

НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ИЗОТРОПНОМ НЕУПОРЯДОЧЕННОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

*А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский**

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук
141190, Фрязино, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 8 июня 2015 г.

Выполнен теоретический анализ допускающих экспериментальное обнаружение нелинейных магнитоэлектрических эффектов в изотропном неупорядоченном диэлектрике в неоднородных электрических и магнитных полях.

DOI: 10.7868/S0044451016010132

В отличие от классических магнитоэлектрических (МЭ) эффектов, наблюдающихся только в неинвариантных относительно обращения времени кристаллах с определенными классами магнитной симметрии [1–3], нелинейные МЭ-эффекты могут существовать даже в неупорядоченных инвариантных относительно операции обращения времени средах.

В работах [4, 5] была получена система нелинейных уравнений для определения основного состояния и анализа возможности существования различных МЭ-эффектов в присутствии неоднородных внешних воздействий. Было показано, что в средах любой симметрии неоднородное магнитное поле в общем случае может давать вклад в электрическую поляризацию, в то время как неоднородное электрическое поле влияет на намагниченность только в присутствии неоднородного магнитного поля. В качестве примера в работе [5] рассматривался точечный объект с магнитным моментом \mathbf{m} и электрическим зарядом q или дипольным моментом \mathbf{d}_{el} , когда наблюдение взаимодействия электрической и магнитной «подсистем» представляется весьма затруднительным. В настоящей работе выполнен анализ ситуации, когда влияние магнитного поля на поляризацию и электрического поля на намагниченность можно обнаружить экспериментально.

В средах без сторонних зарядов, когда электрическая \mathbf{D} и магнитная \mathbf{B} индукции удовлетворяют

уравнениям

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

материальные уравнения, связывающие индукции с напряженностями электрического и магнитного полей,

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \Psi^{(E)}, \quad \mathbf{H} = -\operatorname{grad} \Psi^{(H)},$$

где $\Psi^{(E)}$ и $\Psi^{(H)}$ — соответственно электрический и магнитный потенциалы, с учетом нелинейности и пространственной дисперсии имеют вид [4, 5]

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} - a_2 \Delta \mathbf{E} + \nu \mathbf{H} + \mathbf{D}^{(g)}, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - b_2 \Delta \mathbf{H} + \nu \mathbf{E} + \mathbf{B}^{(g)}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 + a_1 \mathbf{E}^2 + c_1 \mathbf{H}^2 + 2a_3 \operatorname{div} \mathbf{E}, \\ \mu &= \mu_0 + b_1 \mathbf{H}^2 + c_1 \mathbf{E}^2 + 2c_3 \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \nu &= c_2 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}) + c_4 \operatorname{div} \mathbf{H} \end{aligned} \quad (4)$$

— обобщенные нелинейные электрическая, магнитная и «магнитоэлектрическая» проницаемости,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{(g)} &= -a_3 \operatorname{grad} \mathbf{E}^2 - c_3 \operatorname{grad} \mathbf{H}^2, \\ \mathbf{B}^{(g)} &= -c_4 \operatorname{grad} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}) \end{aligned} \quad (5)$$

— градиентные составляющие электрической и магнитной индукций, ε_0 и μ_0 — линейные диэлектрическая и магнитная проницаемости, a_i , b_i и c_i — материальные константы, входящие в следующее выражение для плотности энергии термодинамического потенциала [4, 5]:

* E-mail: lisf@rambler.ru

$$\begin{aligned} w = & \frac{a_0}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{a_1}{4} \mathbf{E}^4 + \frac{a_2}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x_i} \right)^2 + a_3 \mathbf{E}^2 \operatorname{div} \mathbf{E} + \\ & + \frac{b_0}{2} \mathbf{H}^2 + \frac{b_1}{4} \mathbf{H}^4 + \frac{b_2}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{c_1}{2} \mathbf{E}^2 \mathbf{H}^2 + \\ & + \frac{c_2}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{H})^2 + c_3 \mathbf{H}^2 \operatorname{div} \mathbf{E} + c_4 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}) \operatorname{div} \mathbf{H}. \quad (6) \end{aligned}$$

На поверхностях раздела сред непрерывны нормальная составляющая \mathbf{B} и тангенциальные составляющие \mathbf{E} и \mathbf{H} , а нормальная составляющая \mathbf{D} испытывает скачок на $4\pi\sigma$, где σ — плотность поверхностных зарядов [3].

