y и Δ_4^x, Δ_4^y имеют одинаковые температуры перехода и попарно связаны друг с другом поворотом системы координат на $\pi/2$ вокруг оси z . Поэтому введем в рассмотрение следующие переменные $\Delta_{3,4}$, такие что $\Delta_3^x = \Delta_3 \cos \gamma, \Delta_3^y = \Delta_3 \sin \gamma, \Delta_4^x = \Delta_4 \cos \theta, \Delta_4^y = \Delta_4 \sin \theta$. В данных переменных рассматриваемая квадратичная форма приобретает вид

$$\begin{aligned} & \left([\beta_{24} - \beta_3] \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + \beta_{25} \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 - \eta H + \tilde{\tau} \right) \Delta_3^2 + \\ & + \left(\beta_{25} \left(\Delta_1^{(0)} \right)^2 + [\beta_{24} - \beta_3] \left(\Delta_2^{(0)} \right)^2 + \eta H + \tilde{\tau} \right) \Delta_4^2 - \\ & - 2\Delta_1^{(0)} \Delta_2^{(0)} \left([2\beta_1 + \beta_3] - \beta_{45} \right) \cos(\theta - \gamma) \Delta_3 \Delta_4. \end{aligned}$$

Сначала рассмотрим случай, когда комбинации параметров $\beta_{45} = \varepsilon$ и $2\beta_1 + \beta_3 = \nu$ равны нулю [5, 6]. Тогда данная квадратичная форма становится

диагональной при любых значениях γ и θ . Эта возможность реализуется, в частности, в пределе слабой связи. При выполнении данных условий максимальная температура перехода соответствует появлению амплитуды Δ_3 . Матрица параметра порядка в этом случае в произвольной системе координат будет иметь вид

$$A_{\mu j}^{A_3} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}} (d_\mu + ie_\mu) m_j + \frac{\Delta_2}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} (d_\mu - ie_\mu) m_j + \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} (d_\mu + ie_\mu) in_j. \quad (20)$$

Здесь вектор \mathbf{n} — произвольный вектор, перпендикулярный вектору \mathbf{m} . Температура перехода в рассматриваемую фазу определяется выражением

$$T_c^{A_3} = T_c^0 \left(1 - \kappa_0 + \left(\frac{2\beta_2 - \beta_3 + \beta_{45}}{2\beta_1 + 3\beta_3 + \beta_{45}} + \frac{1}{3} \right) \kappa_a + \eta H \frac{\beta_{12345}}{\beta_{15}} \frac{2\beta_1 - \beta_3 + \beta_{45}}{2\beta_1 + 3\beta_3 + \beta_{45}} \right), \quad (21)$$

которое в пределе слабой связи имеет вид

$$T_c^{A_3} = T_c^0 \left(1 - \kappa_0 + \frac{5\kappa_a}{6} + \eta H \right). \quad (22)$$

Отметим, что в пределе слабой связи возникает дополнительное вырождение, которое приводит к возможности фазового перехода второго рода из фазы A_3 в фазу с параметром порядка вида

$$A_{\mu j}^{A_4^{(0)}} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}}(d_\mu + ie_\mu)m_j + \frac{\Delta_2}{\sqrt{2}}e^{i\varphi}(d_\mu - ie_\mu)m_j + \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}}(d_\mu + ie_\mu)in_j + \frac{\Delta_4}{\sqrt{2}}e^{i\varphi}(d_\mu - ie_\mu)iv_j, \quad (23)$$

где \mathbf{v} — произвольный вектор, перпендикулярный вектору \mathbf{m} . Решение уравнений Гинзбурга–Ландау в данном приближении дает температуру перехода

$$T_c^{A_4^{(0)}} = T_c^0 \left(1 - \kappa_0 + \frac{5\kappa_a}{6} - \eta H \right).$$

Энергии рассматриваемых фаз определяются выражениями

$$F_{A_3} = -\frac{1}{12} \left(\left[2\tilde{\tau} + \frac{7\kappa_a}{4} \right]^2 + [\tilde{\tau} + \eta H]^2 + \left[2\eta H - \frac{\kappa_a}{4} \right]^2 + \frac{9\kappa_a^2}{8} \right), \quad (24)$$

$$F_{A_4^{(0)}} = -\frac{1}{2} \left(\left[\tilde{\tau} + \frac{\kappa_a}{2} \right]^2 + (\eta H)^2 + \frac{\kappa_a^2}{2} \right). \quad (25)$$

