ЖЭТФ, 2015, том 148, вып. 2 (8), стр. 407–414

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ЭФФЕКТИВНУЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

А. В. Казначеев[a*], ***Е. П. Пожидаев***[b**]

[a] *Институт элементоорганических соединений им. А. Н. Несмеянова Российской академии наук 119991, Москва, Россия*

[b] *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук 119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 3 февраля 2015 г.

Представлены результаты теоретического исследования влияния граничных поверхностей жидкокристаллической ячейки на эффективную диэлектрическую восприимчивость спиральной структуры сегнетоэлектрического жидкого кристалла со смектической фазой C^* (C^*ЖК). Для этого рассмотрен вопрос о деформации и раскрутке спирали твердыми поверхностями, ограничивающими слой C^*ЖК. Получено аналитическое выражение для критической толщины d_c жидкокристаллического слоя, при которой происходит раскрутка спирали поверхностями. При расчете эффективной диэлектрической восприимчивости показано, что деформация спирали C^*ЖК границами приводит к возникновению анизотропии эффективной диэлектрической восприимчивости в плоскости, перпендикулярной оси спирали.

DOI: 10.7868/S0044451015080234

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время хорошо известны сегнетоэлектрические жидкие кристаллы (C^*ЖК) [1–4], которые были предсказаны и синтезированы в 1975 г. Р. Мейером с соавторами [1]. Сегнетоэлектричество в жидких кристаллах существует в смектической фазе C^*. Эта фаза, как и другие жидкокристаллические фазы, состоит из молекул, имеющих анизометричную форму. За счет взаимодействия между такими молекулами возникает дальний ориентационный порядок их длинных осей, который приводит к анизотропии различных физических параметров. Центры масс молекул расположены в плоскопараллельных слоях. В каждом смектическом слое директор $\mathbf{n}$, т. е. направление преимущественной ориентации длинных осей молекул, наклонен на угол θ относительно нормали к слою. Смектические слои фазы C^* имеют точечную группу симметрии c_2. Ось второго порядка расположена в плоскости смектического слоя перпендикулярно плоскости наклона директора. Отсутствие плоскостей симметрии связано с киральностью молекул фазы C^*. Поэтому, при наличии у молекул дипольного момента, возникает спонтанная поляризация $\mathbf{P}_s$, направленная вдоль полярной оси c_2. При переходе от слоя к слою полярный угол θ остается постоянным, а азимутальный угол φ, задающий ориентацию директора в плоскости слоя, изменяется. В результате возникает спиральная структура поля директора и спонтанной поляризации. Такие C^*ЖК называют спиральными или геликоидальными (от английского helix — спираль).

В последние десятилетия интенсивно ведутся исследования физических свойств C^*ЖК. К этим свойствам относятся коэффициенты вязкости, константы упругости, энергия взаимодействия C^*ЖК с граничными поверхностями, диэлектрическая восприимчивость в нулевом поле и др. [5–8]. Кроме

*E-mail: kazna@ineos.ac.ru
**E-mail: epozhidaev@mail.ru

фундаментального значения, физические характеристики C^*ЖК имеют важное практическое значение. Например, они необходимы при расчете работы электрооптических элементов [9].

В работе [10] теоретически изучалась эффективная диэлектрическая восприимчивость χ_G спиральной структуры C^*ЖК в нулевом электрическом поле. Под эффективной диэлектрической восприимчивостью в нулевом электрическом поле понимается величина $\chi_G = (dP/dE)_{E=0}$, где P — поляризация C^*ЖК, вызванная искажением поля директора и, соответственно, поля спонтанной поляризации, электрическим полем. Было показано, что в системе единиц СИ $\chi_G = P_S^2/2\varepsilon_0 K_\varphi q_0^2 \sin^2\theta$, где P_S — спонтанная поляризация, K_φ — константа упругости, связанная с кручением директора относительно нормали к смектическим слоям, $q_0 = 2\pi/p_0$ — волновой вектор спирали, p_0 — естественный шаг спирали в отсутствие поля. Представленная формула для χ_G получена в предположении, что C^*ЖК занимает бесконечный объем, электрическое поле прикладывается перпендикулярно оси спирали. Однако при измерении физических свойств жидких кристаллов последние помещаются в тонкие измерительные ячейки толщиной несколько микрометров, поэтому можно ожидать, что взаимодействие C^*ЖК с границами может существенно влиять на измеренные значения различных физических величин, в том числе и на χ_G. В частности, в работе [11] экспериментально установлено, что при уменьшении толщины слоя C^*ЖК происходит подавление спирали поверхностями измерительной ячейки, что до сих пор не описано в теории.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование зависимости эффективной диэлектрической восприимчивости χ_G от толщины слоя C^*ЖК в измерительной ячейке. Эта зависимость возникает вследствие взаимодействия слоя C^*ЖК с ограничивающими его твердыми поверхностями.

