ЖЭТФ, 2018, том 153, вып. 5, стр. 761–764

ДИССОЦИАЦИЯ КВАРКОНИЯ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. М. Ишханян [a,b]***, В. П. Крайнов*** [c*]

[a] *Институт физических исследований Национальной академии наук Армении*
0203, Аштарак, Армения

[b] *Физико-технический институт, Национальный исследовательский Томский политехнический университет*
634050, Томск, Россия

[c] *Московский физико-технический институт*
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 20 октября 2017 г.

Оценивается вероятность туннельного распада кваркония (связанного состояния тяжелых кварка и антикварка) на свободные кварки в сильном электрическом поле.

DOI: 10.7868/S0044451018050073

В последнее время возобновился интерес к изучению свойств связанных состояний пары тяжелых кварков: кваркония. Эти состояния в принципе аналогичны свойствам позитрония — нейтрального связанного состояния электрона и позитрона. Аналогичные нейтральные связанные состояния образуют две системы: чармоний $c\bar{c}$, состоящий из «очарованных» кварка и антикварка (заряды $+2e/3$ и $-2e/3$), и боттомоний $b\bar{b}$, состоящий из «прелестных» кварка и антикварка (заряды $-e/3$ и $+e/3$) [1]. Отличие состоит в том, что частицы, составляющие позитроний, являются наблюдаемыми частицами, в то время как кварки в свободном виде еще никто не наблюдал.

Точный вид потенциала взаимодействия между кварком и антикварком неизвестен. Существуют разные модели, которые примерно с одинаковой точностью описывают экспериментальные спектры. Например, логарифмический потенциал Куигга–Рознера [2], потенциал Мартэна [3] и так называемый корнелльский потенциал [4], предложенный физиками Корнелльского университета (Cornell University, Ithaca, New York, USA). В случае степенных потенциалов общий вид этих моделей — трехчленный:

$$V = \frac{C}{r^q} + A + Br^s, \quad C < 0; \quad q, s, B > 0$$

(логарифмический потенциал можно рассмотреть как предельный случай этого потенциала при $q, s \to \to 0$). В настоящей работе оценивается вероятность туннельного распада кваркония на свободные кварки, вызванного электрическим полем. При этом, если потенциал электрического поля меняется в пространстве по степенному закону $V_E \sim r^p$ со степенью $p > s$, то с некоторой вероятностью может произойти диссоциация кваркония этим полем. Это, например, будет иметь место для потенциала Мартэна при постоянном электрическом поле, тогда как постоянное поле не может разорвать кварконий в случае корнелльского потенциала ($q = s = 1$). Соответствующий эксперимент с образованием свободных кварков в определенной области пространства, в которой можно было бы осуществить регистрацию, мог бы служить аргументом в пользу той или иной модели.

Рассмотрим распад кваркония в модельном потенциале Мартэна [3] притяжения между тяжелым кварком и антикварком в их связанном состоянии — кварконии, который имеет хорошо известный вид:

$$V(r) = A + Br^{0.1}. \tag{1}$$

Здесь $A = -6.0$ ГэВ, $B = 6.87$ ГэВ, а расстояние между кварком и антикварком r измеряется в ГэВ$^{-1}$ (это масштаб около 10^{-3} ферми). Эти константы определяются из экспериментальных положений различных s-состояний кваркония.

Заменяя радиальную волновую функцию $R_{n0}(r) = u_n(r)/r$ s-состояний кваркония, приходим

* E-mail: vpkrainov@mail.ru

к одномерному уравнению Шредингера с приведенной массой кварка m_q и энергией s-состояний E_n ($n = 1, 2, 3, \ldots$):

$$-\frac{\hbar^2}{m_q}\frac{d^2 u_n}{dr^2} + V(r)u_n = E_n u_n. \qquad (2)$$

В кварк-глюонной плазме, где имеются «молекулы» кваркония, существуют электрические поля, которые и производят туннельную ионизацию кваркония, приводящую, в принципе (хотя и с весьма малой вероятностью), к образованию свободных кварков. Она и является предметом рассмотрения данной статьи.

Подставляя (1) в (2), получим уравнение Шредингера в виде (ввиду возможных других приложений далее вводится произвольная, но положительная степень потенциала s, которая равна 0.1 для потенциала Мартэна):

$$\begin{gathered} -\frac{d^2 u_n}{dr^2} + br^s u_n = \varepsilon_n u_n, \\ \varepsilon_n = \frac{m_q}{\hbar^2}(E_n - A) > 0, \quad b = \frac{m_q}{\hbar^2}B. \end{gathered} \qquad (3)$$

Сначала обратимся к задаче определения энергий ε_n квазиклассических уровней в невозмущенном потенциале в отсутствие электрического поля и определения нормировки соответствующих невозмущенных квазиклассических волновых функций. Правило квантования Бора имеет вид

$$\int_0^{x_0} \sqrt{2(\varepsilon_n - br^s)}\, dr = \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (4)$$

Слагаемое $1/4$ существенно для низколежащих состояний, где квазиклассическое приближение с этим слагаемым оказывается хорошо применимым [5].