Проанализируем возможные МЭ-эффекты в нелинейном изотропном неупорядоченном диэлектрике в присутствии неоднородных электрического и магнитного полей. Рассмотрим сферический конденсатор с внешней обкладкой радиуса r_2 и внутренней обкладкой радиуса r_1 , между которыми (в области $r_2 > r > r_1$) размещен неупорядоченный нелинейный диэлектрик (например, сегнетомагнетик в неупорядоченной фазе вблизи точки Кюри) с диэлектрической проницаемостью ϵ_0 и магнитной проницаемостью μ_0 . Пространство вне конденсатора ($r > r_2$) представляет собой среду с магнитной проницаемостью $\mu_0^{(e)}$, внутренняя сфера ($r < r_1$) — среду со спонтанной (или остаточной) намагниченностью \mathbf{M}_s и магнитной проницаемостью $\mu_0^{(i)}$. Магнитная индукция в этой области составляет $\mathbf{B}^{(i)} = \mathbf{B} + 4\pi\mathbf{M}_s$, где значение \mathbf{B} определяется из уравнения (3). Конденсатор заряжен (заряды на обкладках $\pm Q$) и помещен в однородное магнитное поле $\mathbf{H}_0 || |\mathbf{M}_s| \mathbf{e}_z$, где ось координат z совмещена с полярной осью сферической системы координат (r, ϑ, φ) , начало которой совпадает с центром симметрии конденсатора. Распределение векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в такой системе является неоднородным, хотя внешние неоднородные воздействия отсутствуют. Выбранная конфигурация позволяет выполнить необходимые теоретические расчеты и осуществить эксперименты, в ходе которых можно будет получить данные о нелинейных материальных константах. Заметим, однако, что способ создания и степень локализации неоднородных полей не играют никакой роли для существования рассматриваемых МЭ-эффектов, поскольку их инициирует возникающая в нелинейном диэлектрике под действием неоднородных полей объемная неоднородность распределения векторов электрической поляризации $\mathbf{P} = (\mathbf{D} - \mathbf{E})/4\pi$ и намагниченности $\mathbf{M} = (\mathbf{B} - \mathbf{H})/4\pi$.

Решения системы нелинейных уравнений (1)–(3) будем искать методом последовательных приближе-

ний с использованием малого параметра $\delta \ll 1$, полагая, что

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \delta \mathbf{E}_1 + \delta^2 \mathbf{E}_2 + \delta^3 \mathbf{E}_3 + \dots, \\ \mathbf{H} &= \delta \mathbf{H}_1 + \delta^2 \mathbf{H}_2 + \delta^3 \mathbf{H}_3 + \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

где поля и потенциалы любого приближения связаны друг с другом соотношениями $\mathbf{E}_i = -\operatorname{grad} \Psi_i^{(E)}$ и $\mathbf{H}_i = -\operatorname{grad} \Psi_i^{(H)}$.

