

# КОЛЛАПС И ВОЗРОЖДЕНИЕ ФОТОИНДУЦИРОВАННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ КОЭФФИЦИЕНТА ОПТИЧЕСКОГО ОТРАЖЕНИЯ ВИСМУТА

*А. Л. Семенов\**

Ульяновский государственный университет  
432970, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 29 июня 2015 г.

Проведен расчет усредненного коэффициента оптического отражения висмута в зависимости от времени  $t$  после облучения коротким лазерным импульсом. Показано, что при определенных условиях амплитуда  $A$  фотоиндущированных осцилляций усредненного коэффициента оптического отражения имеет экстремумы. Вычислено время  $\tau_j$  ( $j$  — натуральное число), при котором амплитуда  $A$  достигает  $j$ -го экстремума. Рассчитанные зависимости времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  достижения соответственно первого и второго экстремумов (первого минимума и первого максимума) амплитуды  $A$  от максимальной плотности энергии  $Q$  лазерного импульса согласуются с экспериментальными данными работы [8].

**DOI:** 10.7868/S0044451016020085

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Из эксперимента [1] известно, что под действием короткого лазерного импульса в висмуте и ряде других материалов возбуждаются когерентные колебания атомов кристаллической решетки (фотоиндущированные когерентные фононы) и, как следствие, осцилляции коэффициента оптического отражения. Линейная теория фотоиндущированных когерентных фононов [1] хорошо согласуется с экспериментом по облучению Sb, Bi, Te, Ti<sub>2</sub>O<sub>3</sub> коротким лазерным импульсом малой энергии. Нелинейная теория [2, 3] фотоиндущированных когерентных колебаний кристаллической решетки объясняет асимметрию фононной линии в фурье-спектре колебаний [4], нелинейное затухание фотоиндущированных осцилляций коэффициента оптического отражения [5], зависимость частоты колебаний от плотности энергии лазерного импульса и времени [6, 7]. В линейном приближении теория [2, 3] переходит в теорию [1].

Благодаря ангармонизму кристаллической решетки частота фотоиндущированных когерентных фононов зависит от концентрации фотовозбужденных электронов [2]. Фотовозбуждение электронов вблизи поверхности пространственно неоднородно вдоль и поперек направления движения лазерного

импульса. Если радиус  $r_0$  зондирующего импульса существенно меньше радиуса  $r_e$  возбуждающего импульса, то поперечной неоднородностью возбуждения можно пренебречь. В этом случае дефазировка фотоиндущированных когерентных фононов, имеющих разные частоты, ведет к монотонному неэкспоненциальному убыванию амплитуды  $A(t)$  фотоиндущированных осцилляций коэффициента оптического отражения [3].

Эксперимент [8–10] показал, что амплитуда фотоиндущированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута немонотонно зависит от времени, обращаясь почти в нуль и снова увеличиваясь (коллапс и возрождение фотоиндущированных осцилляций). В работе [10] эффект коллапса и возрождения фотоиндущированных осцилляций коэффициента оптического отражения объясняется поперечной пространственной неоднородностью оптического возбуждения поверхности висмута.

В настоящей работе теоретически исследуется влияние поперечной пространственной неоднородности оптического возбуждения и максимальной плотности энергии  $Q$  возбуждающего лазерного импульса на зависимость  $A(t)$ .

## 2. КОЭФФИЦИЕНТ ОПТИЧЕСКОГО ОТРАЖЕНИЯ

Пусть на поверхность висмута, занимающую область  $z > 0$ , вдоль оси  $z$  падает плоская квазимо-

\* E-mail: smnv@mail.ru

нохроматическая линейно поляризованная световая волна. Векторы напряженности электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей запишем в виде

$$\mathbf{E} = A \exp(-i\omega t) \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{H} = B \exp(-i\omega t) \mathbf{e}_y,$$

где  $A(z, t)$ ,  $B(z, t)$  — медленноменяющиеся во времени амплитуды;  $\omega$  — циклическая частота светового поля;  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  — орты соответственно осей  $x$  и  $y$ . Амплитуды  $A(z, t)$ ,  $B(z, t)$  описываются системой уравнений, следующей из уравнений Максвелла [11]:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dz} &= ik_0 B, \\ \frac{dB}{dz} &= ik_0 \varepsilon A, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k_0 = \omega/c$ ,  $c$  — скорость света,  $\varepsilon(z, t)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость.

