

# ДИНАМИКА КАСКАДНОГО ЗАХВАТА ЭЛЕКТРОНОВ НА ЗАРЯЖЕННЫЕ ДОНОРЫ В GaAs И InP

В. Я. Алешкин<sup>a,b\*</sup>, Л. В. Гавриленко<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Институт физики микроструктур Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия

<sup>b</sup> Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 29 февраля 2016 г.

Вычислены времена каскадного захвата электрона на заряженную примесь для случая импульсного и стационарного возбуждений примесной фотопроводимости в GaAs и InP. Показано, что характерные времена захвата при импульсном и непрерывном возбуждении заметно отличаются как друг от друга, так и от значения, даваемого формулой Абакумова – Переля – Ясиевич для концентраций заряженной примеси большей  $10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Установлена причина этого различия. Обобщена формула Абакумова – Переля – Ясиевич для сечения каскадного захвата в случае стационарного возбуждения. Найдены зависимости частоты каскадного захвата от концентрации заряженной примеси в GaAs и InP для трех температур в случае импульсного возбуждения.

DOI: 10.7868/S0044451016080137

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Захват электрона из зоны проводимости на притягивающие заряженные центры ограничивает время жизни неравновесных электронов в зоне проводимости в условиях возбуждения примесной фотопроводимости в полупроводниках. Время жизни электрона определяет быстродействие примесных фотоприемников. Это обстоятельство является одной из причин возрастания интереса к исследованию времен релаксации примесной фотопроводимости в полупроводниках [1–5]. Примесные фотоприемники на основе соединений  $A_3B_5$  часто используются в дальнем инфракрасном диапазоне, который интенсивно осваивается в последние годы благодаря появлению новых источников излучения, таких как квантово-каскадные лазеры, резонансно-туннельные диоды, источники, основанные на генерации разностной частоты. Поэтому вопрос о быстродействии таких фотоприемников является актуальным в настоящее время.

Как правило, основным механизмом захвата на заряженную мелкую примесь является каскадный

захват, при котором электрон, двигаясь в окрестности притягивающего центра, теряет свою энергию благодаря испусканию акустических фононов и переходит из делокализованного состояния в локализованное. Исследованию этого процесса посвящено много экспериментальных и теоретических работ (см. книгу [6]). Первая теория каскадного захвата электронов на притягивающий заряженный была предложена Лэксом [7] еще в 1960 г. В работе Абакумова и Ясиевич [8] было показано, что Лэкс неправильно вычислил вероятность термического выброса захваченного электрона и поэтому в работе [7] было получено неверное выражение для сечения захвата. Авторы работы [8] провели расчет сечения каскадного захвата методом, развитым Питаевским для электронной рекомбинации в моноатомном газе [9].

Подход, использованный в работе [8], был развит в ряде последующих работ (см. [6, 10]). Выражения для сечений каскадного захвата, полученные в этих работах, неплохо описывали экспериментальные результаты для Ge и Si. В теории Абакумова – Переля – Ясиевич [6, 10] решалось кинетическое уравнение Больцмана в приближении Фоккера – Планка для описания релаксации энергии захваченного электрона, а функция распределения электронов в зоне проводимости полагалась максвеллов-

\* E-mail: aleshkin@ipmras.ru

ской. Кроме того, возбуждение полагалось стационарным. Согласно этой теории, частота каскадного захвата (величина, обратная времени каскадного захвата) пропорциональна концентрации заряженной примеси. Частота каскадного захвата в этом подходе определяется как отношение темпа генерации неравновесных электронов к их концентрации в зоне проводимости. Однако осталось несколько вопросов к теории.

1. С ростом концентрации заряженной примеси время каскадного захвата может стать порядка времени релаксации энергии электронов в зоне проводимости. В этом случае функцию распределения в зоне проводимости уже нельзя считать максвелловской и поэтому частота каскадного захвата не пропорциональна концентрации заряженной примеси. Какова же зависимость частоты каскадного захвата от концентрации заряженной примеси в этом случае?

2. Время каскадного захвата можно определять по скорости убывания концентрации неравновесных электронов после кратковременного импульсного возбуждения. Такой способ часто используется в экспериментах [11]. Совпадают ли времена каскадного захвата, определенные при стационарном и импульсном возбуждениях?

3. Присутствие заряженной примеси изменяет плотность делокализованных состояний вблизи дна зоны проводимости, что не было учтено в теории Абакумова–Переля–Ясевич. Насколько это обстоятельство существенно для нахождения частоты каскадного захвата?

Цель данной работы — дать ответы на эти вопросы. Для этого был проведен расчет времени каскадного захвата в  $n$ -GaAs и  $n$ -InP при импульсном и стационарном возбуждениях. Отметим, что ранее нами был проведен аналогичный расчет частоты каскадного захвата в GaAs-квантовых ямах [12].

Статья организована следующим образом: в разд. 2 описана используемая модель для численного решения уравнения Больцмана при кратковременном импульсном рождении фотоэлектронов. Там приведены основные уравнения и приближения, используемые в модели. В разд. 3 проведено обобщение выражения для сечения каскадного захвата, полученного в [8] с помощью приближения Фоккера–Планка в случае стационарного возбуждения. В разд. 4 приведены результаты расчетов зависимости частоты каскадного захвата от концентрации заряженной примеси для  $n$ -GaAs и  $n$ -InP при импульсном возбуждении. В этом разделе проводится сравнение полученных результатов

с помощью методов, изложенных в разд. 2, 3. В заключении резюмируются основные результаты работы.

