ТРОЙСТВЕННАЯ ПРИРОДА ВОЗБУЖДЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ ПЛАЗМОНОВ БЫСТРОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ, ЛЕТЯЩЕЙ ПОД СКОЛЬЗЯЩИМ УГЛОМ К ГРАНИЦЕ ВАКУУМ–МЕТАЛЛ, ПРИ УСЛОВИИ РЕАЛИЗАЦИИ В СРЕДЕ СИЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИИ

Б. Н. Либенсон*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого 195251, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 21 февраля 2018 г.

Работа посвящена анализу возбуждения и распространения объемных и поверхностных (поверхностных волн переходного испускания плазмонов в частотном диапазоне выше плазменной частоты) плазменных волн налетающими электронами, движущимися как в вакууме при подлете к поверхности металла, так и внутри металла, граница которого упруго и зеркально отражает внутренние неравновесные электроны. В отличие от работы [1] здесь будет уделено основное внимание влиянию поверхностных эффектов на возбуждение объемных плазмонов налетающими электронами. Рассчитаны вероятности и спектры однократной характеристической потери энергии электроном средней энергии (50-500 эВ) при его движении под углом к поверхности среды в трех областях: в вакууме, в самой среде и снова в вакууме при вылете из среды. Использовано кинетическое приближение для диэлектрической проницаемости, в котором корректным для поставленной задачи образом учитывается весь диапазон плазмонного спектра. В указанном энергетическом диапазоне налетающих электронов приповерхностные эффекты с одной стороны радикальным образом уменьшают вероятность возбуждения объемных плазменных волн в среде с сильной пространственной дисперсией, в частности, по сравнению с результатами работы [1], в которой влияние поверхностных эффектов никак не учитывалось, вероятность возбуждения объемного плазмона электроном с энергией в 200 эВ при его падении и вылете по нормали к границе оказывается примерно в три раза меньше, чем в безграничной среде. С другой стороны, при скользящих углах падения в вакуумной области вероятность переходного испускания объемных плазмонов существенно возрастает и может привести к смене характера угловой зависимости интенсивности возбуждения объемной плазменной потери энергии, так что основной результат настоящего исследования состоит в увеличивающемся вкладе в вероятность переходного механизма возбуждения объемного плазмона в вакуумной области и уменьшающемся вкладе черенковского и тормозного механизмов генерации в среде при уменьшении угла скольжения быстрого электрона относительно плоскости границы вакуум-металл. Вероятность возбуждения объемного плазмона в вакуумной области превышает вероятность возбуждения при дальнейшем движении электрона в среде металлического алюминия при углах падения более 65° при энергии E = 200 эВ, более 70° при E = 350 эВ и более 75° при E = 500 эВ.

 $\textbf{DOI:}\ 10.1134/S0044451018070040$

1. ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на огромное число публикаций за последние 25 лет по проблеме возбуждения плазмонов налетающими электронами, ни в одной из них, за исключением указанных в настоящем списке литературы (это работы [1–7]), нет и намека на возможность переходного и тормозного механизмов генерации объемных плазмонов. Во всех работах авторов, имеющих отношение к рассматриваемой здесь тематике, молчаливо или прямо указывается на единственность черенковского механизма возбуждения объемных плазмонов электронами. Тем не менее, как тормозное излучение объемных плазмонов внут-

^{*} E-mail: libenson-b@yandex.ru

ри среды, так и их переходное излучение у границы раздела двух сред, имеют высокую вероятность в длинноволновом диапазоне генерации, который запрещен законами сохранения энергии–импульса в однородной среде. Именно поэтому настоящее исследование вносит важный вклад в общую картину процесса неупругого рассеяния быстрых электронов, отраженных от металла с сильной пространственной дисперсией. Переходное испускание объемных плазмонов является важным механизмом потерь энергии быстрых электронов, движущихся под скользящими углами вблизи металлических поверхностей различных электронных устройств. Этот аргумент и определяет актуальность настоящего исследования.

Как известно, объемный плазмон представляет собой коллективное колебание металлических электронов в продольном электрическом поле внутри среды [8]. Поэтому быстрая частица, находящаяся в вакууме и подлетающая к границе металла, возбудить объемный плазмон не может, если ограничиться бездисперсионным приближением для диэлектрической проницаемости металла. Учет пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости приводит к возможности зацепления взаимодействия быстрой частицы в вакууме с продольным электрическим полем среды. Возбуждаемые таким образом колебания металлической плазмы в частотном диапазоне $\omega > \omega_p$ имеют вид поверхностной волны аналогично возбуждению поверхностных плазмонов в частотном диапазоне $\omega < \omega_p$. Следовательно, учет пространственной дисперсии у продольной диэлектрической проницаемости металла приводит к возможности переходного излучения объемных плазмонов быстрыми электронами, летящими в вакууме у границы металла.

Для бериллия, алюминия и некоторых других металлов пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости является основой уширения спектра объемной плазменной потери. Такая ситуация имеет место, когда $Qv_F \gg \nu$, где v_F — фермиевская скорость металлических электронов, а ν — частота столкновений этих электронов. Поскольку минимальное значение волнового вектора плазмона, испущенного электроном черенковским образом, равно

$$Q_{min} = k - \sqrt{k^2 - 2m\omega/\hbar} \approx \omega/v$$

(здесь $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ — волновой вектор быстрого электрона, v — скорость быстрого электрона), указанное выше условие преобладания пространственной дисперсии над остальными факторами уширения спектра сводится к неравенству

$\omega v_F / v \gg \nu.$

В этом случае расчет вероятности однократной потери энергии в сильной степени зависит от используемой аппроксимации диэлектрической проницаемости среды. Точность расчета зависит от того, насколько корректно определен вклад коротковолновой структуры функции $\epsilon(Q, \omega)$, соответствующей плазмонному спектру возбуждений. Использование простейшей модели функции $\epsilon(Q, \omega)$ (рассматриваемой в гидродинамическом приближении [2,9]) корректно учитывает лишь длинноволновые свойства диэлектрической проницаемости. Однако значительная погрешность гидродинамического приближения в коротковолновой части плазмонного спектра при оценке вероятности испускания плазмонов и спектра потери электроном энергии $\hbar\omega$ является вполне достаточной причиной для перехода к использованию кинетического описания функции $\epsilon(Q,\omega)$, справедливого во всем диапазоне волновых векторов плазмонного спектра $Qv_F < \omega$. Конечно, гидродинамическое описание функции $\epsilon(Q,\omega)$ отличается от кинетического простотой математического аппарата во всех выкладках. Это позволяет использовать гидродинамическое представление $\epsilon(Q,\omega)$ для нахождения функции Грина плазмонов при более сложных граничных условиях [2]. Для граничного же условия зеркальности и упругости отражения металлических электронов кинетическое описание $\epsilon(Q, \omega)$, безусловно, точнее гидродинамического.

