ЖЭТФ, 2016, том 150, вып. 6 (12), стр. 1218–1226 

# МАГНИТОПРОБОЙНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СЛОИСТЫХ ПРОВОДНИКАХ

***В. Г. Песчанский*** [a,b*], ***О. Галбова*** [c**], ***Р. Хасан*** [a,d**]

[a] *Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина*
*61022, Харьков, Украина*

[b] *Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина*
*Национальной академии наук Украины*
*61103, Харьков, Украина*

[c] *St. Cyril and Methodium University,*
*P. O. Box 162, 1000, Skopje, Republic of Macedonia*

[d] *Physics Department, Birzeit University,*
*PO Box 14, Birzeit, West Bank, Palestine*

Поступила в редакцию 19 мая 2016 г.

Теоретически исследован отклик электронной системы на неоднородный разогрев слоистых проводников с квазидвумерным электронным энергетическим спектром произвольного вида, помещенных в сильное магнитное поле $\mathbf{B}$, когда циклотронная частота $\omega_c$ много больше частоты столкновений носителей заряда $1/\tau$. В случае многолистной поверхности Ферми (ПФ) рассчитана зависимость термоэлектрических коэффициентов от величины и ориентации магнитного поля вблизи электронного топологического перехода Лифшица, когда под действием внешнего воздействия на проводник, например, давления, происходит изменение связности ПФ. При сближении отдельных полостей (листов) ПФ электроны проводимости в результате магнитного пробоя могут тунелировать с одного листа ПФ на другой, их движение по магнитопробойным траекториям становится сложным и запутанным. При этом термоэлектрическое поле необычным образом зависит от величины магнитного поля, а при значительном отклонении вектора $\mathbf{B}$ от нормали к слоям на угол $\vartheta$ осциллирует как функция $\operatorname{tg}\vartheta$. Период этих осцилляций содержит важную информацию о расстоянии между отдельными полостями ПФ и их гофрировке.

**DOI:** 10.7868/S0044451016120166

Энергетический спектр элементарных возбуждений в кристаллах содержит ряд критических значений энергии $\varepsilon_k$, при которых происходит изменение топологической структуры (связности) изоэнергетических поверхностей $\varepsilon(\mathbf{p}) = \text{const}$ [1]. При низких температурах $T$ термодинамические и кинетические характеристики системы электронов проводимости в вырожденных проводниках зависят в основном от структуры поверхности Ферми (ПФ) $\varepsilon(p) = \varepsilon_F$ с точностью до малых поправок пропорциональных $(T/\varepsilon_F)^2$. Хотя критические уровни энергии $\varepsilon_k$, как правило, значительно отделены от уровня Ферми $\varepsilon_F$, электронный топологический переход в вырожденных проводниках все же вполне наблюдаем, если будет возможность изменять непрерывным образом химический потенциал $\mu$ электронов проводимости, постепенно приближая его к $\varepsilon_k$, например, с помощью достаточно большого давления либо допирования проводника примесными атомами. Этот топологический переход, предсказанный Лифшицем [2], вскоре был обнаружен и детально экспериментально обследован во многих металлах и сплавах в нормальном и сверхпроводящем состояниях [3–21]. Подробная информация об этих исследованиях содержится в Приложении к трудам И. М. Лифшица, написанном Заварицким [22]. В последние 30 лет интерес к экспериментальным исследованиям электронного топологического перехода сместился в область МДП, наноструктур и других низкоразмер-

* E-mail: vpeschansky@ilt.kharkov.ua
** O. Galbova, R. Hasan

ных проводящих ток систем. При этом интерес к таким исследованиям не ослабевает и по сей день. Оказалось, что наиболее просто и надежно можно обнаружить электронный топологический переход Лифшица с помощью исследования термоэлектрических явлений. Мы рассмотрим линейный отклик электронной системы слоистого проводника на возмущение электрическим полем $\mathbf{E}$ и градиентом температуры $\partial T/\partial \mathbf{r}$ вблизи электронного топологического перехода, когда при сближении отдельных полостей ПФ электроны проводимости могут блуждать по различным полостям ПФ. Будем полагать, как и в [23], квазидвумерный электронный энергетический спектр слоистого проводника

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n(p_x, p_y) \cos\left(\frac{anp_z}{\hbar} + \alpha_n(p_x, p_y)\right), \quad (1)$$

$$\begin{gathered} \varepsilon_n(-p_x, -p_y) = \varepsilon_n(p_x, p_y), \\ \alpha_n(-p_x, -p_y) = -\alpha_n(p_x, p_y) \end{gathered} \quad (2)$$

произвольным, а его ПФ состоящей из топологически различных элементов в виде цилиндров и планарных листов, слабогофрированных вдоль проекции импульса $p_z = \mathbf{n}\cdot\mathbf{p}$ на нормаль $\mathbf{n}$ к слоям. Для определенности ось $p_x$ направим ортогонально квазиплоским листам ПФ.

Здесь $a$ — расстояние между слоями, $\hbar$ — постоянная Планка, а $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ и $\alpha(p_x, p_y)$ — произвольные функции своих аргументов, причем все функции $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ с $n \neq 0$ много меньше $\varepsilon_0(p_x, p_y)$, так что скорость движения электронов вдоль нормали к слоям

$$v_z = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{an}{\hbar}\, \varepsilon_n(p_x, p_y) \times \\ \times \sin\left\{\frac{anp_z}{\hbar} + \alpha_n(p_x, p_y)\right\} \leq \eta v_F \quad (3)$$

значительно меньше характерной фермиевской скорости $v_F$ его движения вдоль слоев. В низкоразмерных комплексах органического происхождения параметр квазидвумерности электронного энергетического спектра $\eta$ порядка $10^{-2}$, что способствует наиболее яркому проявлению осцилляционных явлений в низкоразмерных проводниках.