## 2. МОДЕЛЬ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ДИНАМИКИ КАСКАДНОГО ЗАХВАТА

Для вычисления частоты каскадного захвата электрона на заряженный донор при импульсном возбуждении воспользуемся уравнением Больцмана, поскольку его численное решение для нестационарной функции распределения не сложнее решения нестационарного уравнения Фоккера–Планка. Основная трудность в этом подходе состоит в корректном учете влияния заряженных примесей на вероятность рассеяния электрона на акустических фоновых и на электронную плотность состояний.

Для того чтобы учесть это влияние, используем простейшую модель, которая позволяет сравнительно просто вычислить как вероятность рассеяния электрона на акустических фоновых, так и электронную плотность состояний в присутствии заряженной примеси. В этой модели [13] заряженные примеси расположены в кристалле не случайно, а регулярным образом — в центрах кубов с длиной ребра  $2R_0 = (N_D^+)^{-1/3}$ , где  $N_D^+$  — концентрация заряженных доноров. Потенциальная энергия электрона внутри куба равна  $-e^2/\kappa r$  (центр координат выбран в месте положения примеси), где  $r$  — радиус-вектор,  $\kappa$  — низкочастотная диэлектрическая проницаемость,  $e$  — заряд электрона. Следующее приближение данной модели состоит в том, что электрон в делокализованном состоянии внутри куба может двигаться в сфере радиуса  $R_0$  [13]. Электроны в локализованных состояниях двигаются внутри сферы с радиусом

$$R(E) = e^2/(\kappa|E|) < R_0,$$

где  $E$  — полная энергия электрона.

Найдем плотность локализованных и делокализованных состояний. Для локализованных состояний плотность состояний равна

$$g(E) = VN_D^+ \frac{2\sqrt{2}m^{3/2}}{\pi\hbar^3} \int \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon r^2 dr \times \times \delta\left(E - \varepsilon + \frac{e^2}{\kappa r}\right), \quad (1)$$

где  $VN_D^+$  — полное число заряженных доноров в кристалле,  $\varepsilon$  — кинетическая энергия электрона,  $V$  — объем кристалла,  $m$  — эффективная масса

электрона в зоне проводимости. Интегрирование в (1) ведется по радиусу  $r < e^2/\kappa|E|$ . Интегрируя (1) получаем выражение для плотности состояний на одном примесном центре:

$$g_0(E) = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{8\hbar^3 |E|^{5/2}} \left(\frac{e^2}{\kappa}\right)^3 = \frac{3\sqrt{2|E|} m^{3/2} \nu_0}{32\pi\hbar^3}, \quad (2)$$

где

$$\nu_0 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{e^2}{\kappa|E|}\right)^3$$

— объем, в котором двигается электрон с энергией  $E$  около одной примеси. Полная плотность состояний равна

$$g(E) = VN_D^+ \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{8\hbar^3 |E|^{5/2}} \left(\frac{e^2}{\kappa}\right)^3 = \frac{3\sqrt{2|E|} m^{3/2} V'(E)}{32\pi\hbar^3}, \quad (2a)$$

$V' = \nu_0 N_D^+ V$  — объем, в котором двигаются электроны на всех примесях. Рассмотрим теперь делокализованные состояния. В этом случае интеграл по  $r$  берется до  $R_0$ . Поэтому

$$g(E) = VN_D^+ \frac{2\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi\hbar^3 |E|^{5/2}} \left(\frac{e^2}{\kappa}\right)^3 \times \begin{cases} f_1(|E_0|/|E|), & E < 0, \\ f_2(|E_0|/|E|), & E > 0, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$f_1(x) = \left(3\pi x^3 + 6\sqrt{x-1} - 16(x-1)^{3/2} - 6(x-1)^{5/2} - 6x^3 \arctg(\sqrt{x-1})\right) / 48x^3, \quad (4)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{16} \ln \left(\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}\right) + \left(3\sqrt{x+1} + 8(x+1)^{3/2} - 3(x+1)^{5/2}\right) / 24x^3. \quad (5)$$

Отметим, что

$$\lim x^{5/2} f_{1,2}(x) = 2/5, \quad x \rightarrow \infty,$$

поэтому плотность состояний непрерывна при  $E = 0$ . Кроме того, она непрерывна и при значении энергии  $E = E_0 = -e^2/\kappa R_0$ , разделяющей локализованные и делокализованные состояния, поскольку  $f_1(1) = \pi/16$ . Отметим, что при  $x \rightarrow 0$  (т.е.  $E \gg \gg |E_0|$ )  $f_2(x) \approx 1/3x^3$  и поэтому плотность состояний равна

$$g(E) \approx \frac{\sqrt{2} m^{3/2} \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} VN_D^+ V_0 = \frac{\sqrt{2} m^{3/2} \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} V', \quad (6)$$

где  $V_0 = 4\pi R_0^3/3$ , а  $V'$  — объем, занимаемый делокализованными состояниями. В этом предельном случае  $g(E)$  совпадает с обычной трехмерной плотностью состояний (точнее говоря, меньше плотности состояний свободного электрона в зоне проводимости в  $6/\pi$  раз — примерно вдвое, это следствие того, что сферы заполняют не все пространство).

