ЖЭТФ, 2015, том 147, вып. 2, стр. 356–362

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ И ОБЪЕМНОЙ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ДВУМЕРНЫМ ПОЛУМЕТАЛЛОМ

В. М. Ковалев[a,b*], *А. В. Чаплик*[a,c]

[a] *Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук*
630090, Новосибирск, Россия

[b] *Новосибирский государственный технический университет*
630095, Новосибирск, Россия

[c] *Новосибирский государственный университет*
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 26 августа 2014 г.

Изучается взаимодействие поверхностной упругой волны Рэлея с электрон-дырочной плазмой двумерного полуметалла, обусловленное двумя механизмами взаимодействия — деформационного потенциала и пьезоэффекта. Получены дисперсионные уравнения, описывающие связанные плазмон-акустические моды для обоих типов взаимодействия. Вычислено затухание рэлеевской волны. Рассчитано затухание акустической и оптической плазменных мод, обусловленное излучением звука плазменными колебаниями в объем подложки. Показано, что излучение звука в основном обусловлено акустической плазменной модой в случае деформационного механизма, и оптической — в случае пьезомеханизма.

DOI: 10.7868/S0044451015020145

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавнее обнаружение [1, 2] двумерного полуметалла в широких квантовых ямах (КЯ) на основе соединения HgTe стимулировало появление ряда теоретических работ, в которых изучались циклотронный резонанс [3], рассеяние носителей заряда [4], свойства фермионных [5] и бозонных (плазмоны) [6] возбуждений, в том числе, в магнитном поле [7].

Настоящая статья посвящена рассмотрению взаимодействия плазменных возбуждений двумерного полуметалла с рэлеевской поверхностной акустической волной (ПАВ), обусловленного деформационным потенциалом и пьезоэлектрическим механизмом, а также излучению объемного звука коллективными возбуждениями двумерной двухкомпонентной плазмы. Взаимодействие поверхностных волн Рэлея и волн Блюштейна – Гуляева с монополярной двумерной плазмой хорошо изучено в литературе [8]. Электрон-дырочная плазма в пьезоэлектрическом поле поверхностной волны изучалась работе [9]. В отличие от нашей постановки, в работе [9] рассматривалась сильно неравновесная ситуация: в уравнениях учитывались как фотогенерация носителей светом, так и их рекомбинация. В полуметалле ситуация существенно другая. Во-первых, не требуется генерация носителей заряда — благодаря перекрытию зоны проводимости и валентной зоны заселение квантовой ямы носителями обоих знаков возможно соответствующим выбором положения химического потенциала системы т. е., фактически, затворным напряжением. Во-вторых, разнесенные в импульсном пространстве электронная и дырочные долины препятствуют рекомбинации носителей заряда, см. рис. 1. И, наконец, в-третьих, динамика носителей заряда в работе [9] рассматривалась в режиме сильных столкновений с примесями и описывалась статической проводимостью Друде. В таком режиме, как известно, плазменные колебания отсутствуют и авторы [9] рассматривали лишь перенормировку скорости и поглощение ПАВ. Мы будем изучать противоположный бесстолкновительный предел.

На рис. 2 изображена рассматриваемая структура, состоящая из подложки и расположенной на ней квантовой ямы HgTe. Для простоты полагаем, что подложка является изотропной упругой средой, в которой могут распространяться упругие волны, ха-

