

# МЕЖМОДОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ГАЗОВУЮ ЯЧЕЙКУ СО ЩЕЛОЧНЫМИ АТОМАМИ В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ

*К. А. Баранцев\**, *А. Н. Литвинов\*\**, *Е. Н. Попов*

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 2 мая 2017 г.

Проводится построение теории возбуждения резонанса когерентного пленения населенностей в горячих атомах щелочного металла в ячейке с буферным газом при учете конечной ширины спектра двухкомпонентного излучения, его векторных свойств, сверхтонкой и зеemanовской структур атома. Исследуется распространение межмодовых корреляций в оптически-плотной газовой ячейке. Найдено, что при частичной корреляции мод на входе степень их корреляции на выходе может возрастать. Предложено использовать данный эффект для фильтрации некогерентной части излучения.

DOI: 10.7868/S0044451017120021

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Нелинейные оптические резонансы, возникающие при интерференции каналов возбуждения, занимают особое место в атомной спектроскопии. Существенную роль здесь можно отвести явлению когерентного пленения населенностей (КПН) [1–4] и связанному с ним эффекту электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [5, 6]. Оба эти эффекта проявляются при взаимодействии атомной среды с бихроматическим лазерным излучением. Суть их состоит в возникновении так называемого темного состояния, которое не взаимодействует с резонансным лазерным излучением. В этом случае атомная среда не поглощает излучение, что ведет к возникновению провала в спектре поглощения. Об эффекте ЭИП принято говорить в случае, когда атомная среда является оптически плотной и исследуется прохождение слабого пробного поля при действии на среду сильного контрольного поля, а также при возбуждении атомной среды импульсным излучением. Ширина провала в спектре поглощения в условиях КПН (или ЭИП) может быть на несколько порядков меньше, чем естественная ширина возбужденного уровня щелочного атома, и достигать

значений в сотни и даже единицы герц [7–14]. Такая особенность позволяет использовать эффект КПН и ЭИП в широком спектре практических применений, среди которых лазерная генерация без инверсии [15–20], спектроскопия сверхвысокого разрешения [6], оптические коммуникации [21–23], устройства для записи и обработки квантовой информации [24–27], лазерное охлаждение атомов [28–32]. Особую роль здесь занимает использование явления КПН при разработке метрологических систем нового поколения: малогабаритных квантовых стандартов частоты [33–37], атомных часов на пучке атомов [38], а также оптических магнитометров [39–43].

Несмотря на довольно продолжительное (более 30 лет) внимание к явлениям КПН и ЭИП, исследователи постоянно находят новые физические эффекты и нетривиальные особенности, которые проявляются в условиях наблюдения темных резонансов. Значительное число работ направлено на исследование возможности сужения резонанса КПН в атомах, находящихся при комнатной температуре или более высокой (далее «горячие» атомы). Так, авторами работы [44] была продемонстрирована возможность сужения резонанса ЭИП в среде с неоднородно уширенной линией поглощения. В этой работе было показано, что имеет место эффект лазерно-индуцированного сужения [45]. В работе [46] была разработана теория сужения Дикке для резонанса

\* E-mail: kostmann@yandex.ru

\*\* E-mail: andrey.litvinov@mail.ru

КПН. Исследование явления КПН при возбуждении атомов непрерывным лазерным излучением с различной шириной спектра в ячейке без буферного газа позволило установить наличие двух различных механизмов сужения резонанса КПН [47].

В работе [48] было экспериментально обнаружено сужение резонанса КПН при использовании зонной накачки щелочных атомов, находящихся в ячейке с буферным газом. В случае частичной (зонной) засветки ячейки атомы взаимодействуют с излучением непостоянно вследствие их диффузии в направлении, перпендикулярном лазерному лучу. В такой ситуации создается некий аналог рамзеевской схемы возбуждения [49], что приводит к так называемому диффузно-индуцированному рамзеевскому сужению резонанса КПН. Через несколько лет подобное сужение линии резонанса КПН было обнаружено экспериментально и объяснено теоретически в ячейках с парафиновым покрытием без буферного газа [50–52].

Другой спектр работ, направленный на поиск путей сужения резонанса КПН, посвящен импульсной накачке с целью реализации аналога рамзеевской схемы сужения. Так, в работе [53] продемонстрирована возможность наблюдения эффекта Дикке в атомарных парах цезия. Существенное уменьшение (до 20 раз) световых сдвигов при импульсной накачке было изучено теоретически и экспериментально [54]. Сравнение проводилось с непрерывной схемой возбуждения. Теоретическое исследование возможности подавления световых сдвигов и увеличения отношения сигнал/шум в КПН-резонансе при двухступенчатой импульсной накачке было сделано в работах [55, 56]. Авторами работы [57] установлено, что периодическая модуляция поляризации возбуждающего излучения может приводить к дублету резонанса. Кроме того, использование периодической модуляции поляризации излучения позволяет наблюдать более узкую линию резонанса [58]. Такие особенности открывают новые перспективы для создания более точных малогабаритных атомных часов. Эффективное управление степенью когерентности между основными состояниями атома рубидия для различных атомных групп при накачке ультракороткими импульсами в условиях резонанса КПН продемонстрировано в работе [59]. Теоретические исследования формы линии резонанса КПН в полихроматическом лазерном излучении были проведены в работе [60].

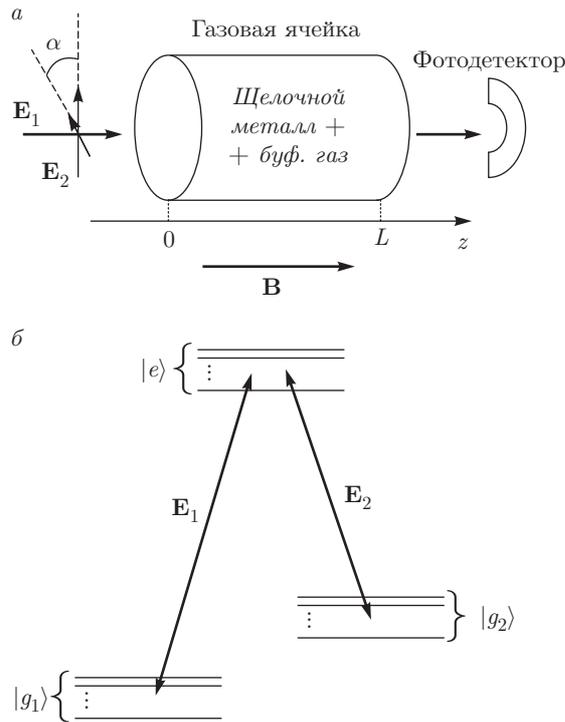
Несмотря на достаточно большее количество работ по исследованию эффектов КПН и ЭИП, ряд вопросов остается открытым. В перечисленных вы-

ше работах рассматривалось формирование темных резонансов при наличии полной корреляции между частотными компонентами лазерного излучения. В то же время известно, что полное отсутствие какой-либо корреляции между частотными компонентами лазерного излучения приводит к резкому уменьшению амплитуды и увеличению ширины КПН-резонанса [4]. Ряд работ по исследованию явления ЭИП в ячейках, представляющих собой тонкий плоский слой (от сотен нанометров до нескольких микрометров), экспериментально подтверждает этот факт [61]. Влияние частичной корреляции между лазерными полями в оптически плотном атомном газе в условиях резонанса КПН в настоящее время остается недостаточно изученным вопросом. В работе [62] построена теория переноса спектральной плотности излучения и его межмодовых корреляций в модели трехуровневой  $\Lambda$ -схемы. Однако в такой модели невозможен корректный учет векторных свойств излучения и изменения его поляризации в плотной среде. Настоящая работа как раз направлена на обобщение теории, построенной в работе [62], при учете векторных свойств излучения и полной сверхтонкой и зеемановской структуры уровней щелочного атома. Данная теория позволит описать возбуждение КПН-резонанса двухкомпонентным лазерным излучением как полученным из одного и того же источника, так и формируемым двумя независимыми лазерами с произвольной поляризацией.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

### 2.1. Квантовые кинетические уравнения для атомной матрицы плотности

Рассмотрим взаимодействие атомов щелочного металла с лазерным излучением по схеме, представленной на рис. 1а. Такая схема используется для детектирования КПН-резонанса по прошедшему вперед излучению. Газовая ячейка с насыщенным паром атомов щелочного металла и буферным газом находится при температуре 30–70 °С в постоянном внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}$ , которое необходимо для снятия вырождения зеемановских подуровней и разрешения отдельных КПН-резонансов. В ячейку помимо щелочного металла введен буферный газ, который позволяет снизить деполаризацию активных атомов на стенках. При достаточной его концентрации (обычно на 6–7 порядков превышающей концентрацию щелочных атомов) длина свободного пробега щелочных атомов становится много меньше



**Рис. 1.** а) Схема детектирования сигнала КРН-резонанса по прошедшему вперед излучению, состоящая из газовой ячейки, облучаемой двухчастотным излучением со спектральными компонентами  $E_1$  и  $E_2$ , и фотодетектора;  $\alpha$  — угол между плоскостями поляризации спектральных компонент. Ячейка находится в постоянном магнитном поле  $B$ . б) Схема энергетических уровней щелочного атома и возбуждаемые в нем переходы

размеров ячейки и частота столкновений со стенками резко снижается. Чтобы не происходило деполаризации спинов атомов при их столкновениях с буферным газом, его подбирают таким образом, чтобы сечение спин-обменного взаимодействия при столкновении было минимальным.