Рассмотрим теперь вероятности рассеяния между двумя состояниями с энергиями  $E$  и  $E'$ . Если имеется много конечных состояний, то под этой вероятностью понимается усредненная по этим состояниям вероятность. Движение электрона как в локализованных, так и в делокализованных состояниях будем описывать в квазиклассическом приближении. Влияние на вероятность рассеяния примесей можно учесть с помощью микроканонического усреднения по состоянию с меньшей энергией [6]. Пусть для определенности  $E > E'$ . Тогда для вероятности рассеяния электрона из состояния с энергией  $E$  в состояние с энергией  $E'$  можно написать следующее выражение [6]:

$$W(E, E') = \frac{\int \delta(E' - \varepsilon' - U(r)) w(\varepsilon, \varepsilon') \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon' d^3r}{\int \delta(E' - \varepsilon' - U(r)) \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon' d^3r}, \quad (7)$$

где  $w(\varepsilon, \varepsilon')$  — вероятность рассеяния для свободной частицы из состояния с кинетической энергией  $\varepsilon$  в состояние с кинетической энергией  $\varepsilon'$  (усредненная по всем состояниям с энергией  $\varepsilon'$ ),  $U(r)$  — потенциальная энергия электрона в поле примеси. Для обратного процесса справедлива формула

$$W(E', E) = \frac{\int \delta(E' - \varepsilon' - U(r)) w(\varepsilon', \varepsilon) \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon' d^3r}{\int \delta(E' - \varepsilon' - U(r)) \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon' d^3r}. \quad (8)$$

Согласно принципу детального равновесия,

$$w(\varepsilon, \varepsilon') = w(\varepsilon', \varepsilon) \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{k_B T}\right),$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. Поскольку рассеяние идет с сохранением координаты, а значит, и с сохранением потенциальной энергии,  $\varepsilon - \varepsilon' = E - E'$ . Тогда из формул (7) и (8) следует, что

$$W(E, E') = \exp\left(\frac{E - E'}{k_B T}\right) W(E', E), \quad (9)$$

т. е. усреднение не нарушает принципа детального равновесия.

Для численного решения уравнения Больцмана интервал энергий  $(-6, 40)$  мэВ был разбит на 1150 одинаковых ячеек. Решение уравнения Больцмана сводится к решению системы уравнений, описывающих баланс электронов в ячейках [12]:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = -N_i \sum_j W_{i,j} + \sum_j W_{j,i} N_j + G_i(t), \quad (10)$$

где  $N_i$  — число электронов в  $i$ -й ячейке,  $W_{i,j}$  — вероятность рассеяния на деформационном потенциале акустического фонона (ДА-рассеяние) и на пьезоакустическом потенциале (ПА-рассеяние) из  $i$ -й ячейки в  $j$ -ю,  $G_i$  — темп генерации электронов в  $i$ -й ячейке за счет внешнего воздействия.

Найдем теперь вероятности перехода между ячейками  $W_{i,j}$ . Рассмотрим сначала переходы между ячейками с локализованными состояниями. Эти переходы внутрицентровые, поэтому можно рассматривать только один центр. Обозначим через  $E_i$  энергию, соответствующую середине  $i$ -й ячейки. Пусть  $E_i > E_j$ . При рассеянии координата электрона не изменяется, поэтому состояния, из которых может происходить рассеяние, должны располагаться в сфере радиуса  $r < e^2/(\kappa|E_j|)$ , доля их фазового объема в  $i$ -й ячейке равна  $16f_1(|E_j|/|E_i|)/\pi$ . Поэтому поток электронов из  $i$ -й ячейки в  $j$ -ю  $J_{ij}$  задается формулой

$$J_{ij} = N_i \frac{16}{\pi} f_1 \left( \frac{|E_j|}{|E_i|} \right) W(E_i, E_j) g_0(E_j) \Delta = N_i W_{i,j}, \quad (11)$$

где  $\Delta$  — размер ячейки. Используя (11) и (7), найдем

$$W_{i,j} = \frac{16}{\pi} f_1 \left( \frac{|E_j|}{|E_i|} \right) g_0(E_j) \Delta \frac{16|E_j|^{5/2}}{\pi} \times \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon} w(\varepsilon + E_i - E_j, \varepsilon) d\varepsilon}{(|E_j| + \varepsilon)^4}. \quad (12)$$

Для нахождения вероятности обратного процесса можно воспользоваться принципом детального равновесия, из которого находим

$$W_{i,j} g(E_i) = W_{j,i} g(E_j) \exp \left( \frac{E_i - E_j}{k_B T} \right). \quad (13)$$

Прямое вычисление вероятности обратного процесса дает тот же результат.

Рассмотрим теперь переходы из делокализованных состояний в локализованные. Если начальное состояние обладает отрицательной энергией, то доля делокализованных состояний, участвующих в таких переходах, равна  $f_1(|E_j|/|E_i|)/f_1(|E_0|/|E_i|)$ . В этом случае

$$W_{i,j} = f_1 \left( \frac{|E_j|}{|E_i|} \right) f_1^{-1} \left( \frac{|E_0|}{|E_i|} \right) g(E_j) \Delta \times \times \frac{16|E_j|^{5/2}}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon} w(\varepsilon + E_i - E_j, \varepsilon) d\varepsilon}{(|E_j| + \varepsilon)^4}. \quad (14)$$

Если энергия начального состояния положительна, то доля делокализованных состояний, рассеивающихся в  $j$ -ю ячейку равна  $f_2(|E_j|/|E_i|)/f_2(|E_0|/|E_i|)$ . В этом случае выражение для  $W_{i,j}$  получается из (14) заменой  $f_1$  на  $f_2$ .

