

ФОРМИРОВАНИЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ ДЛЯ ЧАСТИЦ НИЗКОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ НЕРЕЗОНАНСНОЙ НИЗКОЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ

В. И. Высоцкий^{}, М. В. Высоцкий*

*Киевский национальный университет им. Т. Шевченко
01601, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 25 августа 2014 г.

Рассмотрен метод формирования когерентных коррелированных состояний (ККС) частиц низкой энергии за счет полномасштабной низкочастотной модуляции параметров параболической потенциальной ямы $\omega(t) = \omega_0 \sin \Omega t$, в которой находятся эти частицы. Показано, что такая модуляция в отсутствие случайной силы, действующей на частицу, приводит к быстрому формированию ККС и возрастанию коэффициента корреляции и прозрачности потенциального барьера до предельных значений $|r(t)|_{max} \rightarrow 1$, $D \rightarrow 1$. Наличие случайной силы существенно влияет на эволюцию ККС, уменьшая темп роста коэффициента корреляции $|r(t)|_{max}$ (при $\Omega \leq 10^{-4}\omega_0$) и ограничивая его на уровне $|r(\infty)|_{max} < 1$ (при $\Omega = (10^{-3}-10^{-1})\omega_0$), причем величина $|r(\infty)|_{max}$ возрастает при уменьшении частоты модуляции и уменьшается при увеличении интенсивности случайной силы. Показано, что при реалистичном соотношении параметров за счет низкочастотной модуляции возможно достижение такой величины $|r|_{max}$, когда прозрачность потенциального барьера для частиц низкой энергии возрастает в $10^{50}-10^{100}$ и более раз. Рассмотрен механизм формирования ККС для заряженных частиц при воздействии на газ или плазму низкого давления низкочастотного магнитного поля. Определено, при каком соотношении напряженности магнитного поля и частоты модуляции, а также температуры и плотности газа (плазмы) рассматриваемый метод может быть использован для оптимизации ядерных реакций при низкой энергии.

DOI: 10.7868/S004445101502008X

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема реализации и оптимизации ядерных реакций при низкой энергии частиц в настоящее время является одной из альтернатив термоядерным реакциям. Классический метод мюонного катализа при экранировании кулоновского поля частиц с помощью тяжелых отрицательных мюонов оказался очень затратным и неэффективным для таких целей. Исследования последнего времени показали, что метод очень существенного (на много порядков) увеличения прозрачности потенциального барьера для частиц низкой энергии с последующим ядерным взаимодействием может быть связан с формированием и использованием когерентных коррелированных состояний (ККС) этих частиц.

Наиболее характерным свойством ККС является видоизмененное соотношение неопределенностей Шредингера–Робертсона [1–4]

$$\begin{aligned} \sigma_A \sigma_B &\geq |\langle [\hat{A} \hat{B}] \rangle|^2 / 4(1 - r^2), \\ r &= \sigma_{AB} / \sqrt{\sigma_A \sigma_B}, \\ \sigma_{AB} &= \langle \{\Delta \hat{A}, \Delta \hat{B}\} \rangle / 2 \equiv \langle ((\hat{A} - \langle A \rangle)(\hat{B} - \langle B \rangle) + \\ &+ (\hat{B} - \langle B \rangle)(\hat{A} - \langle A \rangle)) \rangle / 2 = \\ &= \langle (\hat{A} \hat{B} + \hat{B} \hat{A}) \rangle / 2 - \langle A \rangle \langle B \rangle, \quad 0 \leq |r| \leq 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь r — коэффициент корреляции, определяющий степень взаимной связи величин A и B в суперпозиционном состоянии, описываемом волновой функцией $\Psi(q)$. Некоррелированному состоянию соответствует $r = 0$, а полностью коррелированному $|r| = 1$. Влияние ККС при $|r| \rightarrow 1$ наглядно демонстрирует коэффициент эффективности корреляции $G \equiv 1 / \sqrt{1 - r^2}$, который изменяется в интервале

*E-mail: vivyotskii@gmail.com

$1 \leq G < \infty$ и характеризует увеличение амплитуды флуктуаций величин A и B .

В случае $A = q$, $B = p$, $\langle q \rangle = 0$, $\langle p \rangle = 0$ соотношения (1) принимают вид

$$\begin{aligned} \delta q \delta p &\geq \hbar/2\sqrt{1-r^2} \equiv G\hbar/2, \\ r(t) &= \langle q\hat{p} + \hat{p}q \rangle / 2\delta q \delta p, \quad \delta q = \sqrt{\sigma_q} \equiv \sqrt{\langle q^2 \rangle}, \quad (2) \\ \delta p &= \sqrt{\sigma_p} \equiv \sqrt{\langle p^2 \rangle}. \end{aligned}$$

