ЖЭТФ, 2018, том 154, вып. 4 (10), стр. 730–737

ИОНИЗАЦИОННОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ГЕЛИЕПОДОБНЫХ ИОНОВ ПРИ КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ

А. И. Михайлов, А. В. Нефёдов*

Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова,
Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия

Поступила в редакцию 8 апреля 2018 г.

Рассмотрена ионизация гелиеподобных ионов с одновременным возбуждением ns-состояний в результате рассеяния фотонов. Дифференциальные и полные сечения процесса вычислены в лидирующем порядке теории возмущений по межэлектронному взаимодействию. Полученные формулы применимы в нерелятивистской области энергий вдали от порога ионизации.

DOI: 10.1134/S0044451018100048

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассеяние фотонов на атоме, сопровождаемое переходом связанного электрона в сплошной спектр, принято называть комптоновским рассеянием. Простейшую мишень представляет собой одноэлектронный атом, характеризуемый потенциалом ионизации $I = m(\alpha Z)^2/2$ и средним импульсом связанного электрона $\eta = m\alpha Z$, где α — постоянная тонкой структуры, m — масса электрона ($\hbar = 1$, $c = 1$). Атомное ядро с зарядовым числом Z считается источником внешнего поля (картина Фарри). В нерелятивистском пределе кулоновский параметр $\alpha Z \ll 1$. Сечение комптоновского рассеяния фотонов с энергией ω_1 в области $I \ll \omega_1 \ll m$ было получено Шнайдтом [1] и может быть записано в виде

$$\sigma_{1s}^{+} = \frac{8\sigma_T}{\nu_1^2}\int\limits_0^{\varepsilon_1-1}\frac{d\varepsilon}{1-e^{-2\pi\xi}}\int\limits_{x_{min}}^{x_{max}} dx(1+\tau^2(x))F(x), \quad (1)$$

где

$$F(x) = \frac{x(3x+\Delta)e^{-\gamma(x)}}{[(x-\Delta)^2+4x]^3},$$

$$\tau(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\nu_2'}{\nu_1}+\frac{\nu_1}{\nu_2'}-\frac{x}{\nu_1\nu_2'}\right),$$

$$\gamma(x) = 2\xi\,\mathrm{arcctg}\left(\frac{x+1-\varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon}}\right).$$

Здесь $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3 = 6.65\cdot 10^{-25}$ см^2 — томсоновское сечение рассеяния на свободном электроне, $r_e = \alpha/m$ — классический радиус электрона, $\omega_2' = \omega_1 - E - I$ — энергия рассеянного фотона, $\varepsilon_1 = \omega_1/I$ и $\varepsilon = E/I$ — энергии соответственно налетающего фотона и ионизованного электрона, калиброванные в единицах I, $\Delta = (\omega_1 - \omega_2')/I = \varepsilon + 1$ — безразмерная потеря энергии неупруго рассеянного фотона, $x_{min} = (\nu_1 - \nu_2')^2$, $x_{max} = (\nu_1 + \nu_2')^2$, $\nu_1 = \omega_1/\eta = \alpha Z\varepsilon_1/2$, $\xi = 1/\sqrt{\varepsilon}$, $\nu_2' = \omega_2'/\eta = \nu_1 - \alpha Z\Delta/2$. Область главного значения $\mathrm{arcctg}\, z$ лежит в интервале от 0 до π.

В силу условия $\omega_1 \gg I$ рассеяние фотонов описывается в $\mathbf{A}^2$-приближении [2–4], где $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал поля фотона. В этом приближении формула (1) получается из амплитуды, которая соответствует контактной (или sea-gull) диаграмме Фейнмана, причем электроны (как связанный, так и выбитый в сплошной спектр) описываются кулоновскими волновыми функциями. В околопороговой области энергий $\omega_1 \gtrsim I$ необходимо также учитывать вклад полюсных членов [5], однако в этом случае само комптоновское сечение достаточно мало по сравнению с сечением фотопоглощения. Сечения ионизации для фото- и комптон-эффекта становятся сравнимыми по величине при энергии фотонов $\omega_c \simeq (5/7)\eta Z^{2/5}$. В частности, для $Z = 2$ имеем $\omega_c \simeq \eta \simeq 7$ кэВ. Если $\omega_1 \gg \eta$, ионизация происходит главным образом благодаря комптоновскому рассеянию.

Зависимости σ_{1s}^{+} от энергии ω_1 падающих фотонов для разных одноэлектронных атомов пред-

* E-mail: anef@thd.pnpi.spb.ru

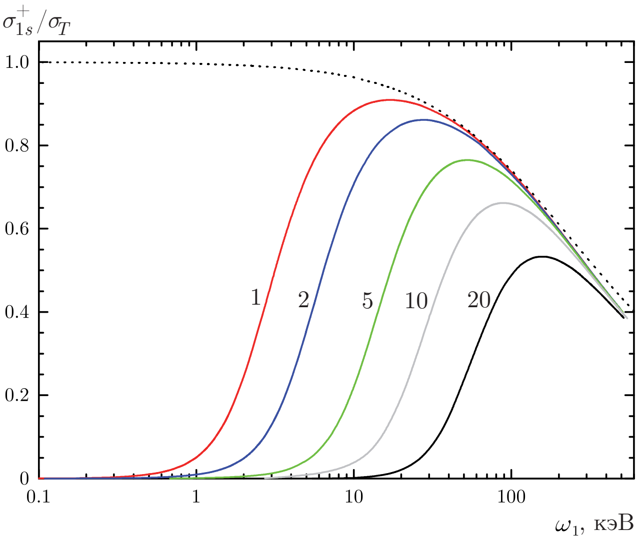


Рис. 1. Сечения комптоновского рассеяния на связанном K-электроне, вычисленные по формуле (1) (сплошные кривые). Числа указывают зарядовое число Z. Пунктирная кривая соответствует рассеянию на свободном электроне