Плотность электрического тока

$$j_i = \sigma_{ij} E_j - \alpha_{ij} \partial T/\partial x_j \quad (4)$$

и потока тепла

$$q_i = \beta_{ij} E_j - \chi_{ij} \partial T/\partial x_j \quad (5)$$

найдем с помощью решения кинетического уравнения для функции распределения носителей заряда

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = f_0(\varepsilon) - \left(\phi - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\,\psi\right) \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \times \\ \times \left\{ e\mathbf{E}\cdot\mathbf{v} - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\,\mathbf{v}\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right\} = \\ = \hat{W}\left\{f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) - f_0(\varepsilon)\right\}. \quad (6)$$

Здесь

$$f_0(\varepsilon) = \left(1 + \exp\frac{\varepsilon - \mu}{T}\right)^{-1}$$

— равновесная фермиевская функция распределения электронов проводимости, а $T$ — температура в энергетических единицах. В качестве переменных в импульсном пространстве использованы интегралы движения заряда в магнитном поле $\mathbf{B}$ и время $t$ его движения по траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_B = \mathbf{p}\cdot\mathbf{B}/B = \text{const}$. В левой части кинетического уравнения (6) опущены слагаемые, квадратичные по слабому возмущению системы электронов. В этом же приближении интеграл столкновений $\hat{W}$ представляет собой сумму двух линейных операторов, действующих на искомые функции $\phi$ и $\psi$.

Решение уравнения (6) следует найти в пространстве собственных функций интегрального оператора $\hat{W}$. Время релаксации в системе носителей заряда равно обратной величине наименьшего собственного значения оператора столкновений, причем времена релаксации по направлению импульсов $\tau$ и по энергиям $\tau_\varepsilon$ существенно различны. Они примерно одинаковы лишь при весьма низких температурах, когда носители заряда рассеиваются в основном примесными атомами и другими дефектами кристаллической решетки. Однако с ростом температуры включается дополнительный механизм рассеяния электронов на тепловых колебаниях ионов кристалла, что приводит к различной зависимости времен релаксации $\tau_\varepsilon$ и $\tau$ от температуры в области температур, меньших температуры Дебая $T_D$. Если не интересоваться численными множителями порядка единицы, то вполне уместно воспользоваться $\tau$-приближением для интеграла столкновений. Таким образом, кинетическое уравнение (6) представляет собой систему двух обычных дифференциальных уравнений первого порядка,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\phi}{\tau} = e\mathbf{E}\mathbf{v}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\psi}{\tau_\varepsilon} = \mathbf{v}\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}\,. \quad (8)$$

С помощью решения уравнений (7) и (8)

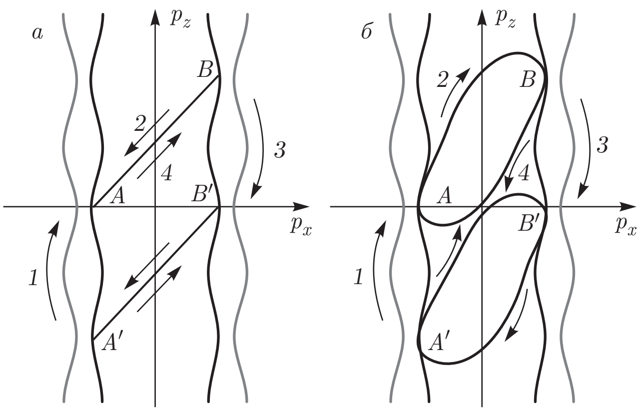


**Рис. 1.** Проекция на плоскость $p_xp_z$ электронных траекторий в магнитном поле в плоскости $p_xp_z$ ($a$) и отклоненном от этой плоскости ($б$)

$$\phi(t) = \int\limits_{\lambda_1}^{t} dt' e\mathbf{E}\mathbf{v}(t') \exp\frac{t'-t}{\tau} + \\ + \exp\frac{\lambda_1 - t}{\tau}\phi(\lambda_1+0), \quad (9)$$

$$\psi(t) = \int\limits_{\lambda_1}^{t} dt' \mathbf{v}(t')\left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}\right) \exp\frac{t'-t}{\tau_\varepsilon} + \\ + \exp\frac{\lambda_1 - t}{\tau_\varepsilon}\psi(\lambda_1+0) \quad (10)$$

найдем плотность электрического тока

$$j_i = -\int \frac{2eB}{(2\pi\hbar)^3 c} d\varepsilon \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon} \int dp_B \times \\ \times \int\limits_0^{T_B} dt\, e v_i(t)\left[\phi(t) - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\psi(t)\right] \quad (11)$$

и потока тепла

$$q_i = -\int \frac{2eB}{(2\pi\hbar)^3 c} d\varepsilon \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon} \int dp_B \times \\ \times \int\limits_0^{T_B} dt\, (\varepsilon-\mu) v_i(t)\left[\phi(t) - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\psi(t)\right]. \quad (12)$$

Здесь $e$, $\mathbf{v}$ и $T_B$ — соответственно заряд, скорость и период движения электронов проводимости по траектории $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mathrm{const}$, $p_B = \mathrm{const}$, $c$ — скорость света, $\hbar$ — постоянная Планка.

Функции $\phi(\lambda_1+0)$ и $\psi(\lambda_1+0)$ описывают сложное движение носителей заряда по магнитопробойным траекториям с вероятностью магнитного пробоя $w$ в области $A$ и с вероятностью $w'$ в области $B$ сближения отдельных полостей ПФ в моменты времени $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$, где $\lambda_1$ — ближайший к $t$ момент перехода электрона с одного листа ПФ на другой с сохранением интеграла движения $p_B$, а $\lambda_k > \lambda_{k+1}$ (см. рис. 1). Например, неравновесная часть функции распределения электронов на листе *1* ПФ после магнитного пробоя в окрестности точки $A$

$$\phi_1(\lambda_1+0) = \int\limits_{-\infty}^{\lambda_1} dt \exp\frac{t-\lambda_1}{\tau}\,(e\mathbf{E}\mathbf{v}(t))_1 \quad (13)$$

связана с функцией распределения электронов на этом же канале до магнитного пробоя $\phi_1(\lambda_1-0)$ следующим соотношением:

$$\phi_1(\lambda_1+0) = (1-w)\phi_1(\lambda_1-0) + w\phi_2(\lambda_1-0). \quad (14)$$

Функция $\phi_i(\lambda_j-0)$ перед магнитным пробоем в момент времени $\lambda_j$ связана с функцией $\phi_i(\lambda_{j+1}+0)$ после совершения магнитного пробоя в более ранний момент времени $\lambda_{j+1}$ простым соотношением

$$\phi_i(\lambda_j-0) = A_i + \exp\left(\frac{\lambda_{j+1}-\lambda_j}{\tau}\right)\phi_i(\lambda_{j+1}+0), \quad (15)$$