*E-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

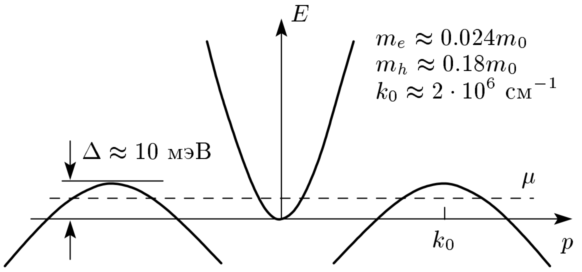

Рис. 1. Зонная структура двумерного полуметалла

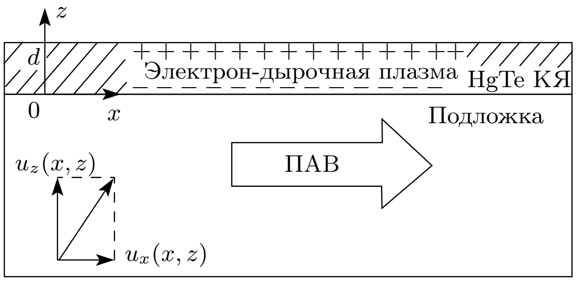

Рис. 2. Взаимодействие ПАВ с электрон-дырочной плазмой двумерного полуметалла

рактеризуемые продольной c_l и поперечной c_t скоростями звука. Кроме того, типичные ширина квантовой ямы HgTe в экспериментах [1, 2] $d \approx 20$ нм, что намного меньше длины рэлеевской волны, поэтому деформацию в пределах квантовой ямы можно считать однородной. Влияние электрон-дырочной плазмы сводится к изменению граничных условий для тензора напряжений σ_{ij} на поверхности $z = 0$. В то же время при расчете кулоновского взаимодействия частиц будем полагать, что электроны и дырки разнесены пространственно внутри квантовой ямы на расстояние d.

2. ДЕФОРМАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Вектор смещения точек среды $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнению [10]

$$\ddot{\mathbf{u}} = c_t^2\Delta\mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}. \tag{1}$$

В геометрии рис. 2 решение уравнения (1) для поверхностной волны Рэлея, распространяющейся в направлении оси x, имеет вид

$$u_x(x,z) = u_x(z)e^{ikx-i\omega t}, \quad u_y = 0,$$

$$u_z(x,z) = u_z(z)e^{ikx-i\omega t},$$

где

$$\begin{gathered} u_z(z) = -i\kappa_l B e^{\kappa_l z} - ikAe^{\kappa_t z}, \\ u_x(z) = kBe^{\kappa_l z} + \kappa_t A e^{\kappa_t z}, \\ \kappa_l = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_l^2}, \quad \kappa_t = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_t^2}. \end{gathered} \tag{2}$$

Здесь A, B — произвольные постоянные, значения которых определяются граничными условиями на поверхности упругой среды, которые имеют вид $\sigma_{ij}\tau_j = f_i$, где τ_j — вектор нормали к поверхности упругой среды, $\mathbf{f}$ — поверхностная плотность силы, действующей со стороны возмущенной электрон-дырочной плазмы на поверхность упругой среды подложки. Величина силы $\mathbf{f}$ может быть найдена усреднением соответствующей объемной плотности силы $\mathbf{F}$ с весом $\psi^2(z)$ — квадратом волновой функции поперечного движения электрона (дырки) в квантовой яме. При возникновении флуктуации плотности частиц N на единицу объема упругой среды действует сила [11] $\mathbf{F} = \lambda\,\mathrm{grad}\,N$, где λ — постоянная деформационного потенциала, которую мы считаем для простоты не зависящей от импульса частиц. Усредняя [12] $\mathbf{F}$, получаем $\mathbf{f} = \lambda\nabla n$, где n — поверхностная плотность частиц, зависящая только от координат вдоль поверхности, а ∇ — двумерный оператор. Таким образом, граничные условия на поверхности подложки $z = 0$ принимают вид

$$\begin{gathered} \rho c_t^2\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = \lambda_e\frac{\partial n}{\partial x} + \lambda_h\frac{\partial p}{\partial x}, \\ c_l^2\frac{\partial u_z}{\partial z} + (c_l^2 - 2c_t^2)\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \end{gathered} \tag{3}$$

где n, p — флуктуации поверхностных концентраций электронов и дырок, ρ — плотность упругой среды. Отклонения плотности электронов и дырок от их равновесных значений создают в окружающем пространстве электрическое поле, электрический потенциал которого находится из решения уравнения Лапласа $\nabla^2\phi = 0$, с граничными условиями

$$\begin{gathered} \phi(0^+) = \phi(0^-), \quad \phi(d^+) = \phi(d^-), \\ \epsilon[\phi'(0^-) - \phi'(0^+)] = 4\pi e n_{\kappa\omega}, \\ \phi'(d^+) - \epsilon\phi'(d^-) = -4\pi e p_{\kappa\omega}, \end{gathered} \tag{4}$$

где плотности электронов и дырок, согласно теории линейного отклика,

$$n_{k\omega} = \Pi_{k\omega}[-e\phi(0) + W^e_{k\omega}], \quad p_{k\omega} = P_{k\omega}[e\phi(d) + W^h_{k\omega}].$$