Схема энергетических уровней щелочного атома, возбужденного на  $D_1$ - либо  $D_2$ -линии, включает в себя основное состояние  $^2S_{1/2}$ , которое расщеплено на два сверхтонких уровня. На рис. 1б они обозначены, как набор зеемановских подуровней  $|g_1\rangle$  и  $|g_2\rangle$ . Сверхтонкий переход является запрещенным, что делает возможным возбуждение на нем долгоживущей атомной когерентности. Возбужденное состояние  $^2P_{1/2}$  либо  $^2P_{3/2}$  состоит из набора подуровней  $|e\rangle$ , включающих в себя как сверхтонкую, так и зеемановскую структуру.

На газовую ячейку действует внешнее электромагнитное излучение, напряженность электрического поля которого в приближении плоского фронта волны может быть записана в виде

$$E(z, t) = E_1(z, t) + E_2(z, t) = E_1^0(z, t) \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] + E_2^0(z, t) \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где  $E_j^0(z, t)$  — медленно меняющиеся по сравнению с оптическими частотами комплексные амплитуды,  $\omega_j$  и  $k_j$  — центральные частоты и волновые числа каждой спектральной компоненты,  $j = 1, 2$ . Частоты  $\omega_j$  квазирезонансны соответственно переходам  $|g_j\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ . Комплексные амплитуды обеих частотных компонент зависят от времени, поскольку содержат амплитудные и фазовые флуктуации, связанные с шумами источника излучения. Эти флуктуации предполагаем стационарными. Такое излучение при наличии корреляций во флуктуациях способно возбуждать в атомах темное состояние, которое перестает взаимодействовать с излучением.

Нижний сверхтонкий мультиплет полагается полностью разрешенным при сканировании оптическим излучением, поскольку величина его расщепления в несколько раз больше доплеровского уширения при рабочих температурах. Мы будем также предполагать, что это расщепление больше ширины обеих спектральных линий излучения с центральными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , поэтому поле  $E_1$  взаимодействует только с уровнями  $|g_1\rangle$ , а поле  $E_2$  — только с уровнями  $|g_2\rangle$ . Иначе обстоит дело с возбужденным мультиплетом. Величина сверхтонкого расщепления там может быть сравнима с доплеровским уширением, и каждая спектральная линия излучения может захватывать несколько сверхтонких компонент.

Будем описывать состояние щелочных атомов матрицей плотности  $\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  в представлении Вигнера, где  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{r}$  — импульс и координата в лабораторной системе отсчета. Концентрация  $n_a$  щелочных атомов предполагается такой, что длина волны  $\lambda$  оптического излучения меньше среднего расстояния между атомами ( $n_a \lambda^3 < 1$ ), что позволяет использовать одноатомную матрицу плотности и не учитывать кооперативные многоатомные эффекты [63–65]. Квантовое кинетическое уравнение для матрицы плотности имеет вид [66]

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_a} \nabla \right) \hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}, \hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \right] + R\{\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\} + S\{\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\}, \quad (2)$$

где  $m_a$  — масса щелочного атома,  $R$  и  $S$  — супероператоры релаксации и столкновений. Гамильтониан может быть представлен в виде суммы

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V},$$

где  $\hat{H}_0$  — оператор внутренней энергии атома в отсутствие излучения,

$$\hat{H}_0 = \sum_n \epsilon_n |n\rangle \langle n|, \quad (3)$$

$\epsilon_n$  — энергии атомных уровней. Оператор взаимодействия излучения с атомом в дипольном приближении может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} = & - \sum_{e, g_1} (\mathbf{d}_{eg_1} \cdot \mathbf{e}_1) E_1^0 \times \\ & \times \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] |e\rangle \langle g_1| - \sum_{e, g_2} (\mathbf{d}_{eg_2} \cdot \mathbf{e}_2) E_2^0 \times \\ & \times \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] |e\rangle \langle g_2| + \text{H.c.}, \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\hat{\mathbf{d}}$  — оператор дипольного момента,  $\mathbf{d}_{eg}$  — его матричные элементы,  $\mathbf{e}_j = \mathbf{E}_j^0 / E_j^0$  — единичные векторы поляризации  $j$ -й компоненты излучения. Разложим эти векторы по циклическим ортам:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{eg} = & d_{eg}^+ \mathbf{e}_+ + d_{eg}^0 \mathbf{e}_0 + d_{eg}^- \mathbf{e}_-, \\ \mathbf{e}_1 = & p_1^+ \mathbf{e}^+ + p_1^0 \mathbf{e}^0 + p_1^- \mathbf{e}^-, \\ \mathbf{e}_2 = & p_2^+ \mathbf{e}^+ + p_2^0 \mathbf{e}^0 + p_2^- \mathbf{e}^-, \end{aligned} \quad (5)$$

где орты с нижними и верхними индексами обозначают ко- и контравариантные циклические орты, ось  $z$  направлена вдоль волновых векторов излучения и постоянного магнитного поля. Поляризационные коэффициенты имеют нормировку

$$p_j^{+*} p_j^+ + p_j^{0*} p_j^0 + p_j^{-*} p_j^- = 1. \quad (6)$$

Обозначим скалярные произведения из выражения (4), как

$$\hbar D_{egj} = (\mathbf{d}_{egj} \cdot \mathbf{e}_j) = d_{egj}^+ p_j^+ + d_{egj}^0 p_j^0 + d_{egj}^- p_j^-. \quad (7)$$

Матричные элементы оператора дипольного момента для  $^{87}\text{Rb}$  приведены в [67].

Выделим в недиагональных элементах матрицы плотности медленную огибающую:

$$\begin{aligned} \sigma_{g_j e}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = & \rho_{g_j e}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \exp[i(\omega_j t - k_j z)], \\ & j = 1, 2, \\ \sigma_{g_2 g_1}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = & \rho_{g_2 g_1}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \times \\ & \times \exp[i(\omega_2 - \omega_1)t - i(k_2 - k_1)z], \\ \sigma_{nn}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = & \rho_{nn}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t), \quad \forall n. \end{aligned} \quad (8)$$

При цилиндрической форме ячейки в приближении плоского фронта волны и при тонком по сравнению с диаметром ячейки пристеночном слое (в котором

матрица плотности отлична от объемной из-за релаксации на стенках) можно свести задачу к одномерной, в которой оптические поля и матрица плотности атомов изменяются только вдоль оси  $z$ . Матрица плотности в силу доплеровского сдвига частоты будет существенно зависеть только от проекции скорости атома на направление луча лазера. На основе сказанного выше можно положить  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \hat{\rho}(v, z, t)$ , где  $v = p_z / m_a$  — проекция скорости атома на ось  $z$ .