Математическое выражение для электрического поля коллективных возбуждений электронов среды в частотном диапазоне $\omega > \omega_p$ состоит из суммы двух типов решений. Первый тип решения описывает возбуждение двух объемных плазменных волн, первая из которых распространяется от источника в безграничной среде, а вторая волна представляет из себя волну, отраженную от границы среды. Форма этих волн аналогична электромагнитным волнам в среде с заменой скорости света на скорость Ферми электронов металла (волнам, представляющим поле излучения движущейся в среде заряженной частицы [8]).

Существует, кроме того, второй тип решения, описывающий структуру электрического поля приповерхностного плазмонного резонанса, в которой экспоненциально убывающие от границы компоненты полевых слагаемых неразрывно связаны с встроенными в структуру поля осциллирующими компонентами этих слагаемых, т.е. с плазменными волнами. Электрическое поле этого типа экранирует распространение объемных плазменных волн первого типа, следствием которого является значительное уменьшение вероятности излучения объемного плазмона быстрым электроном в приповерхностной области металла. Чем больше величина электронного поглощения (мнимого потенциала среды) и чем меньше энергия быстрого электрона, тем еще сильнее уменьшается эта вероятность.

Чтобы не усложнять общую картину, мы будем изучать только акт электрон-плазмонного рассеяния и связанные с ним вероятности такого неупругого столкновения, поскольку для электронов с энергией $E - \hbar \omega$, вылетающих из металла в вакуум в качестве неупруго отраженных, вероятность однократного упругого некогерентного рассеяния на большой угол не представляет особого интереса, поскольку входит мультипликативно (с точностью до величины отношения $\hbar\omega/2E\ll 1$) в полную вероятность всего двухстолкновительного процесса рассеяния. В дальнейшем будем исследовать вероятность акта электрон-плазмонного рассеяния, практический интерес к которой связан с измерениями в экспериментах по неупругому отражению отношения интенсивности выходящего в вакуум потока неупруго отраженных электронов, потерявших энергию на возбуждение объемного плазмона, к интенсивности выходящего потока упруго отраженных электронов. При этом для обоих выходящих потоков полагаются одинаковые начальные энергии налетающих электронов, а также одинаковые углы падения и вылета. Такое отношение интенсивностей уже практически не зависит от характеристик акта упругого рассеяния электрона на большой угол.

К сожалению, последовательный учет пространственной дисперсии при анализе переходного излучения объемных плазмонов в нашей давней работе [3] не был проведен должным образом, что привело к существенным упущениям в расчетах и, в итоге, негативным образом сказалось на окончательных результатах этой работы. Исправление этих упущений является одним из важных аргументов для выполнения настоящей работы.

В сравнительно новых работах [10–13] основное внимание уделяется либо теории возбуждения поверхностных плазмонов, либо вопросам возбуждения объемных плазмонов электронами киловольтовых энергий, либо вопросу количества возбужденных квазичастиц быстрым электроном за время прохождения до поворота на большой угол при упругом рассеянии, либо рассматриваемой здесь проблеме, но без учета пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости, — все эти вопросы лежат вне поля нашего дальнейшего исследования. Следует здесь заметить, что часть теоретических выкладок в этих работах, особенно в [10, 11], повторяет результаты, которые содержатся в нашей статье [4], опубликованной около 35 лет назад. Однако ссылки на нашу статью в этих работах нет.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ РАССЕЯНИЯ БЫСТРОГО ЭЛЕКТРОНА С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОБЪЕМНОГО ПЛАЗМОНА В СРЕДЕ С СИЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Выражение для спектра вероятности испускания плазмона в структуре полубесконечная вакуумная область — полубесконечный металл с плоской границей, от которой внутренние металлические электроны отражаются упруго и зеркально, имеет вид

$$\frac{dP}{d\omega} = \frac{2}{(2\pi)^3 a_B e^2 E} \int d\vec{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dz' \operatorname{Im} D(q, \omega, z, z') \left\{ \frac{\theta(z)\theta(z')}{\cos^2(\alpha_m)} \times \right. \\ \left. \times \exp[-2\varkappa_z(z+z'+|z-z'|)] \cos[Q_{zm}(z-z')] + \right. \\ \left. + \frac{\theta(-z)\theta(-z')}{\cos^2(\alpha_v)} \cos[Q_{zv}(z-z')] + \frac{2\theta(z)\theta(-z')}{\cos(\alpha_m)\cos(\alpha_v)} \times \right. \\ \left. \times \left. \exp(-4\varkappa_z z) \cos(Q_{zm}z - Q_{zv}z') \right\}.$$
(1)

В этой формуле, вывод которой не является предметом настоящего исследования, поскольку методика ее получения и использования была указана в работах [5,6], первое слагаемое в фигурной скобке относится к ситуации, когда быстрая частица и наведенное ей электрическое поле возбуждения электронов металла расположены в среде. Обозначим этот спектр посредством $dP_{med}(\omega)/d\omega$. Ситуации, когда быстрая частица и поле располагаются в вакууме, соответствует второе слагаемое в фигурной скобке формулы (1). Обозначение для этого спектра $dP_{vac}(\omega)/d\omega$. Спектр для третьего слагаемого, в котором координаты электрического поля располагаются по разные стороны от границы, обозначим посредством $dP_{vm}(\omega)/d\omega$. В приведенной выше формуле учитываются две возможности испускания плазмона как до, так и после упругого столкновения на большой угол на атоме металла. Квантовой интерференцией этих двух процессов рассеяния быстрого электрона в среде и в вакууме будем пренебрегать (влиянию интерферен-

(

ции двух процессов электронного рассеяния с разной последовательностью актов упругого и неупругого столкновений была посвящена работа [6]).

Функция Грина $D(\omega, q, z, z')$, определяющая процесс генерации плазмонов в такой структуре с плоской границей раздела металл–вакуум, имеет вид

$$D(\omega, q, z, z') = 4e^{2}\hbar \left\{ \theta(z)\theta(z') \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{\cos(kz)\cos(kz')}{(k^{2}+q^{2})\epsilon(k,q,\omega)} - \frac{q}{\pi} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dk_{1} \frac{\cos(k_{1}z)}{(k_{1}^{2}+q^{2})} \left[\frac{\theta(z)}{\epsilon(k_{1},q,\omega)} - \theta(-z) \right] \int_{-\infty}^{\infty} dk_{2} \frac{\cos(k_{2}z')}{k_{2}^{2}+q^{2}} \left[\frac{\theta(z')}{\epsilon(k_{2},q,\omega)} - \theta(-z') \right]}{1 + \frac{q}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du \frac{1}{(u^{2}+q^{2})\epsilon(u,q,\omega)}} \right\}.$$
 (2)

Отметим, что $D(\omega, q, z, z')$ — функция Грина электрического поля плазмонов в металле с границей, отражающей электроны металла зеркально и упруго [14]. В этом единственном случае формула (2) справедлива для произвольного вида функции диэлектрической проницаемости металла ϵ ($Q = \sqrt{u^2 + q^2}, \omega$), q — плоская проекция волнового вектора плазмона.