В области  $z < 0$ , где  $\varepsilon = 1$ , решение системы уравнений (1) имеет вид

$$\begin{aligned} A(z, t) &= A_1 \exp(ik_0 z) + A_2 \exp(-ik_0 z), \\ B(z, t) &= A_1 \exp(ik_0 z) - A_2 \exp(-ik_0 z), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A_1$ ,  $A_2$  — константы, не зависящие от  $z$ . Из уравнений (2) с учетом условия непрерывности функций  $A(z, t)$ ,  $B(z, t)$  на границе  $z = 0$  получаем

$$R = \left| \frac{A_2}{A_1} \right|^2 = \left| \frac{A(0, t) - B(0, t)}{A(0, t) + B(0, t)} \right|^2. \quad (3)$$

Формула (3) определяет коэффициент оптического отражения висмута.

### 3. УСРЕДНЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОПТИЧЕСКОГО ОТРАЖЕНИЯ

Пусть на поверхность висмута, занимающего область  $z > 0$ , вдоль оси  $z$  падают возбуждающий и зондирующий световые импульсы соответственно с интенсивностями

$$I(t, r) = \frac{2Q}{\sqrt{\pi} \tau_p} \exp \left( - \left( \frac{2t}{\tau_p} \right)^2 - \left( \frac{r}{r_e} \right)^2 \right), \quad (4)$$

$$I_0(t, r) = \frac{2Q_0}{\sqrt{\pi} \tau_p} \exp \left( - \left( \frac{2(t-\tau)}{\tau_p} \right)^2 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right), \quad (5)$$

где  $Q$ ,  $Q_0$  — максимальная плотность энергии возбуждающего и зондирующего световых импульсов соответственно,  $\tau_p$  — длительность импульсов,  $\tau$  —

время задержки зондирующего импульса относительно возбуждающего,  $r$  — расстояние до оси  $z$ . Измеряемый в эксперименте усредненный коэффициент оптического отражения определяется соотношением

$$R_1(\tau) = W_1/W_0, \quad (6)$$

где

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{\infty} I_0(t, r) 2\pi r dr, \quad (7)$$

$$W_1 = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{\infty} R(t, r) I_0(t, r) 2\pi r dr \quad (8)$$

— энергия соответственно зондирующего и отраженного световых импульсов,  $R(t, r)$  — локальный коэффициент оптического отражения (3).

## 4. МАТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Кристаллическую решетку висмута можно получить из простой кубической решетки посредством малых смещений атомов. Для этого нужно сместить две гранецентрированные подрешетки висмута относительно друг друга вдоль одной из главных пространственных диагоналей (пайерлсовское искажение) и слегка растянуть решетку вдоль этой же диагонали [12]. При этом атомы висмута, расположенные в виде цепочек, параллельных тригональной оси кристалла (главной пространственной диагонали), попарно сближаются. Координата  $x_j$   $j$ -го атома Bi в цепочке записывается в форме

$$x_j = ja + (-1)^j x, \quad (9)$$

где  $a$  — среднее межатомное расстояние в цепочке,  $x$  — смещения атомов из эквидистантного положения при их попарном сближении (пайерлсовском искажении). Эволюция параметра  $x$  во времени определяется уравнением [2, 3]

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} = \Omega_0^2 \left( x \ln \frac{x_0}{x} - x_0 \theta n \right), \quad (10)$$

где  $\gamma^{-1}$  — характерное время фононной релаксации,  $n$  — концентрация фотовозбужденных электронов,  $\Omega_0$  — циклическая частота когерентных фононов при  $n = 0$ ,  $\theta$  — константа, характеризующая взаимодействие когерентных фононов с фотовозбужденными электронами,  $x_0$  — равновесное смещение атомов висмута из эквидистантного положения в отсутствие облучения.