Запишем систему уравнений для медленно меняющихся элементов матрицы плотности в приближении вращающейся волны. Интеграл столкновений  $S\{\hat{\rho}(v)\}$  в случае приблизительного равенства масс активного и буферного атомов может быть записан в модели сильных столкновений (см. Приложение). Уравнения в момент времени  $t$  в точке  $z$  (для краткости эти аргументы опущены) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g_j g_j}(v) = & i \sum_e \{ E_j^{0*} D_{g_j e} \rho_{eg_j}(v) - E_j^0 D_{eg_j} \rho_{g_j e}(v) \} + \\ & + \frac{\gamma}{N_g} \sum_e \rho_{ee}(v) + S\{\hat{\rho}(v)\}_{g_j g_j}, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ee}(v) = & i \sum_{g_1} \{ E_1^0 D_{eg_1} \rho_{g_1 e}(v) - E_1^{0*} D_{g_1 e} \rho_{eg_1}(v) \} + \\ & + i \sum_{g_2} \{ E_2^0 D_{eg_2} \rho_{g_2 e}(v) - E_2^{0*} D_{g_2 e} \rho_{eg_2}(v) \} - \\ & - \gamma \rho_{ee}(v) + S\{\hat{\rho}(v)\}_{ee}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g_j g'_j}(v) = & i \sum_e \{ E_j^{0*} D_{g_j e} \rho_{eg'_j}(v) - E_j^0 D_{eg'_j} \rho_{g_j e}(v) \} + \\ & + i \omega_{g_j g'_j} \rho_{g_j g'_j}(v) + S\{\hat{\rho}(v)\}_{g_j g'_j}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g_1 g_2}(v) = & i \sum_e \{ E_1^{0*} D_{g_1 e} \rho_{eg_2}(v) - E_2^0 D_{eg_2} \rho_{g_1 e}(v) \} + \\ & + i(\omega_{g_1 g_2} + \omega_2 - \omega_1 + qv) \rho_{g_1 g_2}(v) + S\{\hat{\rho}(v)\}_{g_1 g_2}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{eg_j}(v) = & i \sum_{g'_1} E_1^0 D_{eg'_1} \rho_{g'_1 g_j}(v) + \\ & + i \sum_{g'_2} E_2^0 D_{eg'_2} \rho_{g'_2 g_j}(v) - i E_j^0 D_{eg_j} \rho_{ee}(v) + \\ & + i(\omega_j - \omega_{eg_j} - k_j v) \rho_{eg_j}(v) - \\ & - \frac{\gamma}{2} \rho_{eg_j}(v) + S\{\hat{\rho}(v)\}_{eg_j}. \quad (13) \end{aligned}$$

Здесь при фиксированном значении номера  $j$  индекс « $g_j$ » пробегает все уровни первого ( $j = 1$ ) либо второго ( $j = 2$ ) нижнего мультиплета, индекс « $g$ » —

все нижние уровни, индекс «e» — все верхние уровни,  $\omega_{ab} = (\epsilon_b - \epsilon_a)/\hbar$  — частоты переходов между уровнями  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ ,  $N_g$  — число всех нижних уровней,  $\gamma$  — скорость распада возбужденного состояния изолированного атома,  $q = k_1 - k_2$  — разностное волновое число. Точкой обозначена полная производная  $\dot{\rho}_{ab} = (\partial/\partial t + v\partial/\partial z)\rho_{ab}$ .

Система уравнений (9)–(13) описывает динамику матрицы плотности газа щелочных атомов во флуктуирующем электромагнитном поле (1). В нем в общем случае необходимо учитывать случайную зависимость от времени как комплексных амплитуд  $E_j^0(z, t)$ , так и ортов поляризации  $\mathbf{e}_j(z, t)$ . С учетом разложения (5) ортов поляризации по циклическому базису проекции  $p_j^\eta(z, t)$  также будут случайными функциями времени,  $j = 1, 2$ ;  $\eta = +, -, 0$ . Такой случайный процесс может быть смоделирован следующей функцией (аргументы  $z$  опущены для краткости):

$$\mathbf{E}_j^0(t) = E_j^0(t)\mathbf{e}_j(t) = |E_j^0(t)|e^{i\varphi(t)} \times \\ \times \left\{ |p_j^+(t)|e^{i\varphi_+(t)}\mathbf{e}^+ + |p_j^-(t)|e^{i\varphi_-(t)}\mathbf{e}^- \right\}, \quad (14)$$

где  $|E_j^0(t)|$  определяет флуктуации амплитуды  $j$ -й компоненты,  $\varphi(t)$  — флуктуации ее фазы. Учет отдельно флуктуаций фаз  $\varphi_\pm(t)$  имеет смысл, когда они не синхронны, и определяет флуктуацию направления осей эллипса поляризации. Учет отдельно флуктуаций  $|p_j^\pm(t)|$  также имеет смысл при их независимости и определяет флуктуацию эллиптичности поляризации (отношения осей эллипса). В выражении (14) отброшена  $\pi$ -компонента поляризации, поскольку излучение распространяется вдоль оси  $z$ . В том случае, когда все циклические компоненты генерируются одним источником излучения, их флуктуации синхронны. Далее мы будем рассматривать именно такое излучение (например, лазерное излучение с линейной поляризацией, которое является суммой двух циркулярных волн) и положим

$$p_j^\pm(t) = \text{const}(t). \quad (15)$$

Тогда скалярные произведения матричных элементов дипольного момента и ортов поляризации также будут константами во времени:  $D_{egj} = \text{const}(t)$ . В уравнениях (9)–(13) зависящими от времени величинами останутся только комплексные амплитуды  $E_j^0(z, t)$  и элементы матрицы плотности  $\rho_{ab}(v, z, t)$ .

В интересующем нас классе задач, в частности в области квантовых стандартов частоты и магнитометрии, используются слабые электромагнитные

поля, мало меняющие равновесную газокинетическую функцию распределения атомов. Все столкновительные процессы идут гораздо быстрее, чем процессы, связанные с полевым возбуждением. Это означает, что частота Раби  $\Omega$  для такого поля много меньше частоты столкновений  $\nu$  щелочных атомов с буферным газом. При концентрации буферного газа  $n_{buf} \sim 10^{17}$  см $^{-3}$  и температуре 60 °С частота столкновений составляет  $\nu \sim 10^8$  с $^{-1}$ . Интенсивности излучения, используемые в стандартах частоты и магнитометрах, составляют 0.001–1 мВт/см $^2$ , что соответствует частотам Раби  $\Omega \sim 10^5$ – $10^7$  с $^{-1}$ . Это позволяет предполагать, что населенность возбужденного уровня много меньше населенности основного уровня,  $\rho_{ee} \ll \rho_{gg}$ . Поэтому в уравнении (13) для оптических когерентностей можно пренебречь слагаемым, содержащим  $\rho_{ee}$  (адиабатическое приближение). Это также позволяет пренебречь когерентностями между возбужденными уровнями,  $\rho_{ee'} \approx 0$ .

В левых частях системы уравнений (9)–(13) слагаемое  $v\partial\rho_{ab}(v)/\partial z$  описывает перемещение атомов со скоростью  $v$  внутри ячейки. При больших концентрациях буферного газа длина свободного пробега становится много меньше размеров ячейки и перемещение активных атомов имеет диффузионный характер. Активный атом, столкнувшись со стенкой, деполаризуется и может продиффундировать на определенное расстояние, прежде чем излучение снова переведет его в темное состояние. Таким образом, образуется пристеночный слой, толщина которого порядка  $\sqrt{D\tau}$ , где  $D$  — коэффициент диффузии,  $\tau$  — время, за которое излучение переводит атом в темное состояние. При  $n_{buf} \sim 10^{17}$  см $^{-3}$  и частоте Раби  $\Omega \sim 10^6$  с $^{-1}$  для пары рубидий–азот толщина пристеночного слоя составляет около  $10^{-3}$  см. Это много меньше рассматриваемых размеров ячейки, и, таким образом, дрейфовым слагаемым можно пренебречь.

Матрица плотности  $\hat{\rho}(v, z, t)$  представляет собой случайную функцию времени вследствие флуктуаций интенсивности излучения. Для практических расчетов интерес представляют усредненные по ансамблю этих флуктуаций значения матрицы плотности  $\langle \hat{\rho}(v, z) \rangle$ . Они не зависят от времени, поскольку излучение представляет собой стационарный случайный процесс. При усреднении уравнений (9)–(12) по ансамблю флуктуаций интенсивности излучения в них войдут средние произведения вида  $\langle E_n^{0*}(z, t)\rho_{egj}(v, z, t) \rangle$ . Подставим в них выражения для оптических когерентностей, полученные из уравнения (13) в квадратурах:

$$\begin{aligned} \langle E_n^{0*}(t)\rho_{eg_j}(v,t) \rangle = & \\ = i \int_{-\infty}^t dt' \exp [i(\delta_{eg_j}(v) - \Gamma_{opt})(t-t')] \times & \\ \times \left\{ \sum_{g'_1} D_{eg'_1} \langle E_n^{0*}(t)E_1^0(t')\rho_{g'_1g_j}(v,t') \rangle + \right. & \\ \left. + \sum_{g'_2} D_{eg'_2} \langle E_n^{0*}(t)E_2^0(t')\rho_{g'_2g_j}(v,t') \rangle \right\}. & \quad (16) \end{aligned}$$