ставлены на рис. 1. Там же для сравнения показано сечение комптон-эффекта на свободном электроне, вычисленное по формуле Клейна–Нишины–Тамма [6]. При $\omega_1 \ll \eta$ сечение комптоновского рассеяния на связанном электроне мало, поскольку процесс происходит в области, кинематически недоступной для рассеяния на свободном электроне. Потери энергии фотона в свободной кинематике, определяемые законами сохранения энергии и импульса, однозначно связаны с углом рассеяния ϑ посредством соотношения (в единицах I) [6]

$$\delta = 2(1-\cos\vartheta)\omega_1^2/\eta^2. \tag{2}$$

Даже максимальные значения этих потерь $\delta_{max} \simeq \simeq 4\omega_1^2/\eta^2 \ll 1$, которые достигаются при рассеянии назад ($\vartheta \simeq \pi$), слишком малы по сравнению с потерями энергии $\Delta = \varepsilon + 1 \geqslant 1$ фотона при комптоновском рассеянии на атоме (см. формулу (1)). При учете взаимодействия электрона с ядром имеет место только закон сохранения энергии. Атомное ядро участвует в процессе, принимая на себя в силу огромной массы любой импульс отдачи.

При $\omega_1 \sim \eta$ ионизация связанного электрона происходит наиболее эффективно. В этом случае потери энергии фотона, рассеянного на атоме, близки к потерям энергии $\delta \sim 2(1-\cos\vartheta)$ в свободной кинематике в широкой области углов рассеяния, кроме рассеяния на малые углы $\vartheta \sim 0$.

При $\eta \ll \omega_1 \ll m$ фотон преимущественно теряет энергию $\Delta \sim 2\omega_1^2/\eta^2 \gg 1$ [4]. Соответственно, поскольку энергия ионизованного электрона $\varepsilon \simeq \Delta$, кулоновский параметр $\xi = 1/\sqrt{\varepsilon} \sim \eta/\sqrt{2}\omega_1 \ll 1$ и волновая функция электрона может быть аппроксимирована плоской волной (борновское приближение). Это дает для сечения вместо уравнения (1) величину $\sigma_{1s}^{+} = \sigma_T(1-2\omega_1/m)$, не зависящую от Z.

Релятивистские выражения для дифференциальных сечений комптоновского рассеяния на K-электроне изучались в ряде работ (см., например, работы [7–10]). Формула (1) остается справедливой в релятивистской области энергий $\omega_1 \sim m$, если ионизованный электрон нерелятивистский [11]. Отметим также, что сечение для двухэлектронного атома (гелиеподобного иона) в лидирующем порядке теории возмущений по межэлектронному взаимодействию есть $\sigma^{+} = 2\sigma_{1s}^{+}$, с учетом числа электронов в атоме.

При изучении проблемы рассеяния на атомных мишенях с несколькими электронами выделяют такие процессы, которые целиком обусловлены межэлектронным взаимодействием. Сечения оказываются крайне чувствительными к корректному описанию электрон-электронных корреляций. Теоретические предсказания, выполненные в рамках разных методов, иногда расходятся друг с другом даже по порядку величины.

В настоящей работе мы рассмотрим ионизацию двухэлектронной атомной мишени с одновременным возбуждением остаточного иона (ионизационное возбуждение) в ns-состояние ($n \geqslant 2$) при рассеянии фотонов с энергией в области $I \ll \omega_1 \ll m$. Налетающий фотон взаимодействует только с одним электроном, поэтому одновременный переход двух связанных электронов возможен лишь при учете межэлектронного взаимодействия. Это взаимодействие мы опишем в первом порядке нерелятивистской теории возмущений по параметру $1/Z \ll 1$, используя в качестве нулевого приближения кулоновские волновые функции и кулоновскую функцию Грина. Фейнмановские диаграммы для рассматриваемого процесса в $\mathbf{A}^2$-приближении показаны на рис. 2, где график *а* учитывает межэлектронное взаимодействие в начальном состоянии атома, а график *б* — в конечном состоянии. К диаграммам рис. 2 надо добавить еще две обменные диаграммы, которые получаются из *а* и *б* перестановкой конечных состояний.

Процесс ионизационного возбуждения при комптоновском рассеянии исследовался ранее в работах [12–14] в асимптотической нерелятивистской области энергий $\eta \ll \omega_1 \ll m$. В этой области энергий задача допускает существенные упрощения. Глав-

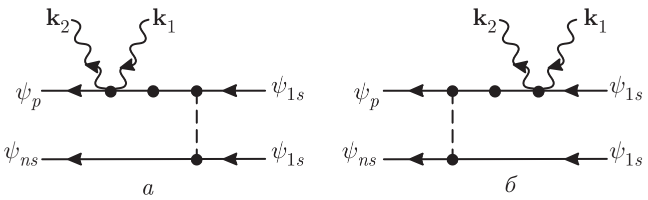


Рис. 2. Контактные фейнмановские диаграммы для ионизационного возбуждения атома при рассеянии фотона. Волнистые линии изображают налетающий и рассеянный фотоны с импульсами соответственно $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$. Штриховая линия изображает межэлектронное кулоновское взаимодействие. Электронный пропагатор с точкой соответствует кулоновской функции Грина

