ЖЭТФ, 2017, том 151, вып. 2, стр. 230–235

ВЛИЯНИЕ ЗАРЯДА ЯДРА БЫСТРОГО СТРУКТУРНОГО ИОНА НА ЕГО ВНУТРЕННЕЕ ЭФФЕКТИВНОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С АТОМАМИ

Е. С. Гусаревич *

Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова
163002, Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 6 июля 2016 г.

На основе приближения эйконала рассмотрены потери энергии быстрых структурных ионов при столкновениях с атомами. Под структурными ионами понимаются ионы, состоящие из ядра и некоторого количества связанных с ним электронов. Исследовано влияние заряда Z ядра иона на величину его внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ — потерь энергии, обусловленных возбуждением лишь собственных электронных оболочек иона. Показано, что учет взаимодействия атома с ядром иона при $Z_aZ/v > 1$, где Z_a — заряд ядра атома, v — скорость столкновения (в атомных единицах), оказывает заметное влияние на величину $\kappa^{(p)}$, что приводит, в общем случае, к необходимости непертурбативного учета влияния на $\kappa^{(p)}$ обоих зарядов Z_a и Z.

DOI: 10.7868/S004445101702002X

1. ВВЕДЕНИЕ

При изучении взаимодействия заряженных частиц с веществом особое место занимает исследование потерь энергии этих частиц при прохождении различных сред. Этому вопросу с давних пор уделяется много внимания и посвящено большое число работ (см., например, [1–6] и ссылки в них), в том числе, ввиду его практической важности. В роли таких заряженных частиц часто выступают структурные ионы [6–9] — ионы, состоящие из ядра и некоторого количества связанных с ним электронов. Это связано с тем, что при прохождении через вещество, в результате установления равновесия между процессами ионизации и захвата электронов, даже изначально голое ядро может приобрести некоторое число электронов, которые впоследствии будут определять равновесный заряд иона, отличающийся от заряда голого ядра [6, 9–11]. Таким образом, столкновение подобных структурных ионов (снаряд) с атомами или молекулами среды (мишень) следует рассматривать [7, 11–13] как столкновение двух сложных систем, при котором происходит одновременное возбуждение электронных оболочек как мишени, так и снаряда.

Учет таких одновременных процессов, происходящих в оболочках снаряда и мишени, был выполнен, например, в работах [11, 14] в рамках первого борновского приближения, где рассмотрено обобщение теории Бете на случай потерь энергии структурными ионами при столкновении с атомными мишенями. В работе [11] показано, что учет электронной структуры снаряда может давать заметный вклад (до 10–20 %) в общие потери энергии таких ионов. Обобщение теории Бете на случай потерь энергии структурных ионов при столкновениях с молекулярными мишенями приведено в работе [15]. Непертурбативное рассмотрение потерь энергии быстрых структурных ионов при столкновениях с атомами с учетом всевозможных, в том числе многократных, возбуждений и ионизации как снаряда, так и мишени, представлено в работе [12]. В ней на основе метода сшивки и приближения внезапных возмущений показано, что потери энергии на возбуждение и ионизацию электронов структурного иона могут вносить заметный вклад в общие потери энергии, особенно, для многоэлектронных ионов. Обобщение развитой в [12] теории на случай столкновения структурных ионов с молекулами и наночастицами приведено в работах [16, 17].

Таким образом, согласно [11, 12, 14–17], потери энергии структурных ионов в среде можно охарактеризовать величиной эффективного торможения,

* E-mail: gusarevich@gmail.com

состоящего из двух слагаемых:

$$\kappa = \kappa^{(t)} + \kappa^{(p)}, \tag{1}$$

где $\kappa^{(t)}$ — внешнее эффективное торможение иона за счет возбуждения частиц среды, а $\kappa^{(p)}$ — внутреннее эффективное торможение иона за счет возбуждения своих собственных электронных оболочек, причем эти слагаемые можно рассматривать и рассчитывать отдельно друг от друга.

