ЖЭТФ, 2016, том 149, вып. 1, стр. 63–75

БОЛЬШОЙ ВЗРЫВ КАК РЕЗУЛЬТАТ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ПЕРВОГО РОДА, ОБУСЛОВЛЕННОГО ИЗМЕНЕНИЕМ СКАЛЯРНОЙ КРИВИЗНЫ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ: СЦЕНАРИЙ «ГИПЕРИНФЛЯЦИИ»

*Э. А. Пашицкий**, *В. И. Пентегов*

Институт физики Национальной академии наук Украины
03028, Киев, Украина

Поступила в редакцию 29 декабря 2014 г.
после переработки 6 июля 2015 г.

Высказывается предположение о том, что Большой взрыв может быть результатом фазового перехода первого рода, обусловленного изменением скалярной кривизны 4-мерного пространства в расширяющейся холодной Вселенной, которая заполнена нелинейным скалярным полем φ и нейтральным веществом с уравнением состояния $p = \nu\varepsilon$ (где p и ε — давление и плотность энергии вещества). Рассматривается лагранжиан скалярного поля с нелинейностью типа φ^4 в криволинейном пространстве, который, наряду с квадратичным по φ членом $-\xi R|\varphi|^2$ (где ξ — константа взаимодействия скалярного и гравитационного полей, а R — скалярная кривизна), содержит линейное по φ слагаемое $\xi R\varphi_0(\varphi+\varphi^+)$, где φ_0 — вакуумное среднее амплитуды скалярного поля, благодаря чему условие существования экстремумов потенциальной энергии скалярного поля сводится к кубическому по φ уравнению. По мере уменьшения ε в процессе расширения Вселенной скалярная кривизна $R = [\kappa(3\nu - 1)\varepsilon - 4\Lambda]$ (где κ и Λ — гравитационная и космологическая константы Эйнштейна) при условии $\nu > 1/3$ уменьшается, и при некотором критическом значении $R_c < 0$ происходит фазовый переход первого рода по переменному параметру «внешнего поля», пропорциональному R. При определенных условиях критический радиус ранней Вселенной в точке фазового перехода первого рода может достигать сколь угодно большого значения, в связи с чем такой сценарий неограниченного «раздувания» Вселенной может быть назван «гиперинфляцией». После прохождения точки фазового перехода должно происходить быстрое выделение энергии скалярного поля, сопровождающееся сильным разогревом Вселенной, который играет роль Большого взрыва.

DOI: 10.7868/S0044451016010065

1. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о причине Большого взрыва, который породил горячую эпоху нашей Вселенной, до сих пор остается центральным в современной космологии. В работах Глинера [1] и Старобинского [2] впервые была рассмотрена самая ранняя стадия эволюции холодной Вселенной до Большого взрыва, информация о которой может быть получена только с помощью регистрации реликтового гравитационного излучения.

Наряду с этим, начиная с работ Киржница и Линде [3–6] и Гута [7] (см. также [8–10]) рассматривались различные инфляционные сценарии эволюции исходно горячей Вселенной, в процессе расширения и остывания которой происходят фазовые переходы либо первого, либо второго рода по температуре с последовательным спонтанным нарушением симметрий различных взаимодействий и с рождением из вакуума разных типов полей и элементарных частиц. В целом ряде работ рассматривались также фазовые переходы первого рода, возникающие при изменении плотности вещества [11–16] или под действием внешних гравитационных полей и токов [17–19]. Общим недостатком сценариев эволюции горячей Вселенной является существование критических флуктуаций при фазовых переходах второго рода либо образование доменов («пузырьков») новой фазы в случае фазовых переходов первого рода, в результате чего должна была бы наблюдаться сильная крупномасштабная неоднородность

* E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

вещества и анизотропия реликтового излучения в современной Вселенной, что противоречит астрономическим данным.

В связи с этим в работах Линде [20–22] был предложен сценарий хаотической инфляции ранней холодной Вселенной, когда плотность энергии вакуума определяется плотностью потенциальной энергии нелинейного скалярного поля $U(\varphi) \le M_P^4$, где $M_P = 1/\sqrt{G}$ — планковская масса, а G — гравитационная постоянная Ньютона (здесь и далее используется система единиц $\hbar = c = 1$). Для потенциалов $U(\varphi)$, зависящих степенным образом от φ, при достаточно малых константах связи и больших начальных значениях $\varphi \gg M_P$ происходит расширение («раздувание») квантовых флуктуаций размером порядка планковской длины $l_P = 1/M_P$ до гигантских масштабов, на много порядков превышающих наблюдаемые размеры современной Вселенной, что позволяет объяснить ее плоскую геометрию, изотропию и высокую степень однородности на больших масштабах, а также отсутствие образований типа доменных стенок и монополей т'Хофта [23] – Полякова [24] в современном мире.

В инфляционных сценариях разогрев холодной Вселенной до высоких температур, который, собственно, и играет роль Большого взрыва, происходит в результате диссипации энергии колебаний амплитуды скалярного поля с энергиями порядка 10^{12}–10^{14} ГэВ вблизи минимума потенциала, затухание которых обусловлено как расширением Вселенной, так и рождением разных типов частиц и античастиц [25].

В дальнейшем был предложен сценарий гибридной инфляции [26], согласно которому в ранней Вселенной существовало два разных типа скалярных полей с сильно различающимися равновесными амплитудами и скоростями «скатывания» в минимум потенциала, что позволило согласовать теорию инфляции с теорией супергравитации [27].

Однако следует иметь в виду, что в процессах зарождения и эволюции ранней Вселенной на малых масштабах в условиях большой кривизны 4-мерного пространства весьма важную роль должно играть взаимодействие фундаментального скалярного поля с гравитационным полем, что не учитывалось в работах [20–22, 25, 26]. В соответствии с общими принципами квантовой теории поля в пространстве с ненулевой скалярной кривизной $R \neq 0$ [28], исходный лагранжиан нелинейного скалярного поля φ при условии сохранения конформной инвариантности теории в пределе нулевой массы бозона $\mu \to 0$ должен содержать квадратичное по φ слагаемое вида $R|\varphi|^2/6$ [14] (см. также [29]). В результате этого происходит перенормировка параметра нелинейности (самодействия) скалярного поля и гравитационной постоянной Эйнштейна $\kappa = 8\pi G$ в уравнениях ОТО на величину порядка $\kappa|\varphi|^2/3$. В частности, для поля Хиггса [30] с вакуумным средним $\varphi_H \equiv v \approx 247$ ГэВ [31] такая перенормировка аномально мала и имеет порядок $G/G_F \sim 10^{-32}$ (где G_F — константа Ферми для слабого взаимодействия).

Как было показано в работах [32–34], наличие в лагранжиане скалярного поля Хиггса с $\mu \neq 0$ дополнительного слагаемого более общего вида $-\xi R|\varphi|^2$, где безразмерная величина ξ может рассматриваться как константа взаимодействия скалярного и гравитационного полей, приводит к генерации массы порядка планковской M_P в рамках стандартной модели только для аномально больших величин константы $\xi \ge 10^{34}$.

В работе [35] для некоторого модифицированного экспоненциально плоского потенциала нелинейного скалярного поля в режиме медленного скатывания системы в основное состояние было получено следующее соотношение для определения константы ξ:

$$\xi \approx 4 \cdot 10^4 m_H/v\sqrt{2},$$

где m_H — масса бозона Хиггса. Учитывая установленное недавно значение $m_H \approx 125.5$ ГэВ [36, 37], получаем все еще достаточно большое значение $\xi \approx \approx 1.44 \cdot 10^4$ для константы связи поля Хиггса с гравитацией.

В данной работе, в отличие от сценария Гута [7] с фазовым переходом первого рода по температуре в расширяющейся горячей Вселенной, предлагается альтернативный сценарий эволюции ранней холодной Вселенной с фазовым переходом первого рода по параметру «внешнего поля», пропорциональному переменной скалярной кривизне. Показано, что такой фазовый переход возможен, если выполнены следующие условия:

1) родившаяся в результате достаточно большой квантовой флуктуации Вселенная заполнена некоторым фундаментальным нелинейным скалярным полем φ, в лагранжиане которого в криволинейном 4-пространстве с $R \neq 0$ наряду с квадратичным по φ членом $-\xi R|\varphi|^2$ содержится линейное по φ слагаемое $\xi R(\varphi + \varphi^+)$, играющее роль внешнего поля;

2) ранняя Вселенная с отличной от нуля космологической постоянной Λ содержит нейтральное холодное вещество, характеризующееся уравнением состояния $p1 = \nu\varepsilon$ с коэффициентом $\nu >$

$> 1/3$, в результате чего скалярная кривизна $R = [\kappa(3\nu - 1)\varepsilon - 4\Lambda]$ уменьшается по мере уменьшения плотности энергии вещества ε в процессе расширения Вселенной.