Зависимость концентрации  $n$  фотовозбужденных электронов от времени подчиняется кинетическому уравнению [13]

$$\dot{n} = \frac{(1 - R)\alpha I}{\hbar\omega} \exp(-\alpha z) - \frac{n}{\tau_0} + D\Delta n, \quad (11)$$

где  $\alpha$  — коэффициент оптического поглощения,  $I$  — интенсивность падающего на поверхность возбуждающего светового импульса (4),  $\tau_0$ ,  $D$  — характеристическое время жизни и коэффициент диффузии неравновесных электронов соответственно.

Диэлектрическая проницаемость фотовозбужденного висмута приближенно может быть записана в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( 1 + g \frac{x - x_0}{x_0} \right) + \varepsilon_1, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость в отсутствие фотовозбуждения,

$$g = \frac{x_0}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \Big|_{x=x_0}, \quad (13)$$

$\varepsilon_1(n)$  — добавка, связанная с изменением степени заполнения электронных состояний при фотовозбуждении. Слагаемое  $\varepsilon_1(n)$  не вносит вклада в осциллирующую часть коэффициента оптического отражения и в дальнейшем не рассматривается.

## 5. УСЛОВИЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Численный анализ проводился для следующих значений параметров при низких температурах: частота когерентного фонона при малом уровне фотовозбуждения  $\nu_0 = \Omega_0/2\pi \approx 3.02$  ТГц [5]; равновесное смещение атомов Ви из эквидистантного положения в отсутствие фотовозбуждения  $x_0 \approx 0.019$  нм [14] ( $x_0 = (a_2 - a_1)/4$ , где  $a_1 \approx 0.552$  нм,  $a_2 \approx 0.628$  нм — соответственно минимальное и максимальное расстояния между атомами Ви вдоль тригональной оси); время жизни когерентного фонона при малом уровне фотовозбуждения  $1/\gamma \approx 35$  пс [5]; коэффициент  $\theta \approx 3.25 \cdot 10^{-23}$  см<sup>3</sup>; коэффициент оптического отражения  $R \approx 0.7$  [1], коэффициент оптического поглощения  $\alpha \approx 6 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup> [4], энергия фотонов  $\hbar\omega \approx 1.55$  эВ [5]; характеристическое время жизни неравновесных электронов  $\tau_0 \sim 10^{-8}$  с [15] (по данным затухания фотопроводимости); коэффициент диффузии  $D = 1.4$  см<sup>2</sup>/с [16]; коэффициент  $g = -0.4$  (определялся из условия  $dR/dQ \approx 10^{-3}$  см<sup>2</sup>/мДж [5]); диэлектрическая проницаемость в отсутствие фотовозбуждения  $\varepsilon_0 = (1.6 + 3.82i)^2$  [4]; длительность светового импульса  $\tau_p = 130$  фс [8].

Уравнения (1), (10), (11) в области  $z > 0$  решались с учетом следующих начальных и граничных условий:

$$\begin{aligned} n(t = -\infty) &= 0, & n(z \rightarrow \infty) &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$x(t = -\infty) = x_0, \quad \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_{t=-\infty} = 0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A(z \rightarrow \infty) &\rightarrow \exp(i\sqrt{\varepsilon_0} k_0 z), \\ B(z \rightarrow \infty) &\rightarrow \sqrt{\varepsilon_0} \exp(i\sqrt{\varepsilon_0} k_0 z). \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения (16) описывают затухающую волну, бегущую в направлении оси  $z$ . Усредненный коэффициент оптического отражения  $R_1$  вычислялся по формуле (6).

