

ДИФРАГИРОВАННОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ТОНКОЙ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКЕ

*C. B. Блајсевич, A. B. Носков**

*Белгородский государственный университет
308015, Белгород, Россия*

Поступила в редакцию 11 января 2016 г.

Рассматривается дифрагированное переходное излучение (ДПИ) релятивистских электронов высоких энергий, пересекающих тонкую монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауэ. Получено выражение, описывающее угловую плотность ДПИ, для случая, когда длина пути электрона в мишени существенно меньше длины экстинкции рентгеновских волн в кристалле, и показан кинематический характер этого выражения. Показано, что угловая плотность ДПИ в тонкой мишени пропорциональна толщине мишени.

DOI: 10.7868/S0044451016100011

1. ВВЕДЕНИЕ

При пересечении заряженной частицей входной поверхности кристаллической пластинки возникает переходное излучение [1], которое впоследствии дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя дифрагированное переходное излучение (ДПИ) [2–4]. Вместе с тем при пересечении заряженной частицей кристаллической пластинки ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) [5–7]. В схеме симметричного отражения, когда система дифрагирующих атомных плоскостей кристалла перпендикулярна поверхности кристаллической пластинки в случае рассеяния Лауэ и параллельна в случае рассеяния Брэгга, эти механизмы излучения в двухволновом приближении динамической теории дифракции рассматривались в работах [8–11]. В общем случае асимметричного отражения излучения от пластинки, когда дифрагирующие атомные плоскости составляют произвольный угол с поверхностью, динамические эффекты в ПРИ и ДПИ рассматривались в работах [12–15], в которых было показано, что, меняя асимметрию

отражения, можно существенно увеличить выходы излучений.

В настоящей работе исследуется дифрагированное переходное излучение пучка релятивистских электронов в монокристаллической мишени в геометрии рассеяния Лауэ. Ранее считалось, что ДПИ является динамическим эффектом [2–4] и существует, только в случае, когда длина пути электрона существенно превышает длину экстинкции рентгеновских волн в кристалле. В настоящей работе показана возможность существования ДПИ, когда длина пути электрона меньше длины экстинкции, при этом угловая плотность ДПИ пропорциональна толщине мишени, а ДПИ имеет кинематическую природу. Необходимо отметить, что кинематический подход учитывает взаимодействия каждого атома только с первичной, или преломленной, волной в кристалле. В этом подходе, в отличие от динамического, пренебрегают взаимодействием атома с тем волновым полем, которое создается в кристалле совокупным рассеянием на всех других атомах, т. е. не учитывается многоволновое рассеяние, в частности взаимодействие элементарных волн с преломленной.

2. ГЕОМЕТРИЯ ПРОЦЕССА ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих со скоростью V кристаллическую пластинку (рис. 1). Введем угловые переменные ψ, θ

* E-mail: noskovbupk@mail.ru

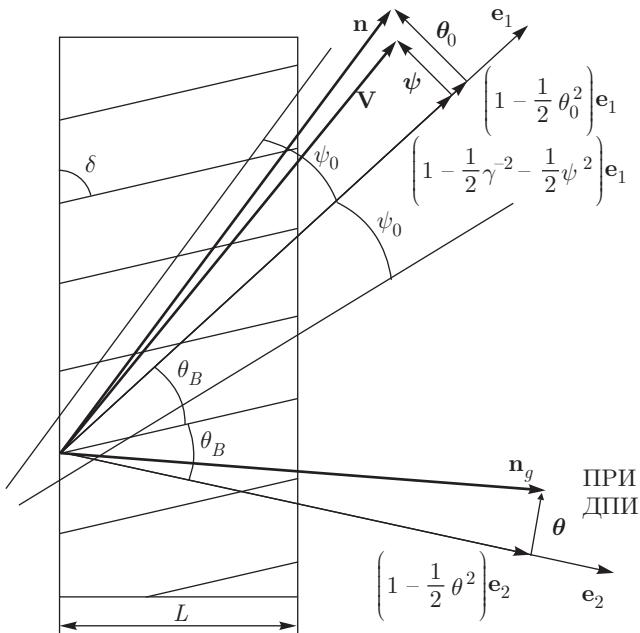


Рис. 1. Геометрия процесса излучения

и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона и единичных векторов в направлении фотона, излученного близко к скорости электрона \mathbf{n} , и фотона, излученного вблизи направления рассеяния Брэгга \mathbf{n}_g

