

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АНСАМБЛЯХ ПРИМЕСНЫХ АТОМОВ В РЕЗОНАТОРЕ ФАБРИ – ПЕРО

*А. С. Курапцев**, *И. М. Соколов*

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 18 февраля 2016 г.

Разрабатывается последовательная квантовая теория коллективных эффектов, имеющих место при взаимодействии электромагнитного излучения с плотным ансамблем примесных центров, внедренных в прозрачный диэлектрик и помещенных в резонатор Фабри – Перо. В качестве конкретного примера применения развитой общей теории рассчитана динамика спонтанного распада возбужденного примесного атома. Проанализирована зависимость скорости распада от плотности примесных центров и размеров образца, а также от величины характерных сдвигов уровней примесных атомов, вызванных внутренними полями диэлектрика. Показано, что резонатор может существенно влиять на характер коллективных процессов, в частности, на времена жизни коллективных состояний.

DOI: 10.7868/S0044451016080083

1. ВВЕДЕНИЕ

Влияние окружающего вещества на радиационные характеристики атомов является одной из ключевых проблем для широкого круга задач современной спектроскопии. Это влияние приводит к сдвигам и уширениям линий атомного перехода, а также к искажениям формы его спектра. К настоящему времени многие аспекты такого влияния подробно проанализированы в литературе. Так, начиная с пионерской работы Дикке [1], появилось большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию влияния межатомного взаимодействия на модификацию спонтанного распада. Большое внимание также уделено изучению сдвигов линий и искажениям формы спектра перехода примесных атомов, обусловленных взаимодействием с диэлектрической средой, в которую они имплантированы (см. [2–13] и имеющиеся там ссылки).

Во многих практических приложениях это искажение приводит к негативным последствиям и его необходимо ослабить. Исследования, проводимые в этом направлении, показали, что существует класс

твердых веществ, в которых при достаточно низкой температуре влияние окружающего вещества на примесные центры (атомы) мало. В частности, к таким веществам относятся парафин при температурах жидкого азота и лед, полученный из дистиллированной воды, при температурах порядка $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ [14, 15]. Низкие температуры позволяют свести к минимуму электрон-фононное взаимодействие, которое существенно уширяет спектральные линии примесных атомов (см., например, [16, 17]).

Помимо кристаллической или аморфной матрицы на оптические свойства примесных центров влияет также их взаимодействие между собой. Эффективность использования имплантированных примесей существенно зависит от их концентрации. Для многих задач эта концентрация должна быть большой. В том случае, когда характерное расстояние между примесными атомами меньше или сравнимо с длиной волны квазирезонансного излучения, начинают проявляться коллективные многоатомные эффекты, обусловленные резонансным диполь-дипольным взаимодействием. Эти эффекты могут существенно повлиять на характер взаимодействия света с ансамблем активных атомов.

Еще одним способом повышения эффективности использования ансамбля примесных центров помимо повышения их концентрации является использование резонаторов или волноводов. Последние мо-

* E-mail: aleksej-kurapcev@yandex.ru

дифицируют структуру полевых мод, что приводит, например, к изменению скорости спонтанного распада атома. Начиная с работы Парселла [18], в которой впервые было описано влияние резонатора на скорость спонтанного распада, исследования в данном направлении были продолжены во многих научных группах (см. [19–26] и литературу там). Среди наиболее ярких эффектов, обусловленных воздействием резонаторов и волноводов на радиационные характеристики атомов, можно отметить существенное подавление спонтанного распада при определенных условиях. Этот эффект может использоваться в различных практических приложениях, таких как хранение квантовой информации, лазерная генерация, стандартизация частоты.

Отличие структуры собственных полевых мод волноводов или резонаторов от вакуумных меняет также характер обмена фотонами между различными атомами, помещенными в них, что, в свою очередь, изменяет резонансное межатомное диполь-дипольное взаимодействие [26]. К настоящему времени исследования модификации диполь-дипольного взаимодействия, вызванные наличием резонатора, ограничены рассмотрением двух атомов, неподвижно расположенных в некоторых фиксированных точках внутри него. Коллективные эффекты, имеющие место в многоатомном ансамбле, помещенном в резонатор, практически не исследованы. Это связано как с рядом фундаментальных трудностей, возникающих при построении последовательной теории, так и со значительной трудоемкостью вычислений. В условиях, когда расстояние между атомами соизмеримо с длиной волны резонансного излучения, эти атомы не могут рассматриваться как независимые рассеиватели электромагнитных волн. По существу, здесь мы имеем дело с огромной квазимолекулой, объединяющей в себе все примесные атомы.

Целью настоящей работы является построение последовательной квантовой теории коллективных эффектов, имеющих место при взаимодействии электромагнитного излучения с плотным ансамблем примесных центров, внедренных в прозрачный диэлектрик и помещенных внутрь резонатора Фабри–Перо. В отличие от всех выполненных к настоящему времени работ мы рассматриваем ансамбль, содержащий большое число примесных центров, учитываем случайную пространственную неоднородность ансамбля, а также возможные сдвиги и неоднородные уширения линий переходов этих центров, вызванных неоднородными внутренними полями диэлектрика. При этом для

рассматриваемого ансамбля примесей мы не используем традиционное для задач о кооперативных эффектах приближение непрерывной среды. Это позволит нам корректно учесть межатомные корреляции, которые оказывают существенное влияние на физические наблюдаемые. Мы также выйдем за пределы приближения скалярного поля и будем учитывать поляризационные свойства электромагнитного излучения и зеемановскую структуру атомных уровней, что очень важно для правильного описания диполь-дипольного взаимодействия на малых расстояниях [27].

В качестве конкретного примера применения общих соотношений в данной работе будет рассмотрена задача о спонтанном распаде возбужденного примесного атома, находящегося в ансамбле других невозбужденных примесных атомов, в резонаторе Фабри–Перо.

2. КВАНТОВАЯ МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Рассмотрим ансамбль, состоящий из N примесных центров, находящихся в резонаторе Фабри–Перо с идеально проводящими зеркалами. Размеры зеркал будем считать много большими всех линейных размеров, встречающихся в задаче — длины волны резонансного излучения, λ_0 , расстояния между зеркалами, d , а также среднего расстояния между примесными центрами. Учтем, что, вследствие воздействия внутренних полей диэлектрика на примесные центры, их резонансные частоты переходов ω_a сдвинуты относительно частоты свободных примесных атомов ω_0 : $\omega_a = \omega_0 + \Delta_a$, где Δ_a — сдвиг частоты перехода атома a , зависящий от его положения, $a = 1, \dots, N$.

Температуру образца будем предполагать достаточно низкой, чтобы не учитывать взаимодействие примесных атомов с фононной подсистемой, считая достигнутым предел бесфононных линий. При этом будем также использовать модель неподвижных рассеивателей, для описания которой можно воспользоваться методом, рассмотренным в монографии [28] и развитым с участием одного из авторов в работе [29].

Разработанная в [29] общая теория позволяет описать коллективные эффекты в плотных атомных облаках, охлажденных до температур порядка нескольких десятков микрокельвин в атомных ловушках [30–33]. Эта теория была успешно применена к задачам рассеяния квазирезонансного излучения такими облаками, а также для исследования особен-

ностей переноса излучения в плотных атомных средах и модификации спонтанного распада возбужденных атомов в них [13, 34–38]. В настоящей работе мы обобщим подход [28, 29] на случай атомного ансамбля в резонаторе. Еще одним важным отличием данной работы от предыдущих является то, что мы не будем предполагать, что частоты переходов всех рассеивателей одинаковы.