Здесь штрих означает дифференцирование по z, а потенциальные энергии электрона и дырки в деформационном поле волны определяются выражениями

$$
\begin{aligned}
W^h_{k\omega} &= \lambda_i(\operatorname{div}\mathbf{u})_{z=d} = \lambda_i(iku_x + \partial_z u_z)|_{z=d},\\
W^e_{k\omega} &= \lambda_i(\operatorname{div}\mathbf{u})_{z=0} = \lambda_i(iku_x + \partial_z u_z)|_{z=0}.
\end{aligned} \tag{5}
$$

Поляризационный оператор электронов

$$
\Pi_{k\omega} = -\frac{m_e}{\pi}\left(1 - \frac{|\omega|\theta[\omega^2 - k^2v_e^2]}{\sqrt{\omega^2 - k^2v_e^2}} + i\frac{|\omega|\theta[k^2v_e^2 - \omega^2]}{\sqrt{k^2v_e^2 - \omega^2}}\right), \tag{6}
$$

где v_e — скорость Ферми электронов. Поляризационный оператор дырок $P_{k\omega}$ отличается от (6) заменой $m_e, v_e \to m_h, v_h$. Выражение (6) применимо в области $k \ll m_e v_e$, $\omega \ll m_e v_e^2/2$.

Как уже указывалось выше, длина акустической волны намного превышает ширину квантовой ямы d. В такой ситуации можно пренебречь конечной шириной ямы в выражении для W^h в (5) и вычислять его при $z = 0$. Отметим однако, что такое приближение неприменимо для вычисления кулоновского взаимодействия электронов и дырок, т.е. нельзя считать $\phi(d) = \phi(0)$ в граничных условиях, так как в этой ситуации акустическая плазменная ветвь исчезает [6].

Подставляя найденные плотности электронов и дырок, а также компоненты вектора смещения из (2) в граничные условия (3), получаем дисперсионное уравнение

$$
\Delta(k,\omega) f(k,\omega) = \frac{2(\omega k)^2\kappa_t}{\rho c_t^2 c_l^2} S(k,\omega), \tag{7}
$$

где

$$
f(k,\omega) = (\kappa_t^2 + k^2)^2 - 4\kappa_l\kappa_t k^2, \tag{8}
$$

$$
\Delta(k,\omega) = \left(1 - \frac{2\pi e^2\Pi_{k\omega}}{\epsilon k}\right)\left(1 - \frac{4\pi e^2 P_{k\omega}}{(\epsilon+1)k}\right) - \frac{2\pi e^2\Pi_{k\omega}}{\epsilon(\epsilon+1)k}\left(\epsilon - 1 + \frac{4\pi e^2 P_{k\omega}}{k}\right)e^{-2kd},
$$

$$
S(k,\omega) = \lambda_e^2\Pi_{k\omega}(1 - v_k P_{k\omega}) + \lambda_h^2 P_{k\omega}(1 - v_k\Pi_{k\omega}) - 2\lambda_e\lambda_h v_k \Pi_{k\omega}P_{k\omega},
$$

где $v_k = 4\pi e^2/k(\epsilon+1)$. При вычислениях в (8) мы для простоты везде положили $d = 0$ за исключением величины $\Delta(k,\omega)$, поскольку, будучи детерминантом системы уравнений (4), она определяет закон дисперсии обеих плазменных ветвей.

В отсутствие связи плазмы и упругой волны, т.е. при $\lambda_e = \lambda_h = 0$ имеем $S(k,\omega) = 0$ и дисперсионное уравнение распадается на два условия $\Delta(k,\omega) = 0$ и $f(k,\omega) = 0$, которые описывают независимо соответственно плазменные акустическую и оптическую моды [6] и рэлеевскую волну [10]. Действительно, (см. [10]) дисперсия звука описывается выражением $\omega = \xi c_t k$, где ξ удовлетворяет соотношению $f(k, \omega = \xi c_t k) = k^4 f(\xi) = 0$ и

$$
f(\xi) = (2 - \xi^2)^2 - 4\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{1 - \frac{c_t^2}{c_l^2}\xi^2}. \tag{9}
$$