ный вклад в сечение процесса происходит только от диаграммы рис. 2*а*, причем для описания волновой функции вылетающего электрона можно использовать борновское приближение. Экспериментальный интерес представляет отношение сечения ионизационного возбуждения σ_{nl}^{+*} в nl-состояние к сечению простой ионизации:

$$R_{nl} = \frac{\sigma_{nl}^{+*}}{\sigma^+} = \frac{Q_{nl}}{Z^2}. \tag{3}$$

Здесь безразмерная функция Q_{nl} не зависит от ω_1 и Z, а $\sigma^+ = 2\sigma_T(1 - 2\omega_1/m)$. В частности, для состояний с $n = 2$ были вычислены $Q_{2s} = 0.0592$ и $Q_{2p} = 0.0043$ [13, 14]. Универсальный скейлинг (3) получается в рамках нерелятивистской теории возмущений в лидирующем порядке по параметру $1/Z$ только в области энергий $\eta \ll \omega_1 \ll m$. Как мы увидим в дальнейшем, при расширении области энергий до $I \ll \omega_1 \ll m$, которая включает в себя $\omega_1 \sim \eta$, универсальность нарушается и функции Q_{nl} становятся явно зависящими от Z и ω_1, при этом $\sigma^+ = 2\sigma_{1s}^+$, где σ_{1s}^+ дается формулой Шнайдта (1).

В литературе имеются только две работы [15,16] одной группы авторов, где было вычислено сечение ионизационного возбуждения атома гелия в области энергий $\omega_1 \sim \eta$. Однако приближения, использованные в расчетах [15, 16], на наш взгляд, необоснованны. Во-первых, применялось так называемое «импульсное приближение», в котором сечение представляется в виде произведения сечения Клейна – Нишины – Тамма и атомного формфактора. Во-вторых, не учитывалось межэлектронное взаимодействие в конечном состоянии атома, которое в области энергий $\omega_1 \sim \eta$ дает вклад того же порядка, что и взаимодействие в начальном состоянии.

Нерелятивистская теория возмущений использовалась нами в работе [17] для описания ионизационного возбуждения гелиеподобных мишеней при рассеянии быстрых электронов (с энергией, много большей энергии связи I). Поскольку в этом случае основной вклад в сечение ионизации дают малые потери энергии (порядка I), взаимодействие быстрой частицы с атомом можно описать оператором [17]

$$U(\mathbf{r}) = \frac{4\pi\alpha}{q^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \tag{4}$$

где $\mathbf{q}$ — импульс, переданный налетающим электроном. Интересно, что радиальная зависимость оператора электрон-фотонного взаимодействия $U_\gamma(\mathbf{r})$ в $\mathbf{A}^2$-приближении имеет такой же вид; меняется только предэкспоненциальный множитель:

$$U_\gamma(\mathbf{r}) = N_\gamma e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \quad N_\gamma = 2\pi \frac{\alpha}{m} \frac{\mathbf{e}_2^* \cdot \mathbf{e}_1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}}. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ — импульс, переданный атому налетающим фотоном, $\omega_1 = |\mathbf{k}_1|$ и $\mathbf{e}_1$ ($\omega_2 = |\mathbf{k}_2|$ и $\mathbf{e}_2^*$) — соответственно энергия и вектор поляризации налетающего (рассеянного) фотона. Используя аналогию между уравнениями (4) и (5), можно легко восстановить амплитуду изучаемого процесса из результатов работы [17].

2. АМПЛИТУДА ИОНИЗАЦИОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМА ПРИ КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ

Обозначим через p и $E = p^2/2m$ асимптотический импульс и энергию ионизованного электрона, а через $\eta_n = \eta/n$ и $E_{ns} = -\eta_n^2/2m$ соответственно средний импульс и энергию возбужденного электрона ($n \geqslant 2$). Следуя [17], представим искомую амплитуду в виде суммы четырех матричных элементов, соответствующих вкладам от четырех диаграмм Фейнмана, первые две из которых приведены на рис. 2:

$$\mathcal{A} = \sqrt{2}\,(\mathcal{A}_a + \mathcal{A}_b + \mathcal{A}_c + \mathcal{A}_d)\,. \tag{6}$$

Здесь

$$\mathcal{A}_a = \langle \psi_p \psi_{ns} | U_\gamma G(E_a) V | \psi_{1s} \psi_{1s} \rangle, \tag{7}$$

$$\mathcal{A}_b = \langle \psi_p \psi_{ns} | V G(E_b) U_\gamma | \psi_{1s} \psi_{1s} \rangle, \tag{8}$$

$$\mathcal{A}_c = \langle \psi_{ns} \psi_p | U_\gamma G(E_c) V | \psi_{1s} \psi_{1s} \rangle, \tag{9}$$

$$\mathcal{A}_d = \langle \psi_{ns} \psi_p | V G(E_b) U_\gamma | \psi_{1s} \psi_{1s} \rangle, \tag{10}$$

где $G(E) = (E - H)^{-1}$ — кулоновская функция Грина для электрона с энергией E. Межэлектронное взаимодействие описывается двухчастичным оператором V, тогда как U_γ и $G(E)$ — одночастичные операторы. Энергии электронов в промежуточных состояниях, описываемых функциями Грина, определяются законом сохранения энергии:

$$E_a = 2E_{1s} - E_{ns} = -I(2 - n^{-2}),$$
$$E_b = E + E_{ns} - E_{1s} = I(\varepsilon + 1 - n^{-2}),$$
$$E_c = 2E_{1s} - E = -I(\varepsilon + 2),$$

где $\varepsilon = E/I = p^2/\eta^2$ — безразмерная энергия ионизованного электрона.