где

$$A_i = \int\limits_{\lambda_{j+1}}^{\lambda_{j1}} dt \exp\frac{t-\lambda_j}{\tau}\,(e\mathbf{E}\mathbf{v}(t))_i\,, \\ i = 1,2,3,4 \quad (16)$$

— энергия, приобретенная электроном проводимости в электрическом поле при движении его по $i$-му листу ПФ за время $(\lambda_j - \lambda_{j+1})$ между двумя актами магнитного пробоя, равное $T_1$ для электронов на планарных листах ПФ *1* и *3* и $T'$ на дугах *2* и *4* замкнутого сечения гофрированного цилиндра. С точностью до малых поправок, пропорциональных параметру $\eta$, время $T_1$ квазипериодического движения носителей заряда в магнитном поле на листах *1* и *3* ПФ не зависит от $\lambda_j$. В этом же приближении по малому параметру квазидвумерности электронного энергетического спектра $\eta$ функции $A_i$ одинаковы для любых значений $\lambda_j$.

С учетом соотношений (14) и (15) связь функции $\phi_1(\lambda_1+0)$ с функциями $\phi_1$ и $\phi_2$ в более ранний момент времени $\lambda_2$ принимает вид

$$\phi_1(\lambda_1+0) = Q_1 + h_1\phi_1(\lambda_2+0) + g\phi_2(\lambda_2+0). \quad (17)$$

Аналогично в более ранние моменты времени $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$, $\lambda_5$, имеем

$$\phi_2(\lambda_2+0) = Q_4 + h'\phi_4(\lambda_3+0) + g_1'\phi_3(\lambda_3+0), \quad (18)$$

$$\phi_3(\lambda_3+0) = Q_3 + h_1'\phi_3(\lambda_4+0) + g'\phi_4(\lambda_4+0), \quad (19)$$

$$\phi_4(\lambda_4+0) = Q_2 + h\phi_2(\lambda_5+0) + g_1'\phi_1(\lambda_5+0), \quad (20)$$

$$\phi_1(\lambda_5+0) = Q_1 + h_1\phi_1(\lambda_6+0) + g\phi_2(\lambda_6+0). \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{gathered} Q_1 = (1-w)A_1 + wA_2, \quad Q_2 = (1-w)A_2 + wA_1, \\ Q_3 = (1-w')A_3 + w'A_4, \\ Q_4 = (1-w')A_4 + w'A_3, \end{gathered} \quad (22)$$

$$\begin{gathered} h_1 = (1-w)\exp\left(-\frac{T_1}{\tau}\right), \\ h_1' = (1-w')\exp\left(-\frac{T_1}{\tau}\right), \\ g_1 = w\exp\left(-\frac{T_1}{\tau}\right), \quad g_1' = w'\exp\left(-\frac{T_1}{\tau}\right), \\ h = (1-w)\exp\left(-\frac{T'}{\tau}\right), \\ h' = (1-w')\exp\left(-\frac{T'}{\tau}\right), \\ g = w\exp\left(-\frac{T'}{\tau}\right), \quad g' = w'\exp\left(-\frac{T'}{\tau}\right). \end{gathered} \quad (23)$$

Легко заметить, что соотношение (21) отличается от соотношения (17) лишь более ранним моментом магнитного пробоя. Продолжая эти рекуррентные соотношения, мы удаляемся в далекое прошлое, поскольку искомые функции в правой части уравнений при каждой рекурренции приобретают множители, меньшие единицы, и при многократной рекурренции становятся сколь угодно малыми. В результате функции $\phi_i$ в левой части уравнений (17)–(20) равны бесконечному ряду слагаемых, пропорциональных $A_j$, представляющих собой геометрическую прогрессию, которая легко суммируется.

Воспользовавшись рекуррентными соотношениями для уравнений (17) и (19), получим

$$\phi_1(\lambda_1+0) = \frac{Q_1}{1-h_1} + \sum_{n=0}^{\infty} h_1^n g\phi_2(\lambda_{n+2}+0), \quad (24)$$

$$\phi_3(\lambda_j+0) = \frac{Q_3}{1-h_1'} + \sum_{n=0}^{\infty}(h_1')^n g'\phi_4(\lambda_{n+j+1}+0). \quad (25)$$

С помощью соотношения (20) для функции $\phi_4$ найдем связь функции $\phi_3(\lambda_j+0)$ с функциями $\phi_2$ в различные моменты $\lambda_n$:

$$\begin{gathered} \phi_3(\lambda_j+0) = \frac{Q_3}{1-h_1'} + \frac{g_1 g' Q_1}{(1-h_1)(1-h_1')} + \frac{g'Q_2}{1-h_1'} + \\ + \sum_{n=0}^{\infty}(h_1')^n g' h\phi_2(\lambda_{n+j+2}+0) + \\ + \sum_{n,k=0}^{\infty}(h_1')^n h_1^k g_1 g g' h\phi_2(\lambda_{n+k+j+4}+0). \end{gathered} \quad (26)$$

Воспользовавшись соотношениями (24)–(26), получим функциональное уравнение для функции $\phi_2(\lambda_2+0)$:

$$\begin{gathered} \phi_2(\lambda_2+0) = hh'\phi_2(\lambda_4+0) + Q_4 + h'Q_2 + \\ + g_1'\left[\frac{Q_3}{1-h_1'} + \frac{g_1 g' Q_1}{(1-h_1)(1-h_1')} + \frac{g'Q_2}{1-h_1'}\right] + \\ + h'g_1\frac{Q_1}{1-h_1} + \sum_{n=0}^{\infty}(h_1')^n g' g_1' h\phi_2(\lambda_{n+j+2}+0) + \\ + h'g_1\sum_{n=0}^{\infty} h_1^n g\phi_2(\lambda_{n+2}+0) + \\ + \sum_{n,k=0}^{\infty}(h_1')^n h_1^k g_1 g g' g_1' h\phi_2(\lambda_{n+k+j+4}+0). \end{gathered} \quad (27)$$