В том случае, когда конечное состояние делокализовано и обладает отрицательной энергией

$$W_{i,j} = g(E_j) \Delta |E_j|^{5/2} f_1^{-1} \left( \frac{|E_0|}{|E_j|} \right) \times \times \int_{E_j+|E_0|}^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon} w(\varepsilon + E_i - E_j, \varepsilon) d\varepsilon}{(\varepsilon - E_j)^4}. \quad (15)$$

Для получения выражения для  $W_{i,j}$  в случае, когда энергия конечного состояния положительна, надо заменить  $f_1$  в (15) на  $f_2$ .

При вычислении величин  $W_{i,j}$  в формулах для  $w(\varepsilon, \varepsilon')$  учитывались ДА-рассеяние и ПА-рассеяние, выражения для которых приведены в Приложении. Для контроля точности численного решения были проведены расчеты с удвоенным числом ячеек (2300). Изменение результатов расчета функции распределения за счет удвоения числа ячеек имело величину менее процента.

### 3. РАСЧЕТ КАСКАДНОГО ЗАХВАТА В ПРИБЛИЖЕНИИ ФОККЕРА – ПЛАНКА

Хорошо известно, что в объемных полупроводниках при рассеянии на акустических фононах электрон может отдать (приобрести) небольшую часть своей энергии. В этом случае можно использовать приближение Фоккера – Планка, в котором кинетическое уравнение Больцмана имеет вид [6]

$$g'(E) \frac{\partial f}{\partial t} = - \frac{\partial I}{\partial E} + G, \quad (16)$$

где  $G$  — количество фотоэлектронов, возникающих (исчезающих) с энергией  $E$  за счет внешнего воздействия в единичном объеме,  $g'(E)$  — плотность состояний единицы объема,

$$I = -B(E) \left[ f(E) + k_B T \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right], \quad (17)$$

$$B(E) = N_D^+ \int \frac{\varepsilon}{\tau_\varepsilon} \rho(\varepsilon) \delta \left( E - \varepsilon + \frac{e^2}{\kappa r} \right) d\varepsilon d^3r,$$

$\rho(\varepsilon)$  — плотность состояний свободного электрона без учета спина,  $\tau_\varepsilon$  — время релаксации энергии за счет спонтанного испускания акустических фононов.

Рассмотрим простейшую ситуацию стационарного возбуждения монохроматическим светом. В этом случае  $G$  можно представить в виде

$$G = J [\delta(E - E_1) - \delta(E - E_i)], \quad (18)$$

$$f(E) = 0, \quad E < E_i,$$

$$f(E) = \frac{J}{k_B T} \int_{E_i}^E \frac{1}{B(E')} \exp \left( -\frac{E - E'}{k_B T} \right) dE', \quad E_0 < E < E_1, \quad (20)$$

$$f(E) = \frac{J}{k_B T} \exp \left( -\frac{E}{k_B T} \right) \int_{E_i}^{E_1} dE' \frac{\exp(E'/k_B T)}{B(E')}, \quad E > E_1.$$

Из (20) видно, что функция распределения неравновесных электронов при  $E > E_1$  максвелловская.

Сечение захвата на заряженную примесь  $\sigma$  можно найти из следующего соотношения [6]:

$$n\sigma\langle\nu\rangle = \frac{J}{N_D^+}, \quad n = \int_{E_0}^{\infty} g'(E) f(E) dE, \quad (21)$$

$\nu = (8k_B T/\pi m)^{1/2}$  — тепловая скорость электрона,  $n$  — концентрация электронов в зоне проводимости. Для того чтобы сечение захвата не зависело от  $E_1$ , разумно положить  $E_1 = E_0$ , т. е. возбуждение осуществлять на границу локализованных и делокализованных состояний. Из (20), (21) получаем

$$\sigma\langle\nu\rangle = k_B T \left[ \int_{E_i}^{E_0} dE' \frac{N_D^+ \exp(E'/k_B T)}{B(E')} \right]^{-1} \times$$

$$\times \left[ \int_{E_0}^{\infty} dE g'(E) \exp \left( -\frac{E}{k_B T} \right) \right]^{-1}. \quad (22)$$

Для того чтобы получить соответствие (22) с аналогичной формулой Абакумова–Переля–Ясневич (см. (3.13) в [6]), заметим, что в (3.13) величина  $B(E)$  относится к одному заряженному центру, а в настоящей работе  $B(E)$  относится к единице объема. Таким образом используемая здесь величина  $B(E)$  в  $N_D^+$  раз больше таковой в [6]. Если  $N_D^+$  мала настолько, что плотность делокализованных состо-

$E_1$  — энергия, с которой рождаются неравновесные фотоэлектроны,  $E_i$  — энергия основного состояния примеси,  $J$  — концентрация фотоэлектронов, генерируемых в единицу времени. Из (16)–(18) получается следующее уравнение для функции распределения электронов:

$$B(E) \left[ f(E) + k_B T \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right] =$$

$$= J [\theta(E - E_1) - \theta(E - E_i)]. \quad (19)$$

Интегрируя это уравнение, находим функцию распределения неравновесных электронов:

яний на масштабе  $k_B T$  слабо отличается от плотности состояний свободного электрона (т. е.  $g' = m^{3/2} \sqrt{\varepsilon} / \sqrt{2} \pi^2 \hbar^3$ ) и  $E_0 \ll k_B T$ ,  $|E_i| \gg k_B T$ , тогда из (22) получается (3.13) из [6].

Отметим, что подынтегральное выражение первого интеграла в (22) не зависит от  $N_D^+$ . Заметим также, что (22) является обобщением (3.13) из [6] на случай, когда  $N_D^+$  нельзя считать малой.