Замена переменной $r = (z\varepsilon_n/b)^{1/s}$ сводит данный интеграл к бета-функции

$$\int_0^1 (1-z)^{1/2} z^{1/s-1} dz = B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{s}\right) = \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(1/s)}{2\Gamma(3/2+1/s)} = \\ = \frac{1}{\sqrt{2}}\, s\left(n - \frac{1}{4}\right)\pi b^{1/s}\varepsilon_n^{-1/2-1/s}. \qquad (5)$$

Итак, квазиклассические энергии равны

$$\varepsilon_n = \left(\sqrt{2\pi}\left(n - \frac{1}{4}\right)\frac{\Gamma(3/2 + 1/s)}{\Gamma(1 + 1/s)}\right)^{2s/(s+2)} \times \\ \times b^{2/(s+2)}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (6)$$

Невозмущенная волновая функция в классически доступной области имеет вид

$$\begin{gathered} \phi_n(r) = \frac{A}{\sqrt{p_0(r)}}\cos\left(\int_r^{r_0} p_0(r')\, dr' - \frac{\pi}{4}\right), \\ r_0 = \left(\frac{\varepsilon_n}{b}\right)^{1/s}. \end{gathered} \qquad (7)$$

Здесь определен невозмущенный импульс

$$p_0(r) = \sqrt{2(\varepsilon_n - br^2)}. \qquad (8)$$

Нормировочный множитель A в уравнении (7) определяется из условия

$$A^2 \int_0^{r_0} \frac{dr}{2p_0(r)} = 1. \qquad (9)$$

Вычисляем интеграл аналогично предыдущему:

$$A^2 = \frac{2^{3/2}\Gamma(1/s + 1/2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(1/s + 1)}\, b^{1/s}(\varepsilon_n)^{(s-2)/2s}. \qquad (10)$$

Невозмущенная квазиклассическая волновая функция в начальной области под потенциальным барьером (за левой точкой классического поворота), где электрическое поле еще несущественно, имеет вид

$$\begin{gathered} \phi_n(r) \to \frac{A}{2\sqrt{|p_0(r)|}}\exp\left(-\int_{r_0}^{r} |p_0(r')|\, dr'\right), \\ r > r_0, \end{gathered} \qquad (11)$$

$$|p_0(r)| = \sqrt{2(br^s - \varepsilon_n)}. \qquad (12)$$

Рассмотрим основную часть подбарьерной области. Квазиклассический импульс при движении частицы вдоль оси r под барьером имеет вид

$$|p(r)| = \sqrt{2(br^s - \varepsilon_n - E_0 r)}, \quad E_0 = \frac{m_q}{\hbar^2}eE. \qquad (13)$$

А квазиклассическая волновая функция является аналитическим продолжением квазиклассической функции (11) в область, где электрическое поле становится существенным:

$$\begin{gathered} \phi_n(r) \to \frac{A}{2\sqrt{|p(r)|}}\exp\left(-\int_{r_0}^{r} |p(r')|dr'\right), \\ r > r_0. \end{gathered} \qquad (14)$$

Плотность тока вероятности на выходе из-под барьера и представляет собой вероятность ионизации в единицу времени. Согласно (14), она равна (с учетом приведенной массы кварка)

$$w = \frac{A^2}{4}\exp\left(-2\int\limits_{r_0}^{r_1}|p(r)|dr\right). \qquad (15)$$

Здесь r_1 — точка выхода частицы из-под потенциального барьера. Поскольку показатель экспоненты велик по сравнению с единицей, в интеграле в (15) надо сохранить не только главный член, но и следующие, чтобы получить правильную величину предэкспоненты в выражении для вероятности [6]. Однако для оценок мы ограничимся расчетом только главного члена в показателе экспоненты.

Основной член в показателе экспоненты получается в пренебрежении энергией состояния ε_n:

$$I_0(s) = -2\int\limits_0^{r_1}\sqrt{2(br^s - E_0 r)}\,dr, \qquad r_1 = (b/E_0)^{1/(1-s)}. \qquad (16)$$

Замена переменной $r = (by/E_0)^{1/(1-s)}$ в (16) выделяет зависимость от поля и сводит этот интеграл также к бета-функции:

$$I_0(s) = -\frac{2^{3/2}}{1-s}\,b^{3/2(1-s)}E_0^{-(s+2)/2(1-s)}\times \times\int\limits_0^1(1-y)^{1/2}y^{3s/2(1-s)}\,dy = = -\frac{\sqrt{2\pi}}{1-s}\,b^{3/2(1-s)}E_0^{(s+2)/2(1-s)}\times \times\Gamma\left(\frac{s+2}{2(1-s)}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{5-2s}{2(1-s)}\right). \qquad (17)$$