Здесь  $\delta_{eg_j}(v) = \omega_j - \omega_{eg_j} - k_j v$  — отстройки частоты лазерного излучения от частоты конкретного перехода для скоростной группы  $v$ ,  $\Gamma_{opt} = \nu + \gamma/2$  — скорость распада оптических когерентностей, аргумент  $z$  у элементов матрицы плотности и полей опущен для краткости. Как видно, в уравнении (16) парный атомно-полевой коррелятор выражается через тройные корреляторы. Поскольку величина  $t'$  пробегает значения  $(-\infty, t]$ , тройные корреляторы можно «расцепить», полагая, что состояние атомной системы в момент  $t'$  не влияет на состояние поля в последующие моменты  $t$  в той же точке  $z$  [68]:

$$\begin{aligned} \langle E_n^{0*}(t)E_m^0(t')\rho_{g_hg_j}(v,t') \rangle = & \\ = \langle E_n^{0*}(t)E_m^0(t') \rangle \langle \rho_{g_hg_j}(v,t') \rangle. & \quad (17) \end{aligned}$$

Поскольку излучение представляет собой стационарный случайный процесс, мы можем выразить парную корреляционную функцию поля согласно теореме Винера–Хинчина через фурье-преобразование спектральной плотности:

$$\langle E_n^{0*}(t)E_m^0(t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} J_{nm}(\omega) \exp[i\omega(t-t')] d\omega, \quad (18)$$

где  $J_{11}(\omega)$  и  $J_{22}(\omega)$  — энергетические спектры излучения, центрированные на нулевую частоту. Они являются вещественными. Величина  $J_{12}(\omega)$  — комплексная, называется взаимным спектром и отражает корреляции между частотными компонентами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Из (18) видно, что  $J_{12}(\omega) = J_{21}^*(\omega)$ . Подставляя выражение (18) в (16), проведем интегрирование по  $t'$ :

$$\begin{aligned} \langle E_n^{0*}(t)\rho_{eg_j}(v,t) \rangle = & \\ = -iW_{n1}(\delta_{eg_j}, v) \sum_{g'_1} D_{eg'_1} \langle \rho_{g'_1g_j}(v) \rangle - & \\ - iW_{n2}(\delta_{eg_j}, v) \sum_{g'_2} D_{eg'_2} \langle \rho_{g'_2g_j}(v) \rangle, & \quad (19) \end{aligned}$$

где

$$W_{nm}(\delta_{eg_j}, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega J_{nm}(\omega)}{i(\delta_{eg_j}(v) + \omega) - \Gamma_{opt}}$$

— функции, содержащие в себе только известные величины,  $\delta_{eg_j}$  — однофотонная отстройка частоты  $j$ -го поля от частоты перехода  $|e\rangle \leftrightarrow |g_j\rangle$ .

Уравнения (9)–(13) содержат неизвестную величину под знаком интеграла. Чтобы избавиться от интегрального характера уравнений, необходимо проинтегрировать их по скоростям атомов. В рассматриваемом нами случае, когда поля достаточно малы, распределение по скоростям долгоживущих элементов матрицы плотности, таких как низкочастотные когерентности и населенности основного состояния, очень слабо отличается от распределения Максвелла

$$M(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_t} \exp\left(-\frac{v^2}{v_t^2}\right),$$

где  $v_t = \sqrt{2k_B T/m_a}$  — наиболее вероятная скорость,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. Поэтому далее мы положим

$$\begin{aligned} \langle \rho_{gg}(v, z) \rangle = M(v) \langle \rho_{gg}(z) \rangle, & \\ \langle \rho_{gg'}(v, z) \rangle = M(v) \langle \rho_{gg'}(z) \rangle. & \quad (20) \end{aligned}$$

После усреднения уравнений (9)–(13) по флуктуациям излучения и интегрирования по скоростям атомов, при подстановке (19) и (20) мы получим алгебраическую систему уравнений для средней матрицы плотности  $\langle \hat{\rho}(z) \rangle$ .

## 2.2. Уравнения переноса спектральной плотности излучения

Основной целью данной работы является исследование влияния оптически-плотной среды на свойства проходящего через нее излучения с конечной шириной спектра и определенной степенью межмодовых корреляций. Для наблюдения этого влияния необходимо дополнить квантовые кинетические уравнения (9)–(13) для атомной матрицы плотности уравнением переноса излучения и решать полученную систему совместно. Однако, поскольку входное

поле флуктуирует, волновое уравнение переноса будет стохастическим. Чтобы перейти к детерминированным величинам, необходимо составить уравнения для корреляционных функций поля или для его спектральных плотностей, определяемых выражением (18).

Уравнения переноса медленно меняющихся комплексных амплитуд поля в одномерном случае имеют вид [62]

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) \mathbf{E}_j^0(z, t) = 4\pi i k_j \mathbf{P}_j(z, t), \quad j = 1, 2, \quad (21)$$

где медленная амплитуда поляризации щелочных атомов может быть найдена как квантовомеханическое среднее:

$$\mathbf{P}(z, t) = n_a \text{Sp}(\hat{\rho}(z, t) \hat{\mathbf{d}}) = \mathbf{e}_+ n_a \text{Sp}(\hat{\rho}(z, t) \hat{d}^+) + \mathbf{e}_0 n_a \text{Sp}(\hat{\rho}(z, t) \hat{d}^0) + \mathbf{e}_- n_a \text{Sp}(\hat{\rho}(z, t) \hat{d}^-). \quad (22)$$

Обозначим циклические компоненты вектора комплексной амплитуды поля (при распространении вдоль оси  $z$ ):

$$\mathbf{E}_j^0(z, t) = \mathbf{e}_+ E_j^+(z, t) + \mathbf{e}_- E_j^-(z, t), \quad (23)$$

где  $E_j^\pm(z, t) = p_j^\pm(z) E_j^0(z, t)$  согласно (5).

Перейдем к уравнениям для корреляционных функций полей. Далее будем рассматривать лазерное излучение, обладающее классическими свойствами, предполагая отсутствие его сжатия и существенной квантовости состояния [69, 70]. Поэтому ограничимся рассмотрением обыкновенных корреляционных функций, полагая аномальные равными нулю. Рассмотрим уравнение (21) при подстановке (22) для компоненты  $E_1^+(z, t')$ . Домножим его на  $E_1^{+*}(z, t)$ , после чего усредним по ансамблю флуктуаций поля:

$$\left\langle E_1^{+*}(z, t) \frac{\partial E_1^+(z, t')}{\partial z} \right\rangle + \frac{1}{c} \left\langle E_1^{+*}(z, t) \frac{\partial E_1^+(z, t')}{\partial t'} \right\rangle = 4\pi i k_1 n_a \sum_{g_1, e} \langle E_1^{+*}(z, t) \rho_{eg_1}(z, t') \rangle d_{g_1, e}^+. \quad (24)$$

Теперь возьмем уравнение для  $E_1^{+*}(z, t)$ , домножим его на  $E_1^+(z, t')$  и также усредним по ансамблю флуктуаций поля:

$$\left\langle E_1^+(z, t') \frac{\partial E_1^{+*}(z, t)}{\partial z} \right\rangle + \frac{1}{c} \left\langle E_1^+(z, t') \frac{\partial E_1^{+*}(z, t)}{\partial t} \right\rangle = -4\pi i k_1 n_a \sum_{g_1, e} \langle E_1^+(z, t') \rho_{g_1 e}(z, t) \rangle d_{g_1, e}^+. \quad (25)$$

Сложим уравнения (24) и (25):

$$\frac{\partial}{\partial z} \langle E_1^{+*}(z, t) E_1^+(z, t') \rangle + \frac{\partial}{c \partial t} \langle E_1^{+*}(z, t) E_1^+(z, t') \rangle = i q_1 \sum_{g_1, e} [\langle E_1^{+*}(z, t) \rho_{eg_1}(z, t') \rangle d_{g_1, e}^+ - \langle E_1^+(z, t') \rho_{g_1 e}(z, t) \rangle d_{g_1, e}^+], \quad (26)$$

где  $q_j = 4\pi k_j n_a$ . Рассматривая стационарный случай, приравняем нулю производную по времени в левой части (26). С использованием (18) получим

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} J_{11}^{++}(\omega, z) \exp[i\omega(t-t')] d\omega = i q_1 \sum_{g_1, e} [\langle E_1^{+*}(z, t) \rho_{eg_1}(z, t') \rangle d_{g_1, e}^+ - \langle E_1^+(z, t') \rho_{g_1 e}(z, t) \rangle d_{g_1, e}^+], \quad (27)$$

где  $J_{11}^{++}(\omega, z)$  — энергетический спектр первой частотной компоненты излучения с правой круговой поляризацией.