Коэффициент затухания волнового поля быстрого электрона в среде

$$\varkappa_z = \operatorname{Im} \sqrt{k^2 \cos^2(\alpha_m) + ikn\sigma_t}$$

(здесь n — концентрация атомов металла, σ_t — полное сечение рассеяния быстрого электрона в среде) связан с длиной когерентности $\ell_c = 1/n\sigma_t$ посредством соотношения $\varkappa_z \approx 1/2\ell_c \cos(\alpha_m)$, здесь учитывается преломление траектории быстрого электрона при пересечении им границы среды, так что

$$\cos(\alpha_m) = \sqrt{\cos^2(\alpha_v) + \sin^2(\alpha_v) \frac{W}{E + W}}$$

где W-внутренний потенциал металла,
аE-энергия быстрого электрона;

$$Q_{zv} = \frac{\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_{\rho}}{v\cos(\alpha_v)}, \quad Q_{zm} = \frac{\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_{\rho}}{v\cos(\alpha_m)}, \quad v = \frac{\hbar k}{m};$$

α_v — угол падения электрона в вакуумной области, отсчитываемый от направления внутренней нормали к поверхности.

В дальнейшем будем рассматривать случай равенства углов падения и вылета, т.е. $\alpha_v = \alpha_m = \alpha$. Кроме того, $\varkappa_{iz} = \varkappa_{fz} = \varkappa_z$. Такая постановка сценария неупругого отражения часто используется в экспериментах. Эти наложенные на углы условия уже были учтены при выводе формулы (1).

2.1. Диэлектрическая проницаемость металла $\epsilon(Q, \omega)$ и связанные с ней функции

Воспользуемся кинетической аппроксимацией объемной диэлектрической проницаемости среды. Функция $\epsilon(Q, \omega)$, представляющая продольную диэлектрическую проницаемость металлической среды с пространственной дисперсией, в диапазоне спектра плазмонной генерации имеет вид

$$\epsilon(Q,\omega) = \theta\left(\frac{\omega}{v_F} - Q\right) \times \\ \times \left[1 - 3\omega_p^2 \int_0^1 ds \, \frac{s^2}{\omega^2 - s^2 Q^2 v_F^2} - i\delta\right]. \quad (3)$$

Здесь $v_F = \sqrt{2E_F/m}$ — скорость Ферми электронов металла, ω_p — плазменная частота, $\delta \to 0$.

Условию возбуждения объемного плазмона соответствует функция ${\rm Im}\,1/\epsilon(Q,\omega),$ раскрывая которую, получим

$$\operatorname{Im} \frac{1}{\epsilon(Q,\omega)} = \pi \delta \left(Q^2 - \frac{\omega^2}{v_F^2} R(\omega) \right) \times \\ \times \left| \frac{\partial \epsilon(Q,\omega)}{\partial Q^2} \right|_{\epsilon(Q,\omega)=0}^{-1}.$$
(4)

Функция $R(\omega)$ определяется из решения трансцендентного уравнения

$$R(\omega) = 3[1 - \varepsilon(\omega)] \times \left[\frac{1}{2\sqrt{R(\omega)}} \ln\left(\frac{1 + \sqrt{R(\omega)}}{1 - \sqrt{R(\omega)}}\right) - 1\right].$$
 (5)

Это трансцендентное уравнение получается из условия обращения в нуль функции $\epsilon(Q,\omega) = 0$. Функция $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ представляет собой бездисперсионный предел продольной диэлектрической проницаемости $\epsilon(Q = 0, \omega)$.

Функция $R(\omega)$ представляет меняющуюся с частотой ω зависимость, такую что

$$R(\omega_p) = 0, \quad \lim_{\omega \to \omega_p + 0} \left[\frac{R(\omega)}{\varepsilon(\omega)} \right] = \frac{5}{3}.$$

С увеличением частоты, $\omega > \omega_p$, функция $R(\omega)$ плавно возрастает и ее значение в пределе больших частот стремится к единице.

Функция

$$\left|\frac{\partial \epsilon(Q,\omega)}{\partial Q^2}\right|_{\epsilon(Q,\omega)=0} = \frac{v_F^2}{\omega^2} \frac{M(\omega)}{L(\omega)},$$

где две входящие сюда функции определены следующим образом:

$$M(\omega) = \frac{3 - 2R(\omega)}{2R^2(\omega)[1 - R(\omega)]} - \frac{3}{4R^{5/2}(\omega)} \times \\ \times \ln\left(\frac{1 + \sqrt{R(\omega)}}{1 - \sqrt{R(\omega)}}\right); \qquad (6)$$
$$L(\omega) =$$

$$= \left[\frac{1}{2\sqrt{R(\omega)}}\ln\left(\frac{1+\sqrt{R(\omega)}}{1-\sqrt{R(\omega)}}\right) - 1\right]\frac{1}{R(\omega)}.$$

Из уравнения (3) можно найти зависимость резонансной частоты возбуждения объемного плазмона как функцию его волнового вектора и по этой зависимости определить максимальную частоту плазмонного спектра и максимальный волновой вектор объемного плазмона

$$\omega = \omega_p \left(3 \int_0^1 ds \, \frac{s^2}{1 - s^2 Q^2 v_F^2 / \omega^2} \right)^{1/2}.$$
 (7)



Рис. 1. Зависимость частоты возбуждения объемного плазмона от волнового вектора $\omega(Qv_F/\omega_p)$

Из решения этого трансцендентного уравнения следует, что максимальный волновой вектор объемного плазмона равен $Q_{max} = \omega_p/v_F$, а максимальная частота плазмонного спектра $\omega_{max} = 1.289\omega_p$. Максимальное значение функции $R(\omega_{max}) = 0.601$ (Значения указанных здесь трех величин были получены ранее в работе [1], тем не менее имеет смысл их заново привести, поскольку форма изложения их нахождения стала более совершенной.) На рис. 1 представлена дисперсионная кривая резонансной частоты возбуждения объемного плазмона $\omega (Qv_F/\omega_p)$. Эта кривая хорошо аппроксимируется (с точностью до 1%) зависимостью

$$\omega = \omega_p \left[1 + 0.3 \left(\frac{Q v_F}{\omega_p} \right)^2 \right]$$

получающейся из (7) в длинноволновом пределе.