Далее обращаемся к пределу $s \to 0$, имея в виду потенциал Мартэна. Из выражений (17) находим

$$I_0(0) = -\frac{4\sqrt{2}}{3E_0}\,b^{3/2}. \qquad (18)$$

При $s \ll 1$ из формул (15) и (18) имеем

$$w = \sqrt{\frac{s}{2\pi}}\left(\frac{b}{\varepsilon_n}\right)^{1/s}\exp\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3E}\,b^{3/2}\right). \qquad (19)$$

Из выражения (6) в этом случае для невозмущенной энергии находим

$$\varepsilon_n = \left(n - \frac{1}{4}\right)^s b, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (20)$$

Подставляя формулу (20) в (19), получим простое выражение для вероятности туннельной ионизации в единицу времени:

$$w = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{2\pi}\,(n-1/4)\tau_a}\exp\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3E_0}\,b^{3/2}\right). \qquad (21)$$

Здесь характерное «кварковое» время определено аналогично атомному времени как

$$\tau_q = \frac{m_e}{m_q}\,\tau_a = 8.6\cdot10^{-21}\text{ с}. \qquad (22)$$

Для качественных оценок ввиду весьма большого показателя экспоненты можно использовать элементарное выражение, вообще не содержащее предэкспоненциальных множителей (восстанавливая размерные величины):

$$w \sim \frac{1}{\tau_q}\exp\left(-\frac{4\sqrt{2}\,(m_q B)^{3/2}}{3m_q eE\hbar}\right). \qquad (23)$$

В работе [7] (формула (144)) предлагается совершенно другой вид туннельной экспоненты вместо нашего выражения (23):

$$w \sim \exp\left(-\frac{2(2m\varepsilon_b)^{3/2}}{3meE\hbar}\right). \qquad (24)$$

Здесь ε_b — энергия диссоциации. Этот результат относится к диссоциации в притягивающем потенциале, который убывает с расстоянием, обращаясь в нуль на бесконечности, но не в притягивающем потенциале, который медленно растет с ростом расстояния как потенциал Мартэна. Ведь в первом случае хорошо известный показатель экспоненты (24) (Ландау – Оппенгеймера) содержит энергию ионизации системы и электрическое поле, но не содержит параметры потенциала притяжения. Во втором случае (который был рассмотрен нами в работе [6]) показатель экспоненты содержит только параметр потенциала и электрическое поле, но не содержит энергии диссоциации системы.

Если подставить характерное значение электрического поля $eE \sim m_\pi^2 c^3/\hbar$ [7, 8] и опустить все численные множители, то из (23) находим выражение, содержащее только безразмерные отношения в показателе экспоненты:

$$w \sim \frac{1}{\tau_q}\exp\left[-\left(\frac{m_q}{m_\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{B}{m_\pi c^2}\right)^{3/2}\right]. \qquad (25)$$

Подставляя массу пи-мезона $m_\pi c^2 = 0.135$ ГэВ, массу очарованного кварка $m_q c^2 = 1.29$ ГэВ [9] и константу потенциала Мартэна $B = 6.9$ ГэВ, получим, что показатель экспоненты в (25) имеет порядок величины 100. Таким образом, вероятность распада кваркония на свободные кварки в постоянном электрическом поле в модели Мартэна ничтожно мала: его распад согласно (25) происходит примерно за

10^{16} лет, что существенно превышает время жизни Вселенной.

Авторы благодарят В. В. Киселева за ценные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Армянского государственного научного комитета (грант № 15T-1C323), Армянского национального фонда науки и образования (грант № PS-4558), в рамках проекта «Ведущие российские исследовательские университеты» (грант № FTI_24_2016 Томского политехнического университета) и Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.873.2017/4.6).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), Phys. Rev. Lett. **118**, 192001 (2017).

2. C. Quigg and J. L. Rosner, Phys. Rep. **56**, 167 (1979).

3. A. Martin, Phys. Lett. B **93**, 338 (1980); arxiv.org/abs/0705.2353v1 [hep-ph].

4. E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. Lane, and T.-M. Yan, Phys. Rev. D **17**, 3090 (1978).

5. А. М. Ишханян, В. П. Крайнов, Письма в ЖЭТФ **105**, 34 (2017).

6. A. M. Ishkhanyan and V. P. Krainov, Laser Phys. Lett. **14**, 076001 (2017).

7. K. Tuchin, Adv. High Energy Phys. ID 490495 (2013).

8. K. Tuchin, Phys. Rev. C **88**, 034911 (2013).

9. K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. G **37**, 075021 (2010).