В разд. 2 представлено теоретическое описание деформации спирали C^*ЖК и ее раскрутка при взаимодействии с граничными твердыми поверхностями. В разд. 3 представлен расчет эффективной диэлектрической восприимчивости C^*ЖК, спираль которого деформирована граничными поверхностями. Расчет проводится для двух случаев. В одном случае границы стремятся ориентировать директор в их плоскости, в другом — перпендикулярно их плоскости. В разд. 4 суммированы основные результаты работы.

2. РАСКРУТКА СПИРАЛЬНОГО СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ГРАНИЦАМИ

Вопрос о раскрутке спиральной структуры холстерического жидкого кристалла границами, рассматривался ранее [12], где для упрощения вычислений был использован поверхностный потенциал в виде квадратичной функции угла отклонения директора от оси легкого ориентирования. Этот потенциал является неаналитическим при углах отклонения $\pm\pi/2$. Одноконстантное приближение, принятое в работе [12], упрощает задачу, и в случае холестерических жидких кристаллов вполне оправдано, так как величина всех констант упругости одного порядка 10^{-11} Н [2].

Для C^*ЖК это не так. В нашей работе [7] экспериментально показано, что внутрислоевые константы упругости составляют $1\cdot10^{-8}$–$3\cdot10^{-7}$ Н, что на три–четыре порядка больше, чем типичные значения констант упругости нематических и холестерических жидких кристаллов. Поэтому в области малых толщин измерительных ячеек (до 10 мкм) искажение поля директора внутри смектических слоев практически не наблюдается. В связи с этим упругие слагаемые, связанные с внутрислоевыми константами упругости, в выражении для свободной энергии в настоящей работе не учитываются.

На рис. 1 представлена геометрия измерительной ячейки и ориентация директора в смектических слоях. Ось спирали расположена в плоскости ячейки и совпадает с направлением координатной оси x. Смектические слои ориентированы перпендикулярно плоскости ячейки. При постановке задачи о раскрутке спирали C^*ЖК граничными поверхностями исходим из выражения для свободной энергии F спиральной структуры C^*ЖК — ячейки, приходящейся на равновесный шаг спирали p:

$$F = \int_0^p \left[\frac{K_\varphi d}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx} - q_0\right)^2 + W\cos^2\varphi\right] dx. \qquad (1)$$

Первое слагаемое под знаком интеграла — плотность упругой энергии, угол поворота директора φ зависит только от координаты x, толщина ячейки d появляется в результате интегрирования по координате z. Во втором слагаемом использован поверхностный потенциал $F_S = (W/2)\cos^2\varphi$, формально совпадающий с потенциалом Рапини [13] для случая двух идентичных граничных поверхностей.

При таком виде поверхностного потенциала ось легкого ориентирования **c**-директора лежит в плоскости ячейки и направлена вдоль оси y (рис. 1)