В этом смысле предлагаемую в данной работе модель эволюции ранней холодной Вселенной можно рассматривать как модификацию модели гибридной инфляции [26], в которой роль второго (вспомогательного) скалярного поля играет параметр внешнего поля.

В разд. 2 данной работы рассмотрен модифицированный лагранжиан некоторого фундаментального комплексного скалярного поля φ с нелинейностью типа φ^4, взаимодействие которого с гравитационным полем имеет вид $-\xi R|(\varphi - \varphi_0)|^2$, где φ_0 — вакуумное среднее амплитуды скалярного поля. В результате этого в лагранжиане содержатся как стандартный, квадратичный по φ, член $-\xi R|\varphi|^2$, так и линейное по φ и по R слагаемое $\xi R\varphi_0(\varphi + \varphi^+)$. При этом условие существования экстремумов потенциала скалярного поля $U(\varphi, R)$ по φ сводится к кубическому относительно вещественной части φ уравнению, которое в некоторой области значений R имеет три вещественных корня, соответствующих двум минимумам и одному максимуму потенциала $U(\varphi, R)$.

В разд. 3 в безразмерных переменных получены зависимости потенциала нелинейного скалярного поля от вещественной амплитуды этого поля для разных значений безразмерного параметра $h = 2\xi R/\mu^2$ внешнего поля. Построены зависимости вещественных корней кубического уравнения и экстремальных значений потенциала от параметра h, на основе которых проводится анализ условий возникновения фазового перехода первого рода в метастабильном состоянии.

В разд. 4 найдены области существования самосогласованных решений уравнений ОТО, которые описывают расширяющуюся раннюю холодную Вселенную, заполненную скалярным нелинейным полем и веществом с уравнением состояния $p = 2\varepsilon/3$, что соответствует вырожденному нерелятивистскому идеальному газу массивных фермионов [38]. Предполагается, что такой ферми-газ состоит из равного числа частиц и античастиц с полуцелым спином, которые родились из вакуума в результате достаточно большой квантовой флуктуации и приобрели конечную массу за счет взаимодействия между фермионным и скалярным полями, в соответствии с механизмом Хиггса генерации масс [30]. Взаимодействие между фермионами предполагается настолько слабым, что время аннигиляции частиц и античастиц значительно превышает время эволюции ранней Вселенной до фазового перехода. При отличной от нуля плотности энергии λ вакуума, которая определяется плотностью потенциальной энергии скалярного поля, с помощью компьютерных вычислений получены решения нелинейных уравнений ОТО и найдены зависимости радиуса Вселенной от времени для разных значений параметров вплоть до точки фазового перехода в момент времени t_c, когда радиус достигает своего максимального значения $a_c = a(t_c)$. Показано, что такие решения могут существовать только при достаточно больших начальных значениях радиуса квантовой флуктуации $a_0 \geq 4.5 l_P$, а предельный радиус a_c ранней Вселенной в точке фазового перехода первого рода и полная энергия скалярного поля $E_c \sim a_c^3$, выделяющаяся при фазовом переходе, стремятся к бесконечности при $\xi \to \xi_{min}$, где ξ_{min} — некоторое минимально допустимое значение ξ, определяемое параметрами скалярного поля. Такой режим неограниченного раздувания ранней Вселенной может быт назван гиперинфляцией. Время эволюции t_c ранней Вселенной до точки фазового перехода также стремится к бесконечности при $\xi \to \xi_{min}$ и при приближении начального радиуса a_0 квантовой флуктуации к зависящему от ξ минимальному значению радиуса $a_{0\,min}(\xi)$. Однако следует иметь в виду, что время t_c не может превышать время аннигиляции фермионов и антифермионов, заполняющих раннюю Вселенную.

В разд. 5 обсуждаются возможные значения параметров μ и g фундаментального нелинейного скалярного поля, которые определяют вакуумное среднее $\varphi_0 = \mu/g$ и плотность потенциальной энергии $U \sim \mu^2\varphi_0^2$. Показано, что в том случае, когда величина $\varphi_0 \gg \varphi_H$, константа $\xi \ll 1$, в отличие от тех моделей, в которых в качестве фундаментального поля используется поле Хиггса, для которого безразмерный параметр $\kappa\varphi_0^2 \sim 10^{-32}$, в силу чего $\xi \geq 10^{30}$ [32–35]. В частности, для отношения $\varphi_0/\varphi_H \approx 10^{16}$, когда безразмерный параметр $\kappa\varphi_0^2 \approx 1$, константа ξ ограничена снизу минимальным критическим значением $\xi_{min} \approx 0.04$. При этом величина ξ должна быть близка к значению ξ_{min} для того, чтобы ранняя Вселенная успела расшириться до достаточно больших размеров $a_c \gg a_0 \gg l_P$.

В этом же разделе обсуждается эволюция Вселенной после прохождения точки фазового перехода, получена оценка для частоты колебаний скалярного поля φ, которые затухают как в результате расширения ранней Вселенной, так и за счет рождения из вакуума большого числа пар частиц и античастиц разных типов (см., например, [25]). Благодаря большой энергии скалярного поля $E_c = \Delta U v_c$, выделяющейся при фазовом переходе первого рода в объеме замкнутой Вселенной $v_c = 2\pi^2 a_c^3$, должен происходить быстрый нагрев вещества, который играет роль Большого взрыва.

2. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ЛАГРАНЖИАН НЕЛИНЕЙНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ В КРИВОЛИНЕЙНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Лагранжиан комплексного скалярного поля с нелинейностью типа φ^4 и с «мнимой массой» $i\mu$ в криволинейном 4-пространстве с метрическим тензором $g^{\mu\nu}$ и с ненулевой скалярной кривизной $R \neq 0$, удовлетворяющий условию конформной инвариантности теории в пределе $\mu \to 0$, имеет вид [14]

$$L = g^{\mu\nu}(\partial_\mu\varphi)(\partial_\nu\varphi^+) + \mu^2\varphi\varphi^+ - g^2(\varphi\varphi^+)^2 + R\varphi\varphi^+/6, \quad (1)$$

где g^2 — параметр нелинейности (самодействия) скалярного поля. Наличие последнего члена в лагранжиане (1), как показано в работе [14], приводит к перенормировке констант μ^2 и g^2, а также гравитационной константы Эйнштейна $\kappa = 8\pi G$ в уравнениях ОТО на безразмерную величину порядка $\kappa\varphi_0^2$. Как отмечалось выше, для поля Хиггса такая перенормировка весьма мала (порядка $G/G_F \sim 10^{-32}$).

В более общем виде при $\mu \neq 0$ лагранжиан (1) может быть записан следующим образом [35]:

$$L = g^{\mu\nu}(\partial_\mu\varphi)(\partial_\nu\varphi^+) + \frac{\mu^2}{2}|\varphi|^2 - \frac{g^2}{4}|\varphi|^4 - \xi R|\varphi|^2, \quad (2)$$

где ξ — эффективная безразмерная константа взаимодействия скалярного и гравитационного полей. Как видим, при ненулевой кривизне 4-мерного пространства происходит перенормировка параметра $\mu^2 \to (\mu^2 - 2\xi R)$ и сохраняется возможность фазового перехода второго рода с зависящим от R параметром порядка $\varphi_0(R) = \sqrt{\mu^2 - 2\xi R}/g$. При этом масса скалярного бозона, аналогичного бозону Хиггса, определяется соотношением $m_B(R) = \sqrt{2(\mu^2 - \xi R)}$.

В настоящей работе рассматривается некоторое фундаментальное скалярное поле φ с нелинейностью типа φ^4, модифицированный лагранжиан которого в криволинейном 4-пространстве, наряду с квадратичным по φ членом $-\xi R|\varphi|^2$, содержит также линейное по φ и по R слагаемое. Ранее [39] такое дополнительное слагаемое выбиралось в виде $\zeta R\varphi/\sqrt{\kappa}$, где ζ — некоторая безразмерная константа, в общем случае не равная ξ, а множитель $1/\sqrt{\kappa}$ вводился из соображений размерности, поскольку размерности величин φ^2 и κ^{-1} совпадают. Однако введение дополнительной константы $\zeta \neq \xi$ представляется излишним.