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 показан полученный численным методом график зависимости относительного изменения  $(R_1 - R_0)/R_0$  среднего коэффициента оптического отражения  $R_1$  (6) висмута от времени  $t$  после

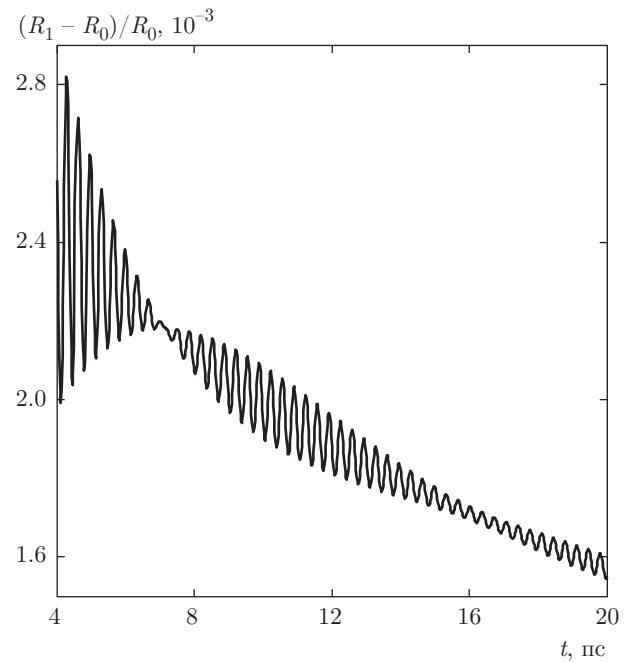
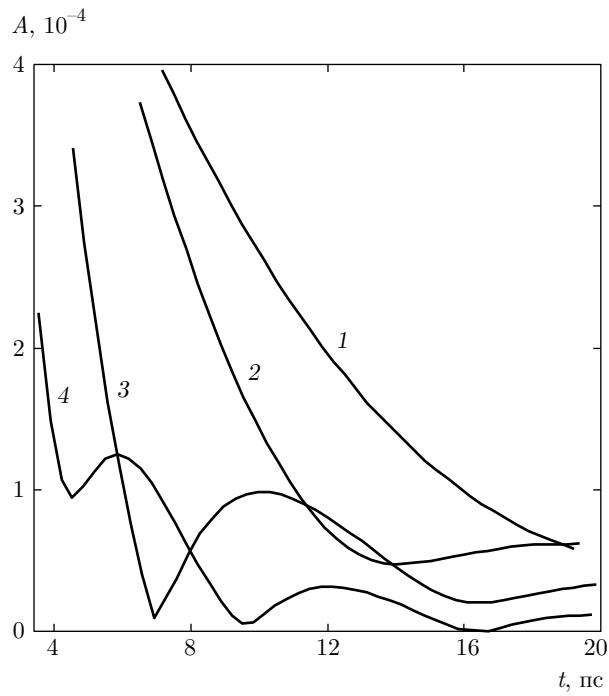


Рис. 1. Зависимость относительного изменения  $(R_1 - R_0)/R_0$  среднего коэффициента оптического отражения  $R_1$  (6) висмута от времени  $t$  после облучения коротким лазерным импульсом с интенсивностью (4) и максимальной плотностью энергии  $Q = 12$  мДж/см<sup>2</sup> в случае  $r_e = r_0$



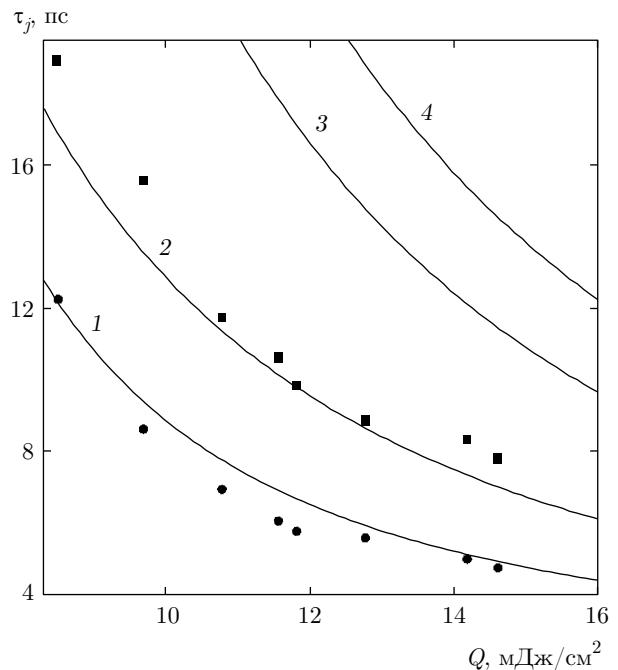
**Рис. 2.** Зависимость амплитуды  $A(t)$  фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения (см. формулу (17)) для значений максимальной плотности энергии лазерного импульса  $Q = 6, 8, 12, 16$  мДж/см $^2$  в случае  $r_e = r_0$  (соответственно кривые 1–4)