В соответствии с основной идеей [28, 29] мы будем рассматривать объединенную систему, состоящую из ансамбля примесных центров и электромагнитного поля. Эволюцию этой системы опишем, решая уравнение Шредингера для ее волновой функции ψ ,

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi. \quad (2.1)$$

Гамильтониан объединенной системы представим в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_f + \sum_a \hat{H}_a. \quad (2.3)$$

Здесь \hat{H}_a — гамильтонианы примесных центров без учета их взаимодействия с электромагнитным полем, \hat{H}_f — гамильтониан электромагнитного поля в резонаторе Фабри–Перо в отсутствие среды, \hat{V} — оператор взаимодействия примесных атомов с электромагнитным полем.

Ввиду того, что характерные размеры атомов много меньше λ_0 , мы можем использовать дипольное приближение для оператора взаимодействия:

$$\hat{V} = - \sum_a \hat{\mathbf{d}}^{(a)} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_a). \quad (2.4)$$

В этом выражении $\hat{\mathbf{d}}^{(a)}$ — оператор дипольного момента атома a , $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_a)$ — оператор напряженности электрического поля.

Полевой оператор $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ может быть найден по стандартной процедуре квантования на основе известных классических собственных мод резонатора Фабри–Перо. Опуская преобразования, приведем окончательный ответ:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = & \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \frac{i\omega_{\mathbf{k}}}{c} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_{\mathbf{k}}}} \hat{a}_{\mathbf{k}, \alpha} A_{\mathbf{k}, \alpha}^0 \times \\ & \times \{ \mathbf{e}_x u_{\mathbf{k}, \alpha}^x \sin(k_n z) + \mathbf{e}_y u_{\mathbf{k}, \alpha}^y \sin(k_n z) + \\ & + \mathbf{e}_z u_{\mathbf{k}, \alpha}^z \cos(k_n z) \} \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel}) + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь $\hat{a}_{\mathbf{k}, \alpha}$ и $\hat{a}_{\mathbf{k}, \alpha}^\dagger$ — операторы уничтожения и рождения фотона; $\mathbf{r}_{\parallel} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$, $\mathbf{k}_{\parallel} = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$, $k_n = \pi n/d$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{e}_z k_n$, $\omega_{\mathbf{k}} = ck$ — частота фотона,

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}, \alpha} = \mathbf{e}_x u_{\mathbf{k}, \alpha}^x + \mathbf{e}_y u_{\mathbf{k}, \alpha}^y + \mathbf{e}_z u_{\mathbf{k}, \alpha}^z$$

— единичный вектор поляризации.

Выражение (2.5) записано с использованием кулоновской калибровки в системе координат с осью z , перпендикулярной зеркалам резонатора. Начало координат выбрано на одном из зеркал.

Из условия $\text{div } \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = 0$ получаем соотношение

$$k_x u_{\mathbf{k}, \alpha}^x + k_y u_{\mathbf{k}, \alpha}^y + i k_n u_{\mathbf{k}, \alpha}^z = 0,$$

которое можно записать как условие поперечности, введя модифицированный вектор поляризации

$$\mathbf{u}'_{\mathbf{k}, \alpha} = \mathbf{e}_x u_{\mathbf{k}, \alpha}^x + \mathbf{e}_y u_{\mathbf{k}, \alpha}^y + \mathbf{e}_z i u_{\mathbf{k}, \alpha}^z.$$

Условие поперечности для векторов $\mathbf{u}'_{\mathbf{k}, \alpha}$ и вектора \mathbf{k} имеет стандартный вид:

$$\sum_{\alpha} (u'_{\mathbf{k}, \alpha})_{\mu} (u'_{\mathbf{k}, \alpha})_{\nu}^* = \delta_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^2}. \quad (2.6)$$

Суммирование проводится по любым двум взаимно ортогональным модифицированным ортам поляризации. Индексы « μ » и « ν » обозначают проекции векторов на оси выбранной системы координат.

Нормировочный множитель $A_{\mathbf{k}, \alpha}^0$ определяется размерами выбранного объема квантования:

$$A_{\mathbf{k}, \alpha}^0 = \sqrt{\frac{8\pi c^2}{L^2 d}} \begin{cases} 1, & \text{если } n \in N, \\ 1/\sqrt{2}, & \text{если } n = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

Здесь L — продольные линейные размеры объема квантования.

Волновую функцию объединенной системы ψ будем искать в виде разложения по набору собственных состояний $\{|l\rangle\}$ оператора \hat{H}_0 в соответствии с общим подходом, изложенным в монографии Гайтлера [28] и апробированным в работе [29]:

$$\psi = \sum_l b_l(t) |l\rangle. \quad (2.8)$$

Подставив данное разложение в уравнение Шредингера (2.1), получим систему дифференциальных уравнений для амплитуд состояний $b_l(t)$ объединенной системы:

$$i\hbar \frac{\partial b_l(t)}{\partial t} - E_l b_l(t) = \sum_j V_{lj} b_j(t). \quad (2.9)$$

Здесь E_l — энергия l -го состояния системы невзаимодействующих атомов и электромагнитного поля в резонаторе Фабри–Перо.

Система (2.9) содержит бесконечное количество уравнений вследствие бесконечного числа степеней

свободы полевой подсистемы. В настоящей работе будем искать все интересующие нас наблюдаемые с точностью до второго порядка по постоянной тонкой структуры. В работе [39] было показано, что в рассматриваемом приближении достаточно ограничиться следующим набором состояний:

1) однократно возбужденные атомные состояния

$$\psi_{e_a} = |g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes |\text{vac}\rangle, \quad E_{e_a} = \hbar\omega_a;$$

2) резонансные полевые состояния

$$\psi_g = |g, \dots, g\rangle \otimes |\mathbf{k}, \alpha\rangle, \quad E_g = \hbar\omega_k;$$

3) нерезонансные полевые состояния с одним фотоном и двумя возбужденными атомами:

$$\psi_{e_a e_b} = |g, \dots, g, e, g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes |\mathbf{k}, \alpha\rangle,$$

$$E_{e_a e_b} = \hbar(\omega_a + \omega_b) + \hbar\omega_k.$$

Учет нерезонансных полевых состояний необходим для корректного описания диполь-дипольного взаимодействия на малых расстояниях между атомами, соизмеримых с длиной световой волны. На таких расстояниях соотношение неопределенностей Гайзенберга для времени и энергии допускает существование виртуальных состояний с энергией, отличающейся от резонансной на величину порядка $\hbar\omega_0$. Заметим, что тип виртуальных состояний $\psi_{e_a e_b}$ не является единственным, однако все остальные виртуальные состояния приводят лишь к малым радиационным поправкам более высоких порядков по постоянной тонкой структуре.

Для ряда задач, связанных с рассеянием внешнего когерентного излучения атомным ансамблем, целесообразно дополнить приведенный набор состояний атомно-полевой системы вакуумным состоянием:

$$\psi_{g'} = |g, \dots, g\rangle \otimes |\text{vac}\rangle, \quad E_{g'} = 0.$$

В рамках сделанных приближений амплитуда этого состояния не изменяется в процессе эволюции системы, потому что переходы между состоянием $\psi_{g'}$ и любыми другими рассматриваемыми состояниями невозможны. Виртуальные переходы из состояния $\psi_{g'}$ в состояния с одним возбужденным атомом и одним фотоном приводят лишь к лэмбовскому сдвигу резонансной частоты перехода атомов, который мы будем считать включенным в ω_0 .

После ограничения количества рассматриваемых состояний система уравнений (2.9) по-прежнему остается бесконечной, однако из нее методом исключения полевых переменных можно выделить конечномерную систему для амплитуд однократно

возбужденных атомных состояний b_e . Знание этих величин позволяет выразить амплитуды состояний b_g, b_{ee} и, следовательно, волновую функцию объединенной системы.