В дальнейшем рассматривается модель, в которой взаимодействие комплексного нелинейного скалярного поля с гравитационным полем задается в виде $-\xi R|(\varphi - \varphi_0)|^2$, где φ_0 — вакуумное среднее амплитуды скалярного поля.

В результате этого лагранжиан скалярного поля с нелинейностью φ^4 содержит пропорциональные скалярной кривизне R линейный и квадратичный по φ члены:

$$\tilde{L} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\mu\varphi)(\partial_\nu\varphi^+) + \frac{1}{2}(\mu^2 - 2\xi R)|\varphi|^2 - \frac{1}{4}g^2|\varphi|^4 + \xi R\varphi_0(\varphi + \varphi^+) - \xi R\varphi_0^2. \quad (3)$$

Полагая $\varphi = \Phi + \varphi'$, где $\Phi(R)$ — вещественная (классическая) часть амплитуды поля φ при $R \neq 0$, а φ' — ее комплексная (квантованная) часть, и варьируя по φ', при условии $|\varphi'| \ll \Phi$ в линейном приближении получаем уравнение для бозонного поля φ' с зависящей от R массой скалярного бозона:

$$m_B(R) = \sqrt{3g^2\Phi^2(R) - (\mu^2 - 2\xi R)}. \quad (4)$$

В нулевом приближении по φ' из (3) следует выражение для плотности потенциальной энергии вещественной части скалярного поля Φ:

$$U(\Phi, R) = \frac{1}{4}g^2\Phi^4 - \frac{1}{2}(\mu^2 - 2\xi R)\Phi^2 - 2\xi R\varphi_0\left(\Phi - \frac{\varphi_0}{2}\right) + U_0, \quad (5)$$

где U_0 — некоторая произвольная константа, которая должна обеспечивать нулевое минимальное значение потенциала (5).

Условие существования экстремумов потенциала (5) сводится к кубическому уравнению относительно амплитуды Φ:

$$\frac{\partial U}{\partial\Phi} = g^2\Phi^3 - (\mu^2 - 2\xi R)\Phi - 2\xi R\varphi_0 = 0. \quad (6)$$

Как будет показано ниже, уравнение (6) в определенной области параметров имеет три вещественных корня, так что при изменении скалярной кривизны возможен фазовый переход первого рода.

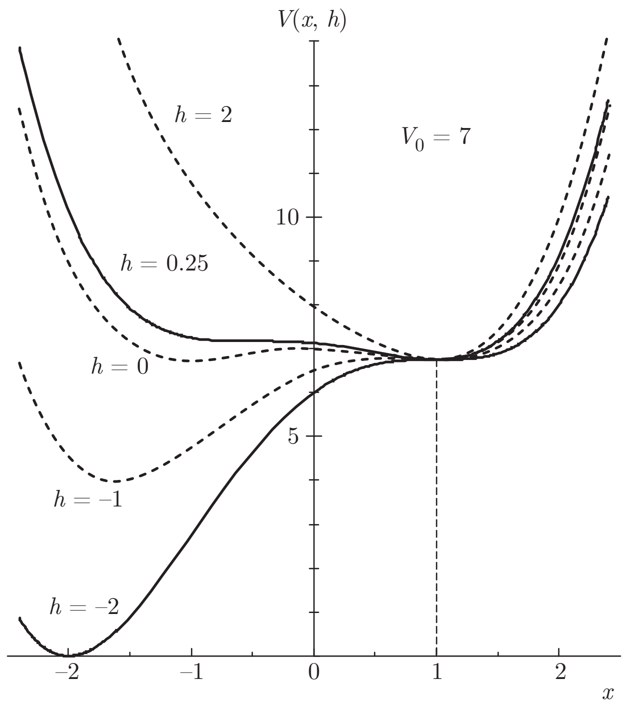

Рис. 1. Зависимости безразмерного потенциала нелинейного скалярного поля $V(x,h) = U(\Phi, R)/\mu^2\varphi_0^2$ от безразмерной амплитуды $x = \Phi/\varphi_0$ для разных значений параметра $h = 2\xi R/\mu^2$ внешнего поля. Сплошными линиями показаны зависимости $V(x,h)$ для порогового значения $h = 0.25$, ниже которого у потенциала появляется второй минимум, а также для критического значения $h = h_c \equiv -2$, когда потенциал $V(x,-2)$ имеет две точки перегиба при $x = \pm 1$ и только один минимум при $x = -2$, равный нулю при выборе константы $V_0 = 7$

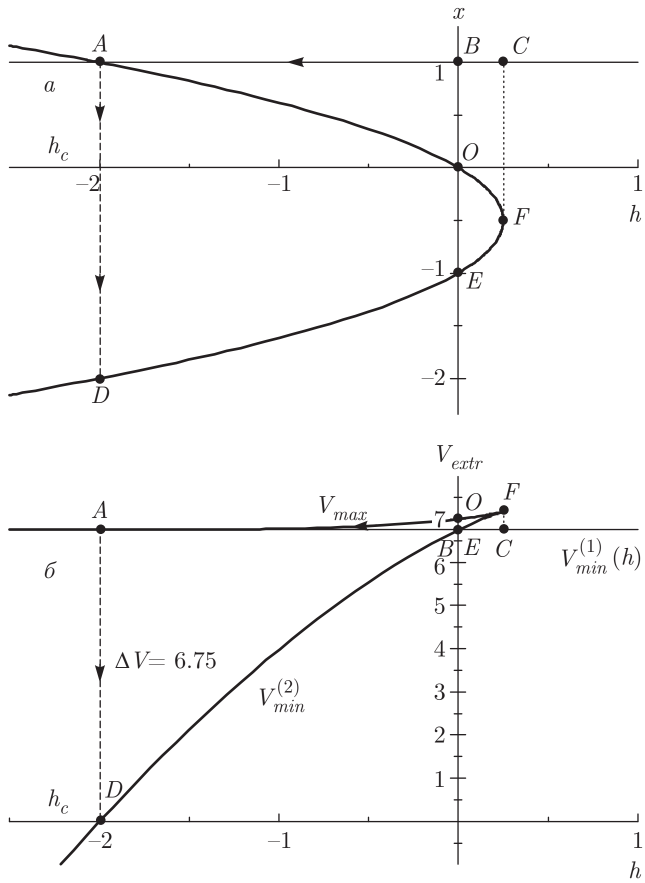

Рис. 2. Зависимости от h трех вещественных корней $x_i(h)$ кубического уравнения (8) в области $-2 \le h \le 0.25$ (*а*) и соответствующих этим корням двух минимальных $V_{min}^{(1,2)}$ и одного максимального $V_{max}(h)$ значений потенциала $V_{extr}(x_i(h))$ в той же области (*б*)

3. ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПЕРВОГО РОДА В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СКАЛЯРНОЙ КРИВИЗНОЙ

Для дальнейшего анализа уравнений (5) и (6) удобно перейти к безразмерным переменным $x = \Phi/\varphi_0$ и $V = U/\mu^2\varphi_0^2$:

$$V(x,h) = \frac{x^4}{4} - (1-h)\frac{x^2}{2} - hx + \frac{h}{2} + V_0, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = x^3 - (1-h)x - h = 0, \qquad (8)$$

где $h = 2\xi R/\mu^2$ — безразмерный параметр внешнего поля, а $V_0 = U_0/\mu^2\varphi_0^2$.

На рис. 1 показаны зависимости потенциала (7) от x для разных значений параметра h при $V_0 = 7$. В области $h \ge 0.25$ потенциал (7) имеет только один минимум $V_{min} = 6.75$ в точке $x = 1$, в котором изначально находилась система (ранняя Вселенная). Как видим, глубина и положение этого минимума остаются постоянными при любых значениях параметра h во всей области $-2 < h < \infty$. В области $h < 0.25$ у потенциала (7) появляется второй минимум, разделенный максимумом (потенциальным барьером) с первым. При $h = 0$ оба минимума имеют одинаковую глубину, $V_{min}^{(1)} = V_{min}^{(2)} = 6.75$, и расположены симметрично в точках $x = \pm 1$, а максимальное значение потенциала в точке $x = 0$ равно $V_{max} = 7$. В области $h < 0$ глубина левого минимума увеличивается с уменьшением параметра h. Наконец, при $h = -2$ правый минимум и максимум потенциала (7) исчезают, превращаясь в точку перегиба при $x = 1$, а левый минимум достигает нулевого значения в точке $x = -2$.