Рассмотрим теперь малые отклонения от приближения слабой связи. Запишем уравнения Гинзбурга–Ландау относительно переменных $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ и переменной θ (без ограничения общности можно положить $\gamma = 0$):

$$\Delta_1 [\beta_{234}\Delta_1^2 + (2\beta_{15} + \beta_{234})\Delta_2^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_3^2 + \beta_{25}\Delta_4^2 + \kappa_a - \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_2\Delta_3\Delta_4(\varepsilon - \nu)\cos\theta = 0, \quad (26)$$

$$\Delta_2 [(2\beta_{15} + \beta_{234})\Delta_1^2 + \beta_{234}\Delta_2^2 + \beta_{25}\Delta_3^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_4^2 + \kappa_a + \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_3\Delta_4(\varepsilon - \nu)\cos\theta = 0, \quad (27)$$

$$\Delta_3 [(\beta_{24} - \beta_3)\Delta_1^2 + \beta_{25}\Delta_2^2 + \beta_{234}\Delta_3^2 + (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\cos^2\theta\Delta_4^2 - \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_2\Delta_4(\varepsilon - \nu)\cos\theta = 0, \quad (28)$$

$$\Delta_4 [\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\cos^2\theta\Delta_3^2 + \beta_{234}\Delta_4^2 + \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_2\Delta_3(\varepsilon - \nu)\cos\theta = 0, \quad (29)$$

$$\Delta_3^2\Delta_4^2(\nu + \varepsilon)\sin 2\theta + 2\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4(\varepsilon - \nu)\sin\theta = 0. \quad (30)$$

Решение уравнений, соответствующее всем четырем ненулевым амплитудам, накладывает ограничение на угол θ . Из уравнения (30) следует, что $\sin\theta = 0$. Второе возможное решение

$$\cos\theta = \frac{\Delta_1\Delta_2}{\Delta_3\Delta_4} \frac{\nu - \varepsilon}{\nu + \varepsilon}$$

мы отбрасываем, так как в интересующей нас области температур $\Delta_{1,2} \gg \Delta_{3,4}$, а $(\nu - \varepsilon)/(\nu + \varepsilon) \sim 1$. Таким образом, рассматриваемая далее фаза A_4 будет определяться выражением (23), в котором $\mathbf{v} = \pm \mathbf{n}$.

Рассмотрим случай $\theta = 0$ ($\mathbf{v} = \mathbf{n}$), решение с $\theta = \pi$ можно получить из него, сделав замену $\Delta_4 \rightarrow -\Delta_4$, поэтому

$$A_{\mu j}^{A_4} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}}(d_\mu + ie_\mu)m_j + \frac{\Delta_2}{\sqrt{2}}e^{i\varphi}(d_\mu - ie_\mu)m_j + \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}}(d_\mu + ie_\mu)in_j + \frac{\Delta_4}{\sqrt{2}}e^{i\varphi}(d_\mu - ie_\mu)in_j. \quad (31)$$

При подстановке $\theta = 0$ в уравнения (26)–(29) получим систему из четырех кубических уравнений:

$$\Delta_1 [\beta_{234}\Delta_1^2 + (2\beta_{15} + \beta_{234})\Delta_2^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_3^2 + \beta_{25}\Delta_4^2 + \kappa_a - \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_2\Delta_3\Delta_4(\varepsilon - \nu) = 0, \quad (32)$$

$$\Delta_2 [(2\beta_{15} + \beta_{234})\Delta_1^2 + \beta_{234}\Delta_2^2 + \beta_{25}\Delta_3^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_4^2 + \kappa_a + \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_3\Delta_4(\varepsilon - \nu) = 0, \quad (33)$$

$$\Delta_3 [(\beta_{24} - \beta_3)\Delta_1^2 + \beta_{25}\Delta_2^2 + \beta_{234}\Delta_3^2 + (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\Delta_4^2 - \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_2\Delta_4(\varepsilon - \nu) = 0, \quad (34)$$

$$\Delta_4 [\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\Delta_3^2 + \beta_{234}\Delta_4^2 + \eta H - \tilde{\tau}] + \Delta_1\Delta_2\Delta_3(\varepsilon - \nu) = 0. \quad (35)$$