Опуская вычисления (подробнее см. [29]), приведем окончательный вид системы уравнений для амплитуд атомных состояний b_e в фурье-представлении:

$$\sum_{e'} [(\omega - \omega_a)\delta_{ee'} - \Sigma_{ee'}(\omega)] b_{e'}(\omega) = i\delta_{e'o}. \quad (2.10)$$

Система (2.10) получена в предположении, что в начальный момент времени один атом в рассматриваемом ансамбле находится в возбужденном состоянии. Мы выделили этот атом индексом «о». Все остальные атомы при $t = 0$ не возбуждены, а электромагнитное поле находится в вакуумном состоянии. Система (2.10) с такими начальными условиями может быть применена к решению широкого класса задач, как нестационарных, так и стационарных. В частности, решение системы (2.10) позволит проанализировать динамику спонтанного распада возбужденного атома в ансамбле. Для этого необходимо найти $b_e(t)$, сделав обратное преобразование Фурье, и затем вычислить вероятности возбуждения атомов $P_e(t) = |b_e(t)|^2$. Кроме того, теория может быть применена к задаче стационарного рассеяния излучения ансамблем примесных атомов в резонаторе. Для решения этой задачи нужно рассмотреть расположение возбужденного атома с резонансной частотой перехода ω_s и малой шириной линии перехода γ_s далеко от ансамбля, на расстоянии, много превышающем размеры ансамбля. Переход к квазистационарному случаю осуществляется с помощью двух последовательных предельных переходов $\gamma_s \rightarrow 0$ и $t \rightarrow \infty$ (подробнее см. [29, 34–37]).

Размерность системы (2.10) определяется количеством атомов N и структурой их энергетических уровней. В данной работе мы рассмотрим V-схему уровней, в которой основное состояние характеризуется угловым моментом $J = 0$, а возбужденное — моментом $J = 1$. При этом возбужденное состояние содержит три зеемановских подуровня, различающихся проекцией углового момента на ось квантования $z - m = -1, 0, +1$. Такая схема уровней соответствует атомам с двумя валентными электронами на внешней оболочке, таким, например, как Sr, Yb, Ca. Количество уравнений в системе (2.10) в рассматриваемом случае составляет $3N$ и равно количеству зеемановских подуровней возбужденных состояний всех атомов ансамбля.

Ключевой величиной в микроскопической теории является матрица переизлучений $\Sigma_{ee'}(\omega)$, описывающая как спонтанный распад отдельных атомов, так и обмен фотонами между разными атомами ансамбля. Эта матрица может быть вычислена следующим образом:

$$\Sigma_{ee'}(\omega) = \sum_g V_{e;g} V_{g;e'} \frac{\zeta(\hbar\omega - E_g)}{\hbar} + \sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee;e'} \frac{\zeta(\hbar\omega - E_{ee})}{\hbar}. \quad (2.11)$$

Здесь $\zeta(x)$ — сингулярная дзета-функция, определяемая как $\zeta(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} (1 - \exp(ikx))/x$.

Суммы по полевым переменным, входящие в это выражение, при $L \rightarrow \infty$ предполагают суммирование по z -проекции волнового вектора k_n , интегрирование по k_{\parallel} и полярному углу φ , а также суммирование по поляризациям:

$$\sum_g \quad \text{или} \quad \sum_{ee} \xrightarrow{L \rightarrow \infty} \frac{L^2}{(2\pi)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \int_0^{2\pi} d\varphi \sum_{\alpha}.$$

В процессе вычисления матричных элементов оператора взаимодействия $V_{i;j}$, входящих в выражение (2.11), будем обозначать индексом « a » тот атом, который совершает переход из возбужденного состояния в основное, а « b » — тот атом, который переходит из основного состояния в возбужденное. При этом

$$V_{e;g} = \langle e | \hat{V} | g \rangle = -\mathbf{d}_{e_b;g_b} i \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2}} A_{\mathbf{k},\alpha}^0 \times \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel b}) \{ \mathbf{e}_x u_{\mathbf{k},\alpha}^x \sin(k_n z_b) + \mathbf{e}_y u_{\mathbf{k},\alpha}^y \sin(k_n z_b) + \mathbf{e}_z u_{\mathbf{k},\alpha}^z \cos(k_n z_b) \}, \quad (2.12)$$

$$V_{g;e'} = \langle g | \hat{V} | e' \rangle = \mathbf{d}_{g_a;e_a} i \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2}} A_{\mathbf{k},\alpha}^0 \times \exp(-i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel a}) \{ \mathbf{e}_x (u_{\mathbf{k},\alpha}^x)^* \sin(k_n z_a) + \mathbf{e}_y (u_{\mathbf{k},\alpha}^y)^* \sin(k_n z_a) + \mathbf{e}_z (u_{\mathbf{k},\alpha}^z)^* \cos(k_n z_a) \}. \quad (2.13)$$

Матричные элементы $V_{e;ee}$ и $V_{ee;e'}$ вычисляются аналогично.

Явное выражение для матрицы $\Sigma_{ee'}(\omega)$ при произвольном ω является очень громоздким. Оно существенно упрощается в так называемом полюсном приближении, когда $\Sigma_{ee'}(\omega) \simeq \Sigma_{ee'}(\omega_0)$. Это приближение подробно исследовано в работе [40]. Оно предполагает слабую зависимость $\Sigma_{ee'}(\omega)$ от ω вблизи резонансной частоты ω_0 и справедливо, когда можно пренебречь эффектами запаздывания при распространении света на масштабах атомной системы. В

рассматриваемых нами задачах оно хорошо выполняется, поскольку наименьшие характерные времена эволюции атомной системы — это времена короткоживущих коллективных суперизлучательных состояний, имеющие порядок $\tau_0/n\lambda^2 R$, где $\tau_0 = \gamma_0^{-1}$ — естественное время жизни возбужденного состояния изолированного атома, n — концентрация квазирезонансных по отношению друг к другу примесных атомов, $\lambda = \lambda_0/2\pi$, R — характерный размер среды. Эти времена должны быть много больше характерных времен запаздывания. Сформулированное требование сводится к условию $R \ll \lambda^{-1} \sqrt{c/\gamma_0 n}$. Типичные значения γ_0 составляют десятки МГц, поэтому данное условие может быть выполнено с хорошей точностью в реальных экспериментах даже при высокой плотности примесных центров, когда среднее расстояние между ними порядка λ . Кроме того, малость сдвигов резонансной частоты перехода атомов, вызванных внутренними полями среды, по сравнению с ω_0 позволяет в выражении (2.11) приближенно считать $E_{ee} \approx 2\hbar\omega_0 + \hbar\omega_k$.

С учетом сделанных приближений, а также вычисленных матричных элементов оператора взаимодействия, для $\Sigma_{ee'}(\omega_0)$ получим

$$\Sigma_{ee'}(\omega_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\omega_k}{\pi d} \exp(i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel ab}) \times \left\{ \frac{k_y^2 + k_n^2}{k^2} d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^x \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) - \frac{k_x k_y}{k^2} d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^y \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) - i \frac{k_x k_n}{k^2} d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^z \sin(k_n z_b) \cos(k_n z_a) - \frac{k_x k_y}{k^2} d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^x \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) + \frac{k_x^2 + k_n^2}{k^2} d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^y \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) - i \frac{k_y k_n}{k^2} d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^z \sin(k_n z_b) \cos(k_n z_a) + i \frac{k_x k_n}{k^2} d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^x \cos(k_n z_b) \sin(k_n z_a) + i \frac{k_y k_n}{k^2} d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^y \cos(k_n z_b) \sin(k_n z_a) + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^z \cos(k_n z_b) \cos(k_n z_a) \right\} \times \left[-i\pi\delta(\hbar\omega_0 - \hbar\omega_k) + \text{V.p.} \frac{1}{\hbar\omega_0 - \hbar\omega_k} - i\pi\delta(-\hbar\omega_0 - \hbar\omega_k) + \text{V.p.} \frac{1}{-\hbar\omega_0 - \hbar\omega_k} \right]. \quad (2.14)$$

В этом выражении $\mathbf{r}_{\parallel ab} = \mathbf{r}_{\parallel b} - \mathbf{r}_{\parallel a}$. Сумма по поляризациям была вычислена с помощью условия поперечности (2.6), было использовано также одно из представлений ζ -функции $\zeta(x) = -i\pi\delta(x) + \text{V.p.}/x$, где V.p. обозначает главное значение интеграла, в котором стоит ζ -функция. Штрих в сумме по n означает наличие дополнительного множителя $1/2$ в слагаемом с $n = 0$, который появляется в силу соотношения (2.7).