На рис. 2*а* показаны зависимости от параметра h трех вещественных корней кубического уравнения (8) в области $-2 \le h \le 0.25$. При этом в области $h > -2$ существует не зависящий от h положительный корень $x = 1$, соответствующий значению амплитуды скалярного поля $\Phi = \varphi_0 \equiv \mu/g$ (ветвь ABC). Этот положительный корень определяет постоянное положение правого минимума потенциала (7), а отрицательный корень (ветвь DEF) определяет положение левого минимума, тогда как знакопеременный корень (ветвь AOF) соответствует положению максимума потенциала, т. е. является абсолютно неустойчивым. Отрезки AB и EF на положительной и отрицательной ветвях соответствуют метастабильным состояниям. Заметим, что при $\Phi = \varphi_0$, согласно (4), масса бозона равна

$$m_B(R) = \sqrt{2(\mu^2 + \xi R)} \equiv \mu\sqrt{2+h}. \tag{9}$$

Величина $m_B(R)$ в точке фазового перехода при $h = -2$ обращается в нуль.

На рис. 2*б* показаны три экстремальных значения потенциала (7), которые соответствуют зависимостям от h трех корней кубического уравнения (8) на рис. 2*а* и определяют положения двух минимумов, $V_{min}^{(1)}(h)$ и $V_{min}^{(2)}(h)$, потенциала (7) и одного максимума $V_{max}(h)$. В отсутствие центров образования зародышей новой фазы, когда в метастабильной области $-2 < h < 0.25$ не происходят переходы между ветвями ABC и DEF с формированием доменов, характеризующихся разными значениями и знаками параметра порядка и разделенных доменными стенками, система по мере уменьшения скалярной кривизны R движется по горизонтальной прямолинейной фазовой траектории ABC с постоянным минимальным значением потенциала $V_{min}^{(1)} = 6.75$ (при $V_0 = 7$) из стабильного состояния в некоторой начальной точке при $h > 0.25$ в критическую точку A при $h = -2$. После этого система скачком переходит из точки A в точку D, что соответствует фазовому переходу с уменьшением потенциала скалярного поля (7) на величину $\Delta V = 6.75$.

4. ЭВОЛЮЦИЯ РАННЕЙ ХОЛОДНОЙ ВСЕЛЕННОЙ ДО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ПЕРВОГО РОДА

Предположим, что в некоторый (начальный) момент времени в однородном пространстве, заполненном нелинейным скалярным полем в основном состоянии с равновесной амплитудой φ_0 и с минимальной плотностью потенциальной энергии $U_{min}(\varphi_0) = 6.75\mu^2\varphi_0^2$, при нулевой температуре $T = 0$, возникает достаточно большая квантовая флуктуация, в результате которой из вакуума спонтанно рождается нейтральное по всем зарядам холодное вещество с уравнением состояния $p = \nu\varepsilon$, где p и ε — давление и плотность энергии вещества, а ν — безразмерный коэффициент, удовлетворяющий условию $\nu > 1/3$.

Предположим также, что в силу изотропности пространства форма квантовой флуктуации близка к сферической, а ее начальный радиус значительно превышает планковскую длину l_P, так что для описания эволюции сферически-симметричного зародыша Вселенной можно пренебречь квантовыми эффектами, в частности, туннелированием зародыша Вселенной между минимумами потенциала через потенциальный барьер. В связи с этим для описания дальнейшей эволюции такой большой флуктуации будем использовать классические уравнения ОТО, соответствующие модели однородной и изотропной замкнутой Вселенной:

$$\dot{a}^2 + 1 = \frac{\tilde{\kappa}}{3}(\varepsilon + \lambda)a^2, \quad \ddot{a} = -\frac{\tilde{\kappa}}{6}(\varepsilon + 3p - 2\lambda)a, \tag{10}$$

где a — масштабный фактор (радиус) Вселенной, $\dot{a}$ и $\ddot{a}$ — его первая и вторая производные по собственному времени, $\tilde{\kappa} = \kappa/(1 + 2\xi\kappa\varphi_0^2)$ — гравитационная константа Эйнштейна, перенормированная за счет взаимодействия скалярного и гравитационного полей [14], а параметр λ связан с космологической постоянной Эйнштейна соотношением $\lambda = \Lambda/\tilde{\kappa}$ и представляет собой плотность энергии вакуума.

Заметим, что предположение о достаточно большой и, следовательно, весьма маловероятной начальной квантовой флуктуации соответствует представлениям о единственности и уникальности нашей Вселенной, поскольку вероятность одновременного рождения двух (или нескольких) подобных флуктуаций в непосредственной близости друг от друга ничтожно мала.

Из уравнений (10) с учетом возможной зависимости λ от времени следует закон сохранения энергии:

$$3\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda}}{\varepsilon + p} = 0, \tag{11}$$

а также выражение для скалярной кривизны (в терминах собственного времени):

$$R = -\frac{6}{a^2}\left(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + 1\right) = \tilde{\kappa}\left[(3\nu - 1)\varepsilon - 4\lambda\right]. \tag{12}$$

Как видим, в отсутствие вещества ($\varepsilon = 0$) либо для ультрарелятивистского вещества или равновесного электромагнитного излучения с уравнением состояния $p = \varepsilon/3$ скалярная кривизна 4-мерного пространства равна $R = -4\Lambda \equiv -4\tilde{\kappa}\lambda$. Однако при условии $\nu > 1/3$ и $(3\nu - 1)\varepsilon > 4\lambda$ скалярная кривизна положительна.

В отличие от сценария хаотической инфляции [22], в рамках которого плотность энергии вакуума определяется как $\lambda = U(\varphi) + \dot{\varphi}^2/2$, в данной работе, благодаря сохранению постоянных значений как амплитуды скалярного поля $\varphi = \varphi_0$, так и минимальной плотности потенциальной энергии $U(\varphi) = U^{(1)}_{min}(\varphi_0)$ на фазовой траектории ABC при изменении параметра $h = 2\xi R/\mu^2$ внешнего поля в области $h > -2$, будем предполагать, что величина λ определяется соотношением

$$\lambda = U^{(1)}_{min}(\varphi_0) = 6.75\mu^2\varphi_0^2 = \text{const}. \tag{13}$$

В качестве нейтрального вещества, заполняющего раннюю холодную замкнутую Вселенную, в дальнейшем рассматривается нерелятивистский вырожденный ферми-газ с уравнением состояния $p = 2\varepsilon/3$, состоящий из родившихся в результате квантовой флуктуации пар фермионов и антифермионов с массой $m_F = m_{AF}$. Заметим, что конечная масса фермионов может генерироваться за счет взаимодействия между скалярным и фермионным полями благодаря механизму Хиггса [30]. При этом предполагается, что взаимодействие между фермионами является настолько слабым, что характерное время аннигиляции t_A частиц и античастиц гораздо больше максимального времени эволюции t_c ранней холодной Вселенной до момента фазового перехода (см. ниже).

Таким образом, полагая $p = 2\varepsilon/3$ и $\lambda = \text{const}$, согласно (11), получаем

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left[a_0/a(t)\right]^5. \tag{14}$$

Здесь ε_0 и a_0 — начальные значения плотности энергии вещества и радиуса зародыша Вселенной, которые удовлетворяют условиям $a_0 > l_P$ и $\varepsilon_0 \le \varepsilon_P$, где $\varepsilon_P = M_P^4$ — планковская плотность энергии. При этом из (12) следует

$$R(t) = \tilde{\kappa}\left[\varepsilon(t) - 4\lambda\right]. \tag{15}$$

Будем предполагать, что в начальный момент времени $t = 0$ скалярная кривизна положительна и удовлетворяет условию $2\xi R(0)/\mu^2 \equiv h(0) > 0.25$, так что потенциал скалярного поля $U(\Phi)$ имеет единственный минимум в точке $\Phi = \varphi_0$ (см. рис. 1).