В первом приближении для потенциалов $\Psi_1^{(E)}$ и $\Psi_1^{(H)}$ получаем уравнения Лапласа

$$\Delta \Psi_1^{(E)} = 0, \quad \Delta \Psi_1^{(H)} = 0, \quad (8)$$

решения которых при стандартных граничных условиях и дополнительном условии $\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{H}(r, \vartheta) = \mathbf{H}_0$, приводят к следующим выражениям для \mathbf{E}_1 и \mathbf{H}_1 . В области $r_2 > r > r_1$ имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{H}_1 = (H_{10} + 2m_1 r^{-3}) \cos \vartheta \mathbf{e}_r + \\ &+ (H_{10} + m_1 r^{-3}) \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta, \end{aligned} \quad (9)$$

где \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_ϑ — орты сферической системы координат, $Q_1 = Q$ — величина исходного электрического заряда на обкладках,

$$H_{10} = - \left(3a_{12}\mu_0^{(e)} H_0 + a_{22}4\pi M_s \right) d^{-1}$$

— эффективное магнитное поле,

$$m_1 = - \left(3a_{11}\mu_0^{(e)} H_0 + a_{21}4\pi M_s \right) d^{-1}$$

— полный эффективный магнитный дипольный момент однородно намагниченного шара,

$$\begin{aligned} d &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, \\ a_{11} &= \mu_0^{(i)} - \mu_0, \quad a_{12} = \left(\mu_0^{(i)} + 2\mu_0 \right) r_1^{-3}, \\ a_{21} &= 2\mu_0^{(e)} + \mu_0, \quad a_{22} = 2 \left(\mu_0^{(e)} - \mu_0 \right) r_2^{-3}. \end{aligned}$$

В области $r > r_2$ электрическое поле отсутствует, а напряженность магнитного поля равна

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1^{(e)} &= \left(H_0 + 2m_1^{(e)} r^{-3} \right) \cos \vartheta \mathbf{e}_r + \\ &+ \left(-H_0 + m_1^{(e)} r^{-3} \right) \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta, \end{aligned} \quad (10)$$

где $m_1^{(e)} = (H_0 - H_{10})r_2^3 + m_1$ — эффективный магнитный момент. В области $r < r_1$ электрическое поле также равно нулю, а магнитное поле

$$\mathbf{H}_1^{(i)} = (H_{10} - m_1 r_1^{-3}) (\cos \vartheta \mathbf{e}_r - \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta). \quad (11)$$

В частном случае отсутствия внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 и при $\mu_0 = \mu_0^{(i)} = \mu_0^{(e)} = 1$ формулы (10) и (11) переходят в известные выражения для поля рассеяния вне однородно намагниченного шара,

$$\mathbf{H}^{(e)} = mr^{-3}(2\cos\vartheta\mathbf{e}_r + \sin\vartheta\mathbf{e}_\vartheta),$$

и для поля размагничивания внутри него,

$$\mathbf{H}^{(i)} = -(4\pi/3)\mathbf{M}_s,$$

где $m = (4\pi/3)r_1^3 M_s$ — полная спонтанная намагниченность сферы [3, 6, 7].

В другом случае, когда отсутствует спонтанная намагниченность \mathbf{M}_s и $\mu_0^{(i)} = \mu_0$, при $r < r_1$ напряженность магнитного поля равна

$$\mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{H}_0 - (4\pi/3)\mathbf{M}^{(h)},$$

где $\mathbf{M}^{(h)}$ — плотность наведенного внешним полем дипольного момента, определяемая выражением

$$\mathbf{M}^{(h)} = \frac{3}{4\pi} \frac{\mu_0 - \mu_0^{(e)}}{\mu_0 + 2\mu_0^{(e)}} \mathbf{H}_0,$$

а при $r > r_2$ дается формулой (10) с заменой $m_1^{(e)}$ на $m^{(h)}$, где $m^{(h)} = (4\pi/3)r_1^3 M^{(h)}$ — полный наведенный магнитный дипольный момент сферы [6, 7]. Если внутреннюю сферу заполнить сверхпроводником, который в сверхпроводящем состоянии является идеальным диамагнетиком с $\mu_0^{(i)} = 0$, то $\mathbf{M}^{(h)} = -(3/8\pi)\mathbf{H}_0$ и при $r < r_1$ индукция $\mathbf{B} = 0$.