Следует отметить, что амплитуды $\mathcal{A}_a$ и $\mathcal{A}_c$ учитывают взаимодействие между атомными электронами в начальном состоянии, а амплитуды $\mathcal{A}_b$ и $\mathcal{A}_d$ — в конечном. Техника расчета амплитуд детально изложена в работе [17]. Здесь мы приведем только их конечные выражения. Прямые амплитуды представляются в виде производных от однократных интегралов:

$$\mathcal{A}_a = \mathcal{N}\hat{\Gamma}_{\mu\lambda} \int\limits_0^1 \frac{dx}{\Lambda} e(x)\Phi(\Lambda, \lambda)\Big|_{\substack{\lambda\to 0\\ \mu=\eta+\eta_n}}, \qquad (11)$$

$$\mathcal{A}_b = \mathcal{N}\hat{\Gamma}_{\mu\lambda} \int\limits_0^1 \frac{dx}{\Lambda_1} e_1(x)\Phi_1(\Lambda_1, \mu)\Big|_{\substack{\lambda=\eta\\ \mu=\eta+\eta_n}}. \qquad (12)$$

Дифференциальный оператор $\hat{\Gamma}_{\mu\lambda}$ действует на параметры μ и λ, от которых зависят подынтегральные функции:

$$\hat{\Gamma}_{\mu\lambda} = D_\mu \frac{\partial^2}{\partial\mu\partial\lambda}\frac{1}{\mu^2},$$
$$D_\mu = \sum_{l=0}^{n-1} \frac{(n-1)!(2\eta_n)^l}{(n-l-1)!l!(l+1)!}\frac{\partial^l}{\partial\mu^l},$$
$$\Lambda = \sqrt{p_a^2(1-x) + (\mu+\eta)^2 x},$$
$$\Lambda_1 = \sqrt{(q^2x - p_b^2)(1-x) + \lambda^2 x - i0},$$
$$e(x) = x^{-\zeta}\left(\frac{\Lambda + p_a}{\mu+\eta+p_a}\right)^{2\zeta},$$
$$e_1(x) = x^{-i\beta}\left(\frac{(qx)^2 + (\Lambda_1 - ip_b)^2}{q^2 + (\lambda - ip_b)^2}\right)^{i\beta},$$
$$\Phi(\Lambda,\lambda) = \frac{[(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2 + (\Lambda+\lambda)^2]^{i\xi-1}}{[q^2 + (\Lambda+\lambda-ip)^2]^{i\xi}},$$
$$\Phi_1(\Lambda_1,\mu) = \frac{[(\mathbf{q}x-\mathbf{p})^2 + (\Lambda_1+\mu)^2]^{i\xi-1}}{[(qx)^2 + (\Lambda_1+\mu-ip)^2]^{i\xi}},$$
$$p_a = \sqrt{2m|E_a|} = \frac{\eta}{\zeta}, \quad p_b = \sqrt{2mE_b} = \frac{\eta}{\beta},$$
$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2-n^{-2}}}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon+1-n^{-2}}}, \quad \xi = \frac{\eta}{p} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

В уравнениях (11) и (12) после взятия производных следует устремить λ соответственно к 0 и η, а μ положить равной $\eta+\eta_n$.

Обменные амплитуды оказываются более сложными и выражаются через производные от двукратных интегралов:

$$\mathcal{A}_c = \frac{\mathcal{N}}{2}\hat{\Gamma}_{\mu\lambda\tau}\int\limits_0^1 \frac{dx}{\Lambda_2}e_2(x)\int\limits_0^1\frac{dy}{L_2}W(L_2)\Big|_{\substack{\mu=\eta_n\\ \lambda=\tau=\eta}}, \qquad (13)$$

$$\mathcal{A}_d = \frac{\mathcal{N}}{2}\hat{\Gamma}_{\mu\lambda\tau}\int\limits_0^1 \frac{dx}{\Lambda_1}e_1(x)\int\limits_0^1\frac{dy}{L_1}W(L_1)\Big|_{\substack{\mu=\eta_n\\ \lambda=\tau=\eta}}. \qquad (14)$$

Здесь

$$\hat{\Gamma}_{\mu\lambda\tau} = D_\mu\frac{\partial^3}{\partial\mu\partial\lambda\partial\tau},$$
$$\Lambda_2 = \sqrt{(p_c^2 + q^2x)(1-x) + \mu^2 x},$$
$$e_2(x) = x^{-\gamma}\left(\frac{(qx)^2 + (\Lambda_2+p_c)^2}{q^2 + (\mu+p_c)^2}\right)^{\gamma},$$
$$W(L) = \frac{[(\mathbf{q}xy - \mathbf{p})^2 + (L+\tau)^2]^{i\xi-1}}{[(qxy)^2 + (L+\tau-ip)^2]^{i\xi}},$$
$$L_1 = \sqrt{(qx)^2y(1-y) + (\Lambda_1+\mu)^2 y},$$
$$L_2 = \sqrt{(qx)^2y(1-y) + (\Lambda_2+\lambda)^2 y},$$
$$p_c = \sqrt{2m|E_c|} = \frac{\eta}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon+2}}.$$

В формулах (13) и (14) производные вычисляются в точках $\mu = \eta_n$, $\lambda = \eta$ и $\tau = \eta$. Амплитуды (11)–(14) содержат общий множитель

$$\mathcal{N} = (4\pi)^3\alpha^2 N_p N_n N_1^2 \frac{\mathbf{e}_2^*\cdot\mathbf{e}_1}{\sqrt{4\omega_1\omega_2}}, \qquad (15)$$

$$N_p^2 = \frac{2\pi\xi}{1-e^{-2\pi\xi}}, \quad N_n^2 = \frac{\eta_n^3}{\pi}. \qquad (16)$$

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЯ

Дифференциальное сечение процесса, усредненное по поляризациям налетающих фотонов и просуммированное по поляризациям рассеянных фотонов, связано с амплитудой (6) соотношением

$$d\sigma_{ns}^{+*} = 2\pi\overline{|\mathcal{A}|^2}\delta(\omega_2+E+E_0-\omega_1)\frac{d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^3}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \qquad (17)$$