В процессе расширения Вселенной скалярная кривизна (15) уменьшается во времени по мере уменьшения $\varepsilon(t)$ согласно степенному закону (14). В рамках рассматриваемой модели нелинейного скалярного поля это соответствует уменьшению безразмерного параметра $h(t) = 2\xi R(t)/\mu^2$ внешнего поля. Благодаря этому происходит движение системы справа налево вдоль фазовой траектории ABC (см. рис. 2), на которой вплоть до точки $h = -2$ сохраняются постоянными как амплитуда скалярного поля $\Phi = \varphi_0 \equiv \mu/g$, так и минимальное значение потенциала $U^{(1)}_{min}(\varphi_0) = 6.75\mu^2\varphi_0^2$.

Исходя из предположения о квантовом рождении Вселенной, удобно ввести безразмерные переменные $\tilde{a}(\tau) = a(t)/l_P$ и $\tau = t/l_P$ (где t_P — планковское время). В этом случае скалярная кривизна (15) и безразмерный параметр h внешнего поля с учетом закона сохранения энергии (14) определяются следующими выражениями:

$$R(\tau) = -\Lambda\left[4 - \frac{\varepsilon_0}{\lambda}\left(\frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}(\tau)}\right)^5\right], \tag{16}$$

$$h(\tau) \equiv \frac{2\xi R(\tau)}{\mu^2} = -\frac{\tilde{\xi}\beta}{1+\tilde{\xi}}\left[4 - \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\lambda}\left(\frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}(\tau)}\right)^5\right], \tag{17}$$

где $\tilde{a}_0 = a_0/l_P$, $\tilde{\xi} = 2\xi\kappa\varphi_0^2$, $\tilde{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0/\mu^2\varphi_0^2$ и $\beta = \lambda/\mu^2\varphi_0^2$ — безразмерные параметры данной модели.

Для описания динамики Вселенной воспользуемся первым уравнением (10) для скорости ее расширения (совместно с законом сохранения энергии):

$$\frac{d\tilde{a}}{d\tau} = \left\{b\left[1 + \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\beta}\left(\frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}(\tau)}\right)^5\right]\tilde{a}^2(\tau) - 1\right\}^{1/2}. \tag{18}$$

Величина $b = \tilde{\kappa}\lambda l_P^2/3$ в силу перенормировки гравитационной константы Эйнштейна является функцией параметра $\tilde{\xi}$:

$$b(\tilde{\xi}) = \frac{\beta}{3}\frac{\Omega_P}{\tilde{\varepsilon}_P}\frac{1}{1+\tilde{\xi}}, \tag{19}$$

где $\Omega_P = \kappa\varepsilon_P l_P^2 = 25.1327\ldots$ — универсальная константа, выражающаяся через мировые постоянные, а $\tilde{\varepsilon}_P = \varepsilon_P/\mu^2\varphi_0^2$ — дополнительный безразмерный параметр модели, зависящий от параметров скалярного поля μ и $\varphi_0 = \mu/g$. При этом область применимости решений классического уравнения (18) должна быть ограничена условиями $\tilde{a}(\tau) > 1$ и $\tau > 1$.

Требование вещественности скорости расширения ранней Вселенной эквивалентно условию положительности минимума подкоренного выражения в (18), которое с учетом (19) выполняется при следующих условиях:

$$\tilde{\varepsilon}_0 > \tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\xi) = \frac{1}{b(\tilde{\xi})\tilde{a}_0^2} - \beta, \quad \text{если} \quad \tilde{\xi} \le \frac{5}{9}\beta\frac{\Omega_P}{\tilde{\varepsilon}_P}\tilde{a}_0^2 - 1,$$
$$\tilde{\varepsilon}_0 > \tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\xi) = \frac{2}{3}\beta\left[\frac{5}{3}\beta b(\tilde{\xi})\tilde{a}_0^2\right]^{-2/5}, \quad \text{если} \quad \tilde{\xi} > \frac{5}{9}\beta\frac{\Omega_P}{\tilde{\varepsilon}_P}\tilde{a}_0^2 - 1. \tag{20}$$

В рамках данного сценария расширение ранней Вселенной может продолжаться только до того момента времени τ_c, когда параметр $h(\tau)$ достигает своего критического значения $h_c \equiv h(\tau_c) = -2$ в точке A на фазовой траектории ABC (см. рис. 2), а безразмерный радиус равен своему предельному значению $\tilde{a}_c \equiv \tilde{a}(\tau_c)$.

Из выражения (17) при $h = -2$ получаем следующее соотношение для определения зависимости отношения $\tilde{a}_c/\tilde{a}_0$ от параметров модели β, $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\xi}$:

$$\frac{\tilde{a}_c}{\tilde{a}_0} = \left[\frac{\tilde{\xi}}{2\left[(2\beta-1)\tilde{\xi}-1\right]}\tilde{\varepsilon}_0\right]^{1/5}. \tag{21}$$

Необходимое условие расширения зародыша Вселенной, $\tilde{a}_c > \tilde{a}_0$, приводит к ограничениям на параметры $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\xi}$:

$$\tilde{\varepsilon}_0 > 2\frac{(2\beta-1)\tilde{\xi}-1}{\tilde{\xi}}, \quad \tilde{\xi} \ge \frac{1}{2\beta-1}. \tag{22}$$

Согласно соотношению (21), при стремлении параметра $\tilde{\xi}$ к своему предельно допустимому минимальному значению $\tilde{\xi}_{min} = 1/(2\beta-1)$ радиус ранней Вселенной в точке фазового перехода стремится к бесконечности, $a_c \to \infty$.

С другой стороны, следует учитывать, что начальная плотность энергии ε_0 вещества, которое родилось за время порядка t_P в результате квантовой флуктуации вакуума, в силу соотношения неопределенностей не может превышать планковскую плотность энергии ε_P. Поэтому полная начальная энергия вещества $E_0 = \varepsilon_0 a_0^3$ должна быть ограничена сверху энергией Планка $\varepsilon_P l_P^3$, откуда следует неравенство

$$\tilde{\varepsilon}_0 \le \tilde{\varepsilon}_P/\tilde{a}_0^3. \tag{23}$$

Условия (20), (22) и (23) совместно с неравенством $\tilde{a}_0 > 1$ представляют собой полный набор ограничений, налагаемых на параметры рассматриваемой модели. Как следует из соотношения (13), безразмерный параметр $\beta = 6.75$, так что условия (22) принимают вид

$$\tilde{\varepsilon}_0 > 25\frac{\tilde{\xi}-0.08}{\tilde{\xi}}, \quad \tilde{\xi} \ge \tilde{\xi}_{min} = 0.08. \tag{24}$$

С другой стороны, полная потенциальная энергия скалярного поля, которая выделяется при фазовом переходе первого рода и определяется уменьшением потенциала скалярного поля на величину $\Delta U = 6.75\mu^2\varphi_0^2$, равна

$$E_c = 2\pi^2 a_c^3 \Delta U. \tag{25}$$

В этом случае соотношение (21) и отношение конечного E_c и начального E_0 значений полной энергии можно представить в виде

$$\frac{\tilde{a}_c}{\tilde{a}_0} = \left(\frac{0.04\tilde{\xi}}{\tilde{\xi}-0.08}\tilde{\varepsilon}_0\right)^{1/5},$$
$$\frac{E_c}{E_0} = \frac{\beta}{\tilde{\varepsilon}_0}\left(\frac{\tilde{a}_c}{\tilde{a}_0}\right)^3 = \frac{6.75}{\tilde{\varepsilon}_0^{2/3}}\left(\frac{0.04\tilde{\xi}}{\tilde{\xi}-0.08}\right)^{3/5}. \tag{26}$$

Таким образом, если параметр $\tilde{\xi} \to \tilde{\xi}_{min} = 0.08$, то в точке фазового перехода максимальный радиус ранней холодной Вселенной $a_c \to \infty$ и выделяющаяся полная энергия $E_c \to \infty$ при любых начальных значениях a_0 и E_0.

Заметим, что значению $\tilde{\xi}_{min} = 0.08$ при $\beta = 6.75$ соответствует некоторое минимальное значение константы взаимодействия скалярного и гравитационного полей, $\xi_{min} = \tilde{\xi}_{min}/2\kappa\varphi_0^2 = 0.04/\kappa\varphi_0^2$, зависящее от величины вакуумного среднего скалярного поля. Например, для нелинейного скалярного поля Хиггса с вакуумным средним $\varphi_H = \mu_H/g_H \approx 247$ ГэВ с хорошей точностью получаем $\kappa\varphi_H^2 \approx 10^{-32}$, откуда следует нереально большое значение $\xi_{min} \approx 4 \cdot 10^{30}$ (ср. с результатами работ [33–35]), что свидетельствует о невозможности непосредственного объединения стандартной модели элементарных частиц с гравитацией.