Отметим одну общую особенность борновского приближения и приближения внезапных возмущений, использованных в работах [11, 12, 14–17] для расчета эффективного торможения (1). В рамках этих двух приближений величина внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ определяется взаимодействием мишени лишь с электронной «шубой» иона. Взаимодействие же мишени с ядром иона оказывается не зависящим от координат электронов снаряда и поэтому в рамках вышеуказанных приближений оно не дает никакого вклада в $\kappa^{(p)}$. Следовательно, при расчете слагаемого $\kappa^{(p)}$ с использованием первого борновского приближения и приближения внезапных возмущений последнее взаимодействие может быть просто опущено.

В данной работе, на основе приближения эйконала, развит непертурбативный метод расчета внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ быстрых нерелятивистских структурных ионов при столкновениях с атомами. В рамках данного метода проведен учет взаимодействия атома-мишени с ядром иона и показано, что в определенных ситуациях это взаимодействие может вносить заметный вклад в величину $\kappa^{(p)}$. Проведено исследование зависимости величины $\kappa^{(p)}$ от скорости водородоподобного иона при разных значениях заряда ядра снаряда и мишени. При этом никаких ограничений связанных, например, с применением теории возмущений, на величину зарядов ядер атома-мишени в данной работе не налагается. Везде далее в статье используется атомная система единиц $\hbar = e = m_e = 1$.

2. ВНУТРЕННИЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ МНОГОЭЛЕКТРОННОГО ИОНА НА АТОМЕ

Рассмотрим столкновение быстрого нерелятивистского иона с нейтральным атомом. Пусть Z и Z_a — заряды соответственно ядер иона и атома, N — число электронов в ионе, v — скорость столкновения, причем

$$v \gg v_0, \tag{2}$$

где v_0 — характерная скорость электронов на оболочках иона. Взаимодействие иона с полем распределенного заряда атомных электронов будем описывать моделью Дирака – Хартри – Фока – Слейтера [18], согласно которой пространственная плотность электронов атома равна

$$n_e(\rho) = \frac{Z_a}{4\pi\rho} \sum_{i=1}^{3} A_i \alpha_i^2 \exp\left(-\alpha_i \rho\right), \tag{3}$$

где A_i и α_i — постоянные, табулированные [18] для всех атомов с $Z_a = 1, \ldots, 92$. Тогда энергия взаимодействия иона с атомом примет вид

$$U(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{Z_a Z}{R} \phi(R) - \sum_{p=1}^{N} \frac{Z_a}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}_p|} \phi(|\mathbf{R}+\mathbf{r}_p|), \tag{4}$$

где $\mathbf{r} \equiv \{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N\}$ — совокупность координат электронов иона относительно его ядра, $\mathbf{R} \equiv \{X, \mathbf{b}\}$ — радиус-вектор ядра иона относительно ядра атома, ϕ — так называемая экранирующая функция, имеющая вид

$$\phi(\rho) = \sum_{i=1}^{3} A_i \exp\left(-\alpha_i \rho\right). \tag{5}$$

При выполнении условия (2) эффективное торможение может быть рассчитано в системе покоя атома в рамках приближения эйконала и приближения Глаубера [19–22], а именно

$$\kappa^{(p)} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \int_{q_{min}}^{q_{max}} |f_{n0}|^2 \, q \, dq, \tag{6}$$

где ε_0 и ε_n — энергии начального $|0\rangle$ и конечного $|n\rangle$ состояний электронов иона, $\mathbf{q} = \mathbf{k}_n - \mathbf{k}_0$ — изменение импульса иона при рассеянии (для быстрых ионов $k_0 \approx k_n \approx k$), q_{min} и q_{max} — пределы изменения величины q, определяемые из законов сохранения энергии и импульса при столкновении, $f_{n0} = \langle n | f(\mathbf{q}) | 0 \rangle$ — амплитуда неупругого перехода $|0\rangle \to |n\rangle$,

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int \exp\left(-i\mathbf{q}\mathbf{b}\right) \{1 - \exp\left(i\chi\right)\} \, d^2\mathbf{b}. \tag{7}$$

Здесь эйкональная фаза в (7), согласно (4), равна

$$\chi(\mathbf{b}, \mathbf{s}) = \sum_{p=1}^{N} \varphi(|\mathbf{b} + \mathbf{s}_p|) - Z\varphi(b), \tag{8}$$

где $\mathbf{s} \equiv \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \ldots, \mathbf{s}_N\}$ — проекции координат электронов иона на плоскость, перпендикулярную скорости $\mathbf{v}$ иона,

$$\varphi(b) = \frac{2Z_a}{v} \sum_{i=1}^{3} A_i K_0(\alpha_i b), \tag{9}$$

K_0 — функция Макдональда нулевого порядка.