где

$$\overline{|\mathcal{A}|^2} = \frac{1}{2}\sum_{pol.}|\mathcal{A}|^2, \qquad (18)$$

$E_0 = E_{ns} - 2E_{1s} = I(2-n^{-2})$ — пороговая энергия процесса. Учитывая, что амплитуда $\mathcal{A}$ зависит

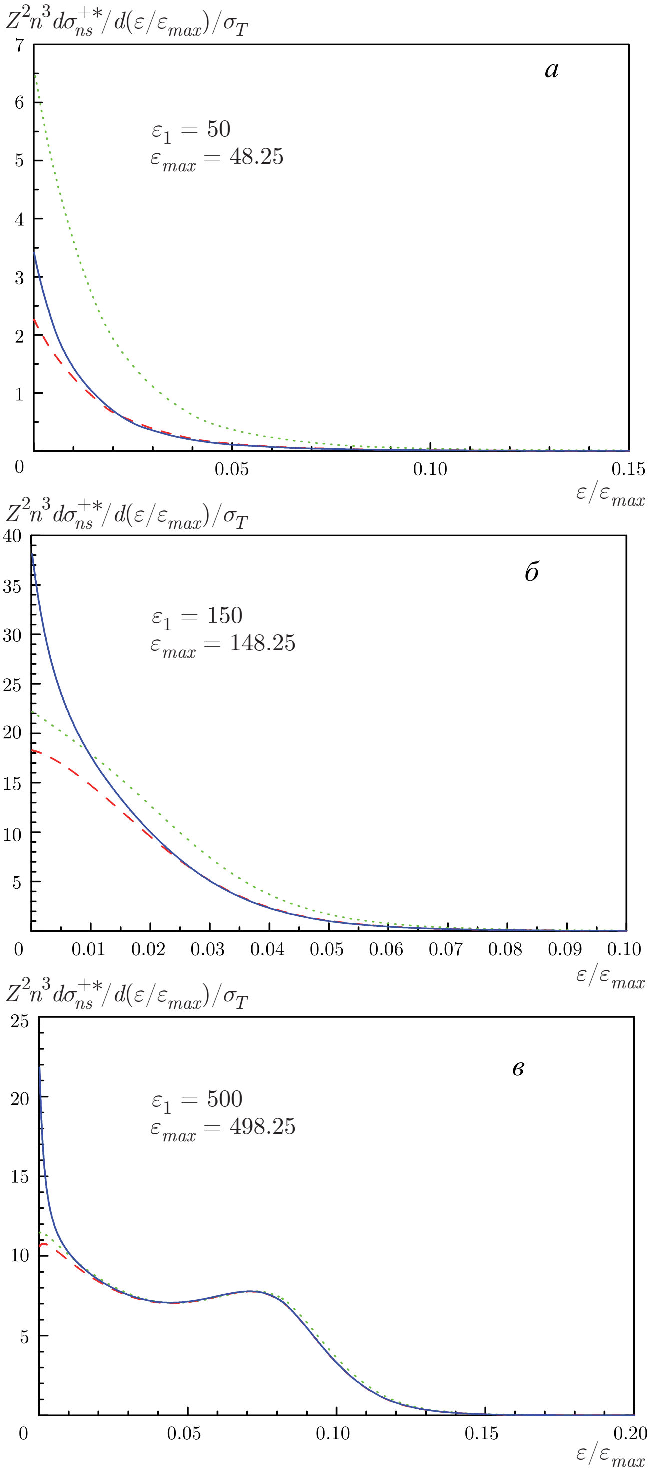


Рис. 3. Энергетические распределения вылетевших электронов для $n = 2$ и $Z = 2$ при различных значениях ε_1, ε_{max}: вклад диаграммы рис. 2*а* (пунктирные кривые), суммарный вклад диаграмм рис. 2*а* и 2*б* (штриховые), полный вклад всех диаграмм (сплошные)

от углов через q, $\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}$ и $\mathbf{e}_2^*\cdot\mathbf{e}_1$, представим фазовые объемы в виде

$$d\mathbf{k}_2 = 2\pi\omega_2^2\, d\omega_2\, dt_{12}, \quad d\mathbf{p} = 2\pi mp\, dE\, dt. \tag{19}$$

Здесь $t_{12} = \cos\theta_{12}$, $t = \cos\theta$, где θ_{12} — угол между $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$, θ — угол между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$. Убирая δ-функцию в (17) интегрированием по переменной ω_2 и заменяя dt_{12} на $q dq/\omega_1\omega_2$, получаем

$$d\sigma_{ns}^{+*} = \frac{mp}{(2\pi)^3}\overline{|\mathcal{A}|^2}\frac{\omega_2}{\omega_1}\, dE\, q\, dq\, dt, \tag{20}$$

где $\omega_2 = \omega_1 - E - E_0$.

Далее удобно выразить амплитуду (6) через безразмерную величину $\mathcal{M}$:

$$\mathcal{A} = \sqrt{2}\sum_k \mathcal{A}_k = \sqrt{2}\eta^{-7}\mathcal{N}\mathcal{M}, \tag{21}$$

где множитель $\mathcal{N}$ определяется формулой (15). Импульсы и энергии, входящие в $\mathcal{M}$, выражены соответственно в единицах $\eta = m\alpha Z$ и $I = m(\alpha Z)^2/2$, а закон сохранения энергии в этих единицах принимает вид $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon + \varepsilon_0$, где $\varepsilon_{1,2} = \omega_{1,2}/I$, $\varepsilon_0 = 2 - n^{-2}$. В результате при заданной энергии ω_1 налетающего фотона величина $\mathcal{M}$ зависит от трех безразмерных переменных: $\varepsilon = E/I = \xi^{-2}$, $\varkappa = q/\eta$ и t.