Однако если предположить, что вакуумное среднее для фундаментального скалярного поля в ранней Вселенной удовлетворяет условию $\kappa\varphi_0^2 \approx 1$, что соответствует отношению $\varphi_0/\varphi_H \approx \sqrt{G_F/G} \approx 10^{16}$, то получим вполне разумную оценку $\xi_{min} \approx 0.04$.

Отсюда следует, что при $\xi \approx \xi_{min}$ перенормировки константы самодействия нелинейного скалярного поля, $g^2 \to g^2(1+\xi\kappa\varphi_0^2)$, и гравитационной константы Эйнштейна, $\tilde{\kappa} = \kappa/(1+2\xi\kappa\varphi_0^2)$ [14], оказываются соответственно порядка 4 % и 8 %.

На рис. 3 показана область существования эволюционных решений уравнения (18) на плоскости параметров $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{a}_0$ при $\tilde{\xi} = 0.0801$ и $\tilde{\varepsilon}_P \equiv \varepsilon_P/\mu^2\varphi_0^2 = 4660$, полученная с учетом ограничений (20), (22) и (23). В данном случае верхняя граница области определяется условием (23), нижняя соответствует условию $\tilde{\varepsilon}_0 = \tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\tilde{\xi})$ в (20). Расчет выполнен для

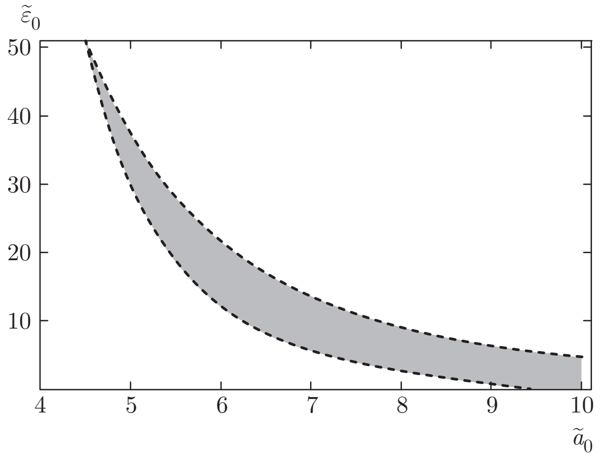

Рис. 3. Двумерная область существования эволюционных решений уравнения (18) в пространстве двух безразмерных параметров $\tilde{a}_0 \equiv a/l_P$ и $\tilde{\varepsilon}_0 \equiv \varepsilon_0/\varepsilon_P$, полученная с учетом ограничений (20), (22) и (23) для значения безразмерной константы взаимодействия скалярного и гравитационного полей $\tilde{\xi} = 2\xi\kappa\varphi_0^2 = 0.0801$, близкого к минимальному значению $\tilde{\xi}_c = 0.08$ при $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P = 4600$

значений параметров $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P \equiv \varepsilon_P/\mu^2\varphi_0^2 = 4660$. Как видим, для данных параметров решения существуют только при достаточно больших начальных значениях радиуса зародыша Вселенной, $a_0 > 4.5l_P$, т. е. для достаточно большой квантовой флуктуации.

На рис. 4 показана величина безразмерного радиуса Вселенной в момент фазового перехода $\tilde{a}_c$ в зависимости от параметров $\tilde{\xi}$ и $\tilde{\varepsilon}_0$ при $\tilde{a}_0 = 5$, $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P = 4660$. Как видим, $\tilde{a}_c \to \infty$ при $\tilde{\xi} \to 0.08$ в соответствии с (26), причем достаточно большое расширение зародыша Вселенной, когда $\tilde{a}_c \gg \tilde{a}_0$, возможно только в очень узкой области значений параметра $\tilde{\xi}$, когда $\tilde{\xi} - \tilde{\xi}_{min} \ll 1$.

На рис. 5 представлены временные зависимости безразмерного радиуса Вселенной $\tilde{a}(\tau)$ до момента фазового перехода, которые определяются уравнением (18) для разных значений параметра $\tilde{\varepsilon}_0$ вблизи его минимального значения $\tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\xi)$, определяемого соотношениями (20). Как видим, в данном случае максимальный радиус Вселенной, ограниченный точкой фазового перехода в момент времени $t = t_c$, практически не зависит от $\tilde{\varepsilon}_0$ и равен $a_c \approx 20l_P$, в то время как время ее эволюции изменяется в достаточно широком интервале $25t_P < t < 120t_P$ за счет увеличения ширины плато. Однако во всех случаях на заключительной стадии, когда $(\tilde{a}_c/\tilde{a}_0)^5 \gg 1$, расширение Вселенной происходит по экспоненциальному закону, характерному

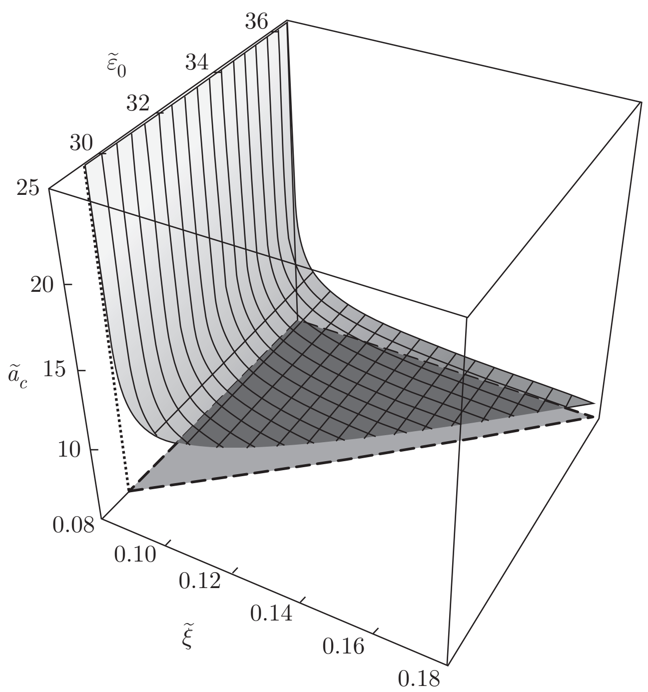

Рис. 4. Зависимость безразмерного радиуса Вселенной $\tilde{a}_c$ (21) в момент фазового перехода от параметров $\tilde{\xi}$ и $\tilde{\varepsilon}_0$ при $\tilde{a}_0 = 5$, $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P = 4660$. На плоскости $\tilde{\xi}$–$\tilde{\varepsilon}_0$ штрихами выделена область допустимых значений параметров, определяемая условиями (20), (22) и (23)

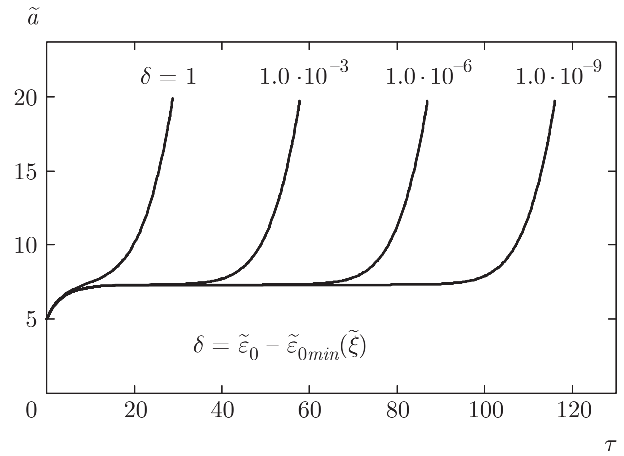

Рис. 5. Зависимости безразмерного радиуса $\tilde{a}(\tau)$ расширяющейся ранней холодной Вселенной от безразмерного времени $\tau = t/t_P$ вплоть до момента τ_c в точке фазового перехода $h = h_c$. Решения уравнения (18) приведены для разных значений параметра $\tilde{\varepsilon}_0$ вблизи минимального значения $\tilde{\varepsilon}_{0\,min}$, определяемого неравенствами (20) при $\tilde{a}_0 = 5$, $\tilde{\xi} = 0.0801$, $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P = 4660$

для инфляционных решений. Следует подчеркнуть, что в данном случае, как и в модели де Ситтера, инфляция происходит под действием постоянной во времени плотности энергии вакуума, $\lambda = \text{const}$, в отличие от сценария хаотической инфляции [20–22], когда расширение Вселенной происходит на фоне убывающей плотности энергии скалярного поля.