Применив рекуррентное преобразование к уравнению (27), приобретаем дополнительное суммирование по степеням параметра $hh'$. В результате функциональное уравнение для функции $\phi_2(\lambda_j+0)$ принимает окончательный вид для любого начального момента магнитного пробоя $\lambda_j$

$$\begin{gathered} \phi_2(\lambda_j+0) = \frac{[Q_1 g_1 + Q_2(1-h_1)](h'(1-h_1') + g'g_1')}{(1-hh')(1-h_1)(1-h_1')} + \\ + \frac{[Q_3 g_1' + Q_4(1-h_1')](1-h_1)}{(1-hh')(1-h_1)(1-h_1')} + \hat{L}\phi_2(\lambda_j), \end{gathered} \quad (28)$$

где

$$\begin{gathered} \hat{L}\phi_2(\lambda_1+0) = \\ = \sum_{n,k,m=0}^{\infty}(hh')^m(h_1')^n h_1^k g_1 g g' g_1' h\phi_2(\lambda_{n+k+m+10}+0) + \\ + \sum_{n,m=0}^{\infty}(hh')^m(h_1')^n g' g_1' h\phi_2(\lambda_{n+m+7}+0) + \\ + \sum_{n,m=0}^{\infty}(hh')^m h_1^n h' g_1 g\phi_2(\lambda_{n+m+7}+0). \end{gathered} \quad (29)$$

Решение этого уравнения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $q$, равным собственному значению линейного оператора $\hat{L}\phi_0 = q\phi_0$,

$$q = \frac{gg'g_1g_1' + g_1'g'h(1-h_1) + gg_1h'(1-h_1')}{(1-hh')(1-h_1)(1-h_1')}. \quad (30)$$

После суммирования прогрессии с учетом соотношений (22) и (23) получим для $\phi_2(\lambda_j+0)$

$$\phi_2(\lambda_j+0) = \\ = \frac{[A_1 w(1+\gamma_1)+A_2(w(1-\gamma_1)+\gamma_1)](w'(1-\gamma_1)+\gamma_1)}{2ww'(\gamma+\gamma_1)+(w+w')\gamma_1(\gamma_1+2\gamma)+2\gamma\gamma_1^2} + \\ + \frac{[A_3 w'(1+\gamma_1)+A_4(w'(1-\gamma_1)+\gamma_1)](w+\gamma_1)(1+\gamma)}{2ww'(\gamma+\gamma_1)+(w+w')\gamma_1(\gamma_1+2\gamma)+2\gamma\gamma_1^2}, \tag{31}$$

где $\gamma = \exp(T'/\tau) - 1$, $\gamma_1 = \exp(T_1/\tau) - 1$.

Воспользовавшись соотношениями (20)–(24), получим

$$\phi_1(\lambda_j+0) = \frac{1+\gamma_1}{w+\gamma_1}\,\{(1-w)A_1 + wA_2\} + \\ + \frac{w}{w+\gamma_1}\,\phi_2(\lambda_j+0), \tag{32}$$

$$\phi_3(\lambda_j+0) = \frac{1+\gamma_1}{w'+\gamma_1}\,\{(1-w')A_3 + w'A_4\} + \\ + \frac{w'}{w'+\gamma_1}\,\phi_4(\lambda_j+0), \tag{33}$$

$$\phi_4(\lambda_j+0) = \phi_2(\lambda_j+0)+A_1+A_2-\frac{\gamma_1 w}{w+\gamma_1}\,\phi_2(\lambda_j+0) - \\ - \frac{\gamma_1}{w+\gamma_1}\,\{(1-w)A_1 + wA_2\}. \tag{34}$$

Легко заметить, что функция $\phi_2(\lambda_j+0)$ при достаточно малых $\gamma$ и $\gamma_1$ обратно пропорциональна $(\gamma+\gamma_1)$ и все слагаемые в формуле (34), кроме первого, являются малыми поправками к нему при $(\gamma+\gamma_1) \ll 1$.

С помощью соотношений (9)–(12), (31)–(34) для произвольной ориентации магнитного поля $\mathbf{B} = (B\cos\varphi\sin\vartheta, B\sin\varphi\sin\vartheta, B\cos\vartheta)$ можно определить все кинетические коэффициенты проводника, в частности, тензор электропроводности имеет вид

$$\sigma_{ij}(\mu) = \frac{2e^3 B}{c(2\pi\hbar)^3}\int dp_B \sum_{k=1}^{4}\int_0^{T_k} dt\, v_{ik}(t)\,\times \\ \times \left\{\int_{\lambda_1}^{t} dt' \exp\frac{t'-t}{\tau}\, v_{jk}(t', p_B) + \right. \\ \left. + \exp\frac{\lambda_1 - t}{\tau}\, u_{jk}(\lambda_1, p_B)\right\}, \tag{35}$$

где $e\mathbf{E}\cdot\mathbf{u_k}(\lambda_1, p_B) = \phi_k(\lambda_1+0, p_B)$, а $k$ — индекс суммирования по всем участкам магнитопробойной траектории носителей заряда $k = 1, 2, 3, 4$, а $T_3 = T_1$ и $T_2 = T_4 = T'$.

С точностью до малых поправок, пропорциональных $(T/\mu)^2$, получим для термоэлектрических коэффициентов

$$\beta_{ij} = \frac{\pi^2}{3e}T^2\frac{d\sigma_{ij}(\mu)}{d\mu}, \tag{36}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{\pi^2}{3e}T\frac{d\sigma'_{ij}(\mu)}{d\mu}, \tag{37}$$

где тензор $\sigma'_{ij}(\mu)$ совпадает с тензором $\sigma_{ij}(\mu)$, если в нем время релаксации электронов по направлениям импульса $\tau$ заменить временем релаксации электронов по энергиям $\tau_\varepsilon$.