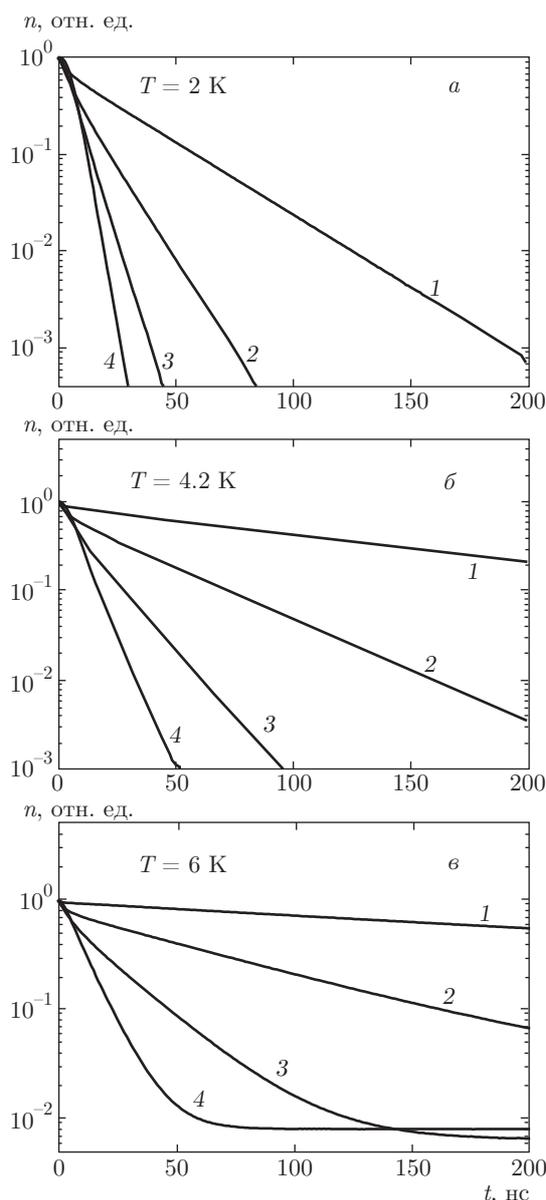
Время каскадного захвата следующим образом связано с  $\sigma$ :

$$\frac{1}{\tau} = N_D^+ \sigma \langle \nu \rangle. \quad (23)$$

Выражение для  $B(E)$  в области локализованных состояний приведено в Приложении (см. (A.5)).

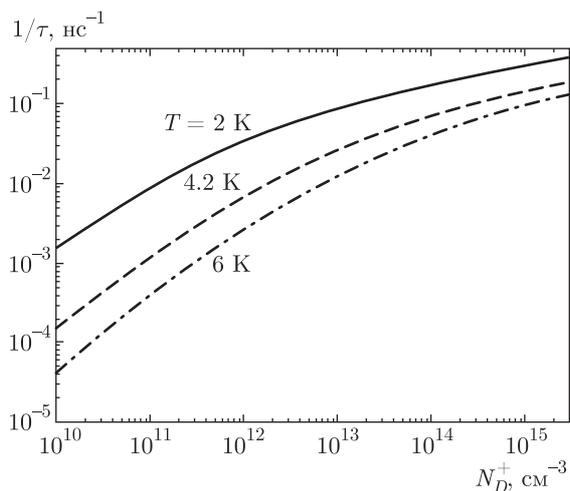
#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 представлены результаты численного расчета зависимости концентрации электронов в делокализованных состояниях от времени при импульсном возбуждении для разных величин  $N_D^+$  в GaAs. Длительность импульса полагалась равной 0.1 нс, начальная энергия рожденного электрона — 0.1 мэВ (изменение начальной энергии фотоэлектрона на величину около 1 мэВ слабо влияло на результаты). На рисунке видно, что с уменьшением температуры увеличивается скорость убывания концентрации. На начальном этапе зависимость концентрации электронов от времени не экспоненциальная, а затем становится близкой к экспоненциальной.



**Рис. 1.** Рассчитанные зависимости концентрации неравновесных электронов в GaAs при импульсном возбуждении в течение 0.1 нс для  $N_D^+ = 10^{12} \text{ см}^{-3}$  (1),  $N_D^+ = 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (2),  $N_D^+ = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (3),  $N_D^+ = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  (4). Энергия, с которой появляются электроны в зоне проводимости в результате внешнего возбуждения, равна 0.1 мэВ

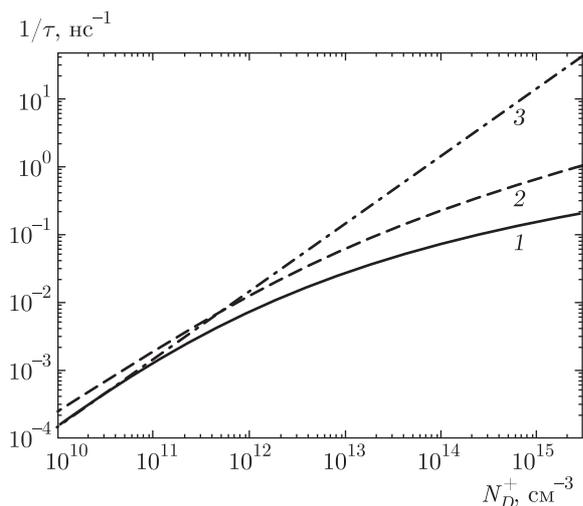
По экспоненциальной зависимости были определены зависимости частоты каскадного захвата (величины, обратной времени каскадного захвата) от  $N_D^+$ , которые приведены на рис. 2. На рисунке хорошо видно, что зависимость частоты каскадного захвата от  $N_D^+$  близка к линейной при  $N_D^+ < 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , а при  $N_D^+ > 10^{12} \text{ см}^{-3}$  зависимость частоты каскад-