облучения коротким лазерным импульсом с интенсивностью (4) и максимальной плотностью энергии  $Q = 12$  мДж/см $^2$  в случае  $r_e = r_0$ . Здесь  $R_0$  — коэффициент оптического отражения висмута в отсутствие фотовозбуждения. Видно, что при  $t \approx 7$  пс наблюдаются коллапс и возрождение фотоиндуцированных осцилляций среднего коэффициента оптического отражения висмута. Эволюция коэффициента оптического отражения приближенно описывается уравнением

$$\frac{R_1(t) - R_0}{R_0} = B(t) + A(t) \cos(\Omega t + \varphi), \quad (17)$$

где  $\Omega, \varphi$  — соответственно циклическая частота и начальная фаза осцилляций;  $A(t), B(t)$  — теперь некоторые медленноМеняющиеся функции времени.

Зависимость амплитуды  $A(t)$  фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута для различных значений максимальной плотности энергии  $Q$  лазерного импульса в случае  $r_e = r_0$  показана на рис. 2. Видно, что при  $Q = 6$  мДж/см $^2$  зависимость  $A(t)$  монотонно убывает, а при  $Q \geq 8$  мДж/см $^2$  имеет экстремумы. Обозначим через  $\tau_j$  момент времени, в который достигается  $j$ -й экстремум амплитуды  $A(t)$ , считая слева

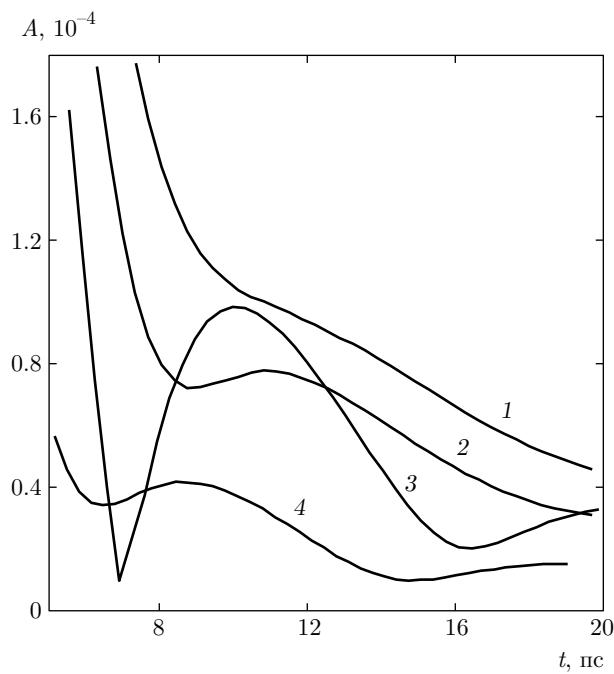


**Рис. 3.** Зависимость  $\tau_j$  ( $j = 1\text{--}4$ )  $j$ -го экстремума амплитуды  $A(t)$  фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения от максимальной плотности энергии  $Q$  возбуждающего лазерного импульса в случае  $r_e = r_0$  (соответственно кривые 1–4). Кружки и квадраты — экспериментальные данные [8] соответственно для первого минимума и первого максимума (первого и второго экстремумов) амплитуды  $A(t)$

направо ( $\tau_j < \tau_{j+1}$ ). Зависимости  $\tau_j$  от максимальной плотности энергии  $Q$  возбуждающего лазерного импульса показаны на рис. 3. Точки  $\tau_{1,3}$  соответствуют минимумам амплитуды  $A(t)$ , а точки  $\tau_{2,4}$  — максимумам. Символами на рис. 3 отмечены экспериментальные данные работы [8]. Видно, что теория и эксперимент достаточно хорошо согласуются.