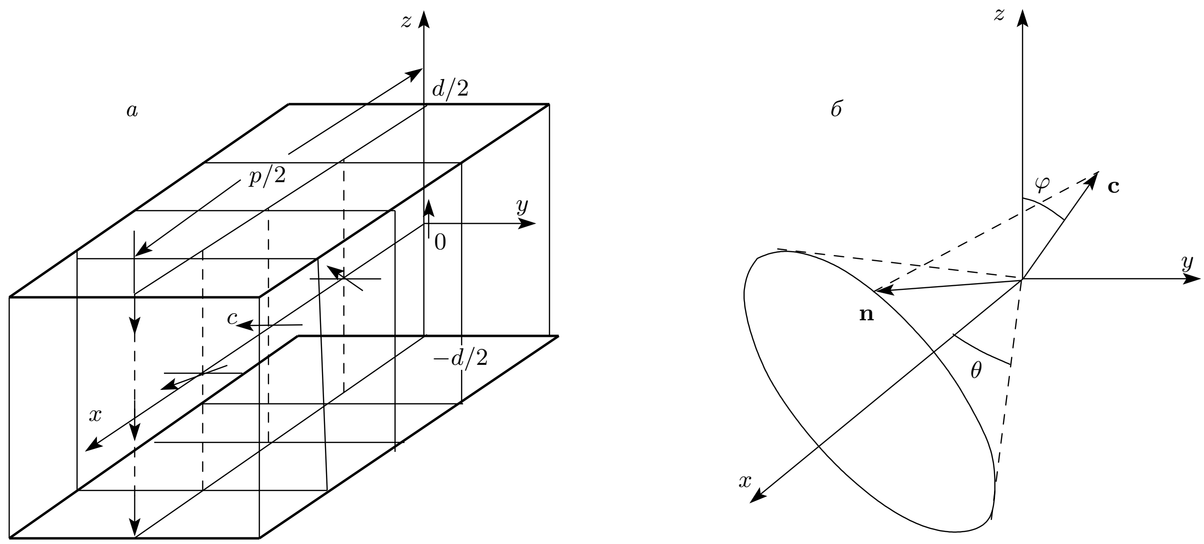

Рис. 1. Геометрия измерительной ячейки (*а*) и ориентация директора $\mathbf{n}$ в смектических слоях (*б*)

($\mathbf{c}$-директор — составляющая вектора $\mathbf{n}$, расположенная в плоскости смектического слоя). При раскрутке спирали C^*ЖК смектические слои остаются перпендикулярными плоскости ячейки, а директор $\mathbf{n}$ ориентирован в плоскости xy (рис. 1).

Удобно записать выражение (1) в безразмерном виде:

$$\tilde{F} = \int\limits_0^{q_0 p} \left[\left(\frac{d\varphi}{d\tilde{x}} - 1 \right)^2 + \frac{\pi^2}{4}\, \tilde{d} \cos^2 \varphi \right] d\tilde{x}, \tag{2}$$

где $\tilde{F} = 2F/K_\varphi d q_0$ — безразмерная энергия, $\tilde{x} = q_0 x$ — безразмерная координата, $\tilde{d} = d_c/d$ — безразмерная толщина ячейки, $d_c = 8W/\pi^2 K_\varphi q_0^2$ — характерный размер задачи. В дальнейшем будет показано, что d_c — критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК. Если использовать типичные значения $W \approx 10^{-3}$ Дж/м^2 [7, 8] и $K_\varphi \approx 10^{-11}$ Н [14], то при $p_0 = 1$ мкм значение $d_c = 2$ мкм. Задача состоит в определении функции $\varphi(\tilde{x})$ и зависимости $p(\tilde{d})$, исходя из минимизации функционала (2).

Поскольку подынтегральное выражение функционала (2) не зависит от координаты $\tilde{x}$ явно, можно сразу записать первый интеграл уравнения равновесия для функции $\varphi(\tilde{x})$, которое получается при минимизации (2)

$$\frac{4}{\pi^2 \tilde{d}} \left(\frac{d\varphi}{d\tilde{x}} \right)^2 + \sin^2 \varphi = \frac{1}{k^2}, \tag{3}$$

где $1/k^2$ — постоянная интегрирования, зависящая от $\tilde{d}$. Интегрирование уравнения (3) позволяет получить неявную зависимость $\varphi(\tilde{x})$:

$$\frac{\pi \tilde{d}^{1/2} \tilde{x}}{2k} = \int\limits_0^{\varphi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}\,. \tag{4}$$

Постоянная интегрирования k определяется из условия минимума свободной энергии, приходящейся на единицу длины оси спирали, т. е.

$$\frac{d}{dk} \left(\frac{\tilde{F}}{q_0 p} \right) = 0, \tag{5}$$

где

$$p = 8k G_1(k)/\pi \tilde{d}^{1/2} q_0 \tag{6}$$

находится из (4),

$$G_1(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}$$

— полный эллиптический интеграл первого рода. Решение уравнения (5) позволяет определить неявную зависимость $k(\tilde{d})$:

$$\tilde{d} = \frac{k^2}{G_2^2(k)}\,, \tag{7}$$

где

$$G_2(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}\, d\psi$$

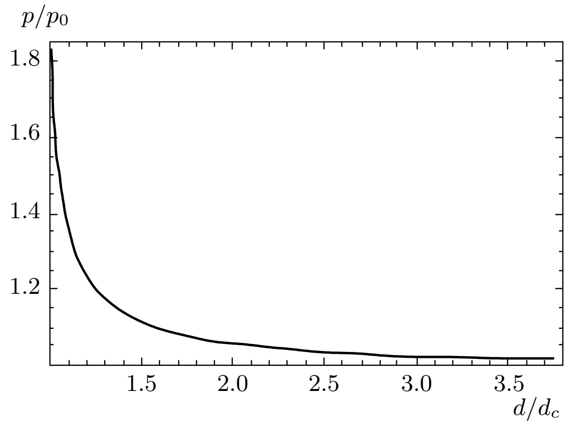

Рис. 2. Зависимость безразмерного шага p/p_0 спирали C^*ЖК от безразмерной толщины жидкокристаллической ячейки d/d_c, p_0 — естественный шаг невозмущенной спирали, d_c — критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК граничными поверхностями