Выполнив суммирование по поляризациям фотонов, получим

$$\frac{1}{2}\sum_{pol.}|\mathbf{e}_2^*\cdot\mathbf{e}_1|^2 = \frac{1}{2}(1 + t_{12}^2),$$

$$t_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{q^2}{\omega_1\omega_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\nu_2}{\nu_1} + \frac{\nu_1}{\nu_2} - \frac{\varkappa^2}{\nu_1\nu_2}\right),$$

где $\nu_{1,2} = \omega_{1,2}/\eta = \alpha Z\varepsilon_{1,2}/2$. Функция t_{12} зависит от переменных ε и $\varkappa$. Тогда формула (18) имеет вид

$$\overline{|\mathcal{A}|^2} = \left(\frac{2\pi\alpha}{\eta}\right)^4 \frac{2^7(1 + t_{12}^2)|\mathcal{M}(\varepsilon, \varkappa, t)|^2}{n^3\omega_1\omega_2 p(1 - e^{-2\pi\xi})}. \tag{22}$$

Подставляя (22) в (20) и переходя к безразмерным величинам, получим трижды дифференциальное сечение:

$$\frac{d^3\sigma_{ns}^{+*}}{d\varepsilon\, d\varkappa\, dt} = \frac{48\sigma_T}{Z^2 n^3\nu_1^2}\,\frac{\varkappa(1 + t_{12}^2)}{1 - e^{-2\pi\xi}}\,|\mathcal{M}(\varepsilon, \varkappa, t)|^2. \tag{23}$$

Ионизованный электрон может иметь энергию ε в пределах от 0 до $\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, а переданный импульс $\varkappa$ ограничен значениями $\varkappa_{min} = \nu_1 - \nu_2$ и $\varkappa_{max} = \nu_1 + \nu_2$.

Выполнив интегрирование в (23) по переменным t и $\varkappa$, находим энергетические распределения ионизованных электронов $d\sigma_{ns}^{+*}/d\varepsilon$. Эти распределения показаны на рис. 3 для $n = 2$, $Z = 2$ и трех значений энергии $\varepsilon_1 = 50$ (*а*), 150 (*б*), 500 (*в*), которые соответствуют значениям $\nu_1 = 0.365, 1.095, 3.649$. Видно, что при $\omega_1 \lesssim \eta$ дифференциальные сечения определяются всеми четырьмя диаграммами Фейнмана, тогда как при $\omega_1 \gtrsim 4\eta$ вклад диаграммы рис. 2*а* является определяющим за исключением очень малой части спектра вблизи $\varepsilon = 0$. Все кривые оказываются локализованными в достаточно узкой области относительно разрешенного законом сохранения энергии полного интервала $0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{max}$. Из рис. 3 можно также получить информацию об энергетическом распределении рассеянных фотонов $d\sigma_{2s}^{+*}/d\varepsilon_2$, графики которого симметричны графикам $d\sigma_{2s}^{+*}/d\varepsilon$ относительно вертикальной прямой, проходящей через точку $\varepsilon = \varepsilon_{max}/2$.

Проинтегрировав (23) по областям изменения всех трех переменных, представим полное сечение в виде

$$\sigma_{ns}^{+*} = \frac{48\sigma_T}{Z^2 n^3 \nu_1^2} \int\limits_0^{\varepsilon_{max}} \frac{d\varepsilon}{1 - e^{-2\pi\xi}} \int\limits_{\varkappa_{min}}^{\varkappa_{max}} \varkappa(1 + t_{12}^2)\, d\varkappa \times \\ \times \int\limits_{-1}^{+1} |\mathcal{M}(\varepsilon, \varkappa, t)|^2 dt. \quad (24)$$

Поскольку перестройка относительных вкладов фейнмановских диаграмм происходит при характерных значениях $\omega_1 \sim \eta$, воспользуемся безразмерной энергетической шкалой, калиброванной импульсом η. В таких единицах энергии фотонов в диапазоне $I \ll \omega_1 \ll m$ соответствуют области $\alpha Z/2 \ll \nu_1 \ll (\alpha Z)^{-1}$. Зависимости сечения (24) от энергии налетающего фотона построены на рис. 4 для $Z = 2$ и 10. Умноженное на Z^2 сечение слабо зависит от Z. Как и на рис. 3, здесь видно, что при $\nu_1 \lesssim 1$ следует учитывать все графики Фейнмана, тогда как в области $\nu_1 \gtrsim 4$ достаточно учитывать только график рис. 2*а*. Поведение σ_{2s}^{+*} качественно повторяет предсказания формулы Шнайдта (1): сечение подавлено при $\nu_1 \ll 1$, быстро растет в переходной области $\nu_1 \sim 1$ и убывает при высоких энергиях $\nu_1 \gg 1$.