Прямое использование формулы (6) затруднено тем, что в ней нижний предел интегрирования $q_{min} \equiv q_n = (\varepsilon_n - \varepsilon_0)/v$ зависит от состояния иона n [21], что не дает возможности поменять местами операции интегрирования и суммирования в (6) и, тем самым, вычислить сумму по n, как это делалось, например, в работе [12]. Для упрощения расчетов воспользуемся приближением, используемым ранее в теории торможения Бете [21] точечных заряженных частиц на атомах, суть которого заключается в замене нижнего предела интегрирования в (6) q_n на «средний» эффективный импульс q_{eff}, который уже не зависит от n. Именно такая замена, обусловленная выполнением условия, аналогичного (2), позволяет получить в рамках теории возмущений для эффективного торможения известную формулу Бете [21] с q_{eff}, выражающимся через «среднюю» энергию атома I_{eff}:

$$q_{eff} = I_{eff}/v,$$
$$I_{eff} = \exp\left(\frac{1}{N}\sum_n N_n \ln(\varepsilon_n - \varepsilon_0)\right), \tag{10}$$

где N_n — силы осцилляторов [21].

Рассмотренное выше приближение можно обобщить и на наш случай, с той лишь разницей, что применяемый нами подход является непертурбативным, а источником возмущения, вызывающего переходы в электронных оболочках иона, в нашей задаче является не точечная заряженная частица, а нейтральный атом конечных размеров, обладающий потенциалом некулоновского типа (4). Эти факторы, в итоге, приводят к следующему выражению для q_{eff}, обобщающему результат (10) теории Бете:

$$q_{eff} = G^{-1}\left(\frac{1}{N}\sum_n N_n G(q_n)\right), \tag{11}$$

где G^{-1} — функция, обратная к функции G, определяемой равенством

$$G(q) = \int_0^q |I(t)|^2 t^3\, dt. \tag{12}$$

Здесь

$$I(q) = \int_0^\infty J_0(qb) \exp(-iQ\varphi(b))\, \varphi(b)\, b\, db, \tag{13}$$

J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $Q = Z - N$ — заряд иона. Следует заметить, что при рассмотрении потерь энергии точечной заряженной частицы на атоме формула (11) автоматически воспроизводит результат (10) как предельный частный случай.

Таким образом, введя вместо q_{min} в (6) эффективный импульс (11), мы можем поменять местами порядок операций суммирования и интегрирования в (6) и вычислить сумму по индексу n, используя теорему суммирования [12, 21]. В результате получим

$$\kappa^{(p)} = N\frac{\pi}{k^2}\int_{q_{eff}}^{q_{max}} \left(\nabla f \cdot \nabla f^+\right)_{00} q\, dq, \tag{14}$$

где $q_{max} = 2v$ [23], матричный элемент $(\nabla f \cdot \nabla f^+)_{00}$ вычисляется по основному состоянию $|0\rangle$ иона, описываемому симметризованной по перестановкам электронов волновой функцией, а дифференцирование посредством ∇ проводится по координатам любого из N электронов иона, например, с номером p $(1 \le p \le N)$, причем тогда, согласно (7)–(9), имеем

$$\nabla f = \frac{k}{2\pi}\int \exp(-i\mathbf{qb}) \exp(i\chi)\, \nabla\chi\, d^2\mathbf{b}, \tag{15}$$

$$\nabla\chi = -\frac{2Z_a}{v}\sum_{i=1}^{3} A_i\alpha_i K_1(\alpha_i |\mathbf{b} + \mathbf{s}_p|)\, \frac{\mathbf{b} + \mathbf{s}_p}{|\mathbf{b} + \mathbf{s}_p|}, \tag{16}$$

где K_1 — функция Макдональда первого порядка. Таким образом, формулы (14)–(16) позволяют рассчитать внутреннее эффективное торможение быстрого нерелятивистского иона при столкновении с атомом.