— полный эллиптический интеграл второго рода. Из формулы (7) можно получить асимптотики функции $k(\tilde{d})$. При $\tilde{d} \ll 1$ $(d \gg d_c)$, $k^2 \approx \tilde{d}$. При $\tilde{d} \to 1$ $(d \to d_c)$, $k^2 \to 1$.

Подставляя формулу (7) в выражение (6), получаем зависимость шага спирали от k:

$$p = p_0 \frac{4}{\pi^2} G_1(k) G_2(k). \tag{8}$$

Из этой формулы следует, что при $k \to 0$, $p \to p_0$, а при $k \to 1$, $p \to \infty$. Выражения (7) и (8) представляют зависимость $p(\tilde{d})$ в параметрической форме, график которой представлен на рис. 2. Из этого рисунка следует, что $d_c \sim W p_0^2 / K_\varphi$ является критической толщиной ячейки, при которой шаг спирали расходится.

Подставляя формулу (6) в выражение (4), получаем неявную зависимость $\varphi(\tilde{x})$, в которой исключен параметр $\tilde{d}$:

$$4 G_1(k) \tilde{\tilde{x}} = \int\limits_0^{\varphi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}\,, \tag{9}$$

где $\tilde{\tilde{x}} = x/p$. Так как при $\tilde{d} \ll 1$ $(d \gg d_c)$, $k^2 \approx \tilde{d}$, $p \approx p_0$ то, раскладывая в ряд эллиптические интегралы в формуле (9) по степеням k, можно получить явную зависимость $\varphi(\tilde{x})$:

$$\varphi(x) \approx q_0 x + \frac{\pi^2}{32} \frac{d_c}{d} \sin 2 q_0 x. \tag{10}$$

Если границы стремятся ориентировать **c**-директор перпендикулярно плоскости ячейки, то полученные выше результаты остаются без изменений, если угол φ отсчитывать от оси y (рис. 1).

В заключение настоящего раздела отметим, что если в функционале (2) произвести формальную замену $\tilde{d} \to h^2$, где $h = H/H_c$, H — напряженность магнитного поля, $H_c = \pi^2 (K_2/\chi_a)^{1/2}/p_0$ — критическое магнитное поле раскрутки холестерической спирали, $\chi_a > 0$ — анизотропия магнитной восприимчивости, то функционал (2) совпадает с выражением для энергии безграничной холестерической спирали, находящейся в поперечном магнитном поле [2, 15]. Воспользовавшись данной аналогией, можно сразу утверждать, что d_c — это критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК, а также записать точное решение задачи для функции $\varphi(\tilde{x})$ и зависимости шага спирали от толщины ячейки. Данная аналогия имеет место в силу того, что внутрислоевые константы упругости C^*ЖК велики по сравнению с K_φ [7]. Поэтому влияние границ распространяется в объем жидкого кристалла, а энергия сцепления W выступает в роли квадрата напряженности магнитного поля.

3. ЭФФЕКТИВНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА, ДЕФОРМИРОВАННОГО ГРАНИЦАМИ

При экспериментальном исследовании эффективной диэлектрической восприимчивости электрическое поле прикладывается к ограничивающим жидкокристаллический слой твердым поверхностям, на которые нанесены ITO электроды, и направлено вдоль оси z (рис. 3). Измерение индуцированной поляризации ячейки в направлении z позволяет определить χ_G.