На рис. 4 показан график зависимости амплитуды  $A(t)$  фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута для различных значений параметра  $\chi = r_0/r_e$  в случае максимальной плотности энергии лазерного импульса  $Q = 12$  мДж/см $^2$ . Параметр  $\chi$  характеризует поперечную пространственную неоднородность концентрации фотовозбужденных электронов в области оптического зондирования. При  $\chi \rightarrow 0$  поперечная пространственная неоднородность в области оптического зондирования отсутствует. На рис. 4 видно, что при отклонении  $\chi$  от единицы эффект коллапса и возрождения осцилляций становится менее выраженным, а при  $\chi = 0.6$  отсутствует.

Для количественной характеристики эффекта коллапса и возрождения фотоиндуцированных осцилляций



**Рис. 4.** Зависимость амплитуды  $A(t)$  фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения для значений параметра  $\chi = r_0/r_e = 0.6, 0.7, 1, 2$  (соответственно кривые 1–4) в случае максимальной плотности энергии лазерного импульса  $Q = 12 \text{ мДж}/\text{см}^2$

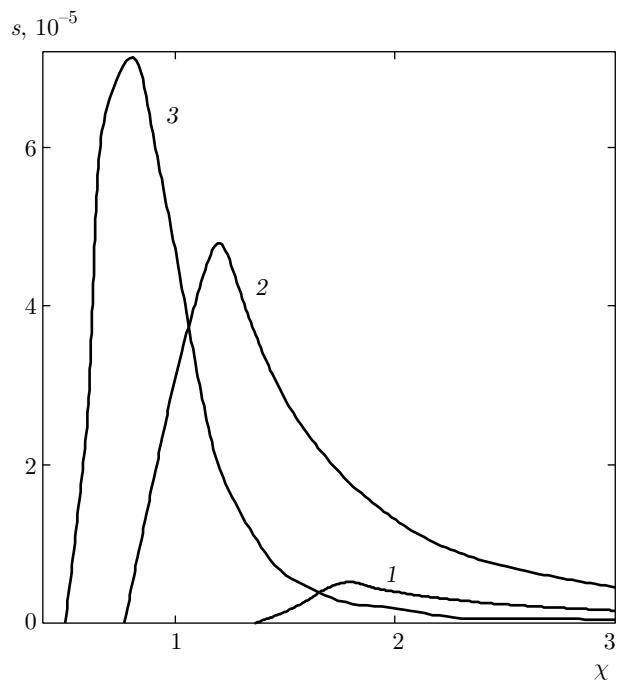
цилляций коэффициента оптического отражения введем величину