На рис. 6 показаны зависимости безразмерного времени $\tau_c \equiv t_c/t_P$ расширения ранней Вселенной от $\tilde{\varepsilon}_0$ и от $\tilde{\xi}$. Неограниченный рост времени, $\tau_c \to \infty$, при $\tilde{\varepsilon}_0 \to \tilde{\varepsilon}_{0\,min}$ (рис. 6*а*) происходит благодаря тому, что минимальное значение скорости $\dot{a}$ расширения при условии $\tilde{\varepsilon}_0 = \tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\tilde{\xi})$ обращается в нуль при одновременном обращении в нуль ускорения $\ddot{a}$ и всех высших производных a по времени. Это приводит к тому, что плато на зависимости $\tilde{a}(\tau)$ (см. рис. 5) по мере приближения $\tilde{\varepsilon}_0$ к $\tilde{\varepsilon}_{0\,min}(\tilde{\xi})$ вблизи нижней границы заштрихованной области на рис. 3 формально может затягиваться до бесконечности при условии, что $\tilde{a}_c$ превышает свое минимальное значение:

$$\tilde{a}_{c\,min} = \tilde{a}_0 \left(3\tilde{\varepsilon}_0/2\beta\right)^{1/5}, \qquad (27)$$

которое соответствует минимальной скорости расширения Вселенной.

Неограниченное нарастание времени τ_c при $\tilde{\xi} \to \tilde{\xi}_{min} = 0.08$ (рис. 6*б*) связано с расходимостью максимального радиуса Вселенной $\tilde{a}_c$ в точке фазового перехода (см. (26)). Однако при этом следует учитывать, что τ_c не может превышать время аннигиляции первичных фермионов и антифермионов, что налагает определенное ограничение сверху на величину критического радиуса a_c ранней Вселенной.

5. ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ И ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ ПОСЛЕ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ПЕРВОГО РОДА

Проведем оценки параметров скалярного поля в рамках рассмотренной модели ранней холодной Вселенной. Как было показано в разд. 4, физически разумная оценка безразмерной константы взаимодействия скалярного и гравитационного полей ($\xi \approx 0.04$) может быть получена при условии $\kappa\varphi_0^2 \approx 1$, что соответствует весьма большому отношению вакуумных средних фундаментального скалярного поля, $\varphi_0 = \mu/g$, и поля Хиггса, $\varphi_H = \mu_H/g_H$, равному $\varphi_0/\varphi_H \approx 10^{16}$.

С другой стороны, выбор достаточно большой величины безразмерного параметра $\tilde{\varepsilon}_P \equiv \varepsilon_P/\mu^2\varphi_0^2 = 4660$ при $\varepsilon_P = M_P^4$, как нетрудно показать, соответствует отношению $\mu\varphi_0/\mu_H\varphi_H \approx 10^{32}$. Оба эти условия могут быть согласованы только в том случае, если $\mu/\mu_H \approx 10^{16}$ и $g/g_H \approx 1$, что соответствует значениям $\mu \approx 0.1M_P$ и $\varphi_0 = \mu/g \approx 0.274M_P$ при $g \approx g_H \approx 0.364$. Заметим, что при этом отношение плотности потенциальной энергии нелинейного скалярного поля к планковской плотности энергии равно $\Delta U/\varepsilon_P = 6.75\mu^2\varphi_0^2/M_P^4 \approx 0.00145$.

Таким образом, фундаментальное скалярное поле в ранней холодной Вселенной до Большого взрыва могло обладать такой плотностью потенциальной энергии $\Delta U = 6.75\mu^4/g^2$, которая на 64 порядка превышает соответствующую величину для поля Хиггса, что лишний раз доказывает невозможность использования последнего в инфляционных теориях эволюции ранней Вселенной.

Следует подчеркнуть, что в рамках рассмотренной выше модели при $\xi \to \xi_{min} = 0.04$ в принципе возможно раздувание Вселенной в точке фазового перехода первого рода до сколь угодно больших размеров при $\varphi_0 < M_P$ и $\Delta U \ll \varepsilon_P$, тогда как в режиме хаотической инфляции [22] размеры раздувающейся Вселенной, на много порядков превышающие размер современной Вселенной, при учете ограничения потенциала скалярного поля условием $V(\varphi) \le M_P^4$ достигаются только при аномально больших начальных значениях амплитуды скалярного поля $\varphi \gg M_P$ и при аномально малых значениях либо эффективной массы скалярного поля, $m \ll M_P$, для квадратичного потенциала $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2$, либо константы нелинейности $\gamma \ll 1$ для потенциала $V(\varphi) = \gamma\varphi^4$.

В связи с этим рассмотренный в данной работе сценарий эволюции ранней Вселенной до точки фазового перехода с практически неограниченным ее раздуванием при $\xi \to \xi_{min}$ может быть назван гиперинфляцией.

Оценим полную энергию скалярного поля E_c, которая выделяется при фазовом переходе первого рода с учетом полученных выше значений параметров $a_c \approx 20 l_P$ и $\Delta U \approx 1.45\cdot 10^{-3} M_P^4$. В результате получаем оценку

$$E_c = 2\pi^2 a_c^3 \Delta U \approx 2.3\cdot 10^2 M_P \approx 2.76\cdot 10^{21}\ \text{ГэВ}. \qquad (28)$$

Выделение такой колоссальной энергии в результате фазового перехода должно приводить к рождению из вакуума большого числа пар частиц и античастиц разного сорта и к быстрому нагреву вещества до высоких температур порядка планковской температуры $T_P \approx M_P/k_B \approx 1.2\cdot 10^{32}$ К (k_B — постоянная Больцмана), что является причиной Боль-

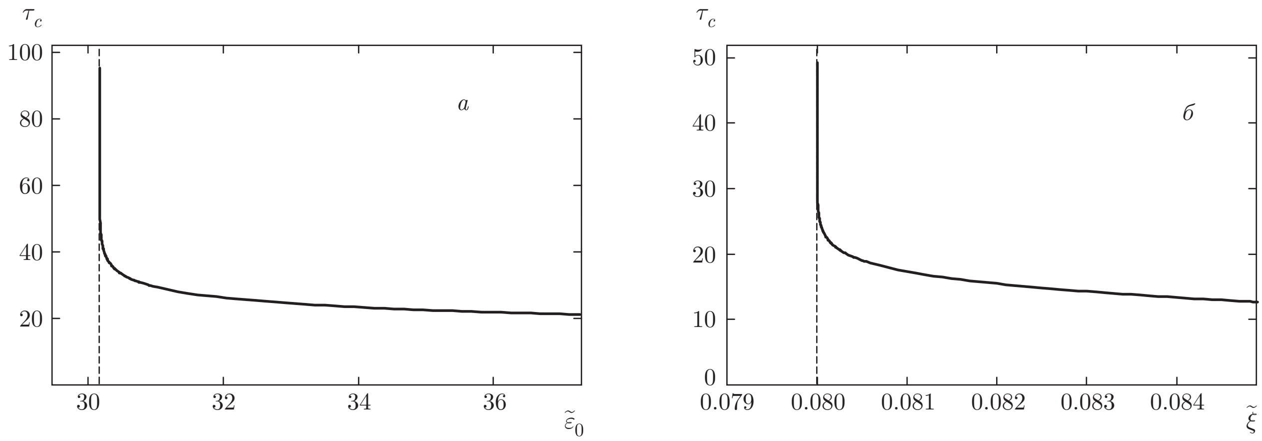

Рис. 6. Зависимость времени расширения ранней Вселенной τ_c до момента фазового перехода от параметра $\tilde{\varepsilon}_0$ вблизи границы $\tilde{\varepsilon}_{0\,min} \approx 30.17$ при $\tilde{\xi} = 0.0801$ (*а*) и от параметра $\tilde{\xi}$ вблизи критического значения $\tilde{\xi}_c = 0.08$ при $\tilde{\varepsilon}_0 = 35$ (*б*). Оба графика построены для значений $\tilde{a}_0 = 5$, $\beta = 6.75$ и $\tilde{\varepsilon}_P = 4660$

шого взрыва, породившего горячую эру нашей Вселенной.