2.2. Определение длины когерентности быстрого электрона внутри металла

Для нахождения мнимого потенциала среды Γ , который необходим для определения пространственного затухания волновой функции быстрого электрона внутри металла, нужно рассчитать характерные длины пробега быстрого электрона. В первую очередь следует определить длину пробега по отношению к возбуждению объемного плазмона λ_{pl} . В кинетическом приближении эта длина рассчитывается по формуле

$$\lambda_{pl} = \frac{2a_BE}{\hbar} \left\{ \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} d\omega \frac{\theta[R(\omega_{min}) - (v_F^2/v^2)] \left[\frac{1}{2\sqrt{R(\omega)}} \ln\left(\frac{1+\sqrt{R(\omega)}}{1-\sqrt{R(\omega)}}\right) - 1\right]}{\frac{3-2R(\omega)}{2[1-R(\omega)]} - \frac{3}{4R^{1/2}(\omega)} \ln\left(\frac{1+\sqrt{R(\omega)}}{1-\sqrt{R(\omega)}}\right)} \right\}^{-1}$$

Для энергии E = 200 эВ длина пробега $\lambda_{pl} = 10.2$ Å. Некоторое отличие от значения λ_p , приведенного в работе [1], связано здесь с пренебрежением электронным поглощением, собственно для определения которого эта длина и рассчитывается.

Во-вторых, следует определить длину пробега по отношению к парным возбуждениям λ_{eh} . Эта длина вычисляется по формуле

$$\lambda_{eh} = \frac{2a_B E}{\sqrt{3} g \hbar \omega_p},$$
$$g = \int_{1}^{\infty} dt \frac{1}{t^2} \operatorname{Im} \sqrt{1 - \frac{1}{2t} \ln\left(\frac{t+1}{t-1}\right) + i\frac{\pi}{2t}} = 0.471.$$

Для энергии электрона E = 200 эВ длина пробега $\lambda_{eh} = 15.8$ Å. Значения длин пробега λ_{pl} и λ_{eh} при энергии E = 200 эВ соответствуют также данным работы [15].

Длина пробега быстрого электрона по отношению к упругим малоугловым некогерентным столкновениям с атомами металла λ_{el} имеет величину того же порядка, что и две ранее определенные длины, $\lambda_{el} = 1/n\sigma_{el}$. Здесь σ_{el} — сечение упругого электронного рассеяния на все углы. Для расчета сечения σ_{el} удобно использовать односферический потенциал атома в модели Менсинг с радиусом $r_0 =$ $= (3\sqrt{2})^{2/3}a_B/\sqrt[3]{Z}$, согласованным с моделью атома по методу Томаса – Ферми [16,17]. Как известно, потенциал Менсинг имеет вид

$$V(x) = -\frac{Z}{x} \left(1 - \frac{x}{x_0}\right) \theta(x_0 - x), \quad x = \frac{r}{a_B}.$$

Поскольку электронная плотность и потенциал в каждой точке атома связаны соотношением

$$\rho(x) = (-2V(x))^{3/2}/3\pi^2,$$

положенным в основу модели нейтрального атома по Томасу – Ферми, исходя из этого не представляет труда получить интегральное соотношение

$$Z = \frac{4}{3\pi} \int_{0}^{\infty} dx \, x^2 [-2V(x)]^{3/2},$$

подставляя в которое потенциал Менсинг, получим выражение для радиуса атома $x_0 = (3\sqrt{2})^{2/3}/Z^{1/3}$.

4 ЖЭТФ, вып. 1 (7)

При энергии E = 200 эВ расчетное значение λ_{el} составляет 6.93 Å, что также хорошо соответствует результату в работе [15].

Следует также оценить длину пробега быстрого электрона по отношению к возбуждению атомных электронов и ионизации атома. Как было получено в нашей работе [7], сечение такого акта электронного неупругого рассеяния имеет вид

$$\sigma_{ion} = 2\pi \frac{ZE_B}{Eq_0^2} \ln\left[1 + \left(\frac{q_0v}{\omega_{1,0}}\right)^2\right]$$

Необходимые для такого расчета параметры также получены исходя из модели Менсинг для потенциала атома алюминия

$$q_0^2 = \frac{e^2 Z}{|d_{1,0}|^2} = \frac{Z}{a_B^2 x_0^2}, \quad \hbar \omega_{1,0} = 9.5 E_B.$$

При этом $\lambda_{ion} = 84$ Å, когда E = 500 эВ, а при E < 245 эВ эта длина становится несоизмеримо большой и не влияет на величину мнимого потенциала.

Других сколь-нибудь значимых механизмов электронного рассеяния, влияющих на значение длины когерентности, нет в заданном диапазоне средних энергий. Суммируя значения обратных длин пробега, получим значение мнимого потенциала среды $b(E) = \Gamma(E)/\hbar\omega_p$. Значения величины *b* таковы: b(E = 200 зB) = 0.6, b(E = 350 зB) = 0.575, b(E = 500 зB) = 0.55.

2.3. Поверхностный плазмонный резонанс

Из формулы (2) можно просто получить значение функции Грина плазмонов на границе раздела сред $D(q, \omega, 0, 0)$:

$$D(q,\omega,0,0) = -\frac{4\pi e^2\hbar}{q\left\{1+\frac{q}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}du\frac{1}{(u^2+q^2)\epsilon(u,q,\omega)}\right\}}.$$
 (8)

Мнимая часть этой функции имеет различные представления в областях $\omega > \omega_p$ и $\omega < \omega_p$. В области $\omega > \omega_p$ эта функция дает основу для описания переходного излучения объемных плазмонов как в вакууме, так и в внутри среды:

$$\operatorname{Im} D_B(q,\omega,0,0) = \frac{4\pi e^2 \hbar \varepsilon(\omega) L(\omega) M(\omega) \theta\left(\frac{\omega}{v_F} \sqrt{R(\omega)} - q\right) r(\omega,q)}{[1 + \varepsilon(\omega)]^2 M^2(\omega) r^2(\omega,q) + q^2 L^2(\omega)}.$$
 (9)

Здесь

=

$$r(\omega,q) = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_F^2}} R(\omega) - q^2$$

 величина волнового вектора объемной плазменной волны.

Справа от порога возбуждения объемных плазмонов $\omega - \omega_p \to 0$ функция Im $D_B(q, \omega, 0, 0)$ пропорциональна $\sqrt{\omega - \omega_p}$.