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \psi, \quad \mathbf{e}_1 \cdot \psi = 0, \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, \quad \mathbf{e}_1 \cdot \theta_0 = 0, \\ &\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = \cos 2\theta_B, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_g = \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta, \quad \mathbf{e}_2 \cdot \theta = 0,$$

где θ — угол между направлением распространения излучения и осью детектора излучения \mathbf{e}_2 , ψ — угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 — угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , ψ_0 — угловая расходимость электронного пучка, $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$ — лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие, параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\theta = \theta_{||} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0||} + \theta_{0\perp}$, $\psi = \psi_{||} + \psi_{\perp}$.

3. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ДПИ В ТОНКОЙ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКЕ

Воспользуемся формулой, полученной в работе [16], описывающей спектрально-угловую плотность ДПИ релятивистских электронов (diffracted transition radiation, DTR) для кристалла произвольной толщины:

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)^2} \times \times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{||} + \psi_{||})^2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{||} + \psi_{||})^2 - \chi'_0} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} R_{DTR}^{(s)} &= \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[\exp \left(-2b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(1)} \right) + \right. \\ &+ \exp \left(-2b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(2)} \right) - 2 \exp \left(-b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \right) \times \\ &\times \left. \cos \frac{2b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right], \quad (2b) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Omega^{(1)} &= \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{||} + \psi_{||}, \\ C^{(1)} &= 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B, \\ \Delta^{(2)} &= \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}, \\ \Delta^{(1)} &= \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}, \\ \varepsilon &= \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{|\chi'_0|C^{(s)}}, \quad (3) \\ b^{(s)} &= \frac{1}{2\sin(\delta - \theta_B)} \frac{L}{L_{ext}^{(s)}}, \quad \nu^{(s)} = \frac{\chi'_0 C^{(s)}}{\chi''_0}, \\ \kappa^{(s)} &= \frac{\chi''_0 C^{(s)}}{\chi''_0}, \quad \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2\sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_0| C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1 - \theta_{||} \operatorname{ctg} \theta_B)}{\omega_B} \right). \end{aligned}$$

При $s = 1$ выражения (2a), (2b) описывают σ -поляризованные волны, а при $s = 2$ — π -поляризованные. Выражения (2a), (2b) описывают спектрально-угловую плотность ДПИ релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку, с учетом отклонения направления скорости электрона (угол $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{||})$) относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двухвольнового приближения динамической теории дифракции для общего случая асимметричного отражения

волн излучения, определяемого углом между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени (угол δ).

Параметр ε определяет степень асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени ($\delta - \theta_B$) уменьшается при увеличении параметра ε . Параметр $b^{(s)}$ равен половине длины пути электрона в мишени, $L_e = L / \sin(\delta - \theta_B)$, выраженного в длинах экстинкции рентгеновских волн в кристалле $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega|\chi'_g|C^{(s)}$.

Рассмотрим теперь излучение пучка релятивистских электронов в тонком непоглощающем кристалле, т. е. в условиях, когда наибольшая длина пути дифрагированного фотона в пластинке, $L_f = L / \sin(\delta + \theta_B)$, будет много меньше длины поглощения рентгеновских волн в кристалле, $L_{abs} = 1/\omega\chi''_0$:

$$2 \frac{b^{(s)} \rho^{(s)}}{\varepsilon} = \frac{L_f}{L_{abs}} \ll 1. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что параметр $b^{(s)}$ может принимать значения $b^{(s)} \gg 1$, при выполнении неравенства (4). Таким образом, в случае тонкой непоглощающей мишени из выражения (2б) следует, что

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \sin^2 \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right). \quad (5)$$