**Рис. 2.** Зависимость частоты каскадного захвата от концентрации заряженных доноров в GaAs при импульсном возбуждении для разных температур

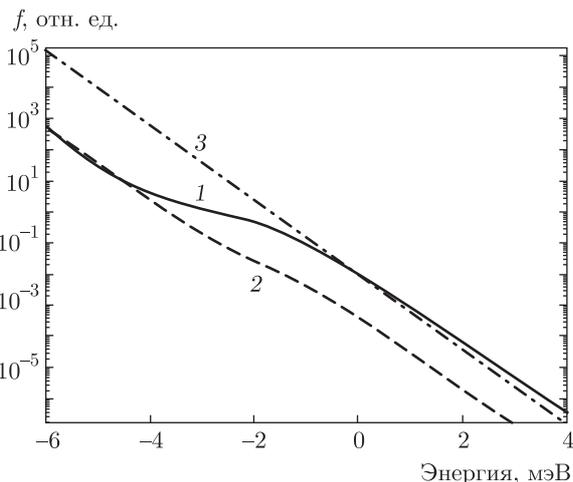
ного захвата от  $N_D^+$  становится сублинейной. Причина состоит в том, что при достаточно больших концентрациях заряженных доноров каскадный захват начинает определяться скоростью остывания электронов в зоне, которая слабо зависит от  $N_D^+$ . При малых значениях  $N_D^+$  остывание электронов внутри зоны происходит быстрее каскадного захвата, в результате чего термализованные электроны накапливаются на дне зоны проводимости (и функция распределения электронов в делокализованных состояниях близка к максвелловской). В этих условиях время каскадного захвата обратно пропорционально  $N_D^+$ . Кроме того, на рис. 2 видно, что с ростом  $N_D^+$  уменьшается зависимость времени каскадного захвата от температуры. Эта особенность обусловлена тем, что при малых значениях  $N_D^+$  с уменьшением температуры увеличивается доля электронов, находящихся на дне зоны проводимости, которые участвуют в каскадном захвате. При больших значениях  $N_D^+$  функция распределения электронов в зоне далека от равновесной, т.е. захватываются неравновесные электроны. Отметим, что аналогичное поведение имеет место в квантовых ямах GaAs/AlGaAs [12], однако времена каскадного захвата в квантовых ямах существенно короче.

Интересно сравнить частоты каскадного захвата, вычисленные с помощью численного решения уравнения Больцмана в условиях импульсного возбуждения и полученные из (22), (23), а также с использованием формулы Абакумова – Переля – Ясиевич. На рис. 3 приведены зависимости частоты каскадного захвата от  $N_D^+$ , при  $T = 4.2 \text{ К}$ . Линия 1 соответ-

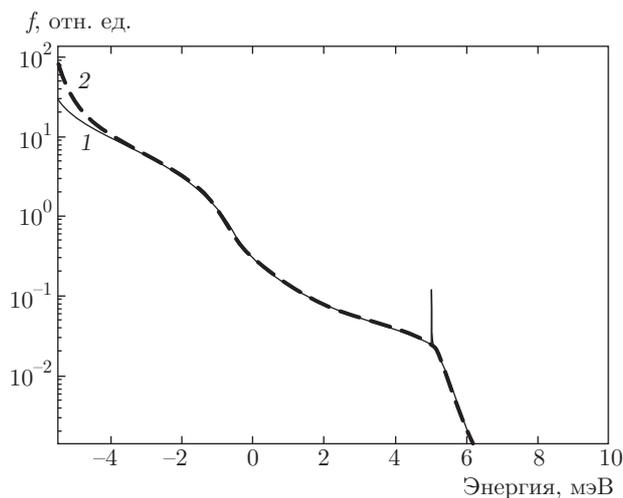


**Рис. 3.** Зависимости частоты каскадного захвата от концентрации заряженных доноров в GaAs при  $T = 4.2$  К, вычисленные при импульсном возбуждении (линия 1), при стационарном возбуждении (линия 2), по формуле Абакумова – Переля – Ясиевич (линия 3)

стует численному решению уравнения Больцмана при импульсном возбуждении; линия 2 была получена с использованием (22), (23) и плотности состояний из (3); линия 3 соответствует формуле Абакумова – Переля – Ясиевич с плотностью состояний в зоне проводимости без учета влияния примеси (т. е. как для свободного электрона). На рисунке видно, что при  $N_D^+ = 10^{15}$  см<sup>-3</sup> различие между значениями линий 1 и 2 составляет около порядка, а между линиями 1 и 3 — около двух порядков. При малых значениях  $N_D^+$  линии 2 и 3 идут параллельно и их отношение близко к  $\pi/6$ , что обусловлено разницей между плотностью состояний рассматриваемой модели и плотностью состояний в зоне проводимости без учета влияния примеси (см. текст под формулой (6)). При уменьшении  $N_D^+$  линии 1 и 2 сближаются. В чем состоит причина увеличивающегося расхождения между временами захвата, вычисленными при импульсном возбуждении и стационарном возбуждении (между линиями 1 и 2) с ростом  $N_D^+$ ? Как следует из (20), в случае непрерывного возбуждения на границе локализованных и делокализованных состояний в зоне делокализованных состояний функция распределения является максвелловской. Как показывает расчет, в случае импульсного возбуждения функция распределения в области делокализованных состояний вблизи  $E_0$  (откуда идет захват) в каждый момент времени зависит от энергии более плавно, нежели  $\exp(-E/k_B T)$ . Для подтверждения этого вывода на рис. 4 приведены зави-