В области частот $\omega < \omega_p$ функция Im $D(q, \omega, 0, 0)$ описывает структуру функции возбуждения поверхностного плазмона:

$$\operatorname{Im} D_{S}(q,\omega,0,0) = -\frac{4\pi e^{2}\hbar\varepsilon(\omega)}{q} \times \\ \times \operatorname{Im} \left(1 + \varepsilon(\omega) + \frac{2qv_{F}\varepsilon(\omega)}{\pi\omega}G(\omega,q)\right)^{-1}.$$
 (10)

Функция $G(\omega, q)$ содержит вещественную и мнимую части, связанные с коротковолновой частью диэлектрической проницаемости при $Q > \omega/v_F$, описывающей рождение парных возбуждений. Следовательно, в линейном по дисперсии приближении спектр возбуждения поверхностного плазмона определяется его распадом на электрон-дырочные пары. Расчетные значения функции $G(\omega = \omega_p/\sqrt{2}, q = 0)$ таковы: $\operatorname{Re} G(\omega = \omega_p/\sqrt{2}, q = 0) = 0.417$, $\operatorname{Im} G(\omega = \omega_p/\sqrt{2}, q = 0) = 0.135$. Таким образом, функция $D(q, \omega, 0, 0)$ содержит в себе взаимосвязь поверхностного и объемного каналов неупругого рассеяния быстрого электрона, поскольку имеет общую структуру поверхностного плазмонного резонанса.

Хорошо известно, что вдали от границы среды и при пренебрежении в ней мнимым потенциалом возбуждение объемных плазмонов быстрыми электронами происходит в соответствии с законом сохранения энергии-импульса $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{v} - \omega = 0$. Отсюда следует, что спектр волновых векторов объемных плазмонов укладывается в диапазон черенковского излучения $\omega/v < Q < \omega/v_F$. Существование границы среды снимает ограничение на минимальный волновой вектор плазмона, накладываемое черенковским механизмом излучения. Из формулы (2) следует, что граница «отбирает» часть волнового вектора плазмона — перпендикулярную границе его составляющую (волновой вектор u). В результате появляется возможность испускания объемных плазмонов с малыми волновыми векторами

$$\frac{\omega}{v_F}\sqrt{R(\omega)} < Q < \frac{\omega}{v}$$

В пересчете на диапазон генерируемых частот плазмонов отсюда получим $R(\omega) < E_F/E$. Существование границы приводит к появлению длинноволнового диапазона переходного излучения объемных плазмонов, обусловленного наличием пространственной дисперсии у функции $\epsilon(Q, \omega)$. Выражение этого частотного диапазона имеет вид

$$\omega_p < \omega < \omega_p \left[1 + 3 \frac{v_F^2}{v^2} \int\limits_0^1 ds \, \frac{s^4}{1 - s^2 v_F^2 / v^2} \right]^{1/2}.$$
 (11)

Переходным образом могут возбуждаться не только самые длинноволновые плазмоны, но также и коротковолновые, для которых $R(\omega_{max}) > R(\omega) >$ $> v_F^2/v^2$. В среде с мнимым потенциалом $\Gamma = \hbar v/2\ell_c$ испускание электроном объемных плазмонов возможно по механизму тормозного излучения, причем самых длинноволновых в частотном диапазоне, даваемом формулой (11). Следовательно, по мере движения быстрого электрона на пути к границе среды и в самой среде характер возбуждения объемных плазмонов имеет сложную структуру, включающую в себя три одновременно протекающих процесса генерации: переходный, тормозной и черенковский.

3. МНИМАЯ ЧАСТЬ ФУНКЦИИ ГРИНА ПЛАЗМОНОВ В КИНЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В вакуумной области, когда z < 0 и z' < 0, мнимая часть функции Грина Im $D(q, \omega, z, z')$ при $\omega > \omega_p$ имеет вид

$$\operatorname{Im} D_{vac}(q, \omega, z, z') = \\ = \operatorname{Im} D_B(q, \omega, 0, 0) \exp[q(z + z')]. \quad (12)$$

Эта функция соответствует описанию процесса переходного излучения объемного плазмона в вакуумной области. Важно отметить, что в вакууме объемный плазмон, так же, как и поверхностный, представляет собой поверхностную волну.

Описанию процесса излучения объемного плазмона у границы среды, когда координаты z и z' находятся по разные стороны от границы среда–вакуум, соответствует функция

$$\operatorname{Im} D_{vm}(q,\omega,z,z') = \frac{\operatorname{Im} D_B(q,\omega,0,0)}{\varepsilon(\omega)} \times \left\{ \theta(z)\theta(-z')\exp(qz')\left[[1+\varepsilon(\omega)]\cos\left(r(\omega,q)z\right) - \exp(-qz)\right] + \theta(z')\theta(-z)\exp(qz) \times \left[[1+\varepsilon(\omega)]\cos\left(r(\omega,q)z'\right) - \exp(-qz')\right] \right\}.$$
(13)

В отличие от формулы (12) в этом выражении появляются осциллирующие функции $\cos(r(\omega, q)z)$ и $\cos(r(\omega, q)z')$, происхождение которых связано с появлением объемных плазменных волн, распространяющихся в среде с пространственной дисперсией, в то время как в вакуумной области эти волны превращаются в поверхностные. Мнимая часть функции Грина Im $D_{vm}(\omega, q, z, z')$ описывает рождение объемных плазменных волн быстрой частицей, еще не пересекшей границу среды. Это соответствует переходному излучению плазменных волн в точном смысле определения такого эффекта.

Мнимая часть функции Грина плазмонов внутри среды имеет вид

$$\operatorname{Im} D_{med}(q,\omega,z,z') = \frac{\operatorname{Im} D_B(q,\omega,0,0)}{\varepsilon^2(\omega)} \left\{ \frac{[1+\varepsilon(\omega)]^2}{2} \times \left[\cos\left[r(\omega,q)(z-z')\right] + \cos\left[r(\omega,q)(z+z')\right] \right] - \left[1+\varepsilon(\omega)\right] \left[\exp(-qz)\cos\left[r(\omega,q)z'\right] + \exp(-qz')\cos\left[r(\omega,q)z\right] \right] + \exp(-q(z+z')) \right\}.$$
 (14)

В первой строке этой формулы имеется сумма двух осциллирующих функций $\cos\left[r(\omega,q)(z-z')
ight]$ и $\cos[r(\omega,q)(z+z')]$. Если положить, что координата z' является координатой источника (быстрого электрона), то тогда первая функция дает описание плазменной волны, распространяющейся от источника в безграничной среде вдоль оси z. Это слагаемое соответствует функции возбуждения объемного плазмона вдали от границы среды, на что указывает зависимость от разности координат z - z'. Второе слагаемое связано с наличием границы у среды. Оно описывает плазменную волну от мнимого источника, находящегося вне среды на расстоянии z = -z'от границы, который порождает волну, отраженную от границы среды. Помимо осциллирующих функций в выражении (14) содержатся функции вида $\exp(-qz)\cos[r(\omega,q)z']$, связывающие объемные и поверхностные волны, а также функция $\exp[-q(z+z')]$, представляющая поверхностную волну переходного механизма возбуждения.