$$s = \sum_{j=1,2,\dots} (A(\tau_{2j}) - A(\tau_{2j-1})), \quad (18)$$

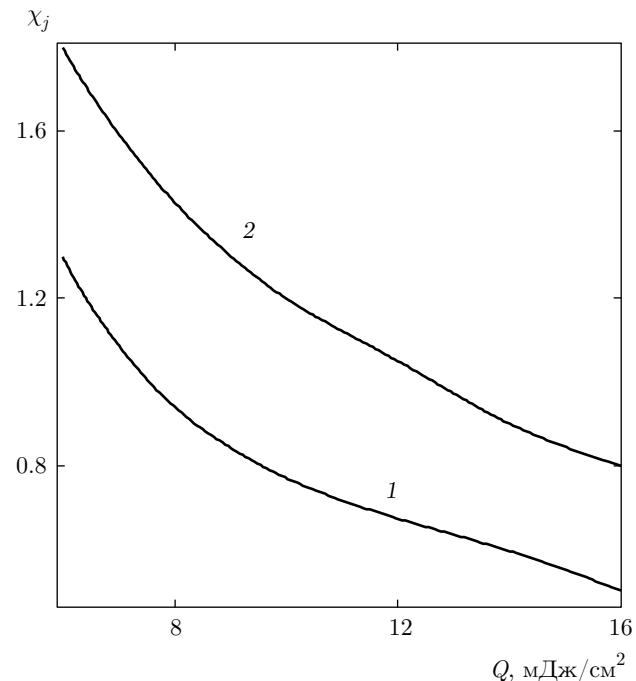
где суммирование идет по всем точкам экстремума зависимости  $A(t)$ . Параметр  $s \geq 0$ , причем  $s = 0$  только в отсутствие эффекта коллапса и возрождения. Показатель  $s$  показывает суммарное нарастание функции  $A(t)$ .

График зависимости функции  $s(\chi)$  для различных значений максимальной плотности энергии лазерного импульса  $Q$  показан на рис. 5. Видно, что эффект коллапса и возрождения осцилляций (когда  $s(\chi) > 0$ ) имеет пороговый характер, т. е. наблюдается только при  $\chi > \chi_1(Q)$ , где  $\chi_1(Q)$  — некоторое критическое значение параметра  $\chi$ . Наиболее сильно эффект проявляется в точке  $\chi_2$ , где функция  $s(\chi)$  достигает максимума. Графики зависимостей  $\chi_1(Q)$  и  $\chi_2(Q)$  показаны на рис. 6. Видно, что эти зависимости являются монотонно убывающими. Для  $Q = 12 \text{ мДж}/\text{см}^2$  эволюция кривой  $A(t)$  при переходе  $\chi$  через  $\chi_1 \approx 0.65$  и  $\chi_2 \approx 1.04$  прослеживается на рис. 4.

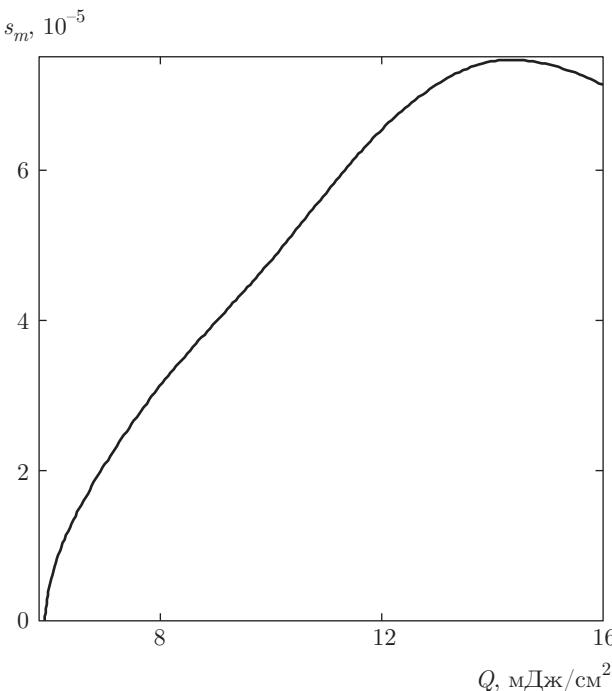
На рис. 7 показан график зависимости  $s_m(Q) = s(Q, \chi = \chi_2(Q))$ . Видно, что при  $Q < 5.9 \text{ мДж}/\text{см}^2$



**Рис. 5.** Зависимость параметра  $s(\chi)$  для значений максимальной плотности энергии лазерного импульса  $Q = 6, 10, 16 \text{ мДж}/\text{см}^2$  (соответственно кривые 1–3)



**Рис. 6.** Зависимости порогового значения  $\chi_1(Q)$  и значения  $\chi_2(Q)$ , при котором эффект коллапса и возрождения осцилляций проявляется наиболее сильно (соответственно кривые 1, 2)