В процессе раскрутки спирали C^*ЖК границами поле **c**-директора искажается. В результате, в плоскости yz, перпендикулярной оси спирали (рис. 1), возникает анизотропия эффективной диэлектрической восприимчивости. Значение восприимчивости зависит от угла между прикладываемым электрическим полем и направлением оси легкого ориентирования **c**-директора. В связи с этим рассмотрим два случая. Первый, когда ось легкого ориентирования **c**-директора перпендикулярна электрическому полю, и второй, когда ось легкого ориенти-

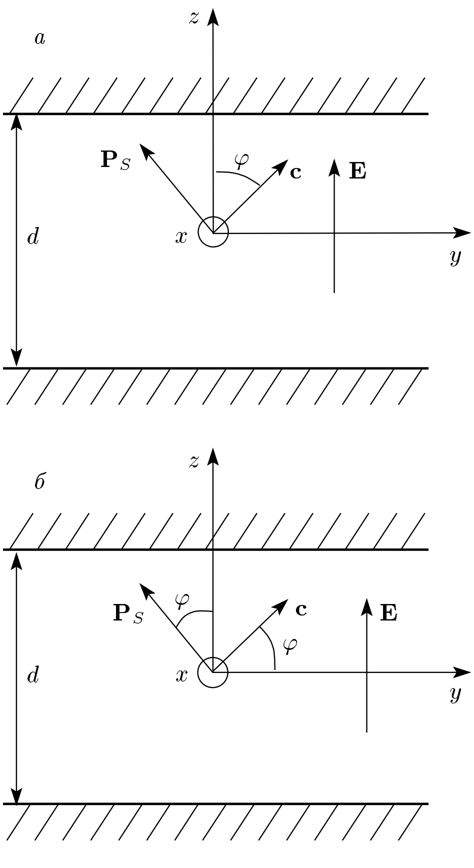

Рис. 3. Геометрия взаимного расположения спирали C^*ЖК, направленной вдоль оси x, напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ и спонтанной поляризации $\mathbf{P}_S$: a — ось легкого ориентирования **c**-директора направлена вдоль оси y; $б$ — ось легкого ориентирования **c**-директора направлена вдоль оси z

рования **c**-директора параллельна электрическому полю.

3.1. Ось легкого ориентирования с-директора перпендикулярна электрическому полю

Для расчета эффективной диэлектрической восприимчивости C^*ЖК, находящегося в жидкокристаллической ячейке, определим зависимость поляризации ячейки P_{cell} от напряженности электрического поля E. Ось спирали C^*ЖК расположена в плоскости ячейки и совпадает с осью x, электрическое поле прикладывается в направлении оси z (рис. 3a). Под действием границ и электрического поля спираль C^*ЖК деформируется и возникает P_{cell}, которая рассчитывается по формуле

$$P_{cell} = \frac{P_S}{p}\int\limits_0^p \sin\varphi\,dx = \frac{P_S}{p}\int\limits_0^{2\pi} \sin\varphi\frac{dx}{d\varphi}\,d\varphi. \qquad (11)$$

Для вычисления (11) необходимо знать $dx/d\varphi$. Для этого запишем выражение для свободной энергии F, в котором кроме упругой и поверхностной энергий учитывается электрическая энергия:

$$F = \int\limits_0^p \left[\frac{K_\varphi d}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx} - q_0\right)^2 + W\cos^2\varphi - {} - P_S E d\sin\varphi\right] dx, \qquad (12)$$

где третье слагаемое под знаком интеграла представляет плотность электрической энергии, обусловленную взаимодействием спонтанной поляризации с электрическим полем. Удобно записать выражение (12) в безразмерном виде:

$$\tilde{F} = \int\limits_0^{q_0 p} \left[\left(\frac{d\varphi}{d\tilde{x}} - 1\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}\,\tilde{d}\cos^2\varphi - {} - \frac{\pi^2}{8}\,\tilde{E}\sin\varphi\right] d\tilde{x}, \qquad (13)$$

где $\tilde{F}$, $\tilde{x}$, $\tilde{d}$ были введены в формуле (2), $\tilde{E} = E/E_c$ — безразмерное электрическое поле, $E_c = \pi^2 K_\varphi q_0^2/16P_S$ — характерное поле задачи.

Поскольку подынтегральное выражение функционала (13) не зависит от координаты $\tilde{x}$ явно, можно сразу записать первый интеграл уравнения равновесия для функции $\varphi(\tilde{x})$, которое получается при минимизации (13)

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{2k}{\pi q_0 \tilde{d}^{1/2}}\,\frac{1}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi - \alpha\sin\varphi}}\,, \qquad (14)$$

где k — постоянная интегрирования, $\alpha = k^2\tilde{E}/2\tilde{d}$. При $\tilde{E} \ll 1$ имеем $\alpha \ll 1$. Раскладывая правую часть выражения (14) по степеням α до первого порядка малости, получаем

$$\frac{dx}{d\varphi} \approx \frac{2k}{\pi q_0 \tilde{d}^{1/2}} \times {} \times\left[\frac{1}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}} + \frac{k^2\tilde{E}}{4\tilde{d}}\,\frac{\sin\varphi}{(1 - k^2\sin^2\varphi)^{3/2}}\right]. \qquad (15)$$