Следует заметить, что число электронов N в (14) можно рассматривать как заданную величину только при фиксированном зарядовом составе ионов. Если же, например, при постановке эксперимента зарядовый состав ионов не отслеживается, то величину N уже нельзя рассматривать как фиксированную. В этом случае она будет носить флуктуационный характер и может быть определена из условия равновесия между процессами ионизации и захвата электронов, происходящими в оболочках структурного иона. При этом равновесное значение N оказывается зависящим от Z и v [6, 9–11].

3. ВНУТРЕННИЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ВОДОРОДОПОДОБНОГО ИОНА НА АТОМЕ

В качестве примера использования развитой теории для расчета внутренних потерь энергии ионов рассмотрим простейшую ситуацию — столкновение с атомом быстрого нерелятивистского водородоподобного иона. При этом зарядовый состав иона будем считать фиксированным. В этом случае $N = 1$ и состояния $|n\rangle$ единственного электрона иона описываются водородоподобными волновыми функциями с эффективным зарядом Z. Таким образом, $v_0 \sim \sim Z$, поэтому условие (2) применимости приближения Глаубера сводится к выполнению неравенства $Z/v \ll 1$. При этом заметим, что никаких ограничений на значения Z_a, как и ранее, мы не налагаем. Результаты, полученные в этом разделе, могут быть легко обобщены на случай $N > 1$ даже с учетом флуктуационного характера этой величины.

В случае столкновения атома с водородоподобным ионом эйкональная фаза χ, согласно (8), состоит теперь только из двух слагаемых:

$$\chi(\mathbf{b}, \mathbf{s}) = \varphi(|\mathbf{b} + \mathbf{s}|) - Z\varphi(b), \qquad (17)$$

где, в отличие от (8), под $\mathbf{s}$ понимается координата единственного электрона иона. Первое слагаемое в (17) обусловлено взаимодействием атома с электроном иона, а второе связано с взаимодействием атома с ядром иона. После подстановки (17) в (15), выражение (14) для эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ водородоподобного иона примет вид

$$\kappa^{(p)} = \int\limits_{q_{eff}}^{q_{max}} \{I_1(q) + I_2(q) + I_3(q)\}\, q\, dq, \qquad (18)$$

где

$$I_1(q) = \pi |a_1(q)|^2 q^2,$$

$$I_2(q) = -16Z^4 \operatorname{Re}\left[a_1^*(q) \int \frac{a_1(q')\, a_Z^*(|\mathbf{q}' - \mathbf{q}|)\, \mathbf{q}'\mathbf{q}\, d^2\mathbf{q}'}{\left(4Z^2 + (\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2\right)^2}\right],$$

$$I_3(q) = \frac{4Z^4}{\pi} \times \iint \frac{a_1(q')\, a_1^*(q'')\, a_Z^*(|\mathbf{q}' - \mathbf{q}|)\, a_Z(|\mathbf{q}'' - \mathbf{q}|)}{\left(4Z^2 + (\mathbf{q}' - \mathbf{q}'')^2\right)^2} \times \mathbf{q}'\mathbf{q}''\, d^2\mathbf{q}' d^2\mathbf{q}'',$$

а импульс q_{eff} рассчитывается по формуле (11). Здесь мы ввели функцию

$$a_Z(q) = \int\limits_0^\infty J_0(qb)\{1 - \exp(iZ\varphi(b))\}\, b\, db, \qquad (19)$$