Полное выражение для мнимой части функции Грина плазмонов, в котором воедино соединены все составные частные формулы (12)–(14), будет следующее:

$$\operatorname{Im} D(q, \omega, z, z') = \frac{\operatorname{Im} D_B(q, \omega, 0, 0)}{\varepsilon^2(\omega)} \times \\ \times \left\{ \theta(-z) \exp(qz)\varepsilon(\omega) + \theta(z) \left[(1 + \varepsilon(\omega)) \times \right] \right\} \\ \times \left\{ \varepsilon(r(\omega, q)z) - \exp(-qz) \right] \times \\ \times \left\{ \theta(-z') \exp(qz')\varepsilon(\omega) + \theta(z') \left[(1 + \varepsilon(\omega)) \times \right] \right\} \\ \times \left\{ \varepsilon(r(\omega, q)z') - \exp(-qz') \right\} \right\}.$$
(15)

4. УМЕНЬШЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В ПРИГРАНИЧНОЙ ОБЛАСТИ МЕТАЛЛА, СВЯЗАННОЕ С ПРЕПЯТСТВИЕМ ДЛЯ ИХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В ЗОНЕ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПЛАЗМОННОГО РЕЗОНАНСА

Функция Грина плазмонов, представленная формулой (2), содержит два типа решений: первая строка этой формулы описывает рождение двух объемных плазменных волн в среде вне их связи с поверхностным полем плазмонного резонанса. Во второй строке формулы (2) содержится часть функции Грина плазмонов, связанная с электрическим полем поверхностного плазмонного резонанса. В выражении этой части функции Грина имеется резонансный знаменатель, который содержит условия возбуждения как поверхностных, так и объемных плазмонов. В этой части решения математическое описание структуры плазменных волн жестко привязано к границе посредством как множителя, имеющего вид резонансного знаменателя, так и мультипликативной связи осциллирующих функций с экспоненциально убывающими координатными функциями.

Если пренебречь влиянием, оказываемым существованием поверхности, то при z > 0, z' > 0 в соответствии с (2) получим для Im $D(q, \omega, z, z')$

$$\operatorname{Im} D(q,\omega,z,z') = \frac{4\pi e^2 \hbar L(\omega)}{\varepsilon(\omega) r(\omega,q) M(\omega)} \times \\ \times \cos \left[r(\omega,q)z \right] \cos[r(\omega,q)z'] .$$
(16)

Слагаемое, зависящее только от разности координат $\cos[r(\omega, q)(z-z')]$, в такой мнимой части функции Грина плазмонов было использовано ранее в [1]. Если же влиянием границы не пренебрегать, то тогда эта же осциллирующая часть решения будет равна

$$\operatorname{Im} D(q, \omega, z, z') = \frac{4\pi e^2 \hbar L(\omega)}{\varepsilon(\omega) r(\omega, q) M(\omega)} \times \frac{[1 + \varepsilon(\omega)]^2}{[1 + \varepsilon(\omega)]^2 + \left[\frac{qL(\omega)}{r(\omega, q)M(\omega)}\right]^2} \times \cos[r(\omega, q)z] \cos[r(\omega, q)z']. \quad (17)$$

Эта формула представляет собой первое слагаемое из формулы (14). Как отсюда видно, существование плазмонного поверхностного резонанса приводит к уменьшению генерации объемных плазменных волн в

$$K = \frac{1}{1 + \left[\frac{qL(\omega)}{r(\omega, q)M(\omega)[1 + \varepsilon(\omega)]}\right]^2}$$

раз. Оценить величину K можно, проинтегрировав это выражение по частотному и q диапазонам изменения генерации объемного плазмона. Полученная таким образом величина составляет K = 0.44.

Еще большему уменьшению вероятности возбуждения объемных плазменных волн в приповерхностной области отвечает второе слагаемое в (14). В этом слагаемом, имеющем отрицательный знак, плазменные волны мультипликативно связаны с экспоненциально убывающими от границы решениями вида $\exp(-qz)$. Существование канала возбуждения поверхностных плазмонов приводит к уменьшению возбуждения в канале объемных плазмонов. Следовательно, второе слагаемое в (14) обусловлено эффектом связи неупругих каналов генерации плазмонов.

Наконец, третье слагаемое в (14), характерное исключительно экспоненциальным уменьшением от поверхности в глубь среды, представляет собой математическое выражение эффекта переходного испускания плазмонов внутри металла. Характерной особенностью этого слагаемого является его увеличение в $1/\varepsilon^2(\omega)$ раз по сравнению с аналогичным слагаемым (12), описывающим вероятность переходного испускания плазмонов в вакуумной области.

Путем подстановки формул (12)–(14) в (1) получим искомые вероятности и спектры потерь на возбуждение объемного плазмона от разных областей расположения координат z и z'. В частности, у порога возбуждения переходного испускания объемного плазмона электроном, находящимся в вакуум-

ной области, при z < 0 и z' < 0 форма спектральной линии $dP_{vac}/d\omega$ пропорциональна $(\omega - \omega_p)^{3/2}$. Аналогичная зависимость начального участка спектральной линии будет получаться и для $dP_{vm}/d\omega$. Φ орма линии начального участка спектра $dP_{med}/d\omega$ будет иметь вид, пропорциональный $\omega - \omega_p$. В этом состоит принципиальное отличие от формы линии начального участка спектра возбуждения объемного плазмона вдали от границы среды. Возвращаясь к результатам работы [1], находим, что спектр возбуждения объемного плазмона начинается у порога бесконечно высоким скачком, пропорциональным $1/\sqrt{\omega-\omega_p}$, который характерен для генерации самых длинноволновых плазмонов в среде с мнимым потенциалом благодаря эффекту тормозного испускания. При наличии границы у металла возбуждению самых длинноволновых плазмонов препятствует электрическое поле поверхностного плазмонного резонанса, которое подавляет генерацию у порога возбуждения.

Рассмотрим пример, который показывает, насколько уменьшается вероятность возбуждения объемного плазмона электроном с энергией в 200 эВ под воздействием поверхностного плазмонного резонанса. Будем рассматривать случай нормального падения и вылета электрона на границу вакуум–алюминий ($\alpha_v = \alpha_m = 0$).

Вообще говоря, учет мнимого потенциала у среды косвенно подразумевает наличие границы у среды, поскольку волновая функция быстрого электрона содержит экспоненциальное затухание в глубь среды. Учитывая это обстоятельство, нужно иметь в виду важное различие вероятностей возбуждения плазмона электроном при его движении в «безграничной» среде с мнимым потенциалом и при неупругом отражении с вылетом назад в вакуум. Если при анализе возбуждения плазмона в безграничной среде мы полагаем, что быстрый электрон движется только вперед и его волновая функция пропорциональна $\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\varkappa_{iz}z)$, то экспоненциальное затухание волновой функции быстрого электрона при неупругом отражении будет пропорционально $\exp[-(\varkappa_{iz} + \varkappa_{fz})z]$, что при равенстве углов падения и вылета эквивалентно удвоению величины мнимого потенциала по сравнению с величиной мнимого потенциала при движении только вперед. Поэтому, анализируя электрон-плазмонное рассеяние вдали от границы среды, следует мнимый потенциал безграничной среды считать вдвое большим, чем его значение в сценарии неупругого отражения. Такое условие необходимо для корректного сравнения вероятностей возбуждения плазмонов в этих двух различных сценариях процессов рассеяния. Следовательно, для корректного сопоставления результатов расчета вероятностей процессов возбуждения объемного плазмона электроном в сценарии неупругого отражения и в безграничной среде величина мнимого потенциала в безграничной среде должна составлять $\Gamma = 1.2\hbar\omega_n$ при E = 200 эВ.