Подставляя формулу (15) в подынтегральное выражение (11), получаем поляризацию ячейки

$$P_{cell} = \frac{P_S}{p}\,\frac{2k}{\pi q_0 \tilde{d}^{1/2}}\left[\int\limits_0^{2\pi}\frac{\sin\varphi\,d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} + \right.$$

$$\left. + \frac{k^2\tilde{E}}{\tilde{d}}\int\limits_0^{\pi/2}\frac{\sin^2\varphi\,d\varphi}{(1-k^2\sin^2\varphi)^{3/2}}\right]. \quad (16)$$

В силу симметрии подынтегральной функции, первый интеграл в формуле (16) равен нулю, поэтому

$$P_{cell} = \frac{2P_S k^3}{\pi q_0 p \tilde{d}^{3/2}}\,G_y(k)\frac{E}{E_c}, \quad (17)$$

где

$$G_y(k) = \int\limits_0^{\pi/2}\frac{\sin^2\varphi\,d\varphi}{(1-k^2\sin^2\varphi)^{3/2}}.$$

Используя определение, получаем выражение для эффективной диэлектрической восприимчивости χ_y жидкокристаллической ячейки в нулевом электрическом поле:

$$\chi_y = \frac{dP_{cell}}{dE} = \frac{2P_S k^3 G_y(k)}{\pi q_0 p \tilde{d}^{3/2} E_c}. \quad (18)$$

Индекс y указывает направление оси легкого ориентирования **c**-директора. Выражая $q_0 p$ и $\tilde{d}$ через k, используя формулы (7) и (8), представим эффективную диэлектрическую восприимчивость в виде

$$\chi_y = \chi_G f(k), \quad (19)$$

где $\chi_G = P_S^2/2K_\varphi q_0^2$ — эффективная диэлектрическая восприимчивость безграничной спирали C^*ЖК, $f(k) = 8G_2^2 G_y/\pi^2 G_1$; G_1 и G_2 — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, $G_y(k)$ введено в формуле (17). Формулы (19) и (7) представляют зависимость эффективной диэлектрической восприимчивости от толщины жидкокристаллического слоя, записанную в параметрическом виде. График этой зависимости представлен на рис. 4. При $d \gg d_c$ ($\tilde{d} \ll 1$), $k \ll 1$. В этом случае

$$f(k) \approx 1 + \frac{3}{8}k^2, \quad \chi_y \approx \chi_G\left(1 + \frac{3\pi^2}{32}\,\frac{d_c}{d}\right).$$

Расходимость χ_y при $d \to d_c$ связана с тем, что раскрутка спирали границами является фазовым переходом второго рода.

При $d < d_c$, когда спираль раскручена границами, $\varphi = \pi/2$ или $-\pi/2$. В этом случае вектор напряженности электрического поля параллелен или антипараллелен спонтанной поляризации. Включение слабого электрического поля понижает или немного увеличивает свободную энергию, равновесное значение угла φ при этом не изменяется и поляризация ячейки не изменяется, поэтому восприимчивость C^*ЖК при $d < d_c$ равна нулю.

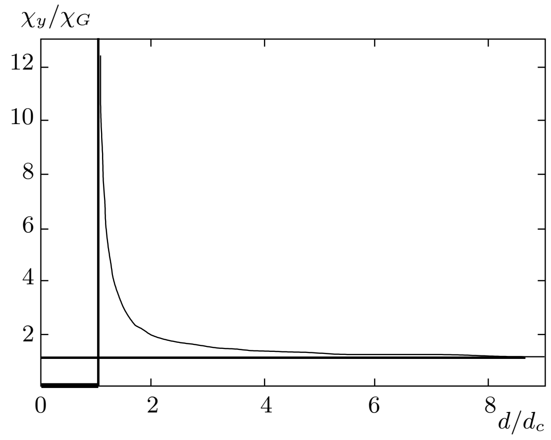

Рис. 4. Зависимость безразмерной диэлектрической восприимчивости χ_y/χ_G от безразмерной толщины жидкокристаллической ячейки d/d_c, χ_G — эффективная диэлектрическая восприимчивость неограниченной спирали C^*ЖК, d_c — критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК граничными поверхностями