**Рис. 4.** Зависимости функции распределения от энергии при импульсном возбуждении GaAs при  $T = 4.2$  К спустя 50 нс после возбуждающего импульса (линия 1), спустя 100 нс (линия 2). Линия 3 соответствует функции  $\exp(-E/k_B T)/100$ . Концентрация заряженной примеси  $N_D^+ = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>



**Рис. 5.** Зависимости функций распределения от энергии при стационарном возбуждении GaAs при  $T = 4.2$  К, найденные численно (линия 1) и в приближении Фоккера – Планка с помощью формулы (20) (линия 2). Концентрация заряженной примеси  $N_D^+ = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>

симости функций распределения от энергии спустя 50 нс (линия 1) и 100 нс (линия 2) после возбуждающего импульса для  $N_D^+ = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $T = 4.2$  К (в этом случае  $E_0 = -1.036$  мэВ). На этом же рисунке приведена зависимость  $\exp(-E/k_B T)/100$  (линия 3). На рис. 4 видно, что функции распределения в области энергий  $E > E_0$  убывают несколько медленнее с ростом энергии, нежели  $\exp(-E/k_B T)$ .

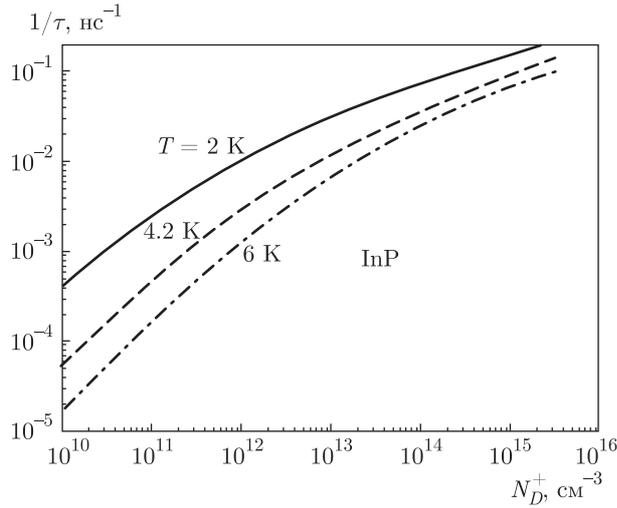


Рис. 6. Зависимость частоты каскадного захвата от концентрации заряженных доноров в InP при импульсном возбуждении для разных температур

Интересно сравнить функции распределения, полученные с помощью численного решения уравнения Больцмана и решения в приближении Фоккера–Планка в случае стационарного возбуждения. На рис. 5 приведены эти функции распределения, рассчитанные для  $N_D^+ = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 4.2 \text{ К}$  и начальной энергии фотоэлектронов 5 мэВ. На рисунке видно, что для  $E > -4 \text{ мэВ}$  функции распределения хорошо совпадают, за исключением небольших особенностей вблизи энергии, с которой рождаются фотоэлектроны. Видно также, что приближение Фоккера–Планка дает завышенные значения функции распределения при  $E < -4 \text{ мэВ}$ .

На рис. 6 приведены зависимости обратного времени каскадного захвата от  $N_D^+$  для InP. В InP по сравнению с GaAs слабее РА-рассеяние электронов, поэтому частота каскадного захвата несколько меньше, чем в GaAs.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение приведем основные результаты работы. Развита теория каскадного захвата электронов на заряженные доноры для случая, когда концентрация последних не мала (значительна). Вычислены времена захвата для случая импульсного и стационарного возбуждений в GaAs. Показано, что эти времена заметно отличаются как друг от друга, так и от значения, даваемого формулой Абакумова–Переля–Ясиевич для  $N_D^+ > 10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Причина этого различия состоит в более медлен-

ном захвате «нетермализованных» электронов на заряженную примесь. Обобщена формула Абакумова–Переля–Ясиевич для сечения каскадного захвата при стационарном возбуждении на случай, когда влияние заряженных доноров на плотность состояний около дна зоны проводимости существенно. Найдены зависимости частоты каскадного захвата от  $N_D^+$  в GaAs и InP для трех температур.

Авторы благодарны И. Н. Ясиевич за обсуждение и конструктивную критику работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-02-00325).

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем выражения  $w(\varepsilon, \varepsilon')$  для рассеяния на деформационном потенциале акустического фонона (ДА-рассеяние) и на пьезоакустическом потенциале (РА-рассеяние), которые можно получить из вероятностей рассеяния из состояния с волновым вектором  $k$  в состояние с волновым вектором  $k'$  путем усреднения по конечным состояниям с заданной энергией. Используя известные выражения для вероятностей рассеяния между состояниями  $k$  и  $k'$  [14], получаем

$$w_{DA}^+(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\pi^2(\varepsilon - \varepsilon')^2}{\tau_{DA} p_0^3 V'} \frac{N_q + 1}{2ms^2 \sqrt{\varepsilon \varepsilon'}} \times \theta(\hbar s q_1 - (\varepsilon - \varepsilon')) \theta\left(\varepsilon - \frac{ms^2}{2}\right), \quad (\text{A.1})$$