Потенциалы второго приближения удовлетворяют следующим уравнениям Пуассона:

$$\Delta\Psi_2^{(E)} = -4\pi q_2^{(E)}, \quad \Delta\Psi_2^{(H)} = -4\pi q_2^{(H)}, \quad (12)$$

где $q_2^{(E)} = \Delta\Psi_2^{(E)}/4\pi$ и $q_2^{(H)} = \Delta\Psi_2^{(H)}/4\pi$ — эффективные электрические и магнитные заряды, которые создаются полями первого приближения из-за нелинейности среды (см. (6)), а

$$\Psi_2'^{(E)} = \frac{a_3}{\varepsilon_0} E_1^2 + \frac{c_3}{\varepsilon_0} H_1^2, \quad \Psi_2'^{(H)} = \frac{c_4}{\mu_0} E_1 H_1$$

— эффективные «нелинейные» потенциалы.

Границные условия для второго приближения требуют, чтобы на обкладках потенциалы $\Psi_2^{(E)}$ были постоянными:

$$\left. \left(-\varepsilon_0 \frac{\partial \Psi_2^{(E)}}{\partial r} + \varepsilon_0^{(e)} \frac{\partial \Psi_2^{(Ee)}}{\partial r} \right) \right|_{r=r_2} = 4\pi\sigma_2^{(e)},$$

$$\left. \left(-\varepsilon_0 \frac{\partial \Psi_2^{(E)}}{\partial r} + \varepsilon_0^{(i)} \frac{\partial \Psi_2^{(Ei)}}{\partial r} \right) \right|_{r=r_1} = 4\pi\sigma_2^{(i)},$$

где $\sigma_2^{(e)}$ и $\sigma_2^{(i)}$ — плотность дополнительных поверхностных зарядов на внешней ($e, r = r_2$) и внутренней ($i, r = r_1$) сферах, и

$$\begin{aligned} H_{2\vartheta}^{(i)}(r_1) &= H_{2\vartheta}(r_1), \quad H_{2\vartheta}(r_2) = H_{2\vartheta}^{(e)}(r_2), \\ \mu_0^{(i)} H_{2r}^{(i)}(r_1) &= \mu_0 H_{2r}(r_1), \quad \mu_0 H_{2r}(r_2) = \mu_0^{(e)} H_{2r}^{(e)}(r_2). \end{aligned}$$

Полные заряды на обкладках при этом равны по величине и противоположны по знаку.

Эффективный электрический потенциал при $r_2 > r > r_1$ может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \Psi_2'^{(E)} &= a_3^{(Q)} r^{-4} + c_{30}^{(H)} + c_{32}^{(H)} r^{-6} + \\ &+ \left(c_{31}^{(H)} r^{-3} + c_{32}^{(H)} r^{-6} \right) P_2, \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_3^{(Q)} &= \frac{a_3}{\varepsilon_0} \left(\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0} \right)^2, \quad c_{30}^{(H)} = \frac{c_3}{\varepsilon_0} H_{10}^2, \\ c_{32}^{(H)} &= 2 \frac{c_3}{\varepsilon_0} m_1^2, \quad c_{31}^{(H)} = 4 \frac{c_3}{\varepsilon_0} m_1 H_{10}, \end{aligned}$$

$P_2 = (3\cos^2\vartheta - 1)/2$ — полином Лежандра. С учетом этого удовлетворяющее граничным условиям решение первого уравнения системы (12) записывается в виде

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(E)} &= a_3^{(Q)} \left(a_1^{(r)} r^{-1} - r^{-4} \right) + c_{32}^{(H)} \times \\ &\times \left[a_2^{(r)} r^{-1} - r^{-6} - \left(a_3^{(r)} r^{-2} - a_4^{(r)} r^{-3} + r^{-6} \right) P_2 \right] - \\ &- c_{32r}^{(He)} r^{-1} + c_0, \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_1^{(r)} &= 2(r_2^{-3} + r_1^{-3}), \quad a_2^{(r)} = 3(r_2^{-5} + r_1^{-5}), \\ a_3^{(r)} &= \frac{r_2^3 - r_1^3}{d^{(r)}}, \quad a_4^{(r)} = \frac{r_2^8 - r_1^8}{d^{(r)}}, \\ d^{(r)} &= r_1^3 r_2^3 (r_2^5 - r_1^5), \\ c_{32r}^{(He)} &= \frac{3\varepsilon_0^{(e)}}{\varepsilon_0} c_{32}^{(He)} r_2^{-5}, \quad c_{32}^{(He)} = \frac{2c_3}{\varepsilon_0} (m_1^e)^2, \end{aligned}$$