Использовав результаты работы [1] для $\Gamma = 1.2\hbar\omega_p$, находим, что полная вероятность возбуждения объемного плазмона электроном с энергией в 200 эВ вдали от границы алюминия при таком значении мнимого потенциала будет составлять $P_{\Sigma} = 0.076$.

С другой стороны, при расчетной величине мнимого потенциала $\Gamma = 0.6\hbar\omega_p$, определенной ранее в разд. 2.2, из формул (1), (12), (13), (14) несложно рассчитать, что $P_{vac} = 0.0039$, $P_{vm} = 0.0054$ и $P_{med} = 0.0166$, следовательно, $P_{\Sigma} = 0.026$. За счет подавления объемных плазменных волн в приповерхностной области вероятность возбуждения объемного плазмона при неупругом отражении в три раза меньше, чем вероятность возбуждения объемного плазмона электроном, движущимся в глубь среды вдали от ее границы.

Все приведенное выше изложение построено на полном исключении альтернативного уширения всех спектров вероятности, связанного с частотой столкновений электронов металла, т.е. на условии, что $\nu = 0$. Включение в формулы для спектров вероятности $dP(\omega)/d\omega$ ненулевой величины $\nu \neq 0$ не представляет большого труда. Для такой процедуры следует воспользоваться формулой

$$\frac{dP_f}{d\omega}(\omega) = \frac{\nu}{\pi} \int_{\omega_p}^{\omega_{max}} d\omega_1 \frac{dP(\omega_1)/d\omega}{(\omega_1 - \omega)^2 + \nu^2}.$$
 (18)

5. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Формулы для спектральных распределений вероятностей $dP_{med}/d\omega$ и $dP_{vm}/d\omega$ слишком громоздки, чтобы помещать их не только в данный раздел статьи, но и в приложение к ней. Тем не менее формулу для спектральной вероятности $dP_{vac}/d\omega$ следует здесь привести, поскольку при скользящих углах падения эта вероятность определяет смену характера угловой зависимости

$$\frac{dP_{vac}}{d\omega} = \frac{2L(\omega)M(\omega)\varepsilon(\omega)}{\pi\sqrt{\frac{E}{2E_B}\cos(\alpha)}} \times$$



Рис. 2. Спектр потери энергии на возбуждение объемного плазмона электроном с энергией 200 эВ при неупругом отражении от металлического алюминия при нулевом угле падения и вылета

$$\times \frac{\omega}{v_F} \sqrt{\frac{R(\omega)}{v_F}} \sqrt{\frac{\omega^2}{v_F^2} R(\omega) - q^2} \\ \times \int_{0}^{0} dq \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{v_F^2} R(\omega) - q^2}}{M(\omega)^2 [1 + \varepsilon(\omega)]^2 \left[\frac{\omega^2}{v_F^2} R(\omega) - q^2\right] + q^2 L(\omega)^2} \\ \times \operatorname{Im} \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - q^2 v^2 - 2iqv\omega \cos(\alpha)}}.$$
(19)

Как следует из этой формулы, характер ее угловой зависимости аналогичен таковой для вероятности возбуждения поверхностных плазмонов.

Все-таки проще привести рисунки с этими спектрами, по крайней мере для двух углов падения и вылета неупруго отраженных электронов. Так, на рис. 2 приведены спектры этих трех распределений вероятностей для угла падения и равного ему угла вылета $\alpha_{iv} = \alpha_{fv} = 0$, т.е. по нормали к поверхности. Параметры расчета для всех трех спектров одинаковы и составляют E = 200 эВ, $\Gamma/\hbar\omega_p = 0.6$, $\nu = 0.03\omega_p$. Спектр вероятности $dP_{vac}/d\omega$ и спектр $dP_{vm}/d\omega$ имеют похожие формы линии. Спектр $dP_{med}/d\omega$ располагается значительно выше, поскольку при нормальных углах падения и вылета вероятность возбуждения объемного плазмона внутри среды значительно больше, чем в ваку-



Рис. 3. Спектр потери энергии на возбуждение объемного плазмона электроном с энергией 200 эВ при неупругом отражении от металлического алюминия при угле падения и вылета равном 85° по отношению к нормали к границе. На этом рисунке и на предыдущем сплошной кривой изображены полные спектры вероятности $P_f(\omega/\omega_p) = P_v(\omega/\omega_p) + P_{vm}(\omega/\omega_p) + P_m(\omega/\omega_p)$

уме. Высота спектра $dP_{med}/d\omega$ примерно в 4.2 раза больше высоты спектров для вакуумной области. Все три спектра имеют большую ширину, порядка $0.3\hbar\omega_p$, которая почти соответствует ширине диапазона плазмонного спектра, равного $0.289\hbar\omega_p$.

На рис. 3 приведены аналогичные спектральные распределения вероятности возбуждения объемного плазмона в различных областях движения быстрого электрона, но при углах $\alpha_{iv} = \alpha_{fv} = 85^{\circ}$. По сравнению со спектрами на рис. 2 здесь имеется существенная разница. Основной вклад в вероятность во всем диапазоне спектра вносит переходное испускание объемного плазмона при движении быстрого электрона в вакуумной области. И, наоборот, испускание объемного плазмона внутри среды имеет наименьшую вероятность по сравнению со случаем нормального падения и вылета.