3.2. Ось легкого ориентирования c-директора параллельна электрическому полю

Рассмотрим случай, когда электрическое поле параллельно оси легкого ориентирования **c**-директора, т. е. границы стремятся ориентировать **c**-директор перпендикулярно плоскости жидкокристаллической ячейки. Чтобы минимально изменять проделанные выше вычисления, удобно отсчитывать угол φ от оси y (рис. 3*б*). В этом случае в выражении для безразмерной свободной энергии (13) происходит изменение только электрического слагаемого, в котором $\sin\varphi$ заменяется на $\cos\varphi$. В результате можем записать:

$$\tilde{F} = \int\limits_0^{q_0 p}\left[\left(\frac{d\varphi}{d\tilde{x}} - 1\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}\,\tilde{d}\cos^2\varphi - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi^2}{8}\,\tilde{E}\cos\varphi\right] d\tilde{x}. \quad (20)$$

Далее, проводя вычисления, аналогичные проделанным выше, можно показать, что выражение для эффективной диэлектрической восприимчивости χ_z

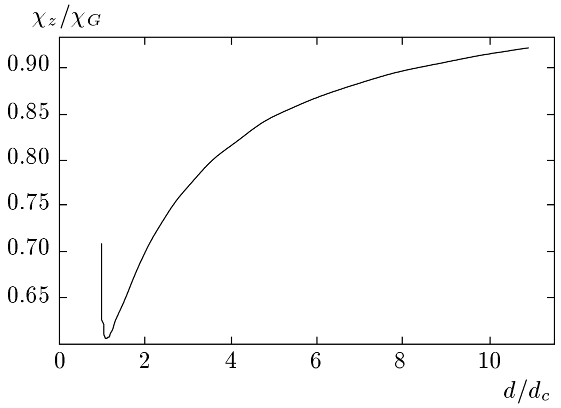

Рис. 5. Зависимость безразмерной диэлектрической восприимчивости χ_z/χ_G от безразмерной толщины жидкокристаллической ячейки d/d_c, χ_G — эффективная диэлектрическая восприимчивость неограниченной спирали C^*ЖК, d_c — критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК граничными поверхностями

имеет тот же вид, что и (19). Индекс z указывает направление оси легкого ориентирования **c**-директора. Отличие состоит в том, что функция $G_y(k)$ заменяется на функцию $G_z(k)$, которая имеет вид

$$G_z(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\cos^2\varphi \, d\varphi}{\left(1 - k^2 \sin^2\varphi\right)^{3/2}}.$$

График зависимости эффективной диэлектрической восприимчивости χ_z от толщины ячейки представлен на рис. 5. Для случая $d \gg d_c$ ($\tilde{d} \ll 1$), $k \ll 1$. В этом случае

$$f(k) \approx 1 - \frac{3}{8} k^2, \quad \chi_z \approx \chi_G \left(1 - \frac{3\pi^2}{32} \frac{d_c}{d}\right).$$

При $d = d_c$ ($\tilde{d} = 1$) имеем $k = 1$ и $\chi_z = 8\chi_G/\pi^2$.

При $d < d_c$ спираль раскручена границами и φ не зависит от координаты x. Для расчета восприимчивости в этом интервале значений толщины исходим из выражения для свободной энергии (20), в котором отсутствуют упругие слагаемые. В этом случае выражение для свободной энергии имеет вид

$$\tilde{F} = q_0 p \frac{\pi^2}{4} \left[\tilde{d} \cos^2\varphi - \frac{\tilde{E}}{2} \cos\varphi\right]. \qquad (21)$$

Исследуя на экстремум функцию (21), находим равновесные значения φ: $\varphi = 0$ и $\cos\varphi = \tilde{E}/4\tilde{d}$. Значение $\varphi = 0$ соответствует максимуму энергии (21), поэтому это решение является неустойчивым. Подставляя второе решение в выражение для поляризации ячейки, получаем

$$P_{cell} = P_S \cos\varphi = \frac{P_S}{4} \frac{Ed}{E_c d_c}.$$

Тогда выражение для эффективной диэлектрической восприимчивости принимает вид

$$\chi_z = \frac{dP_{cell}}{dE} = \frac{P_S}{4E_c d_c} d = \frac{P_S^2}{2W} d. \qquad (22)$$

В рассмотренной области значений толщины диэлектрическая восприимчивость линейно зависит от толщины жидкокристаллической ячейки. Подставляя в формуле (22) значение $d = d_c$, получаем $\chi_z = 8\chi_G/\pi^2$.