Аналогично для компонент тензора теплопроводности

$$\chi_{ij} = -\int \sigma'_{ij}(\varepsilon)\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{e^2 T}\,\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\,d\varepsilon = \\ = \frac{\pi^2}{3e^2}\,T\sigma'_{ij}(\mu). \tag{38}$$

Несомненный интерес представляет случай достаточно большой длины свободного пробега электронов проводимости или весьма сильного магнитного поля, когда примерно одного порядка величины $\gamma$ и $\gamma_1$ настолько малы, что достаточно ограничиться лишь асимптотическим приближением для кинетических коэффициентов при $w \gg \gamma$ и $w' \gg \gamma_1$. В этом приближении функции $\phi_i(\lambda_j+0)$ принимают следующий вид:

$$\phi_2(\lambda_j+0) = \phi_4(\lambda_j+0) = \frac{A_1+A_2+A_3+A_4}{2(\gamma+\gamma_1)}, \tag{39}$$

$$\phi_1(\lambda_1+0) = \frac{(1-w)A_1}{w} + \frac{A_1+A_2+A_3+A_4}{2(\gamma+\gamma_1)}, \tag{40}$$

$$\phi_3(\lambda_1+0) = \frac{(1-w')A_3}{w'} + \frac{A_1+A_2+A_3+A_4}{2(\gamma+\gamma_1)}. \tag{41}$$

При этом первые слагаемые в правой части асимптотических формул (40) и (41) много меньше последних слагаемых, и с одинаковой вероятностью электрон проводимости «посещает» все каналы магнитопробойной траектории, т. е. при каждой возможности магнитного пробоя электрон будто бы непременно переходит на другой лист ПФ (см. рис. 2) и совершает периодическое движение с периодом равным $2(T_1+T')$.

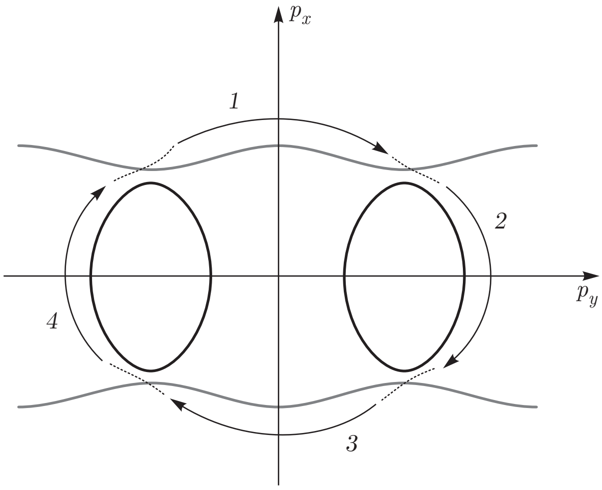


**Рис. 2.** Проекция на плоскость $p_x p_y$ электронных траекторий в магнитном поле

Асимптотические выражения для $\sigma_{ij}(\varepsilon)$ и $\sigma'_{ij}(\varepsilon)$ при этом принимают следующий вид:

$$\sigma_{ij}(\varepsilon) = \frac{2e^3 B}{c(2\pi\hbar)^3} \int \frac{\tau\, dp_B}{2(T'+T_1)} \times \times \left\{ T_1 \overline{(v_{i1}+v_{i3})} + T'\overline{(v_{i2}+v_{i4})} \right\} \times \times \left\{ T_1 \overline{(v_{j1}+v_{j3})} + T'\overline{(v_{j2}+v_{j4})} \right\}, \quad (42)$$

$$\sigma'_{ij}(\varepsilon) = \frac{2e^3 B}{c(2\pi\hbar)^3} \int \frac{\tau_\varepsilon\, dp_B}{2(T'+T_1)} \times \times \left\{ T_1 \overline{(v_{i1}+v_{i3})} + T'\overline{(v_{i2}+v_{i4})} \right\} \times \times \left\{ T_1 \overline{(v_{j1}+v_{j3})} + T'\overline{(v_{j2}+v_{j4})} \right\} \quad (43)$$

и с их помощью нетрудно вычислить термоэлектрическое поле, порожденное градиентом температуры в отсутствие токоподводящих контактов:

$$E_i = \frac{\pi^2 T}{3e}\, \rho_{ik} \frac{\partial \sigma'_{kj}(\mu)}{\partial \mu}\, \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (44)$$

Основной вклад в термоэлектрическое поле вдоль нормали к слоям

$$E_z = \frac{\pi^2 T}{3e}\, \rho_{zz} \frac{d\sigma'_{zj}(\mu)}{d\mu}\, \frac{\partial T}{\partial x_j} + + \frac{\pi^2 T}{3e} \left\{ \rho_{zx} \frac{d\sigma'_{xj}(\mu)}{d\mu} + \rho_{zy} \frac{d\sigma'_{yj}(\mu)}{d\mu} \right\} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (45)$$

вносит первое слагаемое, поскольку компонента тензора сопротивления $\rho_{zz}$, равная $1/\sigma_{zz}$, в основном приближении по параметру $\eta$ значительно превышает все остальные компоненты тензора $\rho_{ij}$.

Компоненты тензора электропроводности $\sigma'_{zx}$ и $\sigma'_{zy}$ легко вычислить, если воспользоваться уравнением движения носителей заряда

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} = \frac{eB}{c}(v_y \cos\vartheta - v_z \sin\varphi \sin\vartheta), \quad (46)$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial t} = \frac{eB}{c}(v_z \cos\varphi \sin\vartheta - v_x \cos\vartheta), \quad (47)$$

откуда следует

$$v_x = v_z \cos\varphi \operatorname{tg}\vartheta - \frac{c}{eB\cos\vartheta}\, \frac{\partial p_y}{\partial t}, \quad (48)$$

$$v_y = v_z \sin\varphi \operatorname{tg}\vartheta + \frac{c}{eB\cos\vartheta}\, \frac{\partial p_x}{\partial t}. \quad (49)$$

Поскольку дрейф носителей заряда на листах *1* и *3* ПФ имеет противоположные направления, так же как и на листах *2* и *4* ПФ, при подстановке формул (48) и (49) в выражение (43) для $\sigma'_{ij}$ получим следующее асимптотическое выражение для термоэлектрического поля в достаточно сильном магнитном поле, когда $\max\{\gamma, \gamma_1) \ll \min\{w, w'\}$:

$$E_z = \frac{\pi^2 T}{3e}\, \frac{\tau}{\tau_\eta}\, \frac{\partial \sigma_{zz}(\mu)}{\sigma_{zz}\partial\mu} \times \times \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \cos\varphi \operatorname{tg}\vartheta \frac{\partial T}{\partial x} + \sin\varphi \operatorname{tg}\vartheta \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (50)$$

При $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$ скорость $v_z$ движения электрона вдоль нормали к слоям часто меняет знак и основной вклад в ее среднее значение за период в магнитном поле $\overline{v}_z$ вносят небольшие окрестности вблизи точек поворота электрона, где

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{eB}{c} \sin\theta (v_x \sin\varphi - v_y \cos\varphi) = 0. \quad (51)$$