Рассмотрим корреляционную функцию  $\langle E_1^{+*}(z, t) \rho_{eg_1}(z, t') \rangle$  в правой части уравнения (27). Аналогично выражению (19) найдем

$$\begin{aligned} \langle E_1^{+*}(t) \rho_{eg_1}(t-\tau) \rangle &= -i p_1^{+*} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega J_{11}(\omega) e^{i\omega\tau} W(\delta_{eg_1}, \omega) \times \\ &\times \sum_{g'_1} D_{eg'_1} \langle \rho_{g'_1 g_1} \rangle - i p_1^{+*} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega J_{12}(\omega) e^{i\omega\tau} W(\delta_{eg_1}, \omega) \times \\ &\times \sum_{g'_2} D_{eg'_2} \langle \rho_{g'_2 g_1} \rangle, \quad (28) \end{aligned}$$

где аргумент  $z$  опущен для краткости, а функции  $W(\delta_{eg_j}, \omega)$  задаются выражением

$$W(\delta_{eg_j}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(v) dv}{i(\delta_{eg_j} - k_j v + \omega) - \Gamma_{opt}}. \quad (29)$$

Подставив найденную атомно-полевую корреляционную функцию в (27) и приравнявая фурье-компоненты, найдем уравнение переноса для  $j$ -й частотной компоненты излучения, имеющей правую (+) и левую (-) круговые поляризации:

$$\frac{\partial J_{jj}^{\pm\pm}(\omega, z)}{\partial z} = 2q_j \text{Re} \left\{ p_j^{\pm*}(z) \sum_{g_j, e} d_{g_j e}^{\pm} W(\delta_{eg_j}, \omega) \times \right. \\ \times \left[ J_{j1}(\omega, z) \sum_{g'_1} D_{eg'_1}(z) \langle \rho_{g'_1 g_j}(z) \rangle + \right. \\ \left. \left. + J_{j2}(\omega, z) \sum_{g'_2} D_{eg'_2}(z) \langle \rho_{g'_2 g_j}(z) \rangle \right] \right\}. \quad (30)$$

Уравнение (30) несет информацию о распространении энергетического спектра каждой из четырех компонент излучения по-отдельности (две частотные компоненты,  $\omega_{1,2}$ , и две поляризационные, + и -). Однако для полного описания переноса излучения необходимо еще учесть распространение взаимных корреляций и взаимных разностей фаз, информация о которых содержится в функциях  $J_{12}^{++}$ ,  $J_{12}^{--}$ ,  $J_{11}^{+-}$  и  $J_{22}^{+-}$ . Уравнения для  $J_{12}^{++}$  и  $J_{12}^{--}$  выводятся аналогично предыдущим и имеют вид

$$\frac{\partial J_{12}^{\pm\pm}(\omega, z)}{\partial z} = q_2 p_1^{\pm*}(z) \sum_{g_2, e} d_{g_2 e}^{\pm} W(\delta_{eg_2}, \omega) \times \\ \times \left[ J_{11}(\omega, z) \sum_{g'_1} D_{eg'_1}(z) \langle \rho_{g'_1 g_2}(z) \rangle + \right. \\ \left. + J_{12}(\omega, z) \sum_{g'_2} D_{eg'_2}(z) \langle \rho_{g'_2 g_2}(z) \rangle \right] + \\ + q_1 p_2^{\pm}(z) \sum_{g_1, e} d_{g_1 e}^{\pm} W^*(\delta_{eg_1}, \omega) \times \\ \times \left[ J_{12}(\omega, z) \sum_{g'_1} D_{g'_1 e}(z) \langle \rho_{g'_1 g_1}(z) \rangle + \right. \\ \left. + J_{22}(\omega, z) \sum_{g'_2} D_{g'_2 e}(z) \langle \rho_{g'_2 g_2}(z) \rangle \right]. \quad (31)$$

Уравнения для  $J_{11}^{+-}$  и  $J_{22}^{+-}$  имеют вид

$$\frac{\partial J_{jj}^{+-}(\omega, z)}{\partial z} = q_j \sum_{g_j, e} \left\{ p_j^{+*}(z) d_{g_j e}^- W(\delta_{eg_j}, \omega) \times \right. \\ \times \left[ J_{j1}(\omega, z) \sum_{g'_1} D_{eg'_1}(z) \langle \rho_{g'_1 g_j}(z) \rangle + \right. \\ \left. + J_{j2}(\omega, z) \sum_{g'_2} D_{eg'_2}(z) \langle \rho_{g'_2 g_j}(z) \rangle \right] + \\ + p_j^-(z) d_{g_j e}^+ W^*(\delta_{eg_j}, \omega) \times \\ \times \left[ J_{1j}(\omega, z) \sum_{g'_1} D_{g'_1 e}(z) \langle \rho_{g_j g'_1}(z) \rangle + \right. \\ \left. + J_{2j}(\omega, z) \sum_{g'_2} D_{g'_2 e}(z) \langle \rho_{g_j g'_2}(z) \rangle \right] \right\}. \quad (32)$$

Система уравнений (30)–(32) для переноса поля, решаемая совместно с системой уравнений (9)–(13) для элементов матрицы плотности, дает информацию о состоянии атомов и распределении поля во всем объеме ячейки.

Рассмотрим подробнее, как связаны спектральные функции для определенных поляризаций, стоящие в левых частях уравнений (30)–(32), со спектральными функциями, интегральными по поляризациям, стоящими в правых частях этих уравнений. В выражении (23) мы определили комплексные амплитуды поляризационных компонент как  $E_j^{\pm}(z, t) = p_j^{\pm}(z) E_j^0(z, t)$ . Тогда, формируя из этих амплитуд корреляционные функции, получим

$$\langle E_n^{\mu*}(z, t) E_m^{\eta}(z, t') \rangle = \\ = p_n^{\mu*}(z) p_m^{\eta}(z) \langle E_n^{0*}(z, t) E_m^0(z, t') \rangle, \\ n, m = 1, 2; \quad \mu, \eta = +, -. \quad (33)$$

В спектральном представлении с учетом (18) получим необходимую связь:

$$J_{nm}^{\mu\eta}(\omega, z) = p_n^{\mu*}(z) p_m^{\eta}(z) J_{nm}(\omega, z). \quad (34)$$

Теперь восстановим по известным  $J_{nm}^{\mu\eta}$  коэффициенты  $p_n^{\mu}$  и полные спектры  $J_{nm}$ . В частности, для энергетических спектров с учетом (34) и условия нормировки (6) поляризационных коэффициентов получим

$$J_{nn}(\omega, z) = J_{nn}^{++}(\omega, z) + J_{nn}^{--}(\omega, z). \quad (35)$$

Далее, выражаем, пользуясь (34), абсолютные величины поляризационных коэффициентов:

$$|p_n^{\mu}| = \sqrt{\frac{J_{nn}^{\mu\mu}}{J_{nn}}}. \quad (36)$$

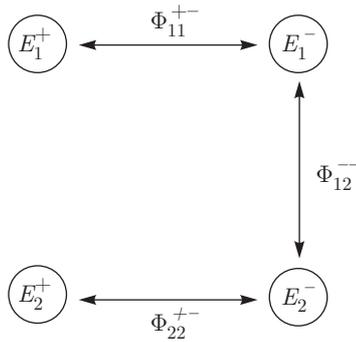


Рис. 2. Схема, поясняющая, что для определения разностей фаз между любыми двумя комплексными амплитудами  $E_n^\mu$  из четырех разностей фаз достаточно знать только три

Здесь при стремлении знаменателя к нулю числитель также обязан стремиться к нулю, исходя хотя бы из (35). В пределе, когда  $n$ -я компонента поля полностью поглотилась в среде, определять ее поляризацию уже не имеет смысла. Фазы поляризационных коэффициентов  $\text{Arg}(p_n^\mu) \equiv \alpha_n^\mu$  можно восстановить, записав выражение (34) в виде

$$J_{nm}^{\mu\eta} = |p_n^\mu| |p_m^\eta| \exp [i(\alpha_m^\eta - \alpha_n^\mu)] J_{nm} \quad \text{или} \quad \text{Arg}(J_{nm}^{\mu\eta}) \equiv \Phi_{nm}^{\mu\eta} = \alpha_m^\eta - \alpha_n^\mu. \quad (37)$$

Функции  $J_{nm}^{\mu\eta}$  несут информацию только о разностях фаз между полями, а не о самих фазах, причем именно разность фаз влияет на атомную матрицу плотности и может быть наблюдаема.