Найдем угловую плотность ДПИ, проинтегрировав выражение (2а) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$, используя соотношение

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_g|C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)},$$

которое следует из выражения для $\xi^{(s)}(\omega)$ в (3). Угловая плотность ДПИ принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2 \chi_0'^2}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B |\chi'_g| C^{(s)}} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)2}}{\sigma^{(s)2} (|\chi'_g| C^{(s)} \sigma^{(s)} + \chi_0')^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi'_g| C^{(s)}} (\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 - \chi_0').$$

Проинтегрируем спектральную функцию в (6), используя полученную аппроксимацию:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega) \approx \begin{cases} 2\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\pi, & b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}, \\ 4\pi\varepsilon b^{(s)}, & b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}. \end{cases} \quad (7)$$

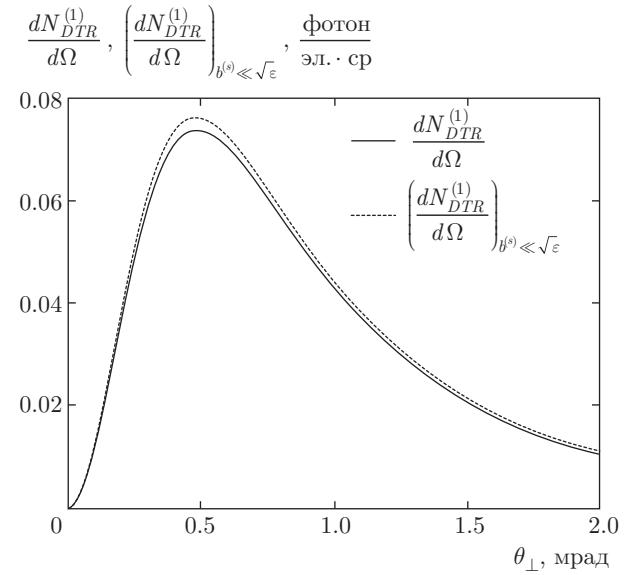


Рис. 2. Зависимости угловой плотности ДПИ от θ_\perp . Si(111), $L = 1$ мкм, $\delta = 45^\circ$, $\theta_B = 14.5^\circ$, $\omega_B = 8$ кэВ, $E_e = 1$ ГэВ, $\psi = 0$, $\theta_\parallel = 0$; $b^{(s)} \approx 0.32$, $\varepsilon \approx 1.7$

При $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ угловая плотность ДПИ (6) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} \right)_{b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}} &= \frac{e^2 \omega_B \chi_0'^2 \chi_g'^2 C^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)2}}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 - \chi_0' \right)^2} \times \\ &\times \frac{1}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 \right)^2} \varepsilon \frac{L}{\sin(\delta - \theta_B)}. \end{aligned} \quad (8)$$

При $b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}$ угловая плотность ДПИ принимает вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} \right)_{b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}} &= \frac{e^2 \chi_0'^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)2}}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 - \chi_0' \right)^2} \times \\ &\times \frac{1}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 \right)^2} \varepsilon \sqrt{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, в случае тонкой кристаллической мишени и при $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ ДПИ пропорционально толщине мишени (8), это является главным результатом настоящей работы.

Справедливость аппроксимации (7) проверим по различию результатов численных расчетов, прове-