причем под $a_1(q)$ понимается значение $a_Z(q)$ при $Z = 1$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Используя формулы (18) и (11) в качестве примера, мы исследовали зависимость внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ водородоподобных ионов He^+, B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} на атомах Ne, Ar и Kr от скорости столкновения. Результаты расчетов представлены на рис. 1–3. Так, в случае столкновения указанных выше ионов с атомом Ne ($Z_a = 10$), на рис. 1 видно, что при малых скоростях внутреннее эффективное торможение $\kappa^{(p)}$ ионов существенно зависит от заряда Z ядра иона. При увеличении же скорости различие между ними уменьшается, и все наши расчетные кривые *1–4* (см. рис. 1) стремятся (особенно это заметно по кривой *1*) к некоторой асимптотической линии — аналитическому решению, полученному в работе [12] в рамках приближения внезапных возмущений и метода сшивки. В нерелятивистском случае это решение имеет вид [12]

$$\kappa^{(p)}_{asym} = \kappa^{(p)}_{pert} + \Delta\kappa^{(p)}_{Bloch}, \qquad (20)$$

где

$$\kappa^{(p)}_{pert} = \frac{4\pi Z_a^2}{v^2} N \left[\ln 2v - \sum_{i=1}^{3} A_i^2 \ln\left(\alpha_i \sqrt{e}\right) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{3} A_i A_j \frac{\alpha_j^2 \ln \alpha_j - \alpha_i^2 \ln \alpha_i}{\alpha_i^2 - \alpha_j^2}\right], \qquad (21)$$

$$\Delta\kappa^{(p)}_{Bloch} = \frac{4\pi Z_a^2}{v^2} N \left[-\operatorname{Re}\psi\left(1 + i\frac{Z_a}{v}\right) + \psi(1)\right]. \qquad (22)$$

Здесь $\kappa^{(p)}_{pert}$ фактически представляет собой эффективное торможение, рассчитанное в рамках теории возмущений, $\Delta\kappa^{(p)}_{Bloch}$ — непертурбативная поправка Блоха [24], дающая заметный вклад лишь при достаточно больших Z_a/v, ψ — логарифмическая производная Г-функции. Особенность выражения (20) заключается в том, что оно не зависит от заряда ядра иона, именно поэтому мы называем его асимптотическим.

Причина, по которой эффективное торможение $\kappa^{(p)}$, рассчитанное по формуле (18), переходит с ростом скорости в результаты выражения (20), заключается в следующем. Проведенный нами анализ выражения (18) показал, что увеличение скорости приводит к уменьшению влияния на результат расчета $\kappa^{(p)}$ слагаемого $-Z\varphi(b)$ в (17), ответственного за

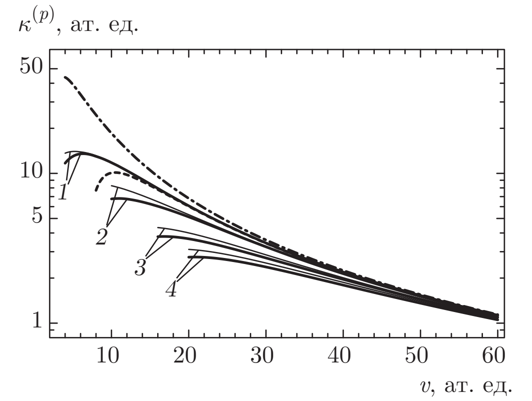

Рис. 1. Зависимость внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ водородоподобных ионов He^{+}, B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} от скорости столкновения v с атомом Ne. Сплошная жирная линия — расчет по формуле (18) с q_{eff} из (11), сплошная тонкая линия — расчет по формуле (18) с $q_{eff} = 0$, штриховая линия — расчет по асимптотической формуле (20), штрихпунктир — расчет по формуле (21) теории возмущений. Кривые *1* — ион He^{+}, *2* — B^{4+}, *3* — O^{7+}, *4* — Ne^{9+}

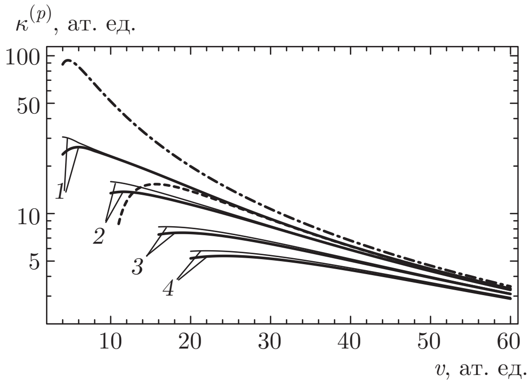

Рис. 2. Зависимость внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ водородоподобных ионов He^{+}, B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} от скорости столкновения v с атомом Ar. Смысл обозначений такой же, как на рис. 1