Одним из решений данной системы уравнений по-прежнему является фаза A_3 (если $\Delta_4 = 0$). При этом из вида уравнения (35) сразу следует, что при $\nu - \varepsilon \neq 0$ переход из фазы A_3 в фазу A_4 , если и возможен, то должен быть переходом первого рода, т.е. амплитуда Δ_4 должна измениться скачком. Однако возможен другой вариант, при котором происходит переход в фазу A_4 сразу из искаженной β -фазы P_2 , т.е. амплитуды Δ_3, Δ_4 возникнут одновременно. Покажем, что именно так и происходит. Для этого заметим, что в силу малости коэффициентов $\nu, \varepsilon, \beta_{25}$ члены с Δ_4 в первых трех уравнениях можно считать малыми поправками. Будем также считать, что $\Delta_4 \ll \Delta_3$. Из уравнения (35) вблизи точки перехода следует связь между амплитудами Δ_3 и Δ_4 :

$$\Delta_4 \approx \Delta_3 \frac{\Delta_1\Delta_2}{\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + \eta H - \tilde{\tau}} (\nu - \varepsilon). \quad (36)$$

В окрестности точки перехода можно оценить

$$\Delta_4 \sim -\Delta_3 \frac{\kappa_a(\nu - \varepsilon)}{\eta H}.$$

Поэтому, чтобы было верно сделанное приближение, необходимо потребовать, чтобы выполнялось условие

$$-\frac{\kappa_a|\nu - \varepsilon|}{\eta H} \ll 1.$$

Также отметим, что в зависимости от знака $\nu - \varepsilon$ произведение $\Delta_3\Delta_4$ имеет либо тот же знак, что и произведение $\Delta_1\Delta_2$, либо противоположный. В первом случае назовем фазу $A_4^{(I)}$, а во втором — $A_4^{(II)}$.

Сдвиг температуры перехода в новую фазу относительно $T_c^{A_3}$ можно оценить, подставив в последний член уравнения (34) найденное выражение для Δ_4 при $T = T_c^{A_3}$:

$$\begin{aligned} \frac{T_c^{A_4} - T_c^{A_3}}{T_c^0} &= \\ &= \frac{(\Delta_1\Delta_2)^2}{\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + \eta H - \tilde{\tau}_{A_3}} (\nu - \varepsilon)^2 \sim \\ &\sim \left(\frac{\kappa_a(\nu - \varepsilon)}{\eta H} \right)^2 \eta H. \end{aligned} \quad (37)$$

Таким образом, температура перехода в фазу A_4 оказывается выше температуры перехода в фазу A_3 , однако при выполнении неравенства $\kappa_a(\nu - \varepsilon) \ll \eta H$ ее можно аппроксимировать формулой (21). Разность энергий двух фаз определяется выражением

$$\begin{aligned} F_{A_4} - F_{A_3} &= \frac{1}{2}\beta_{345}\Delta_4^4 + [\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + \\ &+ (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\Delta_3^2 + \eta H + \tilde{\tau}] \Delta_4^2 + \\ &+ 2(\nu - \varepsilon)\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4. \end{aligned} \quad (38)$$

Ниже точки перехода в области температур, где справедливо выражение (36), можно пренебречь членом с Δ_4^4 , тогда

$$\begin{aligned} F_{A_4} - F_{A_3} &\approx \\ &\approx -\frac{(\nu - \varepsilon)^2 \Delta_1^2 \Delta_2^2 \Delta_3^2}{\beta_{25}\Delta_1^2 + (\beta_{24} - \beta_3)\Delta_2^2 + (\beta_{25} + \nu + \varepsilon)\Delta_3^2 + \eta H + \tilde{\tau}}. \end{aligned} \quad (39)$$

Знаменатель данного выражения в окрестности температуры $T_c^{A_4}$ положителен, что видно после подстановки в качестве нулевого приближения значений $\Delta_{1,2}$ из (16). Поэтому фаза A_4 получается энергетически более выгодной по сравнению с фазой A_3 .