Несложные вычисления с использованием метода стационарной фазы приводят к следующему асимптотическому выражению при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$ для скорости дрейфа электронов проводимости между двумя актами магнитного пробоя:

$$\breve{v}_{zk} = -\sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_{nk}(t_1, p_B) \left| \frac{2\pi a n}{p''_{zk}(t_1)\hbar} \right|^{1/2} \times \times T_k^{-1} \sin\left[ \frac{an}{\hbar}\, p_{zk}^{min} + \frac{\pi}{4} \right] - - \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_{nk}(t_2, p_B) \left| \frac{2\pi a n}{p''_{zk}(t_2)\hbar} \right|^{1/2} \times \times T_k^{-1} \sin\left[ \frac{an}{\hbar}\, p_{zk}^{max} - \frac{\pi}{4} \right], \quad (52)$$

где $p''_{zk}(t)$ — вторая производная по $t$ в точках стационарной фазы, где $p_{zk}(t)$ равно при $t=t_1$ своему минимальному значению $p_{zk}^{min}$, а при $t=t_2$ — максимальному $p_{zk}^{max}$ на $k$-м листе ПФ, $k=1,2,3,4$, а

$$\begin{aligned} p''_{zk}(t_1) &= -\left[p''_{xk}(t_1)\cos\varphi + p''_{yk}(t_1)\sin\varphi\right]\operatorname{tg}\vartheta, \\ p''_{zk}(t_2) &= -\left[p''_{xk}(t_2)\cos\varphi + p''_{yk}(t_2)\sin\varphi\right]\operatorname{tg}\vartheta. \end{aligned} \tag{53}$$

Все остальные носители заряда на электронной траектории вносят в $\breve{v}_{zk}$ лишь малые поправки, пропорциональные $(\operatorname{tg}\vartheta)^{-1/2}$.

Расстояние между точками стационарной фазы $(p_{zk}^{max}-p_{zk}^{min})$ пропорционально $\operatorname{tg}\vartheta$, и скорость дрейфа носителей заряда по сильно вытянутой траектории в импульсном пространстве периодически изменяется как функция $\operatorname{tg}\vartheta$, а период этих осцилляций содержит важную информацию об электронном энергетическом спектре носителей заряда. С ростом угла $\vartheta$ убывает скорость дрейфа электронов вдоль нормали к слоям, что приводит к уменьшению межслоевой электропроводности $\sigma_{zz}$ обратно пропорциональной $\operatorname{tg}\vartheta$, а дифференцирование по $\mu$ быстро осциллирующей компоненты $\sigma_{zz}$ приводит к умножению ее на $\operatorname{tg}\vartheta$.

В результате амплитуда угловых осцилляций даже продольного термоэлектрического поля значительно превышает амплитуду осцилляций электросопротивления, вычисленных в работе [23] в магнитном поле, расположенном в плоскости $xz$. При этом поле Нернста–Эттинсхаузена испытывает гигантские осцилляции с изменением $\operatorname{tg}\vartheta$, часто меняя свое направление.

Суммарная скорость дрейфа носителей заряда на квазиплоских листах $(\breve{v}_{z1}+\breve{v}_{z3})$ и цилиндрической полости ПФ $(\breve{v}_{z2}+\breve{v}_{z4})$ имеет вид

$$\begin{aligned} \breve{v}_{z1}+\breve{v}_{z3} = 2\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{an(p_{z1}^{min}+p_{z3}^{max})}{2\hbar}\times \\ \times\left[a_{n1}\cos\left(\frac{an}{2\hbar}(p_{z1}^{min}-p_{z3}^{max})+\frac{\pi}{4}\right)+\right. \\ \left.+\,a_{n2}\cos\left(\frac{an}{\hbar}(p_{z1}^{max}-p_{z3}^{min})-\frac{\pi}{4}\right)\right], \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} \breve{v}_{z2}+\breve{v}_{z4} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[b_{n1}\sin\left(\frac{an}{\hbar}p_{xc}^{min}+\frac{\pi}{4}\right)+\right. \\ \left.+\,b_{n2}\sin\left(\frac{an}{\hbar}p_{xc}^{max}-\frac{\pi}{4}\right)\right], \end{aligned} \tag{55}$$

где $p_{zc}^{max}$ и $p_{zc}^{min}$ — экстремальные значения проекции импульса на замкнутом сечении цилиндрической части ПФ, а

$$\begin{aligned} a_{n1} = -\frac{an}{\hbar T_1}\left\{\varepsilon_n\left(p_{x1}(t_1,p_B),p_{y1}(t_1,p_B)\right)\right. \times \\ \times\left|\frac{2\pi\hbar}{ap''_{z1}(t_1)}\right|^{1/2}, \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} a_{n2} = -\frac{an}{\hbar T_1}\left\{\varepsilon_n\left(p_{x1}(t_2,p_B),p_{y1}(t_2,p_B)\right)\right. \times \\ \times\left|\frac{2\pi\hbar}{ap''_{z1}(t_2)}\right|^{1/2}, \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} b_{n1} = -\frac{an}{\hbar T'}\left\{\varepsilon_n\left(p_{x2}(t_1,p_B),p_{y2}(t_1,p_B)\right)\right. \times \\ \times\left|\frac{2\pi\hbar}{ap''_{z2}(t_1)}\right|^{1/2}, \end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} b_{n2} = -\frac{an}{\hbar T'}\left\{\varepsilon_n\left(p_{x2}(t_2,p_B),p_{y2}(t_2,p_B)\right)\right. \times \\ \times\left|\frac{2\pi\hbar}{ap''_{z2}(t_2)}\right|^{1/2}. \end{aligned} \tag{59}$$