Диагональный элемент матрицы (2.14) определяет лэмбовский сдвиг и естественную ширину линии перехода атома в резонаторе. Использованное нами при расчете дипольное приближение не позволяет вычислить лэмбовский сдвиг, что формально проявляется в виде расходимости вещественной части этого элемента. В дальнейшем будем считать, что введенная нами частота ω_0 определена с учетом этого сдвига. Мнимая часть диагональных элементов матрицы переизлучений (при $e = e'$) может быть сравнительно легко вычислена, и мы имеем

$$\begin{aligned} \Sigma'_{ee'}(\omega_0) \Big|_{e=e'} = & -\frac{i\pi}{\hbar d} d_{e_a;g_a}^z d_{g_a;e_a}^z \frac{\omega_0^2}{c^2} - \\ & -\frac{i\pi}{\hbar d} \sum_{n=1}^{\left[\left[\frac{\omega_0 d}{\pi c}\right]\right]} \left\{ \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} + k_n^2 \right) \sin^2(k_n z_a) \times \right. \\ & \times \left(d_{e_a;g_a}^x d_{g_a;e_a}^x + d_{e_a;g_a}^y d_{g_a;e_a}^y \right) + \\ & \left. + 2 \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} - k_n^2 \right) \cos^2(k_n z_a) d_{e_a;g_a}^z d_{g_a;e_a}^z \right\}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Двойными квадратными скобками обозначена целая часть числа.

Расчет недиагональных элементов матрицы переизлучений ($a \neq b$) удобно выполнить при использовании системы координат, в которой положительное направление оси абсцисс k -пространства совпадает с направлением вектора $\mathbf{r}_{\parallel ab}$. В этом случае недиагональный элемент может быть записан предельно в виде

$$\begin{aligned} \Sigma_{ee'}(\omega_0) = & \sum_{n=0}^{\infty} \hat{A}_n \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{c}{\pi d} \frac{1}{\hbar k} \times \\ & \times \exp(ik_{\parallel} r_{\parallel ab} \cos \varphi) \times \\ & \times \left[-i\pi\delta(\omega_0 - ck) + \frac{2ck}{\omega_0^2 - c^2 k^2} \right], \end{aligned} \quad (2.16)$$

где \hat{A}_n — дифференциальный оператор, который определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{A}_n = & d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^y \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^x \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(k_n^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^x d_{g_a;e_a}^z \sin(k_n z_b) \cos(k_n z_a) \left(-k_n \frac{\partial}{\partial x} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^x \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^y \sin(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_n^2 \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^y d_{g_a;e_a}^z \sin(k_n z_b) \cos(k_n z_a) \left(-k_n \frac{\partial}{\partial y} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^x \cos(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(k_n \frac{\partial}{\partial x} \right) - \\ & - d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^z \cos(k_n z_b) \cos(k_n z_a) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \\ & + d_{e_b;g_b}^z d_{g_a;e_a}^y \cos(k_n z_b) \sin(k_n z_a) \left(k_n \frac{\partial}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Здесь $x = x_b - x_a$, $y = y_b - y_a$.

Вычисление интеграла по полярному углу φ и последующее интегрирование по k_{\parallel} в формуле (2.16) приводит к появлению функции Бесселя нулевого порядка, а также цилиндрических функций Неймана и Макдональда:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ee'}(\omega_0) \Big|_{a \neq b} = & \frac{2\pi}{\hbar d} \sum_{n=0}^{\left[\left[\frac{\omega_0 d}{\pi c}\right]\right]} \hat{A}_n \times \\ & \times \left[N_0 \left(r_{\parallel ab} \sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2} - k_n^2} \right) - iJ_0 \left(r_{\parallel ab} \sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2} - k_n^2} \right) \right] - \\ & - \frac{4}{\hbar d} \sum_{n=\left[\left[\frac{\omega_0 d}{\pi c}\right]\right]+1}^{\infty} \hat{A}_n K_0 \left(r_{\parallel ab} \sqrt{k_n^2 - \frac{\omega_0^2}{c^2}} \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

В результате действия оператора \hat{A}_n получается громоздкое выражение, которое здесь не приводим.

Полученные в этом разделе явные выражения для элементов матрицы переизлучений (2.15), (2.18) позволяют находить численные решения системы (2.10) и определять, таким образом, амплитуды различных состояний рассматриваемой системы. Результаты расчета зависят от выбранного конкретного пространственного расположения примесных центров. Само это расположение является случайным в силу неупорядоченности рассматриваемой нами физической системы. В нашем случае эта случайная неупорядоченность учитывается на заключительном этапе расчетов с помощью усреднения физических наблюдаемых по случайным конфигурациям атомного ансамбля методом Монте-Карло.

В следующем разделе рассмотрим в качестве примера применение изложенной теории к решению задачи о динамике спонтанного распада возбужденного примесного атома, находящегося в ансамбле других невозбужденных примесных атомов, в резонаторе Фабри – Перо.

3. ДИНАМИКА СПОНТАННОГО РАСПАДА

В реальных физических системах роль диполь-дипольного взаимодействия определяется, помимо концентрации, величиной случайных сдвигов уровней примесных центров, обусловленных внутренними полями диэлектрика. Величина таких сдвигов зависит от многих факторов, прежде всего от природы вещества и температуры. Однако общим для всех сред свойством является то, что сдвиг частоты перехода примесного центра в среде Δ можно представить в виде некоторого среднего сдвига $\bar{\Delta}$ и добавочного слагаемого, связанного с неоднородностью внутренних полей среды. Как правило, величина среднеквадратичного разброса сдвигов δ вокруг их среднего значения много меньше среднего сдвига.

В зависимости от типа симметрии внутренних полей вещества, различные зеемановские подуровни примесных атомов могут быть сдвинуты по-разному. Существует класс веществ, в которых средний сдвиг $\bar{\Delta}$ одинаков для различных зеемановских подуровней возбужденного состояния примесных атомов. В данной работе мы ограничимся рассмотрением только такого класса веществ. При теоретическом описании радиационных процессов в этом случае будем считать $\bar{\Delta}$ включенным в резонансную частоту перехода примесных атомов ω_0 .

Величина δ , будучи малой по сравнению с $\bar{\Delta}$, может тем не менее существенно сказаться на межатомном взаимодействии. Сдвиги несут существенны только в том случае, когда δ много меньше естественной ширины линии перехода изолированного атома γ_0 . В этом случае излучение, резонансное переходу одного примесного центра, является резонансным по отношению к остальным. Заметим, однако, что такое соотношение среднеквадратичного разброса сдвигов и естественной ширины линии перехода характерно лишь для узкого круга сред, в частности, для упомянутых выше парафина и льда при низких температурах. Для большинства твердых тел верно противоположное соотношение $\delta \gg \gamma_0$. В частности, такое неравенство характерно для NV-центров в алмазах, которые в настоящее время вызывают значительный интерес с точки зре-

ния квантово-информационных приложений. При таком соотношении δ и γ_0 степень влияния диполь-дипольного взаимодействия на перенос излучения частоты ω_s может количественно характеризоваться двумя параметрами: полной концентрацией примесных атомов n_f , а также значением производной концентрации примесных атомов по неоднородному сдвигу $dn/d\Delta$ в точке $\omega_s - \omega_0$ (dn — концентрация примесных центров, имеющих сдвиг частоты перехода от Δ до $\Delta + d\Delta$).