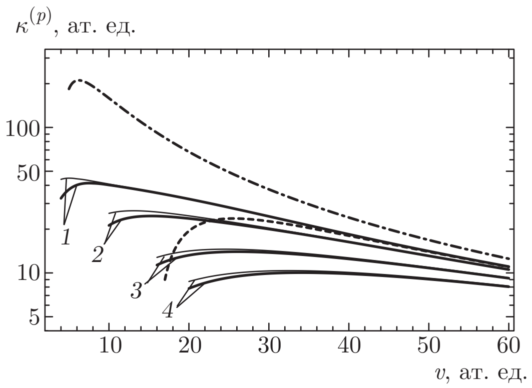

Рис. 3. Зависимость внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ водородоподобных ионов He^{+}, B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} от скорости столкновения v с атомом Kr. Смысл обозначений такой же, как на рис. 1

взаимодействие атома с ядром иона, по сравнению с $\varphi\left(|\mathbf{b}+\mathbf{s}|\right)$. В том числе это происходит за счет расширения диапазона интегрирования по импульсу q в (18), так как $q_{eff} \propto 1/v$ — уменьшается, стремясь к нулю, а $q_{max} \propto v$ — увеличивается. Именно такая же ситуация, связанная с нечувствительностью величины $\kappa^{(p)}$ к взаимодействию атома с ядром иона, имела место в работе [12] при выводе формулы (20) в рамках приближения внезапных возмущений, где при описании столкновения иона с атомом учитывается взаимодействие атома только с электроном иона, а роль ядра иона при этом сводится лишь к пространственной локализации электрона.

Выполненные нами численные оценки показали, что выражения (18) и (20) будут давать близкие результаты при выполнении условия $Z_aZ/v \lesssim 1$. Если же в добавок к этому условию выполняется неравенство $Z_a/v \ll 1$, то результаты расчетов по формулам (18) и (20) будут мало отличаться от результатов расчета по формуле (21) теории возмущений (см. рис. 1). В противном же случае, при $Z_aZ/v \gg 1$ расчеты по формуле (18) будут давать результаты сильно отличающиеся как от (20), так и от (21).

В случае столкновения ионов He^{+}, B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} с атомами Ar ($Z_a = 18$) и Kr ($Z_a = 36$) (см. соответственно рис. 2 и 3), в целом, картина изменения внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ с ростом скорости оказывается аналогичной поведению, представленному на рис. 1. Однако можно заметить, что при увеличении параметров Z и Z_a область, соответствующая переходу выражения (18) в (20), смещается в сторону бо́льших v, что согласуется с условием $Z_aZ/v \lesssim 1$, причем при столкновении с атомом Kr ионов B^{4+}, O^{7+} и Ne^{9+} величины Z и Z_a оказываются настолько большими, что даже при максимальной скорости $v = 60$ из рассматриваемого диапазона параметр Z_aZ/v для них принимает значения соответственно 3, 4.8 и 6. Таким образом, все три формулы, (18), (20) и (21), дают разный результат во всем рассматриваемом диапазоне скоростей, при этом переход кривых *2–4* в результат (20) (и, возможно, в (21)), видимо, следует ожидать при существенно больших скоростях, однако в этом случае нужно будет учитывать еще и релятивистские эффекты.

Таким образом, из рис. 1–3 следует, что при достаточно большом значении параметра Z_aZ/v корректный расчет внутреннего эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ возможен только с использованием выражения (18), которое непертурбативным образом учитывает влияние на $\kappa^{(p)}$ обоих зарядов Z_a и Z.