**Рис. 7.** Зависимость параметра  $s_m(Q) = s(Q, \chi = \chi_2(Q))$  от максимальной плотности энергии  $Q$  возбуждающего лазерного импульса

параметр  $s_m = 0$ , т. е. эффект коллапса и возрождения фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута отсутствует при любом  $\chi$ . С ростом  $Q$  (при  $5.9 < Q < 14$  мДж/см<sup>2</sup>) величина  $s_m$  увеличивается, что свидетельствует о нарастании эффекта коллапса и возрождения осцилляций. При  $Q \approx 14$  мДж/см<sup>2</sup> параметр  $s_m(Q)$  достигает максимума. Причиной уменьшения  $s_m(Q)$  при  $Q > 14$  мДж/см<sup>2</sup> является быстрый рост первого минимума  $A(\tau_1)$  (ситуация аналогична переходу от кривой 3 к кривой 4 на рис. 2).

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эффект коллапса и возрождения фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута возможен при максимальной плотности энергии возбуждающего лазерного импульса  $Q > 5.9$  мДж/см<sup>2</sup> (см. рис. 7). При этом параметр поперечной неоднородности  $\chi$  должен превышать критическое значение  $\chi_1(Q)$  (см. рис. 6). Наиболее сильно эффект проявляется при  $Q \approx 14$  мДж/см<sup>2</sup>,  $\chi \approx 0.9$  (см. рис. 6, 7), когда параметр  $s(Q, \chi)$  максимальен. При  $\chi > 2$  эффект коллапса и возрождения фотоиндуцированных осцилляций выражен менее сильно (см. рис. 5),

поскольку большая часть зондируемого участка поверхности висмута слабо возбуждена. Причиной эффекта коллапса и возрождения фотоиндуцированных осцилляций коэффициента оптического отражения висмута является поперечная пространственная неоднородность фотовозбуждения электронов вблизи поверхности и зависимость частоты фотоиндуцированных когерентных фононов от концентрации фотовозбужденных электронов.

Работа выполнена в рамках задания Министерства образования и науки РФ (№ 3.175.2014K от 18 июля 2014 г.).

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. J. Zeiger, J. Vidal, T. K. Cheng, E. P. Ippen, G. Dresselhaus, and M. S. Dresselhaus, Phys. Rev. B **45**, 768 (1992).
2. А. Л. Семенов, ФТТ **53**, 11, 2222 (2011).
3. А. Л. Семенов, ЖЭТФ **144**, 104 (2013).
4. M. Hase, M. Kitajima, S. Nakashima, and K. Mizoguchi, Phys. Rev. Lett. **88**, 067401 (2002).
5. О. В. Мисочко, М. В. Лебедев, ЖЭТФ **136**, 931 (2009).
6. О. В. Мисочко, М. В. Лебедев, Письма в ЖЭТФ **89**, 148 (2009).
7. А. А. Мельников, О. В. Мисочко, В. О. Компанеец, А. Л. Добряков, С. В. Чекалин, ЖЭТФ **138**, 486 (2010).
8. O. V. Misochko, Muneaki Hase, K. Ishioka, and M. Kitajima, Phys. Rev. Lett. **92**, 197401 (2004).
9. О. В. Мисочко, ЖЭТФ **145**, 262 (2014).
10. O. V. Misochko, M. V. Lebedev, and E. V. Lebedeva, Phys. Rev. B **90**, 014301 (2014).
11. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*, Наука, Москва (1990).
12. Л. А. Фальковский, УФН **94**, 3 (1968).
13. С. А. Ахманов, В. И. Емельянов, Н. И. Коротеев, В. Н. Семиногов, УФН **147**, 675 (1985).
14. E. D. Murray, D. M. Fritz, J. K. Wahlstrand, S. Fahy, and D. A. Reis, Phys. Rev. B **72**, 060301(R) (2005).
15. J. C. G.de Sande, M. S. Balmaseda, and J. M. G. Perez, Phys. Rev. B **50**, 1861 (1994).
16. M. Hase, Phys. Rev. Lett. **93**, 109702 (2004).