В этом разделе мы проанализируем три физические ситуации:

- 1) случай, когда все примесные центры резонансны по отношению друг к другу, т. е. $\delta \ll \gamma_0$;
- 2) квазирезонансные примесные центры $\delta \sim \gamma_0$;
- 3) случай нерезонансных примесных центров $\delta \gg \gamma_0$.

Вещество, заполняющее пространство в резонаторе, для простоты будем считать прозрачным на частотах, близких к ω_0 . Пространственное распределение плотности примесных атомов в рамках теории может быть рассмотрено произвольным. Здесь мы будем анализировать равномерное (в среднем) распределение примесных атомов, что является наиболее типичным для экспериментов.

Для определения динамики спонтанного распада атома в ансамбле достаточно провести обратное преобразование Фурье от найденного решения системы (2.10):

$$b_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{id\omega}{2\pi} \exp(-i\omega t) R_{eo}(\omega). \quad (3.1)$$

Здесь $R_{eo}(\omega)$ — элементы матрицы, обратной по отношению к матрице системы (2.10),

$$R_{ee'}(\omega) = [(\omega - \omega_a)\delta_{ee'} - \Sigma_{ee'}(\omega_0)]^{-1}. \quad (3.2)$$

Матрица $R_{ee'}(\omega)$ является проекцией резольвенты рассматриваемой системы на однократно возбужденные атомные состояния [29].

Интеграл в формуле (3.1) может быть вычислен как интеграл Римана, однако удобнее вычислять его, используя теорию функций комплексной переменной. Собственные значения $R_{ee'}(\omega)^{-1}$, являющиеся полюсами резольвенты, определяют частотные сдвиги и времена жизни коллективных состояний. Поскольку скорость распада любых коллективных состояний положительна, все полюсы резольвенты лежат в нижней полуплоскости комплексной частоты. Замыкая контур интегрирования по дуге

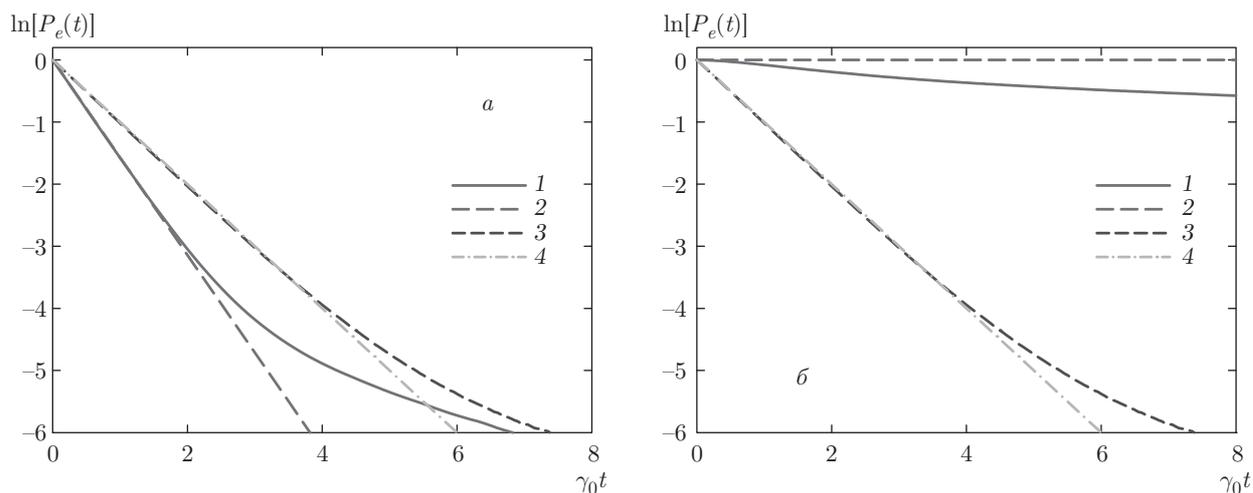


Рис. 1. Динамика спонтанного распада, $n = 2 \cdot 10^{-3}$, $m = 0$ (а), ± 1 (б), 1 — атомный ансамбль в микрорезонаторе, 2 — одиночный атом в микрорезонаторе, 3 — атомный ансамбль в свободном пространстве, 4 — одиночный атом в свободном пространстве

окружности бесконечного радиуса в нижней полуплоскости, величину интеграла (3.1) получим, вычисляя сумму вычетов в полюсах резольвенты.

При выполнении конкретных вычислений мы можем рассмотреть резонатор с произвольным расстоянием между зеркалами d . С физической точки зрения наиболее интересен случай, когда это расстояние меньше половины длины волны, резонансной атомному переходу, λ_0 . При этом условии структура полевых мод резонатора такова, что спонтанный распад зеемановских подуровней $m = \pm 1$ подавлен. По этой причине в данной работе мы ограничимся этим случаем. Принимая за единицу длины обратное волновое число резонансного излучения $k_0^{-1} = c/\omega_0$, выберем расстояние между зеркалами резонатора Фабри–Перо равным трем, $d = 3$.

Еще одна величина, которая может существенно повлиять на конкретные численные результаты — положение изначально возбужденного атома. Из формулы (2.15) видно, что скорость спонтанного распада зависит от координаты z возбужденного атома даже в том случае, когда атом один. Изложенная в настоящей работе теория позволяет анализировать произвольное пространственное расположение всех атомов. При этом расположение возбужденного атома может считаться как детерминированным, так и случайным. В данной работе мы ограничимся случаем, когда координата z возбужденного атома строго задана. Будем считать, что $z_{exc} = d/2$.

3.1. Резонансные примесные центры

Если неоднородные сдвиги уровней примесных атомов, вызванные внутренними полями диэлектрика, малы, т. е. $\delta \ll \gamma_0$, мы можем пренебречь различием ω_a для разных атомов, считая $\omega_a = \omega_0$.

На рис. 1 представлены результаты расчета динамики спонтанного распада возбужденного примесного атома $P_e(t) = |b_e(t)|^2$ в ансамбле сравнительно небольшой концентрации $n = 2 \cdot 10^{-3}$ как при наличии микрорезонатора, так и в его отсутствие. При такой плотности кооперативные эффекты, обусловленные межатомным диполь-дипольным взаимодействием, в отсутствие микрорезонатора практически не наблюдаются. В этом можно убедиться, сравнив кривые 3 и 4 на рис. 1. Незначительные различия становятся заметными лишь при больших временах, когда распад практически полностью произошел. Эти различия связаны с существованием в неупорядоченном ансамбле редких случайных пар близкорасположенных атомов. Такие двухатомные квазимолекулы могут иметь возбужденные состояния со сравнительно большими временами жизни, и на больших временах мы видим распад именно этих состояний (заметим, что результаты, показанные на рис. 1, как и на всех последующих рисунках, получены усреднением по большому числу случайных пространственных конфигураций ансамбля примесных атомов методом Монте-Карло).