Воспользовавшись формулами (54) и (55), легко вычислить компоненту тензора $\sigma'_{zz}(\mu)$:

$$\begin{aligned} \sigma'_{zz}(\mu) = \frac{\pi e^2\tau_\varepsilon}{a(2\pi\hbar)^2(m_1+m_2)}\times \\ \times\left\{\sum_{n=1}^{\infty}m_2^2\left[b_{n1}^2+b_{n2}^2+2b_{n1}b_{n2}\sin\frac{a(p_{zc}^{max}-p_{zc}^{min})}{\hbar}\right]+\right. \\ +\sum_{n=1}^{\infty}2m_1^2\left[a_{n1}^2\sin\frac{a(p_{z3}^{max}-p_{z1}^{min})}{\hbar}-\right. \\ -\,a_{n2}^2\sin\frac{a(p_{z3}^{min}-p_{z1}^{max})}{\hbar}+ \\ \left.+\,2a_{n1}a_{n2}\cos\frac{a(p_{z3}^{max}-p_{z1}^{max})}{\hbar}\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}2m_1^2\left[a_{n1}^2+a_{n2}^2+2a_{n1}a_{n2}\sin\frac{a(p_{z1}^{max}-p_{z1}^{min})}{\hbar}\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}m_1m_2(b_{n1}+b_{n2})\left[a_{n1}\left(\cos\frac{an}{\hbar}(p_{z3}^{max}-p_{zc}^{min})-\right.\right. \\ \left.-\sin\frac{an}{\hbar}(p_{z1}^{min}-p_{zc}^{max})\right)+a_{n2}\left(\cos\frac{an}{\hbar}(p_{z3}^{min}-p_{zc}^{min})+\right. \\ \left.\left.+\,\sin\frac{an}{\hbar}(p_{z1}^{max}-p_{zc}^{min})\right)\right]. \end{aligned} \tag{60}$$

Здесь $m_1$, $m_2$ — циклотронные эффективные массы носителей заряда на квазиплоских и цилиндрических листах ПФ.

Следует иметь в виду, что приведенные выше формулы справедливы при небольшом отклонении магнитного поля от плоскости $xz$ на угол $\varphi$, когда еще есть точки стационарной фазы на траектории

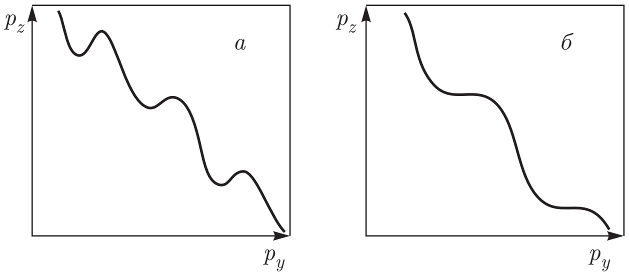


**Рис. 3.** Проекция на плоскость $p_y p_z$ электронных траекторий в магнитном поле при $\varphi < \varphi_0$ ($a$) и при $\varphi = \varphi_0$ (б)

электронов, движущихся по квазиплоским участкам ПФ. С ростом $\varphi$ точки стационарной фазы на каждом квазиплоском листе ПФ постепенно приближаются друг к другу (см. рис. 3), а при $\varphi_0 = \operatorname{arctg}(v_y(t)/v_x(t))^{max} \le \operatorname{arctg}(v_F/v_x^{min})_0$ происходит их слияние в точке $t = t_0$, где $p_z''(t_0) = p_z'(t_0) = 0$. В этом случае отсутствуют магнитопробойные угловые осцилляции, в которых принимают участие носители заряда во время их движения по плоским листам ПФ, а обычные угловые осцилляции электропроводности поперек слоев при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$ содержатся лишь в первом слагаемом в формуле (60). Период обычных угловых осцилляций, за которые ответственны только электроны на цилиндрической части ПФ, содержит информацию об экстремальном диаметре цилиндра вдоль оси, отклоненной на угол $\varphi$ от оси $p_x$, а амплитуда этих осцилляций имеет примерно такой же вид, как и в отсутствие магнитного пробоя, однако уменьшенный в $2(m_1+m_2)/m_2$ раз.

Наиболее информативны магнитопробойные осцилляции кинетических коэффициентов все же при $\varphi = 0$. Например, вклад в магнитопробойные осцилляции кинетических коэффициентов электронов проводимости, туннелирующих между цилиндрическим и плоскими листами ПФ (последнее слагаемое в формуле (60)),

$$\delta\sigma'_{zz}(\mu) = \frac{\pi e^2 \tau_\varepsilon}{a(2\pi\hbar)^2(m_1+m_2)} \sum_{n=1}^{\infty} m_1 m_2 (b_{n1}+b_{n2}) \times \\ \times [a_{n1}(\cos\alpha_n(\Delta_p+\delta p_x) + \sin\alpha_n(\Delta_p+\delta p_x+D_p)) + \\ + a_{n2}(\cos\alpha_n(\Delta_p+D_p) - \sin\alpha_n\Delta_p)], \quad (61)$$

содержит важную информацию о гофрировке $\delta p_x$ квазиплоских листов ПФ и минимальном расстоянии $\Delta_p$ между ними и слабогофрированным цилиндром. Здесь $\alpha_n = (an/\hbar)\operatorname{tg}\vartheta$, а $D_p$ — диаметр цилиндра вдоль оси $p_x$. При дифференцировании $\sigma'_{zz}(\mu)$ по $\mu$ нет необходимости удерживать производные по $\mu$ плавно зависящих от $\mu$ функций и достаточно ограничиться дифференцированием лишь тригонометрических функций в формулах (60) и (61), аргументы которых пропорциональны $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$. В результате осцилляции термоэлектрического коэффициента $\alpha_{zz}$ носят гигантский характер при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$:

$$\delta\alpha_{zz} = \frac{\pi^2}{3e} T \frac{d\delta\,\sigma'_{zz}(\mu)}{d\mu} = \frac{\pi^2 e \tau_\varepsilon T}{a(2\pi\hbar)^2(m_1+m_2)\varepsilon_F} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} m_1 m_2 (b_{n1}+b_{n2}) \operatorname{tg}\vartheta \times \\ \times [\beta_{n1}\cos\alpha_n(\Delta_p+\delta p_x+D_p) - \beta_{n3}\cos\alpha_n\Delta_p - \\ - \beta_{n2}\sin\alpha_n(\Delta_p+D_p) - \beta_{n4}\sin\alpha_n(\Delta_p+\delta p_x)], \quad (62)$$

где $\beta_{n1}$ и $\beta_{n4}$ с точностью до численного множителя порядка единицы равны $n\alpha_{n1}$, а $\beta_{n1}$ и $\beta_{n4}$ равны $n\alpha_{n2}$.

Обнаружение магнитопробойных угловых осцилляций термоэлектрического поля служит прямым подтверждением реализации электронного топологического перехода Лифшица. К этой проблеме не ослабевает интерес и по сей день (см., например, [24–32]).