На рис. 5 дано сравнение полученных нами полных сечений σ_{2s}^{+*} для атома гелия с аналогичными сечениями, вычисленными в работах [15, 16] для перехода на всю L-оболочку в интервале энергий 6 кэВ $\leqslant \omega_1 \leqslant$ 60 кэВ. Поскольку в области асимптотически высоких энергий ($\omega_1 \gg \eta$) сечение ионизации с переходом в $2p$-состояние на порядок меньше сечения ионизации с переходом в $2s$-состояние

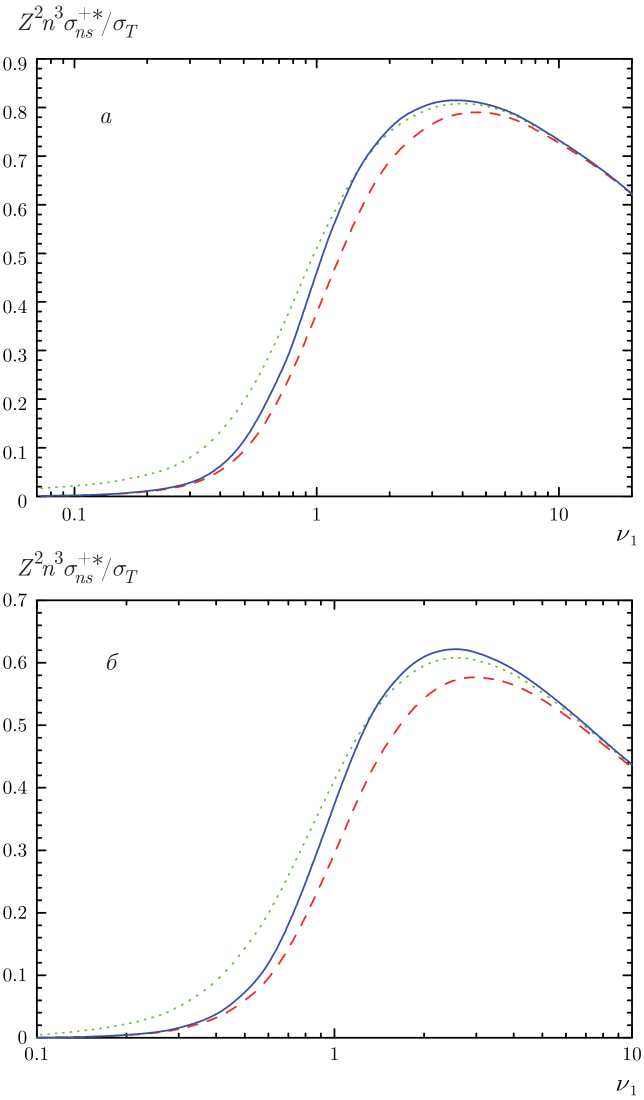


Рис. 4. Полные сечения (24) для $n = 2$ и $Z = 2$ (*а*), 10 (*б*): вклад диаграммы рис. 2*а* (пунктирные кривые), суммарный вклад диаграмм рис. 2*а* и рис. 2*б* (штриховые), вклад всех диаграмм (сплошные)

(см. [12–14]), сечения из работ [15, 16] следует уменьшить примерно на 10 % при сравнении с нашими σ_{2s}^{+*}. Характерно то, что расчеты работы [15] практически не зависят от энергии фотона ω_1, а работа [16] предсказывает даже рост сечения при высоких энергиях.

Экспериментальный интерес представляет отношение сечений ионизации с возбуждением и простой ионизации в комптоновском рассеянии, $R_{nl} = \sigma_{nl}^{+*}/\sigma^+$, на гелиеподобных ионах в широком диапазоне энергий фотона. В рамках нашего рассмотрения $\sigma^+ = 2\sigma_{1s}^+$, где σ_{1s}^+ описывается формулой Шнайдта (1). На рис. 6 показано поведение величи-

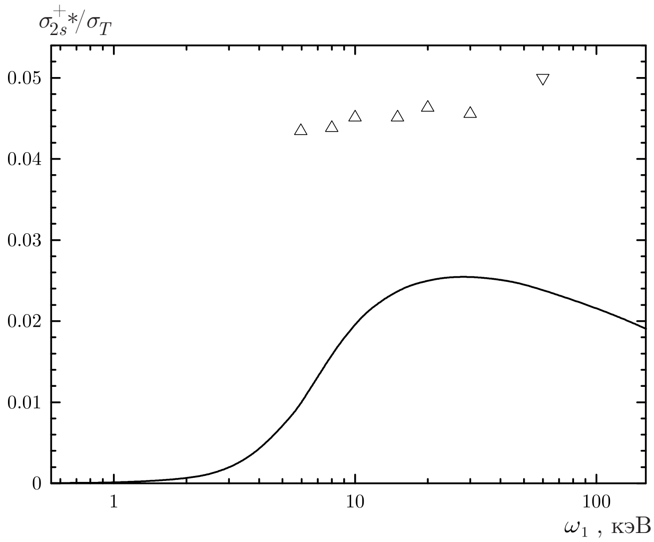
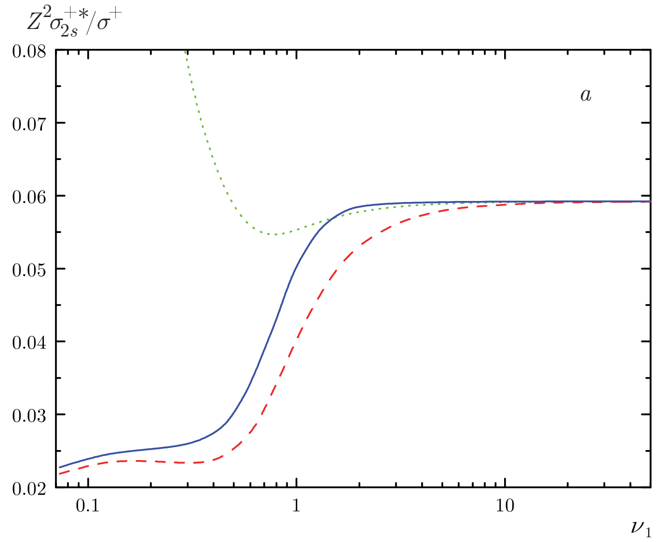


Рис. 5. Сравнение результатов нашего расчета (сплошная кривая) и других расчетов для гелия: △ [15], ▽ [16]