Анализируя динамику спонтанного распада атома в микрорезонаторе (кривые 1 и 2 на рис. 1), можно сделать вывод, что в этом случае роль диполь-

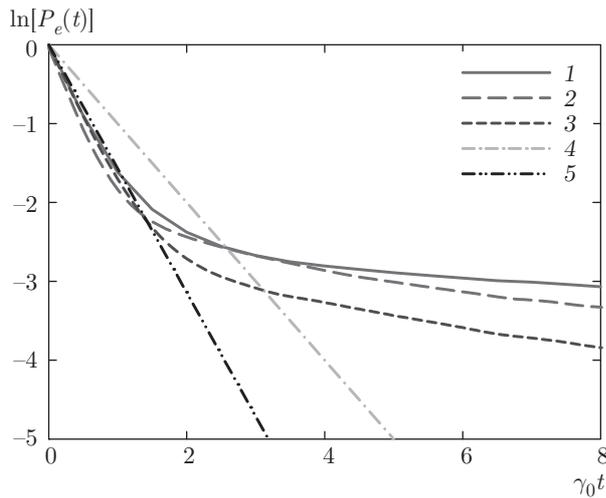


Рис. 2. Динамика спонтанного распада, $n = 0.1$, 1 — $m = \pm 1$ в микрорезонаторе, 2 — $m = 0$ в микрорезонаторе, 3 — распад вне резонатора, 4 — один атом в свободном пространстве, 5 — $m = 0$, один атом в микрорезонаторе

дипольного взаимодействия становится значительно более заметной. В случае распада атомов, возбужденных на подуровни $m = \pm 1$ (рис. 1б), она является определяющей. Это связано с тем, что, как отмечалось выше, спонтанный распад одиночного атома в микрорезонаторе, расстояние между зеркалами которого $d < \lambda_0/2$, полностью подавлен. И только наличие других, невозбужденных примесных атомов делает переход данного атома в основное состояние возможным. Таким образом, этот спонтанный распад здесь является принципиально коллективным эффектом.

Для $m = 0$ распад одиночного атома в микрорезонаторе разрешен, скорость распада при выбранных параметрах составляет $1.57\gamma_0$. Но и в этом случае диполь-дипольное взаимодействие проявляет себя. Различие кривых 1 и 2 на рис. 1а проявляется на заметно меньших временах, чем кривых 3 и 4, соответствующих отсутствию резонатора.

С увеличением плотности примесных атомов влияние диполь-дипольного взаимодействия усиливается. Для подуровней $m = \pm 1$ это проявляется в ослаблении эффекта подавления спонтанного распада в микрорезонаторе. Распад подуровня $m = 0$ с увеличением атомной плотности становится более коллективным, т.е. усиливается отличие динамики распада от одноэкспоненциального закона, характерного для одиночного атома. При высокой плотности, такой как $n = 0.1$, (см. рис. 2) диполь-дипольное взаимодействие настолько сильно, что динамика спонтанного распада подуровней $m = \pm 1$ атома в ре-

зонаторе лишь незначительно отличается от $m = 0$.

При таких плотностях динамика распада не описывается одноэкспоненциальным законом. Это объясняется формированием в атомном ансамбле коллективных состояний, среди которых есть как суперизлучательные (короткоживущие), так и субизлучательные (долгоживущие). На начальном этапе эволюции, когда время меньше естественного времени жизни возбужденного состояния изолированного атома, быстрораспадающиеся суперизлучательные состояния оказывают определяющее влияние на динамику распада. Скорость распада на малых временах становится больше скорости распада свободного атома даже для $m = \pm 1$, т.е. наблюдается эффект сверхизлучения. На больших временах, наоборот, ключевую роль играют медленно распадающиеся субизлучательные состояния, которые обуславливают пленение излучения в атомном ансамбле [27, 41]. В целом динамика спонтанного распада возбужденного атома в ансамбле описывается многоэкспоненциальным законом. При этом скорость распада, вычисленная как

$$\gamma = -\frac{1}{P_e(t)} \frac{dP_e(t)}{dt}, \quad (3.3)$$

зависит от времени.

При высоких плотностях, несмотря на сильное диполь-дипольное взаимодействие, влияние резонатора также оказывается существенным. Это можно наглядно видеть, сравнив кривые 1 и 2 на рис. 2 с динамикой распада атома в отсутствие резонатора (кривая 3 на рис. 2).

Заметим, что в общем случае динамика спонтанного распада в резонаторе может зависеть не только от плотности, но и от размеров атомной среды. Анализ этой зависимости показал, что, начиная с определенных значений, существенно превышающих как длину волны резонансного излучения, так и среднее расстояние между примесными центрами, наблюдается эффект насыщения — дальнейшее увеличение размеров атомного ансамбля практически не влияет на вычисляемые величины. Результаты, приведенные на рис. 1 и 2, получены для этих областей размеров. Например, кривые на рис. 1 рассчитаны для поперечного диаметра цилиндрического образца $D \simeq 100$ в случае микрорезонатора и при аналогичных значениях диаметра сферического образца в случае отсутствия микрорезонатора.

3.2. Квазирезонансные примесные центры

В квазирезонансном случае характерный разброс сдвигов уровней примесных центров, вызван-

ных неоднородными внутренними полями среды, δ , сравним с естественной шириной линии перехода γ_0 . Распределение случайных неоднородных сдвигов примесных атомов Δ_a будем считать нормальным с нулевым средним значением (так как средний сдвиг включен в ω_0) и среднеквадратичным отклонением δ .

Триплет возбужденного состояния является невырожденным, потому что разброс сдвигов примесных центров вокруг их среднего значения обусловлен нарушениями симметрии внутренних полей среды. Поскольку эти нарушения являются недетерминированными, в расчетах мы будем считать сдвиги всех трех зеемановских подуровней возбужденного состояния не связанными друг с другом случайными величинами.

Основной целью данного раздела является анализ коллективных эффектов в зависимости от величины δ . На рис. 3 показана динамика изменения обратной скорости спонтанного распада для атомной плотности $n = 0.01$ при различных δ .

На рис. 3а видно, что для подуровня $m = 0$ временная зависимость обратной скорости спонтанного распада является монотонно возрастающей. Это объясняется тем, что с течением времени влияние суперизлучательных состояний на спонтанный распад ослабевает, а субизлучательных — усиливается. Подобное поведение наблюдается и для атомных ансамблей, не заключенных в резонатор [13]. С ростом δ временная зависимость скорости распада подуровня $m = 0$ становится более слабой. Причиной этого является ослабление диполь-дипольного взаимодействия из-за увеличения неоднородного уширения линий примесных центров и соответствующего увеличения средней длины свободного пробега фотона.

На рис. 3б мы наблюдаем, что для зеемановских подуровней $m = \pm 1$ эффект замедления спонтанного распада с ростом δ усиливается. Это связано с тем, что при $d < \lambda_0/2$ распад подуровней $m = \pm 1$ обусловлен только коллективными эффектами, которые ослабевают при увеличении δ вместе с эффективностью диполь-дипольного взаимодействия.

Обращает на себя внимание также то, что на начальном участке наблюдается немонотонное изменение скорости спонтанного распада для $m = \pm 1$. Причиной этого, по нашему мнению, являются квантовые биения. Возбуждение атома в ансамбле эквивалентно возбуждению широкого набора коллективных состояний с разными частотами и временами жизни. Вследствие неортогональности коллективных состояний, вероятность возбуждения атома P_e не равна сумме квадратов модулей ампли-

туд коллективных состояний, но содержит интерференционные члены, которые сложным образом зависят от времени. Анализ спектрального распределения плотности коллективных состояний показывает, что для состояний с временами жизни от $0.5\gamma_0^{-1}$ до $2\gamma_0^{-1}$ распределение по резонансным частотам имеет два максимума. Квантовые биения, возникающие на разностной частоте, проявляются как в вероятности заселения возбужденного состояния атома, так и в спонтанном излучении такой системы. Описанный механизм действует и в отсутствие резонатора, но наиболее заметно он проявляется на фоне подавленного спонтанного распада подуровней $m = \pm 1$ в микрорезонаторе, что и выражается в немонотонности зависимости $\gamma(t)$.

Более детальный анализ показал, что продолжительность участка, на котором функция $\gamma^{-1}(t)$ уменьшается, зависит от плотности примесных атомов. В частности, в диапазоне концентраций от 5×10^{-3} до $2 \cdot 10^{-2}$ мы наблюдаем некоторое возрастание его продолжительности при уменьшении плотности примесей.

При больших временах $t > \gamma_0^{-1}$ основное влияние на динамику спонтанного распада оказывают субизлучательные состояния с большими временами жизни. Соответственно, на данном участке наблюдается рост обратной скорости спонтанного распада.