c_0 — константа. Потенциалы на обкладках при этом даются выражениями

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(E)}|_{1,2} &= a_3^{(Q)} \left(a_1^{(r)} r_{1,2}^{-4} - r_{1,2}^{-4} \right) + \\ &+ c_{32}^{(H)} \left(a_2^{(r)} r_{1,2}^{-1} - r_{1,2}^{-6} \right) - c_{32r}^{(He)} r_{1,2}^{-1} + c_0, \end{aligned}$$

а дополнительная разность потенциалов на конденсаторе составляет

$$\begin{aligned} V_2 = & a_3^{(Q)} \left[a_1^{(r)} (r_1^{-1} - r_2^{-1}) - (r_1^{-4} - r_2^{-4}) \right] + \\ & + 2c_{32}^{(H)} \left[a_2^{(r)} (r_1^{-1} - r_2^{-1}) - (r_1^{-6} - r_2^{-6}) \right] - \\ & - c_{32r}^{(He)} (r_1^{-1} - r_2^{-1}). \quad (15) \end{aligned}$$

Компоненты напряженности электрического поля равны

$$\begin{aligned} E_{2r} = & a_3^{(Q)} \left(a_1^{(r)} r^{-2} - 4r^{-5} \right) + \\ & + c_{32}^{(H)} \left[a_2^{(r)} r^{-2} - r^{-6} + \right. \\ & \left. + (2a_3^{(r)} r^{-1} + 3a_4^{(r)} r^{-4} - 6r^{-7}) P_2 \right] - c_{32r}^{(He)} r^{-2}, \quad (16) \\ E_{2\vartheta} = & -\frac{3}{2} c_{32}^{(H)} \left(a_3^{(r)} r^{-2} - a_4^{(r)} r^{-3} + r^{-6} \right) \sin 2\vartheta. \end{aligned}$$

Во втором приближении появляются тангенциальная компонента напряженности электрического поля и угловая зависимость радиальной компоненты, а также изменяется характер пространственной зависимости обеих компонент. Плотность поверхностного заряда на обкладках становится равной

$$\sigma_{21,22}^{(i,e)} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi} E_{2r} \Big|_{r=r_1,r_2},$$

дополнительный полный заряд составляет

$$\begin{aligned} Q_2 = & \varepsilon_0 \left[2a_3^{(Q)} (r_2^{-3} - r_1^{-3}) + 3c_{32}^{(H)} (r_2^{-5} - r_1^{-5}) \right] + \\ & + 3\varepsilon_0^{(e)} c_{32}^{(He)} r_2^{-5}, \end{aligned}$$

а дополнительная емкость при этом равна $C_2 = Q_2/V_2$.

Эффективный электрический потенциал при $r > r_2$ с учетом выражения для напряженности магнитного поля можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(E)} = & \\ = & -c_{32}^{(He)} \left[r^{-6} - r^{-3} (r_2^{-3} - r^{-3}) P_2 \right] - c_{30}^{(He)}, \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$c_{30}^{(He)} = \frac{c_3}{\varepsilon_0} H_0^2, \quad c_{32}^{(He)} = 2 \frac{c_3}{\varepsilon_0} (m_1^{(e)})^2,$$