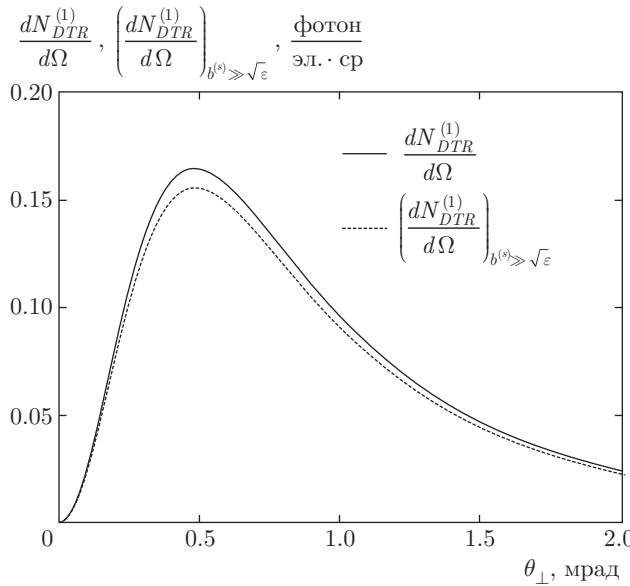


Рис. 3. Зависимости угловой плотности ДПИ от θ_{\perp} при тех же параметрах, что на рис. 2, но при толщине мишени $L = 15$ мкм, $b^{(s)} \approx 4.8$, $\varepsilon \approx 1.7$

денных по формулам (6) и (8) (при условии $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$) и формулам (6) и (9) (при условии $b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}$). Расчеты проведены для σ -поляризованных волн ($s = 1$) при условии $\theta_{\parallel} = 0$. Угловая плотность вычисляется для одного излучающего электрона, движущегося вдоль оси электронного пучка \mathbf{e}_1 ($\psi = 0$) (см. рис. 1). На рис. 2 представлены кривые, построенные по формулам (6) и (8) для релятивистского электрона, пересекающего тонкую ($L = 1$ мкм) монокристаллическую пластинку кремния Si (111), для указанных в подписях к рисунку условий, при которых выполняется неравенство $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$. Видно, что угловые плотности, построенные по формулам (8) и (6) с хорошей степенью точности совпадают. На рис. 3 представлены кривые, построенные по формулам (6) и (9) для условий рис. 2, но для более толстой кристаллической мишени ($L = 15$ мкм), при этом выполняется условие $b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}$. Видно, что угловые плотности, построенные по формулам (9) и (6), также совпадают с хорошей степенью точности.

В случае достаточно высокой энергии электронов ($\gamma \gg 1/\sqrt{|\chi'_0|}$) для пучков, в которых модуль угла отклонения электрона в пучке $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel})$ меньше или порядка характерного угла максимума угловой плотности ДПИ γ^{-1} , т. е. когда выполняется условие

$$\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 \ll -\chi'_0,$$

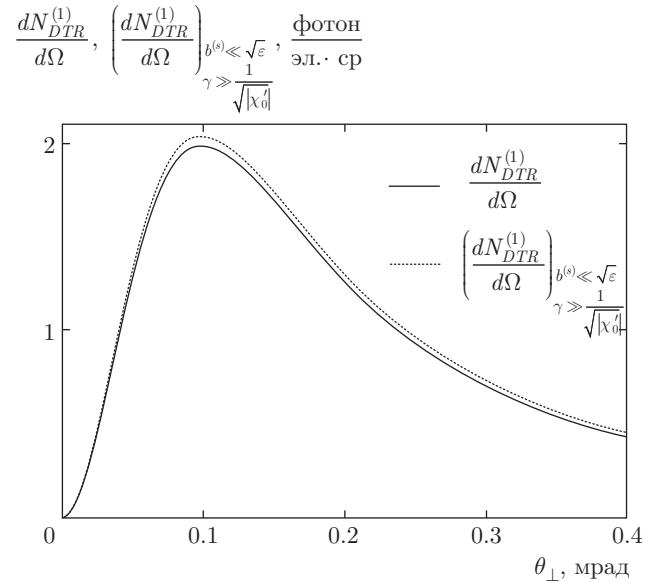


Рис. 4. Зависимости угловой плотности ДПИ от θ_{\perp} при тех же параметрах, что на рис. 2, но при энергии электронов $E_e = 5$ ГэВ, $b^{(s)} \approx 0.32$, $\varepsilon \approx 1.7$

выражения (8) и (9), описывающие угловую плотность ДПИ, принимают вид соответственно

$$\begin{aligned} \left(\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega}\right)_{b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}} &= \frac{e^2 \omega_B \chi_g'^2 C^{(s)^2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2\right)^2} \times \\ &\times \varepsilon \frac{L}{\sin(\delta - \theta_B)} \quad (10) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \left(\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega}\right)_{b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}} &= \frac{e^2 |\chi_g'| C^{(s)}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2\right)^2} \varepsilon \sqrt{\varepsilon}. \quad (11) \end{aligned}$$

На рис. 4 представлены кривые, построенные по формулам (6) и (10) для условий $\gamma \gg 1/\sqrt{|\chi'_0|}$ и $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$, а именно, при $\gamma \approx 10000$ и $1/\sqrt{|\chi'_0|} \approx 258$. Видно, что угловые плотности ДПИ, построенные по формулам (6) и (10), совпадают.