Полученный результат показывает, что при $d = d_c$ функция $\chi_z(d)$ непрерывна, однако имеет излом, т. е. является неаналитической.

Таким образом, деформация спирали C^*ЖК границами приводит к возникновению анизотропии эффективной диэлектрической восприимчивости в плоскости yz, которая перпендикулярна оси спирали. Величины χ_y и χ_z являются главными значениями тензора диэлектрической восприимчивости, причем поведение этих величин в зависимости от толщины жидкокристаллической ячейки различно.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты исследования влияния граничных поверхностей на эффективную диэлектрическую восприимчивость слоя спирального сегнетоэлектрического жидкого кристалла. Для этого рассмотрен вопрос о деформации и раскрутке спирали C^*ЖК границами. Рассмотрение проводится в предположении, обоснованном ранее экспериментально, что внутрислоевые константы упругости достаточно велики. Это позволяет существенно упростить задачу и получить аналитическое выражение для критической толщины d_c жидкокристаллического слоя, при которой происходит раскрутка спирали C^*ЖК. Показано, что d_c пропорциональна квадрату естественного шага спирали, поэтому при экспериментальном исследовании раскрутки спирали C^*ЖК желательно выбирать вещества с шагом спирали несколько микрометров. Это позволит достичь экспериментально наблюдаемых значений d_c несколько микрометров.

При расчете эффективной диэлектрической восприимчивости показано, что деформация спирали C^*ЖК границами приводит к возникновению анизотропии восприимчивости в плоскости, перпендикулярной оси спирали. Рассчитаны главные значения χ_y и χ_z тензора эффективной диэлектрической восприимчивости. Показано, что их зависимости от толщины жидкокристаллического слоя различаются между собой. Значение χ_y расходится при приближении d к d_c. Функция $\chi_z(d)$ при $d = d_c$ имеет излом. При $d > d_c$ функция $\chi_y(d)$ является убывающей, а функция $\chi_z(d)$ — возрастающая, поэтому при экспериментальных исследованиях эффективной диэлектрической восприимчивости может появиться один из этих результатов. Какой именно, зависит от того, как границы жидкокристаллической ячейки стремятся раскрутить спираль C^*ЖК. Если ось легкого ориентирования **c**-директора расположена в плоскости жидкокристаллической ячейки, то будет измерено значение χ_y. Если ось легкого ориентирования **c**-директора перпендикулярна плоскости жидкокристаллической ячейки, то будет измерено значение χ_z.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-02-00598-а, 15-59-32410-РТ-оми, 15-02-08269-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. B. Meyer, L. Liebert, L. Strzelecki, and P. Keller, J. de Phys. Lett. **36**, L-69 (1975).

2. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1993).

3. Л. М. Блинов, Л. А. Береснев, УФН **134**, 391 (1984).

4. L. M. Blinov and V. G. Chigrinov, *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials*, Springer, New York (1994), Chap. 3.

5. Е. П. Пожидаев, М. А. Осипов, В. Г. Чигринов, В. А. Байкалов, Л. М. Блинов, Л. А. Береснев, ЖЭТФ **94**, 125 (1988).

6. S. V. Pasechnik, V. G. Chigrinov, and D. V. Shmeliova, *Liquid Crystals: Viscous and Elastic Properties*, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim (2009).

7. А. В. Казначеев, Е. П. Пожидаев, ЖЭТФ **141**, 1190 (2012).

8. Qi Guo, A. K. Srivastava, E. P. Pozhidaev, V. G. Chigrinov, and H. S. Kwok, Appl. Phys. Expr. **7**, 021701 (2014).

9. V. G. Chigrinov, *Liquid Crystal Devices: Physics and Applications*, Artech House, Boston, London (1999).

10. B. Urbanc, B. Zeks, and T. Carlsson, Ferroelectrics **113**, 219 (1991).

11. N. A. Clark and S. T. Lagerwall, Appl. Phys. Lett. **36**, 899 (1980).

12. M. Luban, D. Mukamel, and S. Shtrikman, Phys. Rev. A **10**, 360 (1974).

13. A. Rapini and M. J. Papoular, J. de Phys. Colloq. **30**, C4 (1969).

14. E. Pozhidaev, S. Torgova, M. Minchenko, C. A. R. Yednak, A. Strigazzi, and E. Miraldi, Liq. Cryst. **37**, 1067 (2010).

15. С. А. Пикин, *Структурные превращения в жидких кристаллах*, Наука, Москва (1981).