В настоящее время термоэлектрические явления в низкоразмерных проводниках под давлением активно исследуются во многих лабораториях. Особое внимание уделено органическим комплексам переноса заряда на основе тетратиафульвалена.

Мы старались сделать наше исследование полезным и вполне доступным для использования экспериментаторами. Поэтому в качестве примера был рассмотрен случай многолистной ПФ, присущей большому комплексу органических проводников семейства солей тетратиафульвалена (BEDT-TTF)$_2$MHg(SCN)$_4$, где M = K, Rb, Tl, причем есть основания полагать, что квазиплоские листы слабо гофрированы также и вдоль оси $p_y$ и энергетический спектр носителей заряда на этих листах ПФ квазиодномерен [33].

Мы ограничились квазиклассическим описанием кинетических явлений в условиях так называемого некогерентного магнитного пробоя по классификации Слуцкина [34, 35], когда температурное размытие квантованных уровней энергии электронов в магнитном поле $2\pi^2 T$ значительно больше расстояния между ними $\hbar\omega_c$ и сложный характер квантовых осцилляций кинетических коэффициентов не мешает наблюдению классических угловых осцилляций магнитосопротивления и термоэлектрических коэффициентов. В этом случае можно не учитывать волновые свойства электрона, который одновременно в момент магнитного пробоя находится на обоих участках магнитопробойной траектории, и ограничиться статистически вероятностным описанием динамики движения электронов по магнитопробойным траекториям.

## ЛИТЕРАТУРА


**1**. L. van Hove, Phys. Rev. **89**, 1189 (1953).

**2**. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **38**, 1569 (1960).

**3**. М. А. Кривоглаз, Тю Хао, ФММ **21**, 817 (1966).

**4**. В. Г. Вакс, А. В. Трефилов, С. В. Фомичев, ЖЭТФ **80**, 1617 (1981).

**5**. А. А. Варламов, А. В. Панцулая, ЖЭТФ **89**, 2188 (1985).

**6**. А. А. Абрикосов, А. В. Панцулая, ФТТ **28**, 2140 (1986).

**7**. G. P. Mikitik and Yu. V. Sharlai, Phys. Rev. B **90**, 155122 (2014).

**8**. Н. Б. Брандт, Н. И. Гинзбург, Т. А. Игнатьева, ЖЭТФ **49**, 85 (1965).

**9**. Е. С. Ицкевич, А. Н. Вороновский, Письма в ЖЭТФ **4**, 220 (1966).

**10**. W. Chu et al., Phys. Rev. **131**, 214 (1970).

**11**. T. F. Smith, J. Low Temp. Phys. **11**, 584 (1973).

**12**. Ю. П. Гайдуков, Н. П. Данилова, М. Б. Щербина-Самойлова, Письма в ЖЭТФ **25**, 509 (1977).

**13**. Ю. П. Гайдуков, Н. П. Данилова, М. Б. Щербина-Самойлова, ФНТ **4**, 250 (1978).

**14**. Ю. П. Гайдуков, Н. П. Данилова, М. Б. Щербина-Самойлова, ЖЭТФ **77**, 2125 (1979).

**15**. D. R. Overcash et al., Phys. Rev. Lett. **46**, 287 (1981).

**16**. В. С. Егоров, А. Н. Федоров, ЖЭТФ **85**, 1647 (1983).

**17**. В. С. Егоров, С. Р. Варюхин, Письма в ЖЭТФ **39**, 510 (1984).

**18**. С. Л. Будько, А. Н. Вороновский, А. Г. Гапонченко, Е. С. Ицкевич, ЖЭТФ **86**, 778 (1984).

**19**. Н. В. Заварицкий, В. И. Макаров, А. А. Юргенс, Письма в ЖЭТФ **39**, 510 (1984).

**20**. А. Н. Великодный, Н. В. Заварицкий, Т. А. Игнатьева, А. А. Юргенс, Письма в ЖЭТФ **43**, 597 (1986).

**21**. С. Л. Будько, А. Г. Гапонченко, Е. С. Ицкевич, Письма в ЖЭТФ **47**, 106 (1988).

**22**. Н. В. Заварицкий, *Исследование электронного топологического перехода — фазового перехода* $2\frac{1}{2}$ *рода*, Приложение к книге «Избранные труды И. М. Лифшица, *Электронная теория металлов. Полимеры и биополимеры*», Наука, Москва (1994), с. 432.

**23**. В. Г. Песчанский, Д. И. Степаненко, ЖЭТФ **41**, 691 (2016).

**24**. P. A. Goddard, S. J. Blundell, J. Singleton et al., Phys. Rev. B **69**, 174509 (2004).

**25**. M. V. Kartsovnik, G. Andres, S. V. Simonov, W. Biberacher, I. Sheikin, N. D. Kushch, and H. Muller, Phys. Rev. Lett. **96**, 16601 (2006).

**26**. A. F. Bangura, P. A. Goddard, J. Singleton et al., Phys. Rev. B **76**, 052510 (2007).

**27**. T. Helm, M. V. Kartsovnik, I. Sheikin et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 247002 (2010).

**28**. M. V. Kartsovnik, T. Helm, C. Putze et al., New J. Phys. **13**, 015001 (2011).

**29**. J. Eun and S. Chakravarty, Phys. Rev. B **84**, 094506 (2011).

**30**. T. Helm, M. V. Kartsovnik, C. Proust et al., Phys. Rev. B **92**, 094501 (2015).

**31**. A. A. Nikolaeva, L. A. Konopko, T. E. Huber, A. K. Kobylyanskaya, and G. I. Parai, *Thermoelectricity*, № 4, 1607 (2015).

**32**. A. A. Nikolaeva, L. A. Konopko, A. V. Tsurkan, and E. F. Moloshnik, J. Surf. Eng. Appl. Electrochem. **52**, 2016 (2016).

**33**. R. Rousseau, M. L. Doulet, E. Canadell, R. P. Shibaeva, S. S. Khasanov, L. P. Rosenberg, N. D. Kusch, and E. B. Yagubskii, J. Phys. 1 **6**, 1527 (1996).

**34**. А. А. Слуцкин, ЖЭТФ **58**, 1008 (1970).

**35**. А. А. Слуцкин, *Динамика электронов проводимости в кинетических явлениях в металлах в условиях магнитного пробоя*, Докторская диссертация, ФТИНТ АН УССР (1980).