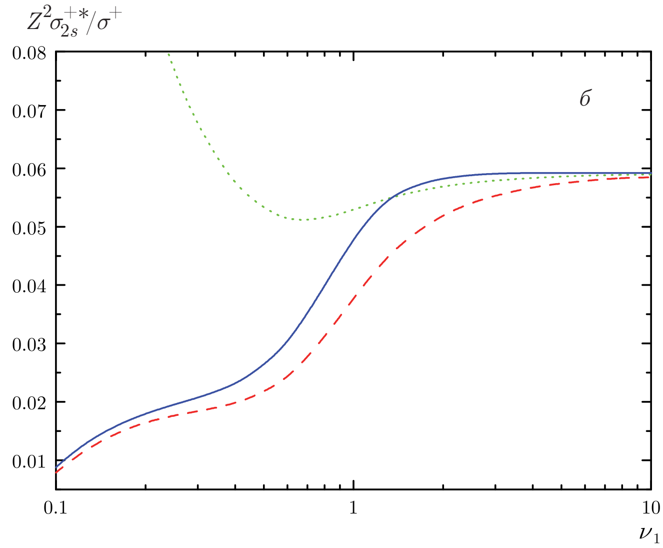


Рис. 6. Отношения сечений Z^2R_{2s} для $Z = 2$ (*а*), 10 (*б*): вклад диаграммы рис. 2*а* (пунктирные кривые), вклад диаграмм рис. 2*а* и рис. 2*б* (штриховые), вклад всех диаграмм (сплошные)

ны Z^2R_{2s} в области $\alpha Z/2 \ll \nu_1 \ll (\alpha Z)^{-1}$ для $Z = 2$ и 10. В области малых $\nu_1 \ll 1$ отношение сечений мало и проявляет сильную зависимость от Z. В переходной области $\nu_1 \sim 1$ величина Z^2R_{2s} слабо зависит от Z и быстро возрастает, достигая уже практически при $\nu_1 \gtrsim 2$ максимального значения. Ранее этот универсальный для всех Z предел был получен при асимптотически высоких энергиях $\nu_1 \gg 1$ [13, 14]. Хотя сечения как простой ионизации, так и ионизации с возбуждением вычислялись с использованием грубого борновского приближения для ионизованного электрона [13, 14], соответствующее отношение сечений (3) имеет область применимости гораздо более широкую, чем можно было изначально предположить. Это происходит за счет интерференции вкладов от межэлектронного взаимодействия в конечном состоянии атома и обменного взаимодействия, а также быстрого уменьшения этих вкладов с ростом энергии фотона.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен процесс комптоновского рассеяния на гелиеподобных ионах с одновременным возбуждением ns-состояния остаточного иона. Расчет дифференциальных и полных сечений выполнен для фотонов с энергией $I \ll \omega_1 \ll m$. В этой области энергий достаточно использовать $\mathbf{A}^2$-приближение для электрон-фотонного взаимодействия и нерелятивистское приближение для волновых функций. Межэлектронное взаимодействие учтено в рамках теории возмущений по малому параметру $1/Z$. Численные расчеты показали, что в области энергий $\omega_1 \lesssim \eta$ необходим учет электрон-электронного взаимодействия как в начальном, так и в конечном состояниях атома (диаграммы рис. 2*а*, рис. 2*б* и обменные диаграммы). В области энергий $\omega_1 \gtrsim \eta$ доминирует вклад диаграммы рис. 2*а*, описывающей межэлектронное взаимодействие в начальном состоянии. В этой же области энергий величина $Z^2\sigma_{2s}^{+*}/\sigma^+$ является универсальной функцией от $\nu_1 = \omega_1/\eta$ для всех Z, таких что $\alpha Z \ll 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Schnaidt, Ann. Physik **413**, 89 (1934).

2. M. Gavrila, Phys. Rev. A **6**, 1348 (1972).

3. И. Г. Каплан, Г. Л. Юдин, ЖЭТФ **69**, 9 (1975).

4. M. Ya. Amusia and A. I. Mikhailov, J. Phys. B **28**, 1723 (1995).

5. E. G. Drukarev, A. I. Mikhailov, and I. A. Mikhailov, Phys. Rev. A **82**, 023404 (2010).

6. V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, Pergamon, Oxford (1982), c. 356.

7. В. Г. Горшков, А. И. Михайлов, С. Г. Шерман, ЖЭТФ **64**, 1128 (1973).

8. В. Г. Горшков, А. И. Михайлов, С. Г. Шерман, ЖЭТФ **77**, 31 (1979).

9. P. M. Bergstrom, Jr., T. Surić, K. Pisk, and R. H. Pratt, Phys. Rev. A **48**, 1134 (1993).

10. V. Florescu and R. H. Pratt, Phys. Rev. A **80**, 033421 (2009).

11. В. Г. Горшков, А. И. Михайлов, С. Г. Шерман, Препринт ЛИЯФ им. Б. П. Константинова АН СССР № 119 (1974).

12. T. Surić, K. Pisk, B. A. Logan, and R. H. Pratt, Phys. Rev. Lett. **73**, 790 (1994).

13. М. Я. Амусья, А. И. Михайлов, ЖЭТФ **111**, 862 (1997).

14. А. В. Нефёдов, Письма в ЖЭТФ **98**, 3 (2013).

15. J. H. McGuire, S. Itza-Ortiz, A. L. Godunov et al., Phys. Rev. A **62**, 012702 (2000).

16. S. F. Itza-Ortiz, A. L. Godunov, J. Wang, and J. H. McGuire, J. Phys. B **34**, 3477 (2001).

17. А. И. Михайлов, А. В. Нефёдов, ЯФ **80**, 293 (2017).