Плазменные моды легко получаются как решения уравнения $\Delta(k,\omega) = 0$ в пределе $\omega \gg kv_e, kv_h$,

$$
\begin{gathered}
\omega_{ac} = sk, \quad s = v_e v_h\sqrt{\frac{\epsilon+1}{\epsilon}\,\frac{d}{a_e v_h^2 + a_h v_e^2}},\\
\omega_{opt} = \sqrt{k\left(\frac{v_e^2}{a_e} + \frac{v_h^2}{a_h}\right)}.
\end{gathered} \tag{10}
$$

Здесь $a_{e,h} = (\epsilon+1)/2m_{e,h}e^2$ — боровские радиусы электронов и дырок, и, кроме того, при вычислении выражения для акустической моды мы считали, что $kd \ll 1$. Теперь рассмотрим поглощение ПАВ и затухание плазменных мод при учете их взаимодействия. Будем предполагать всюду выполнение неравенств $c_t, c_l \ll v_e, v_h$.

3. АКУСТИЧЕСКАЯ ОБЛАСТЬ ЧАСТОТ

Исследуем сначала область частот, характерную для акустической волны, т.е. $\omega \sim (c_t, c_l)k \ll (v_e, v_h)k$ и, кроме этого, для простоты можно принять $d = 0$. В этой области выражение (6) упрощается,

$$
\begin{aligned}
\Pi_{k\omega} &\approx -\frac{m_e}{\pi}\left(1 + i\frac{|\omega|}{kv_e}\right),\\
P_{k\omega} &\approx -\frac{m_h}{\pi}\left(1 + i\frac{|\omega|}{kv_h}\right),
\end{aligned} \tag{11}
$$

и, подставляя в (7) $\omega = \xi c_t k$, получаем

$$\begin{gathered}f(\xi) = \frac{2k}{\rho c_l^2}\xi\sqrt{1-\xi^2}\,\times\\ \times\frac{\lambda_e^2\Pi_\xi + \lambda_h^2 P_\xi - v_k\Pi_\xi P_\xi(\lambda_e+\lambda_h)^2}{1-v_k(\Pi_\xi+P_\xi)},\\ P_\xi = -\frac{m_h}{\pi}\left(1+i\frac{c_t}{v_h}\xi\right),\\ \Pi_\xi = -\frac{m_e}{\pi}\left(1+i\frac{c_t}{v_e}\xi\right).\end{gathered} \qquad (12)$$

Выражение (12) дает мнимую и действительную поправки к ξ, определяя тем самым поправку к закону дисперсии рэлеевской волны и ее затухание. Наличие множителя k в числителе (12) позволяет решать это уравнение итерациями в длинноволновой области $k \to 0$. Представим левую часть (12) в виде $f(\xi_0+\delta\xi) \approx f(\xi_0) + f'(\xi_0)\delta\xi$, где ξ_0 — решение уравнения (9) $f(\xi_0) = 0$. Тогда поправка $\delta\xi$ определяется правой частью (12) с заменой $\xi \to \xi_0$ и $k = \omega/\xi_0 c_t$:

$$\delta\xi = \frac{2\omega}{f'(\xi_0)\rho c_l^2 c_t}\sqrt{1-\xi_0^2}\,\times \\ \times\frac{\lambda_e^2\Pi_{\xi_0} + \lambda_h^2 P_{\xi_0} - v_k\Pi_{\xi_0}P_{\xi_0}(\lambda_e+\lambda_h)^2}{1-v_k(\Pi_{\xi_0}+P_{\xi_0})}. \qquad (13)$$

В общем случае выделение мнимой и действительной частей (13) очень громоздко. Поскольку $v_k\,\mathrm{Re}\,\Pi_{\xi_0} = -2/ka_e$ и $v_k\,\mathrm{Re}\,P_{\xi_0} = -2/ka_h$, мы рассмотрим предельные случаи $ka_e, ka_h \gg 1$ и ka_e, $ka_h \ll 1$. В первом случае имеем $v_k\Pi_{\xi_0}, v_kP_{\xi_0} \ll 1$, и, отбрасывая третье слагаемое в числителе и заменяя знаменатель единицей в (13), для затухания волны $\omega'' = \omega\,\mathrm{Im}(\delta\xi/\xi_0)$ получаем

$$\omega'' = -\frac{2\omega^2\sqrt{1-\xi_0^2}}{\pi f'(\xi_0)\rho c_l^2}\left(\frac{m_e\lambda_e^2}{v_e}+\frac{m_h\lambda_h^2}{v_h}\right). \qquad (14)$$