Результаты, представленные на рис. 3, были получены посредством усреднения не только по случайным пространственным конфигурациям атомного ансамбля, но также и по случайным нормально распределенным неоднородным сдвигам уровней всех атомов Δ_a . Была также детально проанализирована зависимость полученных результатов от поперечных размеров образца в резонаторе. Установлено, что начиная с определенных значений такая зависимость, как и в случае резонансных центров, стремится к значению насыщения. В частности, расчеты, проведенные при поперечных диаметрах образца $D = 60$ и $D = 100$, показали различия, не выходящие за пределы вычислительной погрешности.

3.3. Нерезонансные примесные центры

В нерезонансном случае ($\delta \gg \gamma_0$) диполь-дипольное взаимодействие может оказывать существенное влияние на радиационные процессы только при большой плотности примесных центров в силу малого сечения рассеяния света на каждом отдельном примесном центре. Ключевым параметром здесь является отношение среднего расстояния между резо-

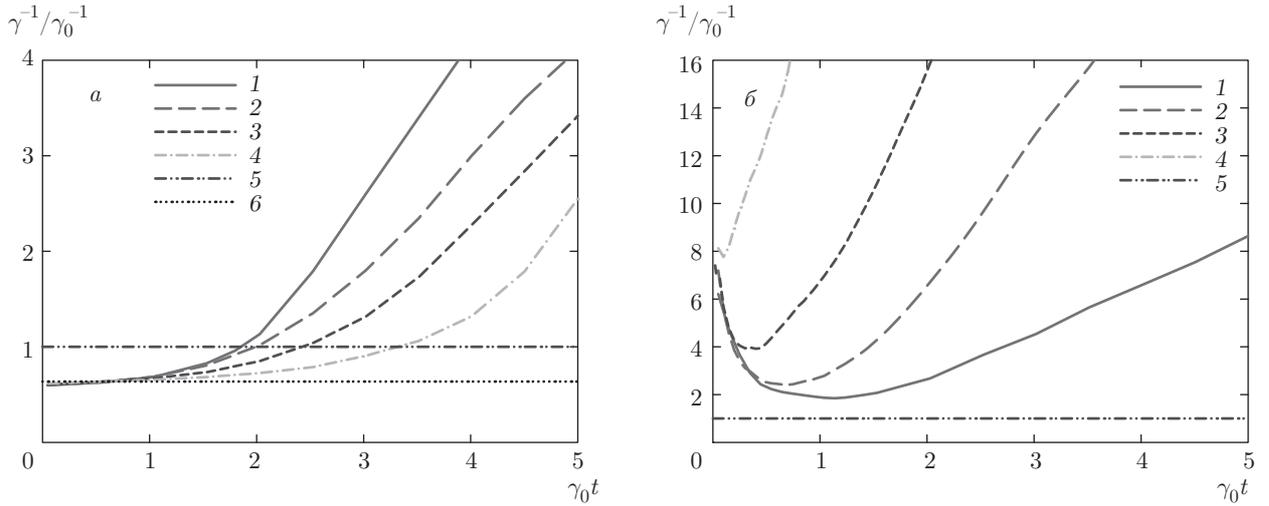


Рис. 3. Временные зависимости обратной скорости спонтанного распада в случае квазирезонансных примесных центров, $n = 0.01$, $m = 0$ (а), ± 1 (б); $\delta = 0$ (1), γ_0 (2), $3\gamma_0$ (3), $10\gamma_0$ (4); 5 — одиночный атом в свободном пространстве, 6 — одиночный атом в микрорезонаторе для $m = 0$

нансными по отношению друг к другу примесными центрами, которое можно оценить как $(n\gamma_0/\delta)^{-1/3}$, к длине волны, резонансной переходу свободного атома, λ_0 . Диполь-дипольное взаимодействие существенно при условии $(n\gamma_0/\delta)^{-1/3} \leq \lambda_0$. Таким образом, критерий важности диполь-дипольного взаимодействия можно окончательно записать в следующем виде: $n\lambda_0^3\gamma_0/\delta \geq 1$. Можно также показать, что при выполнении данного условия средняя длина свободного пробега фотона в атомном ансамбле меньше или порядка длины световой волны $l_{ph} \leq \lambda_0$.

Предполагая случайные неоднородные сдвиги уровней примесных атомов нормально распределенными, получим

$$\frac{dn}{d\Delta} = \frac{n_f}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\delta^2}\right). \quad (3.4)$$

В этом выражении n_f — полная концентрация примесных атомов.

Из общих физических соображений можно понять, что на спонтанный распад возбужденного атома со сдвигом Δ_e преимущественное влияние оказывают те атомы, у которых неоднородные сдвиги близки к Δ_e . Поэтому при расчете можно учитывать не все примесные атомы, а только те, у которых сдвиги лежат в диапазоне $\Delta \in [\Delta_e - \Delta_1; \Delta_e + \Delta_1]$, где Δ_1 составляет величину порядка нескольких γ_0 . Распределение концентрации примесных центров по неоднородным сдвигам в данном диапазоне можно приближенно считать равномерным (так как

$dn/d\Delta$ — медленно меняющаяся функция). Конкретное значение Δ_1 можно выбрать, проанализировав зависимость результатов расчета от этой величины. Очевидно, что данная зависимость стремится к насыщению, начиная с некоторых значений Δ_1 , потому что сильно отстроенные по частоте атомы не могут оказывать существенного влияния на спонтанный распад возбужденного атома со сдвигом Δ_e . Проведенный анализ показал, что значения $\Delta_1 \geq 10\gamma_0$ с высокой точностью соответствуют области насыщения. Все приведенные ниже результаты были получены при $\Delta_1 = 15\gamma_0$.

На рис. 4 показана динамика спонтанного распада возбужденного примесного атома при среднеквадратичном разбросе неоднородных сдвигов уровней $\delta = 10^3\gamma_0$ для двух значений полной концентрации примесных атомов: $n_f = 1$ и $n_f = 10$.

Результаты, представленные на рис. 4, являются усредненными по случайным пространственным конфигурациям ансамбля примесных центров, а также по случайным неоднородным сдвигам всех атомов, включая Δ_e . Видно, что для меньшей концентрации примесных атомов эффект подавления спонтанного распада подуровней $m = \pm 1$, естественным образом, проявляется сильнее, так как чем меньше концентрация, тем слабее межатомное диполь-дипольное взаимодействие. По этой же причине распад подуровня $m = 0$ для меньшей концентрации является менее кооперативным, т.е. более близким к одноэкспоненциальному закону. Та-

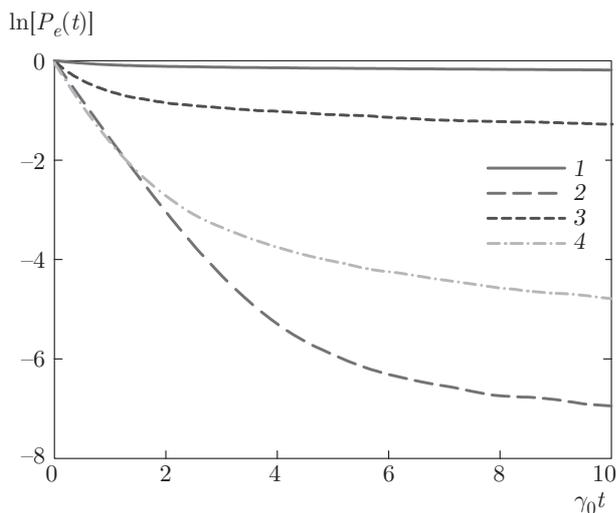


Рис. 4. Динамика спонтанного распада в случае нерезонансных примесных центров, $\delta = 10^3 \gamma_0$; 1 — $n_f = 1, m = \pm 1$; 2 — $n_f = 1, m = 0$; 3 — $n_f = 10, m = \pm 1$; 4 — $n_f = 10, m = 0$

ким образом, резонатор влияет на характер кооперативных эффектов даже в случае сильно нерезонансных рассеивателей.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена разработке последовательной квантовой теории влияния диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях точечных примесных центров, заключенных в резонатор Фабри–Перо, на характер их взаимодействия с электромагнитным излучением. На основе общей теории исследована динамика спонтанного распада возбужденного состояния одного из атомов ансамбля, имплантированного в прозрачный диэлектрик и помещенного в такой резонатор. Проведенный расчет показал, что резонатор может существенно влиять на характер коллективных эффектов, обусловленных диполь-дипольным взаимодействием активных центров друг с другом. Проанализировано, как изменяется это влияние в зависимости от концентрации примесей, размеров системы и случайных сдвигов уровней примесных центров, вызванных взаимодействием с диэлектрической матрицей, в которую они имплантированы.