а компоненты напряженности электрического поля даются выражениями

$$\begin{aligned} E_{2r}^{(e)} = & -3c_{32}^{(He)} \left[2r^{-7} (r_2^{-3} r^{-4} - 2r^{-7}) P_2 \right], \\ E_{2\vartheta}^{(e)} = & -(3/2) c_{32}^{(He)} (r_2^{-3} r^{-4} - r^{-7}) \sin 2\vartheta. \end{aligned}$$

При $r < r_1$ потенциал постоянен и, следовательно, электрическое поле отсутствует. Если конденсатор

находится в вакууме, т. е. $\varepsilon_0^{(e)} = \mu_0^{(e)} = 1$, приведенные выше формулы упрощаются, поскольку нелинейные материальные константы, например $c_{32}^{(He)}$, обращаются в нуль.

Эффективный магнитный потенциал при $r_2 > r > r_1$ определяется выражением

$$\Psi_2^{(H)} = c_4^{(Q)} (H_{10} r^{-2} + 2m_1 r^{-5}) P_1,$$

где $c_4^{(Q)} = c_4 Q_1 / 4\pi \varepsilon_0 \mu_0$, $P_1 = \cos \vartheta$ — полином Лежандра, что дает возможность записать удовлетворяющее граничным условиям решение второго уравнения системы (12) следующим образом:

$$\Psi_2^{(H)} = c_4^{(Q)} m_1 (2l_1 r + l_2 r^{-2} - 2r^{-5}) P_1, \quad (18)$$

где

$$l_1 = (a'_{22} a''_{22} + a'_{12} a''_{12}) / d, \quad l_2 = (a'_{11} a''_{12} + 2a'_{21} a''_{22}) / d,$$

$$d = a'_{11} a'_{22} - a'_{12} a'_{21},$$

$$a'_{11} = \mu_0 + 2\mu_0^{(e)}, \quad a'_{22} = -\left(2\mu_0 + \mu_0^{(i)}\right) r_1^{-3},$$

$$a'_{12} = 2\left(\mu_0^{(e)} - \mu_0\right) r_2^{-3}, \quad a'_{21} = \mu_0 - \mu_0^{(i)},$$

$$a''_{12} = 2\left(2\mu_0^{(e)} - 5\mu_0\right) r_2^{-6}, \quad a''_{22} = 2\left(\mu_0^{(i)} + 5\mu_0\right) r_2^{-6}$$

— коэффициенты, зависящие от геометрических размеров конденсатора и магнитных проницаемостей сред. Радиальная и тангенциальная компоненты напряженности магнитного поля, зависящие от произведений электрического заряда на намагниченность и внешнее магнитное поле, при этом равны

$$H_{2r} = -2c_4^{(Q)} m_1 (l_1 - l_2 r^{-3} + 5r^{-6}) \cos \vartheta, \quad (19)$$

$$H_{2\vartheta} = c_4^{(Q)} m_1 (2l_1 + l_2 r^{-3} - 2r^{-6}) \sin \vartheta.$$

При $r > r_2$ находим, что

$$H_{2r}^{(e)} = 2d_2^{(e)} r^{-3} \cos \vartheta, \quad H_{2r}^{(e)} = d_2^{(e)} r^{-3} \sin \vartheta, \quad (20)$$

где $d_2^{(e)} = c_4^{(Q)} m_1 (2l_1 r_2^3 + l_2 - 2r_2^{-3})$ — эффективный «магнитоэлектрический» дипольный момент, а при $r < r_1$ имеем

$$H_{2r}^{(i)} = H_{20}^{(i)} \cos \vartheta, \quad H_{2\vartheta}^{(i)} = H_{20}^{(i)} \sin \vartheta, \quad (21)$$

$$\text{где } H_{20}^{(i)} = c_4^{(Q)} m_1 (2l_1 + l_2 r_1^{-3} - 2r_1^{-6}).$$

Таким образом, уже во втором приближении электрическое и магнитное поля становятся связанными. В третьем приближении в нелинейных эффективных потенциалах появляются кубические (по полям \mathbf{E} и \mathbf{H}) члены, влияние которых, например на изменение зарядов на обкладках, также может быть обнаружено экспериментально.