Сравним выражение (10), описывающее угловую плотность ДПИ для случая малой длины пути электрона в мишени ($b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$), с хорошо известным кинематическим выражением [17, 18] для

угловой плотности ПРИ, записав его для удобства сравнения в виде

$$\begin{aligned} \frac{dN_{PXR}^{(s)kin}}{d\Omega} = & \frac{e^2 \omega_B \chi_g'^2 C^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ & \times \frac{\Omega^{(s)2}}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2 - \chi_0'^2\right)^2} \times \\ & \times \frac{L}{\sin(\delta - \theta_B)}. \quad (12) \end{aligned}$$

Видно, что в случае симметричного отражения ($\varepsilon = 1$) выражения (10) и (12) различаются лишь наличием в знаменателе выражения (12) действительной части средней диэлектрической восприимчивости кристалла χ_0' , которая указывает на то, что ПРИ генерируется, когда релятивистский электрон пересекает монокристалл. При этом χ_0' определяет эффект плотности Ферми, который проявляется в виде насыщения выхода параметрического рентгеновского излучения при

$$\gamma > \frac{1}{\sqrt{|\chi_0'|}} \approx \frac{\omega}{\omega_0},$$

где ω_0 — плазменная частота. Таким образом, можно сделать вывод, что дифрагированное переходное излучение в случае тонкой мишени и при больших энергиях электрона описывается формулой (10), которая является кинематической. При этом угловая плотность прямо пропорциональна толщине мишени L . Условие $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ означает, что длина пути электрона существенно меньше длины экстинкции рентгеновских волн в кристалле, что полностью исключает перекачивание падающих и дифрагированных волн в друг друга. Таким образом, генерация ДПИ при больших энергиях релятивистского электрона в тонкой мишени носит кинематический характер. В этом случае ДПИ формируется в основном при подлете электрона к границе мишени. При этом электроны в среде вблизи границы приводятся в колебательное движение, излучая волны, которые конструктивно складываются в направлении рассеяния Брэгга. В данном случае динамическое отражение волн переходного излучения от системы параллельных атомных плоскостей кристалла отсутствует.

4. ВЛИЯНИЕ РАСХОДИМОСТИ ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ НА ДПИ

Рассмотрим влияние расходимости пучка электронов, пересекающих тонкую монокристаллическую

мишень, на угловую плотность ДПИ. Для этого усредним выражения для излучения одного электрона по всем его возможным прямолинейным траекториям в пучке. В качестве примера проведем усреднение угловой плотности ДПИ (10) по функции распределения Гаусса

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi \psi_0^2} \exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}\right), \quad (13)$$

где параметр ψ_0 будем называть расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис. 1). Угол ψ_0 определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в e раз по сравнению с плотностью на оси пучка. В этом случае выражение для усредненной угловой плотности ДПИ пучка релятивистских электронов, нормированное на число электронов в пучке, принимает вид

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dN_{DTI}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle_{\substack{b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon} \\ \gamma \gg 1/\sqrt{|\chi_0'|}}} = & \frac{e^2 \omega_B \chi_g'^2 C^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \\ & \times \frac{\varepsilon L}{\sin(\delta - \theta_B)} \frac{1}{\pi \psi_0^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2} \exp(-\psi^2/\psi_0^2)}{\left(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2\right)^2} \times \\ & \times d\psi_\perp d\psi_\parallel. \quad (14) \end{aligned}$$

Для наглядности на рис. 5 представлены построенные по формуле (14) кривые, описывающие угловую плотность ДПИ пучка релятивистских электронов для различных значений расходимости пучка при тех же значениях параметров, что и на рис. 4.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовано дифрагированное переходное излучение релятивистских электронов, пересекающих тонкую монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауз. Впервые получено выражение, описывающее угловую плотность ДПИ для случая, когда длина пути электрона в мишени существенно меньше длины экстинкции рентгеновских волн в кристалле. Показано, что угловая плотность ДПИ релятивистских электронов, пересекающих тонкую монокристаллическую пластинку, пропорциональна толщине, а ДПИ имеет кинематическую природу.