Вдали от точки перехода в фазу A_4 сделанное приближение применять нельзя. В этом случае член с магнитным полем в формулах (32)–(35) становится относительно мал, а $\Delta_1 \approx \Delta_2$, поэтому выражение (36) необходимо заменить на $\Delta_4 \approx \pm \Delta_3$, т.е. вдали от точки перехода решением будет либо A -фаза

(знак «+»), либо планарная фаза (знак «-»). Полученное выше решение непрерывным образом переходит в одну из указанных фаз в зависимости от знака $\nu - \varepsilon$, а именно: $A_4^{(I)} \rightarrow A$ -фаза, $A_4^{(II)} \rightarrow$ планарная фаза. Введенный выше малый параметр $-\kappa_a|\nu - \varepsilon|/\eta H$, описывающий возможность сделанного приближения, зависит от величин магнитного поля и поправок слабой связи. Можно ожидать, что при высоких давлениях, где поправки сильной связи максимальны, выражение для температуры перехода $T_c^{A_3}$ не будет являться хорошим приближением. Отметим также, что между фазами $A_4^{(I)}$ и $A_4^{(II)}$ возможен фазовый переход первого рода. Для более подробного анализа необходимо численное решение системы уравнений (32)–(35).

Помимо рассмотренных решений у функционала есть еще один минимум, который возможен при учете подпространства (9). Данный минимум будет соответствовать искаженной B -фазе. Для того чтобы оценить температуру перехода в указанную фазу, будем искать решение в виде диагональной матрицы с тремя главными значениями:

$$A_{\mu j}^{B_3} = \Delta_1 d_{\mu} m_j + \Delta_2 e_{\mu} n_j + \Delta_3 f_{\mu} l_j. \quad (40)$$

Рассматриваемое решение возникает при температуре $T < (T_c^{B_3})^*$, где

$$\begin{aligned} (T_c^{B_3})^* &= T_c^0 \left[1 - \kappa_0 + \left(\frac{\beta_{12}}{\beta_{345}} + \frac{1}{3} \right) \kappa_a - \right. \\ &\left. - \tilde{\alpha} H^2 \left(1 + 2 \frac{\beta_{12}}{\beta_{345}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

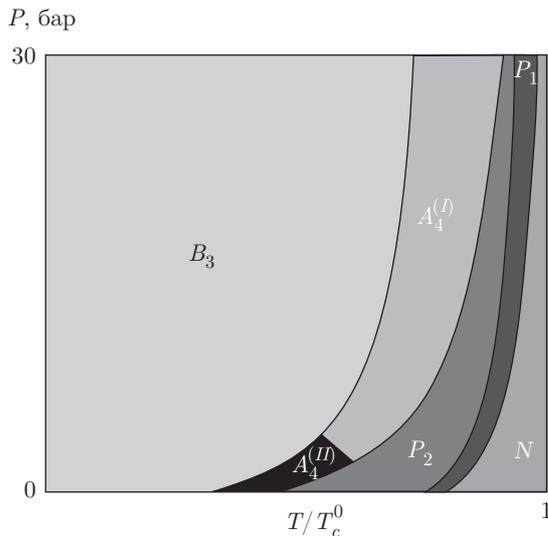
Зависимости амплитуд параметра порядка от температуры даются выражениями

$$\Delta_1^2 = -\frac{1}{3\beta_{12} + \beta_{345}} \left(\tilde{\tau} + \left(\frac{2\beta_{12}}{\beta_{345}} + 1 \right) \kappa_a - \alpha H^2 \frac{\beta_{12}}{\beta_{345}} \right),$$

$$\Delta_2^2 = -\frac{1}{3\beta_{12} + \beta_{345}} \left(\tilde{\tau} - \frac{\beta_{12}}{\beta_{345}} (\kappa_a + \alpha H^2) \right),$$

$$\Delta_3^2 = -\frac{1}{3\beta_{12} + \beta_{345}} \left(\tilde{\tau} - \frac{\beta_{12}}{\beta_{345}} \kappa_a + \alpha H^2 \left(1 + \frac{2\beta_{12}}{\beta_{345}} \right) \right).$$

Переход между фазами $A_4^{(I)}$ и B_3 является переходом первого рода, в то время как переход между фазами $A_4^{(II)}$ и B_3 может быть переходом второго рода. Фаза $A_4^{(I)}$ станет метастабильной при некоторой температуре $T_c^{B_3}$, которая вычисляется из условия равенства свободных энергий двух фаз. Поэтому следует ожидать, что существует температурный интервал $T_c^{B_3} < T < (T_c^{B_3})^*$, где фаза B_3 также метастабильна, если переход происходит в фазу $A_4^{(I)}$.