В обратном предельном случае выполняется неравенство $v_k\Pi_{\xi_0}, v_kP_{\xi_0} \gg 1$ и, пренебрегая в числителе первыми двумя слагаемыми и единицей в знаменателе, получаем

$$\omega'' = -\frac{2\omega^2\sqrt{1-\xi_0^2}}{\pi f'(\xi_0)\rho c_l^2}\,\frac{m_e m_h(\lambda_e+\lambda_h)^2}{(m_e+m_h)^2}\,\times \\ \times\left[\frac{m_h}{v_e}+\frac{m_e}{v_h}\right]. \qquad (15)$$

В формулах (14) и (15) $\omega = \xi_0 c_t k$. Кроме этого отметим, что численный анализ, который мы не приводим, показывает, что $f'(\xi_0) > 0$ во всей области изменения ξ_0.

4. ПЛАЗМЕННАЯ ОБЛАСТЬ ЧАСТОТ

Теперь рассмотрим область частот, соответствующую плазменным модам $\omega > k(v_e, v_h)$. Оптическая мода соответствует пределу $\omega \gg k(v_e, v_h)$, когда радикал в (6) можно разложить:

$$\Pi_{k\omega} \approx \frac{m_e k^2 v_e^2}{2\pi\omega^2}, \quad P_{k\omega} \approx \frac{m_h k^2 v_h^2}{2\pi\omega^2}, \qquad (16)$$

а поскольку $v_e, v_h \gg c_t, c_l$, также упрощаются выражения для f и S:

$$\begin{gathered}f(k,\omega) \approx \frac{\omega^4}{c_t^4},\\ S(k,\omega) \approx \frac{k^2}{2\pi\omega^2}(m_e v_e^2\lambda_e^2 + m_h v_h^2\lambda_h^2).\end{gathered} \qquad (17)$$

Кроме того, в дисперсионном уравнении (7) выражение под корнем в κ_t становится отрицательным, и мы выбираем знак минус перед корнем так, чтобы $\exp(\kappa_t z)$ в (2) переходила в $\exp(-i|\kappa_t|z)$, что соответствует испусканию оптическим плазмоном звуковых волн в объем $z < 0$ подложки.

Подставляя (16) и (17) в (7), получаем

$$\omega^2 = \omega_{opt}^2 - i\frac{2c_t k^4}{2\pi\rho c_l^2\omega_{opt}}(m_e v_e^2\lambda_e^2 + m_h v_h^2\lambda_h^2), \qquad (18)$$

что для затухания плазменной волны $\omega'' = \mathrm{Im}\,\omega$ дает

$$\omega'' = -\frac{c_t k^4}{2\pi\rho c_l^2\omega_{opt}^2}(m_e v_e^2\lambda_e^2 + m_h v_h^2\lambda_h^2) \sim \\ \sim k^3 \sim \omega^6. \qquad (19)$$

Теперь рассмотрим акустическую плазменную моду. Ищем решение (7) в виде $\omega = uk$, тогда для определения величины u в длинноволновом пределе $k \to 0$ получаем уравнение

$$\left[a_h\frac{\sqrt{u^2-v_h^2}}{\sqrt{u^2-v_h^2}-u} + a_e\frac{\sqrt{u^2-v_e^2}}{\sqrt{u^2-v_e^2}-u} + 4d\right]\times \\ \times\left[\left(2-\frac{u^2}{c_t^2}\right)^2 - 4\sqrt{\left(1-\frac{u^2}{c_t^2}\right)\left(1-\frac{u^2}{c_l^2}\right)}\right] + \\ + \frac{2ku^2}{\rho c_t^2 c_l^2}\sqrt{1-\frac{u^2}{c_t^2}}(\lambda_e+\lambda_h)^2(m_e a_e + m_h a_h) = 0. \qquad (20)$$

В отсутствие связи с упругой волной ($\lambda_e = \lambda_h = 0$), как показано в работе [13], звуковая плазменная ветвь не имеет затухания при условии $u > v_e, v_h$. При наличии взаимодействия с ПАВ, как видно из (19), у акустического плазмона появляется затухание, обусловленное появлением мнимости в κ_t:

при $u > (v_e, v_h) > (c_t, c_l)$ имеем во втором слагаемом $\sqrt{1-u^2/c_t^2} = -i\sqrt{u^2/c_t^2-1}$. Физически рассмотренный механизм затухания обеих плазменных мод связан с испусканием упругой волны в объем подложки. Это затухание является дополнительным к столкновительному (рассеянию электронов и дырок) и к затуханию Ландау и обусловлено тем, что система двумерный газ + упругая подложка образуют открытый резонатор. На примере монополярной плазмы оно было исследовано в работах одного из авторов и М. В. Крашенинникова [14]. Двумерные плазменные волны действуют на упругий континуум как сила, сосредоточенная на поверхности и монохроматически зависящая от координат и времени. Излучение упругих волн в объем есть частный случай трансформации волн, которая возникает, когда фазовая скорость плазмона превышает скорость звука. Условия фазового синхронизма требуют совпадения частот обеих волн, а также равенства волнового вектора плазмона и проекции волнового вектора звука на направление распространения плазмона. Поскольку скорости плазмона и звука сильно различаются, звук излучается практически перпендикулярно поверхности (тангенс угла равен отношению фазовых скоростей).

Затухание акустической плазменной ветви $\omega'' = \omega\,\mathrm{Im}(u/s)$ может быть легко получено из (19) в пределе $u \gg (v_e, v_h)$. Простые вычисления дают

$$\omega'' = -\frac{c_t k^2(\lambda_e+\lambda_h)^2}{2\pi\rho c_l^2 s^2}\,\frac{v_e^2 v_h^2(m_e a_e + m_h a_h)}{v_e^2 a_h + v_h^2 a_e} \sim \sim k^2 \sim \omega^2, \quad (21)$$

т. е. затухание акустического плазмона сильнее, чем оптического.

5. ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ

Для правильного учета пьезоэффекта требуется принять во внимание кристаллическую анизотропию подложки. Такой подход приводит к очень громоздким уравнениям и выкладкам. Для упрощения рассмотрения задачи, следуя работе [15], воспользуемся приближением акустической изотропии кристалла, т. е. с точки зрения механической части задачи подложку будем описывать снова уравнениями изотропной упругой среды, а в слагаемых, описывающих пьезополе, учитываем анизотропию. Полагаем, что подложка изготовлена из кристалла кубической симметрии и волна распространяется в пьезоактивном направлении [110] (направление оси x на рис. 2) на поверхности [001] (плоскость $z = 0$), не проникая в область $0 < z < d$. Взаимодействие ПАВ с электрон-дырочной плазмой, находящейся в области $0 < z < d$, осуществляется посредством пьезополя. В такой геометрии уравнения, описывающие электрическое поле и движение кристалла, после отделения множителя $e^{ikx-i\omega t}$ имеют вид

$$\begin{gathered}(\omega^2 - c_l^2k^2)u_x + c_t^2u_x'' + (c_l^2-c_t^2)iku_z' - \\ -2i\beta k\phi'/\rho = 0, \\ (\omega^2 - c_t^2k^2)u_z + c_l^2u_z'' + (c_l^2-c_t^2)iku_x' + \\ + k^2\beta\phi/\rho = 0, \\ \epsilon(z)(\phi'' - k^2\phi) + 8\pi\beta(iku_x' - u_zk^2/2) = 0.\end{gathered} \quad (22)$$

Они дополняются граничными условиями на механическую часть (в механическом смысле поверхность $z = 0$ считается свободной):

$$\begin{gathered}\rho c_t^2(u_x' + iku_z) - i\beta k\phi = 0, \\ (c_l^2 - 2c_t^2)iku_x + c_l^2u_z' = 0,\end{gathered} \quad (23)$$

и электрическую часть:

$$\begin{gathered}\phi(0^+) = \phi(0^-), \quad \phi(d^+) = \phi(d^-), \\ \epsilon[\phi'(0^+) - \phi'(0^-)] - 4\pi\beta iku_x(0^-) = 4\pi e n_{\kappa\omega}, \\ \phi'(d^+) - \epsilon\phi'(d^-) = -4\pi e p_{\kappa\omega},\end{gathered} \quad (24)$$

где $n_{\kappa\omega} = -e\phi(0)\Pi_{k\omega}$, $p_{\kappa\omega} = e\phi(d)P_{k\omega}$. Даже в такой упрощенной постановке решение этих уравнений представляет собой довольно сложную задачу. Мы воспользуемся слабостью пьезоэффекта (критерий будет указан ниже). Слагаемые, содержащие пьезомодуль β в уравнениях (22), будем считать возмущением. Тогда решения уравнений (22) можно представить в виде

$$\begin{gathered}u_x(z) = u_x^0(z) + \delta u_x(z), \\ u_z(z) = u_z^0(z) + \delta u_z(z), \\ \phi(z) = \phi^0(z) + \delta\phi(z),\end{gathered} \quad (25)$$