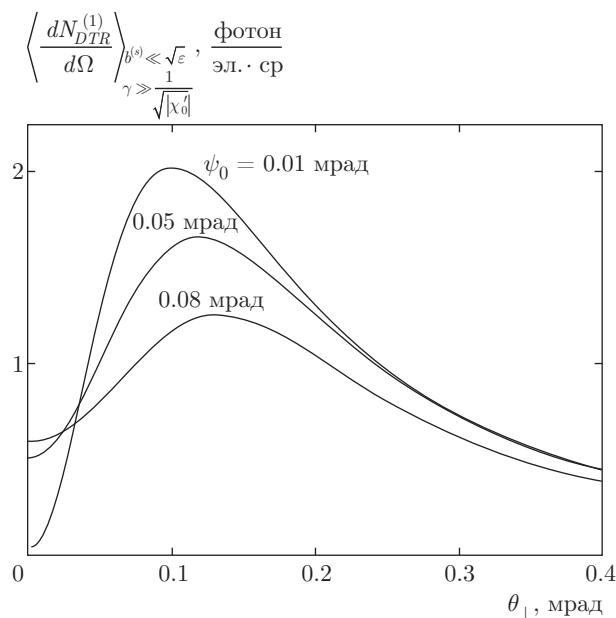


Рис. 5. Зависимости угловой плотности ДПИ от θ_{\perp} при тех же параметрах, что на рис. 4, для различных значений расходимости ψ_0

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 15-12-10019).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Гаривян, Ши Янг, *Рентгеновское переходное излучение*, Изд-во АН АрмССР, Ереван (1983) [G. M. Garibyan and C. Yang, *X-ray Transition Radiation*, Erevan, USSR (1983) (in Russian)].
2. A. Caticha, Phys. Rev. A **40**, 4322 (1989).
3. N. N. Nasonov, Phys. Lett. A **246**, 148 (1998).
4. X. Artru and P. Rullhusen, Nucl. Instr. Meth. B **145**, 1 (1998).
5. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд-во АН АрмССР, Ереван (1969), с. 459.
6. Г. М. Гаривян, Ши Янг, ЖЭТФ **61**, 930 (1971).
7. В. Г. Барышевский, И. Д. Феранчук, ЖЭТФ **61**, 944 (1971).
8. N. Nasonov and A. Noskov, Nucl. Instr. Meth. B **201**, 67 (2003).
9. A. S. Kubankin, N. N. Nasonov, V. I. Sergienko, and I. E. Vnukov, Nucl. Instr. Meth. B **201**, 97 (2003).
10. Y. N. Adishev, S. N. Arishev, A. V. Vnukov et al., Nucl. Instr. Meth. B **201**, 114 (2003).
11. N. N. Nasonov, V. V. Kaplin, S. R. Uglov et al., Nucl. Instr. Meth. B **227**, 41 (2005).
12. S. V. Blazhevich and A. V. Noskov, Nucl. Instr. Meth. B **252**, 69 (2006).
13. С. В. Блажевич, А. В. Носков, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, № 6, с. 71 (2009).
14. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **136**, 1043 (2009).
15. S. V. Blazhevich and A. V. Noskov, Nucl. Instr. Meth. B **266**, 3770 (2008).
16. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **147**, 875 (2015).
17. I. D. Feranchuk and A. V. Ivashin, J. Physique **46**, 1981 (1985).
18. K.-H. Brenzinger, C. Herberg, B. Limburg, H. Backe et al., Phys. A **358**, 107 (1997).