$$w_{DA}^-(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\pi^2(\varepsilon - \varepsilon')^2}{\tau_{DA} p_0^3 V'} \frac{N_q}{2ms^2 \sqrt{\varepsilon \varepsilon'}} \times \theta(\varepsilon' - \varepsilon - \hbar s q_3) \theta(\varepsilon + \hbar s q_2 - \varepsilon'), \quad (\text{A.2})$$

$$w_{PA}^+(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\pi^2 \hbar^2}{p_0 \tau_{PA} V'} \frac{N_q + 1}{2m \sqrt{\varepsilon \varepsilon'}} \times \theta(\hbar s q_1 - (\varepsilon - \varepsilon')) \theta\left(\varepsilon - \frac{ms^2}{2}\right), \quad (\text{A.3})$$

$$w_{PA}^-(\varepsilon, \varepsilon') = \frac{\pi^2 \hbar^2}{p_0 \tau_{PA} V'} \frac{N_q}{2m \sqrt{\varepsilon \varepsilon'}} \times \theta(\varepsilon' - \varepsilon - \hbar s q_3) \theta(\varepsilon + \hbar s q_2 - \varepsilon'), \quad (\text{A.4})$$

где верхние индексы «+» и «-» соответствуют испусканию и поглощению фонона,  $V'$  — объем, в котором может двигаться электрон,  $s$  — скорость продольного звука,  $p_0$  — волновой вектор электрона с энергией продольного оптического фонона,

$$N_q = [1 + \exp(|\varepsilon - \varepsilon'|/k_B T)]^{-1}$$

— число равновесных фононов,  $\tau_{DA,PA}$  — номинальные времена рассеяния [11]:

$$\frac{1}{\tau_{DA}} = \frac{\Xi^2 p_0^3}{2\pi\hbar\rho s^2}, \quad \frac{1}{\tau_{PA}} = \frac{(e\beta)^2 p_0}{2\pi\hbar\rho s^2},$$

$\theta(x)$  — функция Хевисайда,  $q_1 = 2(\sqrt{2m\varepsilon} - sm)/\hbar$ ,  
 $q_2 = 2(\sqrt{2m\varepsilon} + sm)/\hbar$ ,

$$q_3 = \begin{cases} 2(sm - \sqrt{2m\varepsilon})/\hbar, & sm > \sqrt{2m\varepsilon}, \\ 0, & sm < \sqrt{2m\varepsilon}. \end{cases}$$

Приведем выражение для  $B(E)$  для локализованных состояний, в том случае, когда электрон рассеивается согласно механизмам DA [6] и PA [15, 16]:

$$B(E) = C_{DA} \frac{k_B T}{|E|} + C_{PA} \left( \frac{k_B T}{|E|} \right)^2, \quad (\text{A.5})$$

$$C_{DA} = \frac{16}{3} \frac{m^4 s^2}{\pi\hbar^3 p_0^3 \tau_{DA} (k_B T)^3} \left( \frac{e^2}{\kappa\hbar} \right)^3, \quad (\text{A.6})$$

$$C_{PA} = \frac{2}{3} \frac{m^3 s^2}{\pi\hbar p_0 \tau_{PA} (k_B T)^2} \left( \frac{e^2}{\kappa\hbar} \right)^3.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. V. Morozov, L. V. Gavrilenko, I. V. Erofeeva, A. V. Antonov, K. V. Maremyanin, A. N. Yablonskiy, D. I. Kuritsin, E. E. Orlova, and V. I. Gavrilenko, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 085009 (2011).
2. С. В. Морозов, К. В. Маремьянин, И. В. Ерофеева, А. Н. Яблонский, А. В. Антонов, Л. В. Гавриленко, В. В. Румянцев, В. И. Гавриленко, *ФТП* **44**, 1523 (2010).
3. В. В. Румянцев, С. В. Морозов, К. Е. Кудрявцев, В. И. Гавриленко, Д. В. Козлов, *ФТП* **46**, 1414 (2012).
4. С. В. Морозов, В. В. Румянцев, К. Е. Кудрявцев, В. И. Гавриленко, Д. В. Козлов, *ФТП* **47**, 1472 (2013).
5. Д. В. Козлов, С. В. Морозов, В. В. Румянцев, И. В. Тузов, К. Е. Кудрявцев, В. И. Гавриленко, *ФТП* **49**, 192 (2015).
6. V. N. Abakumov, V. I. Perel, and I. N. Yassievich, *Nonradiative Recombination in Semiconductors*, Elsevier Science Publishers (1991).
7. M. Lax, *Phys. Rev.* **119**, 1502 (1960).
8. В. Н. Абакумов, И. Н. Яссиевич, *ЖЭТФ* **71**, 657 (1976).
9. Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **42**, 1326 (1962).
10. В. Н. Абакумов, В. И. Перель, И. Н. Яссиевич, *ФТП* **12**, 3 (1978).
11. M. Ashe and O. G. Sarbey, *Phys. Stat. Sol. A* **31**, 27 (1975).
12. В. Я. Алешкин, *ЖЭТФ* **148**, 742 (2015).
13. E. E. Orlova, R. Kh. Zhukavin, S. G. Pavlov, and V. N. Shastin, *Phys. Stat. Sol. (b)* **210**, 859 (1998).
14. В. Ф. Гантмахер, И. Б. Левинсон, *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках*, Наука, Москва (1984).
15. А. Ф. Полупанов, *ФТП* **11**, 2044 (1977).
16. В. Н. Абакумов, *ФТП* **11**, 2277 (1977).