Поэтому нам достаточно определить фазы  $\alpha_n^\mu$  с точностью до аддитивной константы  $A$ . Зададим тогда фазу  $\alpha_1^+ = A$  и выразим остальные фазы, пользуясь (37):

$$\begin{aligned} \alpha_1^- &= A + \Phi_{11}^{+-}, \\ \alpha_2^- &= \alpha_1^- + \Phi_{12}^{--}, \\ \alpha_2^+ &= \alpha_2^- - \Phi_{22}^{+-}. \end{aligned} \quad (38)$$

В (38) для определения фаз поляризационных коэффициентов нам понадобились только три фазы взаимных спектров,  $\Phi_{11}^{+-}$ ,  $\Phi_{22}^{+-}$  и  $\Phi_{12}^{--}$ . На рис. 2 видно, что для определения разности фаз между всеми комплексными амплитудами необходимо и достаточно любых трех разностей фаз  $\Phi_{nm}^{\mu\eta}$ . Это следует из основной теоремы о деревьях в теории графов [71]. Теперь, зная поляризационные коэффициенты, мы можем восстановить  $J_{12}$  из (34):

$$J_{12}(\omega, z) = \frac{J_{12}^{++}(\omega, z)}{p_1^{+*}(z)p_2^+(z)} \quad \text{или} \quad (39)$$

$$J_{12}(\omega, z) = \frac{J_{12}^{--}(\omega, z)}{p_1^{-*}(z)p_2^-(z)}.$$

После того как мы восстановили связь между набором функций  $\{J_{nm}^{\mu\eta}\}$  и набором  $\{p_n^\mu, J_{nm}\}$ ,  $n, m = 1, 2; \mu, \eta = +, -$ , система уравнений (30)–(32) для переноса поля совместно с системой уравнений (9)–(13) для элементов матрицы плотности может быть решена численно.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В двухкомпонентном излучении, задаваемом выражением (1), комплексные амплитуды частотных компонент могут флуктуировать как независимо в случае, если они генерируются различными источниками, так и синхронно в случае, если они получаются путем модуляции излучения одного источника в электрооптическом модуляторе [36]. Но электрооптический модулятор может вносить свои шумы, и излучение на выходе может быть частично скоррелированным. В зависимости от этого наблюдаются различия в поглощении излучения. При независимых флуктуациях амплитуда КПН-резонанса резко убывает и излучение поглощается значительно [72–74]. При возникновении межмодовых корреляций КПН восстанавливается в зависимости от их степени. КПН может быть полностью восстановлено при полной корреляции полей.

Степень корреляции флуктуаций поля между компонентами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяется их корреляционной функцией  $\langle E_1^{0*}(z, t)E_2^0(z, t') \rangle$  или взаимной спектральной плотностью  $J_{12}(\omega, z)$ , которые связаны выражением (18). Удобно использовать нормированную взаимную спектральную плотность

$$\beta(\omega, z) = \frac{|J_{12}(\omega, z)|}{\sqrt{J_{11}(\omega, z)J_{22}(\omega, z)}}, \quad (40)$$

которая лежит в пределах  $0 \leq \beta \leq 1$  [75] (далее будем называть величину  $\beta$  коэффициентом корреляции). Если  $\beta = 1$ , то компоненты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  полностью скоррелированы, а если  $\beta = 0$ , то корреляция между ними полностью отсутствует.

#### 3.1. Распространение межмодовых корреляций в модели $\Lambda$ -схемы

Проследим за распространением коэффициента корреляции вдоль оси  $z$  распространения излуче-

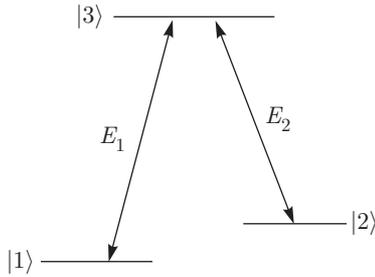


Рис. 3.  $\Lambda$ -схема энергетических уровней атома и действующие на него электромагнитные поля с компонентами  $E_1, E_2$

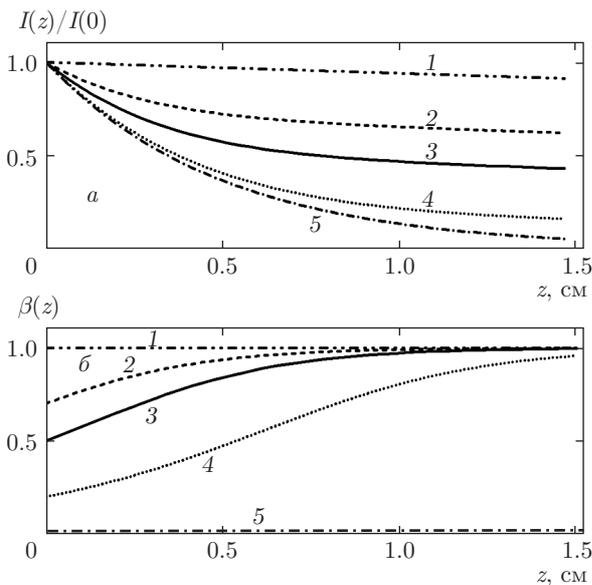


Рис. 4. Изменение нормированной интенсивности  $I$  излучения (а) и межмодовых корреляций  $\beta$  (б) с координатой  $z$  в модели  $\Lambda$ -схемы: при  $\beta(0) = 1$  (кривые 1), 0.7 (2), 0.5 (3), 0.2 (4), 0 (5). Интенсивности на входе в ячейку  $I_1(0) = I_2(0) = 10$  мВт/см<sup>2</sup>, двухфотонная отстройка  $\delta = 0$ , ширина спектра  $\Gamma_L = 500$  кГц, температура  $T = 55^\circ\text{C}$ , концентрация рабочих атомов  $n_a = 1.15 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>, концентрация буферного газа  $n_{buf} = 10^{18}$  см<sup>-3</sup>

ния в ячейке. Сначала проанализируем возникающие эффекты в отдельной  $\Lambda$ -схеме, изображенной на рис. 3, а затем рассмотрим полную структуру уровней, ответственных за  $D_1$ -линию  $^{87}\text{Rb}$ .

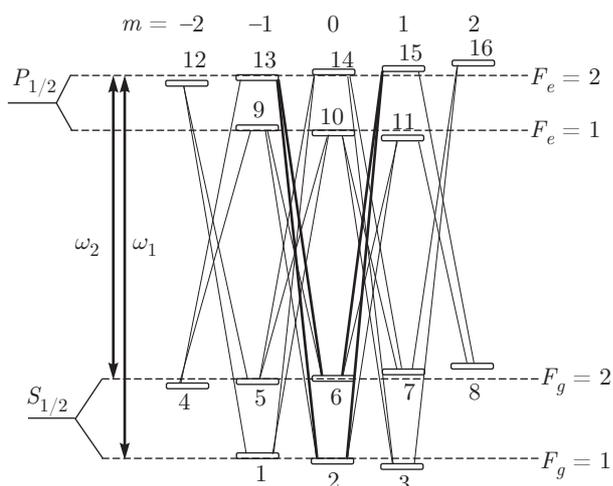
На рис. 4а в случае полной корреляции мод на входе (кривая 1) интенсивность убывает по линейному закону [5] и среда находится в условиях КПН. Спад интенсивности в этом случае происходит из-за медленного разрушения радиочастотной когерентности и, как следствие, состояния КПН при столк-

новениях активных атомов со стенками ячейки и между собой. При этом коэффициент корреляции остается равным единице на протяжении всей среды (рис. 4б, кривая 1). Напротив, в случае отсутствия корреляции мод на входе (кривая 5 на рис. 4а) происходит экспоненциальный спад интенсивности, поскольку радиочастотная когерентность не возбуждается и амплитуда КПН-резонанса уменьшается. Каждая мода при этом поглощается независимо. Коэффициент корреляции остается тождественно равным нулю во всей ячейке, т.е. среда не может внести корреляцию в излучение, если ее не было на входе. Однако это не так, если на входе коэффициент корреляции отличен от нуля. Кривая 4 на рис. 4б соответствует коэффициенту корреляции на входе  $\beta(0) = 0.2$ . Видно, что корреляция постепенно возрастает и к концу среды достигает значения около 0.95. Это объясняется тем, что некогерентная часть излучения поглощается в среде по экспоненциальному закону, а когерентная часть создает состояние КПН и поглощается по линейному закону. Таким образом, доля когерентной составляющей излучения возрастает, но суммарная интенсивность неизбежно убывает (рис. 4а, кривая 4). Данный эффект может быть использован для фильтрации некогерентной составляющей излучения с помощью КПН.

### 3.2. Распространение межмодовых корреляций при учете векторных свойств поля и зеемановской структуры уровней атома

Рассмотрим реальную структуру уровней, ответственных за  $D_1$ -линию атома щелочного металла  $^{87}\text{Rb}$ , изображенную на рис. 5. Атом  $^{87}\text{Rb}$  имеет ядерный спин  $3/2$ , поэтому основное и возбужденное состояния испытывают сверхтонкое расщепление с полными моментами соответственно  $F_g = 1, 2$  и  $F_e = 1, 2$  [67]. При возбуждении двухкомпонентным лазерным полем применяют две схемы: угол  $\alpha$  между плоскостями поляризации (см. рис. 1а) равен нулю (схема  $\text{lin} \parallel \text{lin}$ ) [76] и  $90^\circ$  (схема  $\text{lin} \perp \text{lin}$ ) [77]. Газовая ячейка находится во внешнем постоянном магнитном поле, поэтому каждый сверхтонкий подуровень расщеплен в свою очередь по проекции  $m$  полного момента на ось квантования  $z$ .