Развитый микроскопический подход позволяет анализировать ансамбли произвольной формы и размеров, имеющие произвольную плотность и про-

странственное распределение, в том числе неоднородное. Могут быть рассмотрены среды с упорядоченным, периодическим распределением центров. Произвольным может быть и неоднородное уширение линий центров, вызванное взаимодействием с диэлектриком. Помимо задач о спонтанном распаде предлагаемый подход можно применить для решения задачи о рассеянии такими ансамблями внешнего как когерентного, так и некогерентного излучения.

Использованная методика может быть обобщена на более сложные физические ситуации. Так, в настоящей работе мы ограничились случаем, когда вещество, заполняющее резонатор Фабри–Перо, является прозрачным на частотах, близких к резонансной частоте перехода примесных центров. Однако в реальных экспериментах диэлектрическая проницаемость вещества во многих случаях может существенно влиять на перенос излучения между примесными центрами, не ограничиваясь сдвигами их уровней.

Еще одним практически важным обобщением рассматриваемой методики является применение ее для ансамбля атомов в волноводе.

Особый интерес на наш взгляд представляет использование развитого метода для анализа возможности наблюдения сильной локализации света в ансамблях примесных центров в резонаторах или волноводах. Такой анализ может быть проведен на основе информации о спектре коллективных квантовомеханических состояний [42, 43]. При этом особое внимание следует уделить случаю, когда средний сдвиг частоты перехода примесных атомов $\bar{\Delta}$ различен для разных зеемановских подуровней возбужденного состояния. При этом мультиплет возбужденного состояния становится невырожденным, что, как показано в работе [43], способствует эффекту сильной локализации света. Перспективным является также случай волновода, поскольку хорошо известно, что в квазиодномерных системах все коллективные состояния являются локализованными [44, 45].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (госзадание № 3.1446.2014К) и РФФИ (грант № 15-02-01013). А. С. К. выражает также благодарность Министерству образования и науки (госзадание № 2014/184), РФФИ (грант № 16-32-00587), Совету по грантам Президента Российской Федерации и фонду некоммерческих программ «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
2. J. Knoester and S. Mukamel, Phys. Rev. A **40**, 7065 (1989).
3. R. J. Glauber and M. Lewenstein, Phys. Rev. A **43**, 467 (1991).
4. P. W. Milonni, J. Mod. Opt. **42**, 1991 (1995).
5. S. M. Barnett, B. Huttner, R. Loudon, and R. Matloob, J. Phys. B **29**, 3763 (1996).
6. G. Juzeliunas, Phys. Rev. A **55**, R4015 (1997).
7. M. E. Crenshaw and C. M. Bowden, Phys. Rev. Lett. **85**, 1851 (2000).
8. P. R. Berman and P. W. Milonni, Phys. Rev. Lett. **92**, 053601 (2004).
9. Hao Fu and P. R. Berman, Phys. Rev. A **72**, 022104 (2005).
10. R. Pierrat and R. Carminati, Phys. Rev. A **81**, 063802 (2010).
11. Д. В. Кузнецов, Вл. К. Рерих, М. Г. Гладуш, ЖЭТФ **140**, 742 (2011) [D. V. Kuznetsov, Vl. K. Rerikh, and M. G. Gladush, JETP **113**, 647 (2011)].
12. D. V. Kuznetsov, Vl. K. Rerikh, and M. G. Gladush, Theor. Math. Phys. **168**, 1078 (2011).
13. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A **90**, 012511 (2014).
14. Р. А. Житников, Н. В. Колесников, В. И. Косяков, ЖЭТФ **43**, 1186 (1962) [R. A. Zhitnikov, N. V. Kolesnikov, and V. I. Kosyakov, JETP **16**, 839 (1963)].
15. Р. А. Житников, Н. В. Колесников, ЖЭТФ **46**, 89 (1964) [R. A. Zhitnikov and N. V. Kolesnikov, JETP **19**, 65 (1964)].
16. А. Абрагам, Б. Блини, *Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов*, Мир, Москва (1972).
17. Р. А. Авармаа, К. К. Ребане, УФН **154**, 433 (1988).
18. E. M. Purcell, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
19. G. Barton, Proc. Roy. Soc. London A **320**, 251 (1970).
20. G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **12**, 1475 (1975).
21. D. Kleppner, Phys. Rev. Lett. **47**, 233 (1981).
22. И. В. Соколов, Опт. и спектр. **53**, 9 (1982).
23. A. O. Barut and J. P. Dowling, Phys. Rev. A **36**, 649 (1987).
24. J. P. Dowling, M. O. Scully, and F. DeMartini, Opt. Comm. **82**, 415 (1991).
25. J. P. Dowling, Foundations of Physics **23**, 895 (1993).
26. G. S. Agarwal and S. D. Gupta, Phys. Rev. A **57**, 667 (1998).
27. I. M. Sokolov, D. V. Kupriyanov, R. G. Olave, and M. D. Havey, J. Mod. Opt. **57**, 1833 (2010).
28. В. Гайтлер, *Квантовая теория излучения*, Изд-во иностр. лит., Москва (1956).
29. И. М. Соколов, Д. В. Куприянов, М. Д. Хэви, ЖЭТФ **139**, 288 (2011).
30. H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, New York (1999).
31. С. Чу, К. Н. Коэн-Тануджи, У. Д. Филипс, УФН **169**, 271 (1999).
32. S. Balik, A. L. Win, M. D. Havey, I. M. Sokolov, and D. V. Kupriyanov, Phys. Rev. A **87**, 053817 (2013).
33. J. Pellegrino, R. Bourgain, S. Jennewein et al., Phys. Rev. Lett. **113**, 133602 (2014).
34. Ya. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, Phys. Rev. A **84**, 053811 (2011).
35. А. С. Курапцев, И. М. Соколов, Я. А. Фофанов, Опт. и спектр. **112**, 444 (2012).
36. Ya. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, Phys. Rev. A **87**, 063839 (2013).
37. I. M. Sokolov, A. S. Kuraptsev, D. V. Kupriyanov, M. D. Havey, and S. Balik, J. Mod. Opt. **60**, 50 (2013).
38. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A **91**, 053822 (2015).
39. M. J. Stephen, J. Chem. Phys. **40**, 669 (1964).
40. P. W. Milonni and P. L. Knight, Phys. Rev. A **10**, 1096 (1974).
41. W. Guerin, M. Araujo, and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **116**, 083601 (2016).
42. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, Phys. Rev. Lett. **112**, 023905 (2014).
43. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, Phys. Rev. Lett. **114**, 053902 (2015).
44. E. Akkermans and A. Gero, Europhys. Lett. **101**, 54003 (2013).
45. C. A. Muller and D. Delande, in *Les Houches 2009 — Session XCI: Ultracold Gases and Quantum Information*, ed. by C. Miniatura et al., Oxford Univ. Press, Oxford (2011), pp. 441–533.