На рис. 2 и 3 сплошной кривой представлены спектральные распределения суммарной вероятности возбуждения объемного плазмона $P(\omega, \alpha) =$ $= dP_{vac}/d\omega + dP_{med}/d\omega + dP_{vm}/d\omega$. Из этих спектров отчетливо следует рост вероятности возбужде-



Рис. 4. Три зависимости относительной вероятности возбуждения объемного плазмона электроном с энергией 200 эВ от угловой функции $\mu = 1/\sqrt{\cos(\alpha)}$. Сплошной кривой представлена теоретическая зависимость P_{μ} для алюминия, штриховой изображена экспериментальная зависимость P_{ex} для бериллия из работы [18]. Пунктиром изображена зависимость P_{dls} , рассчитанная в бездисперсионном приближении

ния с увеличением угла падения и вылета. Так, отношение высот в максимуме спектров при падении под углом в 85° к падению при нормальном угле в 0° составляет 0.083/0.026 = 3.2. Если это значение сопоставить с отношением роста угловых функций $1/\cos^{\eta}(17\pi/36)$, то для значения η получим $\eta = 0.48$. Подобная картина наблюдалась еще 40 лет назад в эксперименте по неупругому отражению электронов средней энергии от металлического бериллия [18]. На рис. 4 представлены три зависимости: на первой из них изображена кривая полной относительной вероятности

$$P_{\mu}(\mu) = \int_{\omega_{p}}^{\omega_{max}} d\omega P(\omega, \mu) / \int_{\omega_{p}}^{\omega_{max}} d\omega P(\omega, \mu = 1)$$

испускания объемного плазмона электроном с энергией 200 эВ в зависимости от $\mu = 1/\sqrt{\cos(\alpha_v)}$ для металлического алюминия (сплошная кривая), на второй (штриховая кривая) представлены данные эксперимента, проведенного под руководством И. М. Бронштейна, для бериллия при той же энергии электрона от такой же угловой функции.

Результаты настоящего теоретического анализа угловой зависимости вероятности возбуждения объемного плазмона в сценарии неупругого отражения



Рис. 5. Три пары зависимостей $P_m(\mu)$ и $P_v(\mu)$ для трех энергий быстрого электрона E = 200 эВ, E = 350 эВ, E = 500 эВ

быстрого электрона от алюминия и давнего эксперимента с аналогичным сценарием для бериллия имеют несомненное совпадение.

Поскольку черенковское и тормозное испускания объемного плазмона в среде зависят от угла падения так, что с ростом α_v вероятности этих процессов уменьшаются из-за увеличивающегося коэффициента электронного поглощения ($\varkappa_z \approx n\sigma_t/2\cos(\alpha)$), а переходное испускание, наоборот, возрастает с ростом угла α_v , суммарная вероятность испускания незначительно уменьшается в начале диапазона увеличения угла падения, а затем растет с увеличением угла как $1/\cos^{\eta}(\alpha_v)$, где $\eta \ge 0.5$.

На рис. 5 приведены три пары кривых, рассчитанные при трех различных энергиях E. Пара сплошных кривых соответствует E = 200 эВ, так кривая

$$P_v(\mu) = \int\limits_{\omega_p}^{\omega_{max}} d\omega P_v(\omega,\mu)$$

показывает угловую зависимость вероятности переходного излучения объемного плазмона электроном, подлетающим к границе металла в вакуумной области, а вторая сплошная кривая показывает зависимость вероятности возбуждения объемного плазмона электроном, влетевшим внутрь металла,

$$P_m(\mu) = \int_{\omega_p}^{\omega_{max}} d\omega P_m(\omega, \mu).$$

В диапазоне углов 0 < α < 65° P_m > P_v и, наоборот, при 65° <
 α < 90° P_v > $P_m.$ Особенность зависимости $P_m(\mu)$ состоит в том, что в диапазоне углов $75^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$ вероятность $P_m(\mu)$ перестает зависеть от угла $\alpha = \arccos(1/\mu^2)$. Это связано с эффектом преломления траектории быстрого электрона при пересечении им границы вакуум-металл. Штриховыми кривыми изображены две кривые P_{v1} и P_{m1} , соответствующие энергии E = 350 эВ. Пунктиром изображены две кривые P_{v2} и P_{m2} , соответствующие энергии E = 500 эВ. По мере увеличения энергии электрона угловой диапазон, в котором $P_m > P_v$, увеличивается, так как при росте энергии электрона уменьшается вероятность переходного излучения в вакуумной области вследствие меньшего времени нахождения в области спада приповерхностного электрического поля пространственной дисперсии.

Переходное испускание объемного плазмона, являющееся эффектом пространственной дисперсии, становится преобладающим механизмом возбуждения при скользящих углах α_v , поэтому рост интенсивности генерации объемного плазмона с дальнейшим увеличением угла падения также является следствием основного вклада переходного излучения в формировании спектров вероятности возбуждения. Игнорирование пространственной дисперсии привело бы к противоположному результату [13], когда с ростом угла падения вероятность возбуждения объемного плазмона уменьшалась бы, как это отображено на рис. 4 (пунктирная кривая). Такая ситуация характерна для случая возбуждения объемного плазмона быстрым электроном высокой энергии, когда $E \gg E_F \left(\omega_p/\nu\right)^2$ и эффекты пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости становятся пренебрежимо малыми.

В заключение следует еще раз подчеркнуть, что при выполнении условия сильной пространственной дисперсии переходное излучение объемного плазмона электроном, подлетающим к границе металла из вакуумной области, является основным фактором, объясняющим увеличение высоты максимума сечения генерации объемной плазменной потери с увеличением угла падения относительно нормали к поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

- **1**. Б. Н. Либенсон, ЖЭТФ **140**, 637 (2011).
- 2. Б. Н. Либенсон, ЖЭТФ 141, 222 (2012).
- Б. Н. Либенсон, В. В. Румянцев, Письма в ЖЭТФ 45, 10 (1987).
- Б. Н. Либенсон, В. В. Румянцев, ЖЭТФ 86, 1715 (1984).
- 5. Б. Н. Либенсон, ФТТ 45, 22 (2003).
- 6. Б. Н. Либенсон, ФТТ 49, 52 (2007).
- Б. Н. Либенсон, К. Ю. Платонов, В. В. Румянцев, ЖЭТФ 101, 614 (1992).
- М. М. Бредов, В. В. Румянцев, И. Н. Топтыгин, Классическая электродинамика, Наука, Москва (1985), с. 350, 352, 357.
- B. N. Libenson and V. V. Rumyantsev, Phys. Stat. Sol. (b) 65, 281 (1974).

- W. S. M. Werner, W. Smekal, H. Stori et al., J. Vac. Sci. Technol. A 19(5), 2388 (2001).
- W. S. M. Werner, C. Eisenmenger-Sittner, J. Zemek et al., Phys. Rev. B 67, 155412 (2003).
- Z. J. Ding, H. M. Li, Q. R. Pu et al., Phys. Rev. B 66, 085411 (2002).
- C. Denton, J. L. Gervasoni, R. O. Barrachina et al., Phys. Rev. A 57, 4498 (1998).
- 14. В. В. Румянцев, Труды ЛПИ 328, 100 (1973).
- J. P. Ganachaud and M. Cailler, Surf. Sci. 83, 498 (1979).
- 16. В. В. Румянцев, Ю. А. Морозов, Б. Н. Либенсон, ЖЭТФ 63, 1221 (1972).
- 17. Б. Н. Либенсон, ЖЭТФ 145, 802 (2014).
- 18. И. М. Бронштейн, И. Л. Краинский, Б. Н. Либенсон, ФТТ 19, 958 (1977).