В связи с этим темное состояние возникает только на переходе 2–6, а для остальных радиочастотных переходов имеет место ненулевая двухфотонная отстройка и темное состояние отсутствует. Здесь мы проведем расчет для схемы  $\text{lin} \perp \text{lin}$  при настройке обоих полей на уровень  $|F_e = 2\rangle$ , потому что



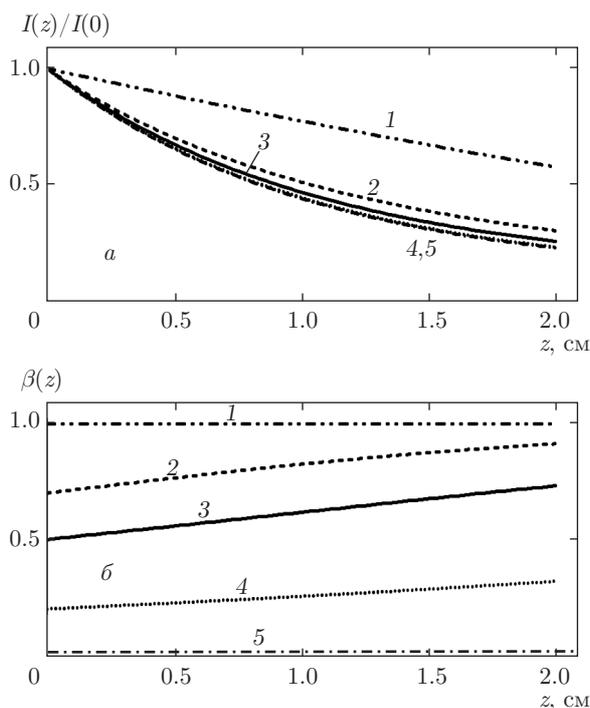
**Рис. 5.** Схема уровней, ответственных за  $D_1$ -линию атома  $^{87}\text{Rb}$ , находящегося во внешнем магнитном поле и возбуждаемого двухчастотным лазерным излучением с несущими частотами  $\omega_{1,2}$ . Поляризация каждой из двух волн линейна ( $\text{lin} \perp \text{lin}$ ). Тонкими линиями показаны все возбуждаемые переходы, жирными линиями —  $\Lambda$ -схемы, соответствующие магнито-независимым КПН-резонансам

при такой схеме достигается наибольший контраст КПН-резонанса. Населенность при этом на уровнях 2 и 6 значительно увеличивается, поэтому атом перестает возбуждаться полем. Однако идет и обратный процесс — при столкновениях активных атомов со стенками, между собой и с буферным газом населенность стремится равномерно распределяться по зеемановским подуровням, поэтому происходит отток населенности с уровней 2 и 6. При этом поле начинает вызывать переходы в возбужденное состояние и поглощаться, т. е. просветление среды в КПН-резонансе происходит в меньшей степени, чем в модели  $\Lambda$ -схемы. Это приводит к наклону кривой спада интенсивности вдоль оси  $z$  к горизонтали при полной корреляции мод излучения на входе (кривая 1 на рис. 6а). Поэтому, в отличие от  $\Lambda$ -модели, здесь когерентная часть излучения начинает значительно поглощаться и возрастание коэффициента корреляции с ростом  $z$  уменьшается (рис. 6б).

Таким образом, по сравнению с расчетом в  $\Lambda$ -модели, при учете полной сверхтонкой и зеемановской структур уровней, ответственных за  $D_1$ -линию атома  $^{87}\text{Rb}$ , эффект фильтрации некогерентной части излучения ослабевает в силу уменьшения амплитуды КПН-резонанса.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено построение теории возбуждения резонанса когерентного пленения населен-



**Рис. 6.** Изменение нормированной интенсивности  $I$  излучения (а) и межмодовых корреляций  $\beta$  (б) с координатой  $z$  при учете сверхтонкой и зеемановской структур атомных уровней: при  $\beta(0) = 1$  (кривые 1), 0.7 (2), 0.5 (3), 0.2 (4), 0 (5). Интенсивности на входе в ячейку  $I_1(0) = I_2(0) = 0.1 \text{ мВт/см}^2$ , поляризация  $\text{lin} \perp \text{lin}$ , настройка на уровень  $|F_e = 2\rangle$ , ширина спектра  $\Gamma_L = 500 \text{ кГц}$ , температура  $T = 48.5 \text{ }^\circ\text{C}$ , концентрация рабочих атомов  $n_a = 1.15 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , концентрация буферного газа  $n_{buf} = 2.9 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , магнитное поле  $B = 0.05 \text{ Гс}$

ностей (КПН) двухкомпонентным полем с конечной шириной спектра в атомах щелочного металла, находящихся в газовой ячейке при температуре 30–70 °С при наличии буферного газа. Газовая ячейка предполагается оптически плотной, поэтому квантовые кинетические уравнения для атомной матрицы плотности решаются совместно с выведенными уравнениями переноса спектральной плотности поля. Уравнения учитывают векторные свойства поля, сверхтонкую и зеемановскую структуры атомных уровней, движение атомов и столкновения.

Исследуется распространение излучения в условиях КПН-резонанса при различной степени корреляции двух компонент излучения на входе в ячейку. Случай полной межмодовой корреляции соответствует получению двухкомпонентного поля из однокомпонентного путем его амплитудной модуляции. Случай отсутствия межмодовых корреляций соответствует возбуждению двумя отдельными лазер-

ными источниками. Проанализированы и промежуточные случаи частичной межмодовой корреляции.

Найдено, что при частичной межмодовой корреляции излучения на входе его степень корреляции может возрастать при прохождении атомной среды в условиях двухфотонного резонанса. Проанализировано различие результата, полученного в простой модели  $\Lambda$ -схемы, и результата при учете сверхтонкой и зеемановской структур атома. Предложено использовать данный эффект для фильтрации некогерентной части излучения.

Работа проведена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (соглашение № 14.578.21.0211, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0211).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Интеграл столкновений

Запишем столкновительный член  $S$ , стоящий в правой части уравнений (9)–(13), в явном виде для каждого элемента матрицы плотности. При соизмеримости масс щелочного и буферного атомов их столкновение обычно приводит к значительному изменению как модуля скорости, так и ее проекции на ось  $z$ . Это изменение имеет значение порядка средней тепловой скорости  $v_t$ . В этих условиях хорошо применима модель сильных столкновений, в которой значение скорости  $v$  атома после столкновения не зависит от скорости  $v'$  до столкновения и имеет максвелловское распределение  $M(v) = (\sqrt{\pi}v_t)^{-1} \exp(-v^2/v_t^2)$  [66].

Интеграл столкновений для населенностей нижнего мультиплета имеет вид

$$S\{\hat{\rho}(v)\}_{gg} = -\nu\rho_{gg}(v) + M(v) \left\{ \frac{\nu^{eg}}{N_g} \sum_e \int \rho_{ee}(v') dv' + \nu^{gg} \int \rho_{gg}(v') dv' + \frac{\nu^{gg'}}{N_g - 1} \sum_{g' \neq g} \int \rho_{g'g'}(v') dv' \right\}, \quad (41)$$

где  $\nu$  — полная частота столкновений,  $\nu^{gg}$  — частота столкновений, при которых не происходит переходов между уровнями основного мультиплета,  $\nu^{gg'}$  — частота столкновений, при которых происхо-

дят переходы в основном мультиплете,  $\nu^{eg}$  — частота столкновений, при которых происходит тушение возбуждения щелочного атома.  $N_g$  — число основных подуровней.

Приведем интеграл столкновений для населенностей верхнего мультиплета:

$$S\{\hat{\rho}(v)\}_{ee} = -\nu\rho_{ee}(v) + \nu^{ee}M(v) \int \rho_{ee}(v') dv' + \frac{\nu^{ee'}}{N_e - 1} \sum_{e' \neq e} \int \rho_{e'e'}(v') dv', \quad (42)$$

где  $\nu^{ee}$  — частота столкновений, при которых не происходит переходов между уровнями возбужденного мультиплета,  $\nu^{ee'}$  — частота столкновений, при которых происходят переходы в возбужденном мультиплете. В выражении (42), в отличие от (41), отсутствует приходное слагаемое с частотой  $\nu^{eg}$ , так как процесс тушения возбуждения щелочных атомов идет односторонним образом.  $N_e$  — число возбужденных подуровней.