Фазовая диаграмма сверхтекучего ^3He в нематическом аэрогеле в сильном магнитном поле. N — нормальная фаза, P_1 — β -фаза, P_2 — искаженная β -фаза, $A_4^{(I)}$ — искаженная A -фаза, $A_4^{(II)}$ — искаженная планарная фаза, B_3 — искаженная B -фаза. Параметры порядка указанных фаз даются соответственно выражениями (10), (17), (31), (40). Выражения для параметров порядка фаз $A_4^{(I)}$ и $A_4^{(II)}$ различаются знаком произведения $\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4$

Если же рассматривается переход из $A_4^{(II)}$ в B_3 , то $T_c^{B_3} = (T_c^{B_3})^*$.

Вид фазовой диаграммы существенно зависит от значений коэффициентов β_i , а также от зависимости коэффициентов κ_0 , κ_a от давления. Рассмотренные выше переходы схематически отражены на фазовой диаграмме на рисунке.

4. Представленные в статье результаты справедливы лишь в области применимости теории Ландау для чистого ^3He . Также отметим, что параметр порядка в некоторых типах аэрогеля может быть пространственно-неоднородным (по амплитуде и форме), что не соответствует рассмотренному выше приближению. Тем не менее, если количественного согласия ожидать сложно, то качественные результаты, а именно, найденная последовательность переходов, должны быть справедливыми и вне рамок применимости рассмотренной модели. Это следует из того, что в пренебрежении маленьким спин-орбитальным взаимодействием орбитальную и спиновую части параметра порядка можно считать независимыми. Таким образом, если известно, что в нематическом аэрогеле в отсутствие магнитного поля (в относительно слабом магнитном поле) есть область устойчивости полярной фазы, то в достаточно сильном магнитном поле следует ожидать

интервал устойчивости β -фазы. Если полярная фаза при понижении температуры переходит в полярно-искаженную A -фазу, то в сильном магнитном поле будет переход в $A_4^{(I)}$ -фазу, аналог A_2 -фазы в чистом ^3He . Напротив, если переход полярной фазы в полярно-искаженную B -фазу является переходом второго рода, то в сильном магнитном поле возможна область устойчивости $A_4^{(II)}$ -фазы, которая является искаженной планарной фазой. Идентификация рассмотренных выше фаз возможна методом ЯМР. Сдвиги ЯМР для представленного семейства фаз должны быть приведены отдельно.

Автор признателен И. А. Фомину, В. В. Дмитриеву и А. А. Солдатову за полезные обсуждения результатов. Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-12-00384).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. I. A. Li, J. Pollanen, A. M. Zimmerman et al., *Nature Phys.* **9**, 775 (2013).
2. T. Kunitatsu, T. Sato, K. Izumina et al., *Письма в ЖЭТФ* **86**, 244 (2007).
3. J. Pollanen, K. R. Shirer, S. Blinstein et al., *J. Non-Cryst. Sol.* **354**, 4668 (2008).
4. K. Aoyama and R. Ikeda, *Phys. Rev. B* **73**, 060504(R) (2006).
5. И. А. Фомин, Е. В. Суровцев, *Письма в ЖЭТФ* **97**, 742 (2013).
6. И. А. Фомин, *ЖЭТФ* **145**, 871 (2014).
7. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 165304 (2015).
8. R. Sh. Askhadullin, V. V. Dmitriev, D. A. Krasnikhin et al., *Письма в ЖЭТФ* **95**, 355 (2012).
9. В. В. Дмитриев, А. А. Сенин, А. А. Солдатов и др., *ЖЭТФ* **146**, 1242 (2014).
10. I. A. Fomin, *J. Phys. Chem. Sol.* **66**, 1321 (2005).
11. E. V. Surovtsev and I. A. Fomin, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 487 (2008).
12. D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of ^3He* , Taylor and Francis, London (1990).
13. J. A. Sauls and Priya Sharma, *Phys. Rev. B* **68**, 224502 (2003).