где невозмущенные решения для вектора смещения среды даются выражениями (2), а потенциал

$$\phi^0(z) = \begin{cases} Ce^{-kz} & z > d, \\ Ee^{-kz} + Fe^{kz} & 0 < z < d, \\ De^{kz} & z < 0. \end{cases} \quad (26)$$

Поправки к невозмущенным решениям находятся из уравнений (22) в первом приближении по β:

$$\begin{gathered}\delta\phi(z) = a_1Ae^{\kappa_t z} + a_2Be^{\kappa_l z}, \\ \delta u_x(z) = b_1De^{kz}, \\ \delta u_y(z) = b_2De^{kz},\end{gathered} \quad (27)$$

где постоянные имеют вид

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \frac{\beta k^2}{\rho\omega^4}\begin{pmatrix} 2i\omega^2 + 3i(c_l^2 - c_t^2)k^2 \\ -\omega^2 + 3(c_l^2 - c_t^2)k^2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \frac{4\pi\beta}{\varepsilon} ik \begin{pmatrix} \dfrac{2\kappa_t^2 + k^2}{k^2 - \kappa_t^2} \\ \dfrac{3k\kappa_l}{k^2 - \kappa_l^2} \end{pmatrix}. \tag{28}$$

Подставляя эти решения в граничные условия (23), (24) и удерживая снова слагаемые не выше первой степени по β, получаем дисперсионное уравнение

$$\Delta_{k\omega} f_{k\omega} = \gamma k L_{k\omega}, \tag{29}$$

где $\gamma = 4\pi\beta^2/\rho c_t^2(\epsilon + 1)$ — коэффициент электромеханической связи. Критерием слабости пьезоэффекта, используемым выше, служит неравенство $\gamma \ll 1$. Правая часть дисперсионного уравнения имеет вид

$$\begin{aligned} L_{k\omega} = \left[1 - \frac{c_t^2 k^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{6(c_l^2 - c_t^2)k^2}{\omega^2}\right)\right] \times \\ \times \left[(\kappa_t^2 + k^2)\left(\kappa_t - \frac{2\kappa_t^2 + k^2}{k + \kappa_t}\right) - 2k\kappa_t\left(k - \frac{3k\kappa_l}{k + \kappa_l}\right)\right] + \\ + \frac{c_l^2 k^2}{\omega^2}\left[3 - 2\frac{c_t^2}{c_l^2}\left(2 + \frac{3(c_l^2 - c_t^2)k^2}{\omega^2}\right)\right] \times \\ \times \left[(\kappa_t^2 + k^2)\left(k - \frac{3k\kappa_l}{k + \kappa_l}\right) - \right. \\ \left. - 2k\kappa_l\left(\kappa_t - \frac{2\kappa_t^2 + k^2}{k + \kappa_t}\right)\right]. \end{aligned} \tag{30}$$

При анализе дисперсионного уравнения, как и выше, будем рассматривать акустическую и плазменную области частот.

6. АКУСТИЧЕСКАЯ ОБЛАСТЬ

В этой области $\omega = \xi c_t k \ll (v_e, v_h)k$ и вычисления аналогичны изложенным выше для механизма деформационного потенциала. Опуская вычисления, приводим результат

$$\omega'' = -\gamma \frac{2(c_t\xi_0)^2 L_{\xi_0}}{\xi_0 f'(\xi_0)} \frac{(v_e a_e)^{-1} + (v_h a_h)^{-1}}{\left(1 + \dfrac{2}{ka_e} + \dfrac{2}{ka_h}\right)^2_{k=\omega/\xi_0 c_t} + \left(\dfrac{2c_t\xi_0}{ka_e v_e} + \dfrac{2c_t\xi_0}{ka_h v_h}\right)^2_{k=\omega/\xi_0 c_t}}. \tag{31}$$

Из этого выражения видно, что при $ka_e, ka_h \ll 1$ поглощение $\omega'' \sim \omega^2$, а в области $ka_e, ka_h \gg 1$ не зависит от частоты.