Описанные в настоящей работе МЭ-эффекты могут иметь место во многих реальных объектах.

Все живое на нашей планете находится в гигантском сферическом конденсаторе, обкладками которого являются положительно заряженная ионосфера и отрицательно заряженная земная поверхность, находящаяся в магнитном поле Земли, по распределению близком к полю однородно намагниченного шара. Разность потенциалов между обкладками такого конденсатора лежит в пределах от 200 до 250 кВ, а напряженность поля у поверхности Земли достигает 130 В/м. Эквипотенциальные поверхности геоэлектрического поля не являются сферами; они следуют за рельефом, огибают высокие здания и др. Неоднородности напряженности геоэлектрического поля возникают также при изменении солнечной активности [8].

Зависящая от географического положения напряженность магнитного поля у поверхности Земли в среднем составляет около 0.5 Э, на магнитном экваторе — около 0.34 Э, у магнитных полюсов — около 0.66 Э. Она сильно возрастает (до 2–3 Э) в районах магнитных аномалий. Во время магнитных бурь возмущения геомагнитного поля у поверхности Земли не превышают единиц процентов [8, 9].

Клетку любого живого организма можно также считать сферическим конденсатором, в котором диэлектрическим слоем является биологическая мембрана, а внутренней и внешней обкладками — обладающие проводящими свойствами цитоплазма и внеклеточная среда. Мембрана состоит из двух слоев липидных молекул, гидрофильные головки которых обращены к цитоплазме и внеклеточной среде, а гидрофобные хвосты — внутрь мембранны. Хотя величина мембранных потенциалов мала (не более 0.1 В), но из-за малой толщины мембранны (около 10 нм) напряженность электрического поля в ней может достигать значений 10^4 кВ/м. Локальные неоднородности электрических и магнитных полей в мембране вблизи мест протекания трансмембранных токов могут быть весьма значительными [10, 11]. На процессы в таких биологических сферических конденсаторах большое влияние оказывают также геоэлектрические и геомагнитные поля и их неоднородности [12–18].

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Н. Астрон, ЖЭТФ **40**, 1035 (1961).
2. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **47**, 992 (1964).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1995).
4. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский, Письма в ЖЭТФ **98**, 898 (2013).
5. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский, ЖЭТФ **145**, 733 (2014).
6. Дж. Джексон, *Классическая электродинамика*, Мир, Москва (1965) [J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York (1962), p. 832].
7. V. G. A. Ferraro, *Electromagnetic Theory*, Athlone Press, Univ. of London (1956).
8. В. В. Кузнецов, *Физика Земли. Учебник-монография*, Новосибирск (2011).
9. Н. Г. Бочкарев, *Магнитные поля в космосе*, Изд-во Книжный дом ЛИБРОКОМ, Москва (2011).
10. Ю. С. Ченцов, *Общая цитология*, Изд-во МГУ, Москва (1984).
11. В. Ф. Антонов, А. Ф. Черныш, В. П. Пасечник и др., *Биофизика*, ВЛАДОС, Москва (1999).
12. Ю. А. Холодов, А. Н. Козлов, А. М. Горбач, *Магнитные поля биологических объектов*, Наука, Москва (1987).
13. R. Glaser, Bioelectrochemistry and Bioenergetics **27**, 255 (1992).
14. Н. Г. Птицына, Дж. Виллерези, Л. И. Дорман и др., УФН **168**, 767 (1998).
15. S. Genet, R. Costalat, and J. Burger, Acta Biotheoretica **48**, 273 (2000).
16. В. Н. Бинги, *Магнитобиология. Эксперименты и модели*, МИЛТА, Москва (2002).
17. С. М. Новиков, Г. В. Максимов, В. В. Волков и др., *Биофизика* **53**, 519 (2008).
18. В. Н. Бинги, А. В. Савин, УФН **173**, 265 (2013).