Интеграл столкновений для низкочастотных когерентностей представим в виде

$$S\{\hat{\rho}(v)\}_{gg'} = -\nu\rho_{gg'}(v) + \nu^{cog}M(v) \int \rho_{gg'}(v') dv', \quad (43)$$

где  $\nu^{cog}$  — частота столкновений, при которых сохраняется низкочастотная когерентность,  $\nu^{cog} < \nu$ .

В работе полагается, что оптические когерентности, в отличие от низкочастотных, разрушаются при каждом столкновении (благодаря тушению возбуждения при столкновении с азотом), что оставляет в интеграле столкновений только уходный член:

$$S\{\hat{\rho}(v)\}_{eg} = -\nu\rho_{eg}(v). \quad (44)$$

Частоты столкновений, введенные в выражениях (41)–(44), вычисляются исходя из газокинетической формулы

$$\nu^\alpha = (n_{buf} + n_a)\sigma^\alpha \bar{u}, \quad (45)$$

где,  $n_{buf}$  — концентрация буферного газа,  $n_a$  — концентрация активных атомов,  $\sigma^\alpha$  — сечение соответствующего процесса  $\alpha$ ,  $\bar{u} = \sqrt{8k_B T / \pi \mu}$  — средняя тепловая скорость,  $\mu = m_a m_{buf} / (m_a + m_{buf})$  — приведенная масса,  $m_a$  — масса активного атома,  $m_{buf}$  — масса буферной молекулы (атома).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi et al., Nuovo Cim. B **36**(1), 5 (1976).

2. E. Arimondo and G. Orriols, *Lett. Nuovo Cim.* **17**(10), 333 (1976).
3. H. R. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud, *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
4. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов и др., *УФН* **163**, 9 (1993).
5. М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, *ЖЭТФ* **68**, 728 (1989).
6. E. Arimondo, in *Progress in Optics*, Vol. 35, ed. by E. Wolf (1996), pp. 257–354.
7. S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meshede, *Phys. Rev. A* **56**, 1063 (1997).
8. J. Vanier, A. Godone, and F. Levi, *Phys. Rev. A* **58**, 2345 (1998).
9. R. Wynands and A. Nagel, *Appl. Phys. B* **68**, 1 (1999).
10. M. Erhard and H. Helm, *Phys. Rev. A* **63**, 043813 (2001).
11. M. Merimaa, Th. Lindvall, I. Tittonen, and E. Ikonen, *J. Opt. Soc. Amer. B* **20**, 273 (2003).
12. M. V. Balabas, T. Karaulanov, M. P. Ledbetter, and D. Budker, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 070801 (2010).
13. H. J. Lee and H. S. Moon, *J. Opt. Soc. Amer. B* **30**, 2301 (2013).
14. D. V. Brazhnikov, A. V. Taihenahev, A. M. Tumai-kin, and V. I. Yudin, *Las. Phys. Lett.* **11**, 125702 (2014).
15. О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 581 (1988).
16. S. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1022 (1989).
17. M. O. Scully, S. Y. Zhu, and A. Gavrielides, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2813 (1989).
18. A. Imamoglu and S. Harris, *Opt. Lett.* **14**, 1344 (1989).
19. O. Kocharovskaya and P. Mandel, *Phys. Rev. A* **42**, 523 (1990).
20. A. S. Zibrov, M. D. Lukin, D. E. Nikonov et al., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1499 (1995).
21. L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Beh- roozi, *Nature* **397**, 594 (1999).
22. A. M. Akulshin, A. Cimmino, A. I. Sidorov et al., *Phys. Rev. A* **67**, 011801(R) (2003).
23. E. E. Mikhailov, V. A. Sautenkov, I. Novikova, and G. R. Welh, *Phys. Rev. A* **69**, 063808 (2004).
24. M. Fleishhauer and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5094 (2000).
25. C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, *Nature (London)* **409**, 490 (2001).
26. M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
27. M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
28. A. Aspet, E. Arimondo, R. Kaiser et al., *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
29. M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
30. И. Е. Мазец, Б. Г. Матисов, *Письма в ЖЭТФ* **60**, 686 (1994).
31. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 744 (1997).
32. C. F. Roos, D. Leibfried, A. Mundt et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5547 (2000).
33. J. Vanier, *Appl. Phys. B* **81**, 421 (2005).
34. С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров и др., *Письма в ЖЭТФ* **82**, 534 (2005).
35. G. Kazakov, B. Matisov, I. Mazets et al., *Phys. Rev. A* **72**, 063408 (2005).
36. S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips et al., *Phys. Rev. A* **81**, 013833 (2010).
37. К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, В. М. Петров, *Радиотехника* **12**, 164 (2016).
38. И. М. Соколов, *КЭ* **45**, 947 (2015).
39. A. Akulshin, A. Celikov, and V. Velichansky, *Opt. Comm.* **84**, 139 (1991).
40. M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al., *Opt. Lett.* **27**, 1472 (2002).
41. P. D. D. Shwindt, S. Knappe, V. Shah et al., *Appl. Phys. Lett.* **85**, 6409 (2004).
42. V. V. Yashuk, J. Granwehr, D. F. Kimbal et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 160801 (2004).
43. K. Cox, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev et al., *Phys. Rev. A* **83**, 015801 (2011).
44. A. Javan, O. Kocharovskaya, H. Lee, and M. O. Scul- ly, *Phys. Rev. A* **66**, 013805 (2002).
45. M. S. Feld and A. Javan, *Phys. Rev.* **2**, 177 (1969).

46. O. Firstenberg, M. Shuker, A. Ben-Kish et al., *Phys. Rev. A* **76**, 013818 (2007).
47. G. Kazakov, B. Matisov, A. Litvinov, and I. Mazets, *J. Phys. B* **40**, 3851 (2007).
48. Y. Xiao, I. Novikova, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 043601 (2006).
49. Н. Ф. Рэмси, *УФН* **160**, 12 (1990).
50. E. Breschi, G. Kazakov, C. Schori et al., *Phys. Rev. A* **82**, 063810 (2010).
51. G. A. Kazakov, A. N. Litvinov, B. G. Matisov et al., *J. Phys. B* **44**, 235401 (2011).
52. Г. А. Казаков, А. Н. Литвинов, Б. Г. Матисов, *КЭ* **42**, 185 (2012).
53. J.-M. Danet, M. Lours, S. Guérandel, and E. Clercq, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. Freq. Control* **61**, 567 (2014).
54. Y. Yano, W. Gao, S. Goka, and M. Kajita, *Phys. Rev. A* **90**, 013826 (2014).
55. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, and M. Yu. Basalachev, *Phys. Rev. A* **93**, 013820 (2016).
56. Y. Yano, S. Goka, and M. Kajita, arXiv:1701.05696v1.
57. M. Huang and J. C. Camparo, *Phys. Rev. A* **85**, 012509 (2012).
58. P. Yun, F. S. Tricot, and C. E. Calosso, *Phys. Rev. Appl.* **7**, 014018 (2017).
59. D. Aumiler, *Phys. Rev. A* **82**, 055402 (2010).
60. A. Litvinov, G. Kazakov, B. Matisov et al., *J. Phys. B* **43**, 1 (2010).
61. A. Sargsyan, D. Sarkisyan, and A. Papoyan, *Phys. Rev. A* **73**, 033803 (2006).
62. К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, *ЖЭТФ* **148**, 869 (2015).
63. Y. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, *Phys. Rev. A* **87**, 063839 (2013).
64. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. A* **90**, 012511 (2014).
65. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 053902 (2015).
66. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
67. D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, <http://steck.us/alkalidata> (2001).
68. И. Е. Мазец, Б. Г. Матисов, *ЖЭТФ* **101**, 26 (1992).
69. D. F. Walls, *Nature* **306**, 141 (1983).
70. Д. Ф. Смирнов, А. С. Трошин, *УФН* **153**, 233 (1987).
71. Р. Дистель, *Теория графов*, Изд-во института математики, Новосибирск (2002).
72. B. J. Dalton and P. L. Knight, *J. Phys. B* **15**, 3997 (1982).
73. B. J. Dalton and P. L. Knight, *Opt. Comm.* **42**, 411 (1982).
74. B. J. Dalton, R. McDuff, and P. L. Knight, *Opt. Acta* **32**, 61 (1985).
75. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
76. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichanskiy, and S. A. Zibrov, *Письма в ЖЭТФ* **82**, 449 (2005).
77. J. Deng, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* **48**, 6 (2001).