С другой стороны, потенциал нелинейного скалярного поля (7) при $h = -2$ с нулевым минимумом в точке $x = -2$ (см. рис. 1) для сдвинутого значения амплитуды поля $y = x + 2$ принимает вид

$$V(y) = \frac{9}{2}y^2 - 2y^3 + \frac{y^4}{4}. \qquad (29)$$

В этом случае потенциальная энергия скалярного поля, выделяющаяся при фазовом переходе первого рода, диссипирует в процессе затухания колебаний скалярного поля вблизи минимума потенциала в точке $y = 0$ (или $x = -2$) с характерной частотой $\omega = 3\mu \approx 0.3M_P$. Потенциал (29) можно рассматривать как аналог потенциалов, используемых в разных моделях хаотической инфляции [22], ограниченных сверху условием $U(\varphi) \le M_P^4$. В рамках рассматриваемой модели следует положить $\Delta U = 6.75\mu^4/g^2 \le M_P^4$. Столь большая величина скачка потенциала скалярного поля в точке фазового перехода может быть достигнута при уменьшении константы нелинейности g до такой величины, когда $g^2 \ge 1.45 \cdot 10^{-3} g_H^2$. При этом вакуумное среднее для прежнего значения константы $\mu \approx 10^{16}\mu_H$ равно $\varphi_0 \approx 2.63 \cdot 10^{17}\varphi_H$, а безразмерная константа взаимодействия скалярного и гравитационного полей мала, $\xi = 0.08/2\kappa\varphi_0^2 \approx 1.5 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, рассмотренный в данной работе сценарий эволюции родившейся из квантовой флуктуации ранней холодной Вселенной может быть связан с последующим процессом раздувания Вселенной в рамках сценария хаотической инфляции [22], который позволяет решить большинство проблем современной космологии. Однако вопросы динамики скалярного поля с потенциалом (29) и дальнейшей эволюции Вселенной с последующим ее нагревом после фазового перехода первого рода выходят за рамки данной работы.

6. ВЫВОДЫ

В данной работе рассмотрен сценарий эволюции ранней холодной Вселенной, родившейся в результате достаточно большой квантовой флуктуации вакуума с последующим фазовым переходом первого рода по параметру внешнего поля, пропорциональному переменной во времени скалярной кривизне $R(t)$. Предполагается, что такой фазовый переход происходит в расширяющейся Вселенной как за счет взаимодействия фундаментального нелинейного скалярного поля с гравитационным полем, так и благодаря наличию вещества, которое характеризуется уравнением состояния $p = \nu\varepsilon$ при $\nu > 1/3$. Получены численные решения нелинейных уравнений ОТО с отличной от нуля плотностью энергии вакуума. Показано, что такие решения существуют только при достаточно большом начальном радиусе $a_0 \ge 5l_P$ зародыша Вселенной, при котором уже малы квантовые поправки и становятся применимыми классические уравнения ОТО. Возникновение столь большой квантовой флуктуации вакуума само по себе весьма маловероятно, а вероятность одновременного рождения двух и более таких флуктуаций в ближайшем окружении ничтожно мала, что соответствует концепции единственности и уникальности Вселенной, рождающейся по рассмотренному сценарию.

Получены оценки для параметров μ и g и для вакуумного среднего $\varphi_0 = \mu/g$ фундаментального нелинейного скалярного поля, для плотности энергии вакуума, которая определяется плотностью потенциальной энергии скалярного поля, $\lambda = \Delta U$, для константы взаимодействия ξ скалярного и гравитационного полей, а также для полной энергии $E_c = \Delta U v_c$ скалярного поля, которая выделяется при фазовом переходе в объеме замкнутой Вселенной, $v_c = 2\pi^2 a_c^3$, где a_c — максимальный радиус ранней Вселенной в точке фазового перехода. Показано, что когда константа ξ стремится к некоторому предельному значению ξ_{min}, зависящему от величины вакуумного среднего скалярного поля φ_0, радиус a_c и, следовательно, энергия E_c стремятся к бесконечности, что соответствует сценарию гиперинфляции ранней Вселенной.

В заключение выражаем искреннюю благодарность Д. С. Горбунову, А. И. Жуку, Г. М. Зиновьеву, И. В. Криве, В. В. Лебедеву, В. А. Рубакову и С. М. Рябченко за полезные дискуссии и конструктивные замечания.

Примечание при корректуре (20 октября 2015 г.) В. А. Рубаков обратил наше внимание на то, что для газа нерелятивистских массивных фермионов с уравнением состояния $p = 2\varepsilon/3$ в уравнениях ОТО наряду с кинетической энергией частиц следует учитывать также их энергию покоя. Однако, как показал Зельдович [40], для взаимодействующих частиц при достаточно высоких плотностях полная энергия взаимодействия, пропорциональная квадрату плотности частиц, может существенно превышать их кинетическую энергию. При этом уравнение состояния с ростом плотности стремится к уравнению состояния предельно сжатого вещества $p = \varepsilon$. Можно показать, что полученные выше результаты качественно не изменяются при замене $p = 2\varepsilon/3$ на $p = \varepsilon$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Б. Глинер, ЖЭТФ **49**, 542 (1965); ДАН СССР **192**, 771 (1970).

2. А. А. Старобинский, Письма в ЖЭТФ **30**, 719 (1979); A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).

3. Д. А. Киржниц, Письма в ЖЭТФ **15**, 745 (1972).

4. D. A. Kirzhnits and A. D. Linde, Phys. Lett. B **42**, 471 (1972).

5. Д. А. Киржниц, А. Д. Линде, ЖЭТФ **67**, 1263 (1974).

6. D. A. Kirzhnits and A. D. Linde, Ann. Phys. **101**, 195 (1976).

7. A. H. Guth, Phys. Rev. D **23**, 347 (1981).

8. D. Kazanas, Astrophys. J. **241**, L59 (1980).

9. K. Sato, Month. Not. Roy. Astron. Soc. **195**, 467 (1981).

10. A. Albrecht and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **48**, 1220 (1982).

11. T. D. Lee and G. C. Wick, Phys. Rev. D **9**, 2291 (1974).

12. D. J. Harrington and A. Vildis, Phys. Rev. Lett. **33**, 324 (1974).

13. A. D. Linde, Phys. Rev. D **14**, 3345 (1976).

14. И. В. Криве, А. Д. Линде, Е. М. Чудновский, ЖЭТФ **71**, 825 (1976).

15. A. D. Linde, Phys. Lett. B **86**, 39 (1979).

16. И. В. Криве, ЖЭТФ **83**, 849 (1982).

17. G. M. Shore, Ann. Phys. (N. Y.) **128**, 376 (1980).

18. K. Ishikawa, Phys. Rev. D **28**, 2445 (1983).

19. И. Л. Бухбиндер, С. Д. Одинцов, ЯФ **42**, 1268 (1985).

20. A. D. Linde, Phys. Lett. B **108**, 389 (1982); **129**, 177 (1983).

21. А. Д. Линде, Письма в ЖЭТФ **38**, 149 (1983).

22. А. Д. Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология*, Наука, Москва (1990).

23. G. t'Hooft, Nucl. Phys. B **79**, 276 (1974).

24. А. М. Поляков, Письма в ЖЭТФ **20**, 430 (1974).

25. L. Kofman, A. Linde, and A. Starobinsky, Phys. Rev. D **56**, 3258 (1997).

26. A. D. Linde, Phys. Rev. D **49**, 748 (1994).

27. A. Linde, arXiv:hep-th/0402051, v. 2.

28. N. D. Birrell and P. C. W. Davis, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge, UK, Univer. Proc. (1982).

29. Б. Л. Спокойный, Письма в ЖЭТФ **40**, 354 (1984).

30. P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964); Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).

31. S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Vol. 2, Cambridge Univ. Press (1996).

32. A. Zee, Phys. Rev. Lett. **42**, 417 (1979).

33. L. Smolin, Nucl. Phys. B **160**, 253 (1979).

34. J. L. Cervantes-Cota and H. Dehnen, Nucl. Phys. B **442**, 391 (1995).

35. F. Bezrukov and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **659**, 703 (2008).

36. ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B **716**, 1 (2012).

37. CMS Collaboration, Phys. Lett. B **716**, 121 (2012).

38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).

39. E. A. Pashitskii, arXiv:1405.4219.

40. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **41**, 1609 (1961).