7. ПЛАЗМЕННАЯ ОБЛАСТЬ

Затухание плазмонов, как и выше, обусловлено появлением мнимости в κ_t в плазменной области частот, что соответствует испусканию объемной звуковой волны. Для оптического плазмона $\omega \approx \omega_{opt}$ величина $L_{k\omega} \approx -i\omega^3/c_t^3$. Упрощая левую часть дисперсионного уравнения так же, как и выше, получаем

$$\omega = \omega_{opt} - i\gamma\frac{c_t k}{2}, \quad \omega'' \sim \omega^2, \tag{32}$$

т. е. затухание оптического плазмона линейно по частоте, в отличие от выражения (19). Приведем также затухание акустического плазмона

$$\omega'' = -\gamma\frac{c_t k^2}{2} s^2 \frac{a_e a_h}{v_e^2 a_h + v_h^2 a_e} \sim \omega^2. \tag{33}$$

Видим, что в случае пьезоэффекта, наоборот, оптический плазмон затухает сильнее акустического.

Качественно такую разницу в генерации объемной акустической волны двухкомпонентной плазмой можно объяснить следующим образом.

Генерация объемной звуковой волны при пьезоэлектрическом взаимодействии плазмы и колебаний решетки происходит за счет электрического поля, создаваемого флуктуациями плотности частиц при плазменных колебаниях полуметалла. Очевидно, что электрическое поле оптического плазмона значительно превышает поле акустического, что связано с противофазным колебанием плотностей электронов и дырок в оптической плазменной моде в отличие от синфазных колебаний в акустической. Таким образом, генерация звука оптическим плазмоном эффективнее, что и приводит к более сильному затуханию оптических плазмонов ($\omega'' \sim k$) в сравнении с акустическими ($\omega'' \sim k^2$).

В случае же деформационного взаимодействия генерация объемного звука обусловлена действием силы со стороны носителей заряда на решетку, величина которой пропорциональна сумме градиентов флуктуаций плотности частиц (см. правую часть уравнения (3)). В акустической плазменной моде градиенты флуктуаций плотности дырок и электронов направлены в одну сторону, а в оптической — противоположно. В такой ситуации сила, действующая на решетку со стороны акустического плазмона, превышает силу оптического (при совпадающих знаках постоянных деформационного потенциала), что приводит к более эффективной генерации звука акустическим плазмоном и, как следствие, к его большему затуханию ($\omega''_{ac} \sim k^2$, $\omega''_{opt} \sim k^3$).

Что касается затухания ПАВ в отсутствие рассеяния электронов (в отличие от [9]), то его физический механизм очевиден: ПАВ «раскачивает» плазму на частоте $\omega = \xi_0 c_t k \ll k v_{e,h}$, при которой плазмон не является «хорошей» квазичастицей из-за сильного затухания Ландау.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-12148офи-м).

ЛИТЕРАТУРА

1. З. Д. Квон, Е. Б. Ольшанецкий, Д. А. Козлов и др., Письма в ЖЭТФ **87**, 588 (2008).
2. Е. Б. Ольшанецкий, З. Д. Квон, М. В. Энтин и др., Письма в ЖЭТФ **89**, 338 (2009).
3. Р. З. Витлина, Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **93**, 228 (2011).
4. M. V. Entin, L. I. Magarill, E. B. Olshanetsky et al., ZhETF **144**, 1068 (2013).
5. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **93**, 442 (2011).
6. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **91**, 201 (2010).
7. Э. Г. Батыев, ЖЭТФ **137**, 101 (2010).
8. A. V. Chaplik and M. V. Krasheninnikov, Surface Science **98**, 533 (1980).
9. А. В. Каламейцев, А. О. Говоров, Х.-Д. Кутчер, А. Виксфорд, Письма в ЖЭТФ **72**, 273 (2000).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Курс теоретической физики*, Наука, Москва (1965). Т. VII: *Теория упругости*.
11. В. П. Сонин, ЖЭТФ **38**, 977 (1960).
12. М. В. Крашенинников, М. Б. Султанов, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **77**, 1636 (1979).
13. Р. З. Витлина, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **81**, 1011 (1981).
14. М. В. Крашенинников, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **75**, 1907 (1978); **76**, 1812 (1979); ФТТ **21** (1979).
15. Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **93**, 2257 (1987).