Мы также дополнительно исследовали влияние на торможение $\kappa^{(p)}$ величины эффективного импульса q_{eff}. Наши оценки показали, что так как $q_{eff} \propto 1/v$, при больших v величина q_{eff} должна давать относительно малый вклад в $\kappa^{(p)}$. Для проверки этого предположения мы дополнительно исследовали зависимость эффективного торможения $\kappa^{(p)}$ от скорости v для тех же сталкивающихся партнеров, что и ранее, положив в формуле (18) $q_{eff} = 0$. Результаты расчетов представлены на рис. 1–3 в виде сплошных тонких линий. Как видно на рис. 1–3, учет влияния q_{eff} на величину $\kappa^{(p)}$ оказывается необходимым лишь при $v/v_0 \approx 2$–4. При $v/v_0 > 4$, для рассматриваемых нами сталкивающихся партнеров вкладом q_{eff} в величину $\kappa^{(p)}$ можно пренебрегать, заменяя в (18) q_{eff} на нуль.

Представленные в работе расчеты проводились с использованием библиотек GSL и Cuba на вычислительном кластере САФУ. Работа выполнена в рамках КГЗ Министерства образования и науки РФ (№ 3.1726.2014/К). Автор благодарит В. И. Матвеева за обсуждение результатов работы и сделанные полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. U. Fano, Ann. Rev. Nucl. Sci. **13**, 1 (1963).

2. S. P. Ahlen, Rev. Mod. Phys. **52**, 121 (1980).

3. J. F. Ziegler, J. Appl. Phys./Rev. Appl. Phys. **85**, 1249 (1999).

4. B. A. Weaver and A. J. Westphal, Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B **187**, 285 (2002).

5. P. Sigmund, *Particle Penetration and Radiation Effects. General Aspects and Stopping of Swift Point Particles*, Springer Series in Solid State Sciences, Springer-Verlag, Berlin (2006).

6. P. Sigmund, *Particle Penetration and Radiation Effects. Volume 2: Penetration of Atomic and Molecular Ions*, Springer, Switzerland (2014).

7. P. Sigmund and K. Dan. Vidensk, *Special issue on Ion Beam Science: Solved and Unsolved Problems*, ed. by P. Sigmund, Selsk. Mat. Fys. Medd. **52**, 557 (2006).

8. H. Geissel, H. Weick, C. Scheidenberger et al., Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B **195**, 3 (2002).

9. G. Schiwietz and P. L. Grande, Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B **175–177**, 125 (2001).

10. T. E. Pierce and M. Blann, Phys. Rev. **173**, 390 (1968).

11. R. Cabrera-Trujillo, S. A. Cruz, J. Oddershede et al., Phys. Rev. A **55**, 2864 (1997).

12. В. И. Матвеев, Д. Б. Сидоров, ЖЭТФ **132**, 569 (2007).

13. C. C. Montanari and J. E. Miraglia, Phys. Rev. A **73**, 024901 (2006).

14. M. C. Tufan, A. Köroglu, and H. Gümüs, Acta Phys. Pol. A **107**, 459 (2005).

15. M. C. Tufan, Ö. Kabadayi, and H. Gümüs, Radiat. Phys. Chem. **76**, 631 (2007).

16. В. И. Матвеев, Е. С. Гусаревич, С. В. Рябченко и др., Письма в ЖЭТФ **88**, 268 (2008).

17. В. И. Матвеев, Е. С. Гусаревич, Д. Н. Макаров, ЖЭТФ **136**, 843 (2009).

18. F. Salvat, J. D. Martinez, R. Mayol et al., Phys. Rev. A **36**, 467 (1987).

19. R. J. Glauber, *In Lectures in Theoretical Physics*, Vol. I, ed. by W. E. Brittin, Interscience, New York (1959), p. 315.

20. М. Гольдбергер, К. Ватсон, *Теория столкновений*, Мир, Москва (1967).

21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифщиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).

22. C. J. Joachain and C. Quigg, Rev. Mod. Phys. **46**, 279 (1974).

23. H. A. Bethe and R. Jackiw, *Intermediate Quantum Mechanics*, Benjamin/Cummings, Reading, MA (1986).

24. F. Bloch, Ann. Phys. (Lpz.) **16**, 285 (1933).