Для простых (качественных) оценок наличие корреляции в соотношении неопределенностей может быть учтено формальной заменой $\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv \hbar/\sqrt{1-r^2} \equiv G\hbar$. В отсутствие корреляции $r \rightarrow 0$, $\hbar^* \rightarrow \hbar$, а формула (2) принимает вид соотношения неопределенностей Гейзенберга $\delta q \delta p \geq \hbar/2$. В предельном случае $|r| \rightarrow 1$ дисперсия импульса частицы становится неограниченно большой, а коэффициент прозрачности D потенциального барьера возрастает до максимальной величины $D_{|r|=1} \rightarrow 1$ при любой малой энергии частицы. Этот результат для ряда случаев (например, [5]) соответствует приближенной формуле

$$\begin{aligned} D_{r \neq 0} &\approx \\ &\approx \exp \left\{ -\frac{2\sqrt{1-r^2}}{\hbar} \int_R^{R+L(E)} \sqrt{2M\{V(q)-E\}} dq \right\} = \\ &= (D_{r=0})^{\sqrt{1-r^2}} \equiv \sqrt[2]{D_{r=0}}, \quad (3) \end{aligned}$$

полученной с использованием замены $\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv \hbar/\sqrt{1-r^2}$ в стандартном квазиклассическом выражении для прозрачности барьера в случае плоской волны и отсутствия корреляции. Возможность использования такой замены для решения задач квантовой механики с участием ККС обсуждалась еще в работе [6]. В работе [5] было проведено сравнение этой аппроксимации с результатами непосредственного квантовомеханического расчета подбарьерной локализации частицы в потенциальной яме [7] и показана ее обоснованность на основе выполнения критерия $|\ln D_{r \neq 0} - \ln D_{r=0}| / |\ln D_{r \neq 0}| \ll 1$ при малой исходной величине $D_{r=0} \ll 1$. Дополнительное обсуждение такой аппроксимации будет проведено ниже.

Нетривиальной физической причиной очень резкого увеличения прозрачности барьера для частицы, находящейся в ККС, является конструктивная интерференция взаимно фазированных флуктуаций импульса, соответствующих разным компонентам нестационарного суперпозиционного состояния, в котором находится эта частица. Результатом интерференции является формирование гигантских флукту-

аций импульса и кинетической энергии, что ведет к возрастанию прозрачности барьера. При этом средняя кинетическая энергия частицы может быть малой.

Существенным является то обстоятельство, что результат взаимодействия со средой частиц с малой средней энергией $\langle T \rangle$, находящихся в ККС и виртуально ускоренных на короткое время за счет этих флуктуаций до кинетической энергии $\delta T_{fluct} \gg \langle T \rangle$, принципиально отличается от взаимодействия частиц, не находящихся в ККС (как реально ускоренных частиц с той же энергией $T \approx \delta T_{fluct}$, так и медленных частиц с тем же значением $\langle T \rangle$). В частности, частицы в ККС с большим значением $\delta T_{fluct} \gg \gg \langle T \rangle$ не могут участвовать в эндоэнергетических реакциях или генерировать тормозное излучение, как это могут делать реально ускоренные частицы. С другой стороны, с помощью частиц в ККС можно реализовать такие экзоэнергетические реакции, в которых уровень энергии компаунд-ядра значительно превышает $\langle T \rangle$ при условии, что последующий распад этого уровня совершается в течение времени $t_{decay} \leq \delta t$, ограниченного соотношением неопределенностей Робертсона–Шредингера, записанным в виде неравенства $\delta T_{fluct} \delta t \geq \hbar/2\sqrt{1-r_T^2} \equiv G_T \hbar/2$. В этом случае реакция совершается за счет кратковременного «одалживания» и последующего «возврата» флуктуации избыточной энергии δT_{fluct} . Если это условие не выполняется, т. е. если время жизни промежуточного состояния оказывается достаточно большим ($t_{decay} > \delta t$), то такие реакции оказываются невозможными. Это одна из причин того, что в успешных экспериментах по реализации ядерных реакций при низкой энергии не регистрируются долгоживущие радиоактивные компаунд-ядра (такой канал реакции оказывается фактически запрещенным), в то время как в аналогичных экспериментах с участием тех же, но реально ускоренных частиц, формирование таких долгоживущих ядер является типичным эффектом. Аналогичная ситуация соответствует взаимодействию некоррелированных частиц с тем же малым значением $\langle T \rangle$, для которых туннельный переход на более высокий промежуточный уровень компаунд-ядра невозможен.

2. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ И ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ККС В НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМАХ

Базовой моделью для анализа ККС является нестационарный гармонический осциллятор, законо-

мерности которого применительно к ККС были исследованы в работах [3, 4].

В работах [3–11] было показано, что наиболее простой метод возбуждения ККС частицы связан с нестационарной деформацией гармонического потенциала $V(q, t) = M\omega^2(t)q^2/2$, в поле которого находится эта частица. В симметричной нестационарной параболической потенциальной яме, для которой $\langle q \rangle = 0$, $\langle p_q \rangle = 0$, волновая функция частицы зависит от коэффициента корреляции и имеет вид [3, 4, 7]

$$\Psi_0(q, t) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\sigma_q}} \times \\ \times \exp \left[-\frac{q^2}{4\sigma_q} \left(1 - \frac{ir(t)}{\sqrt{1 - r(t)^2}} \right) \right]. \quad (4)$$

Явный вид коэффициента корреляции

$$r = \operatorname{Re} \left\{ \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right\} / \left| \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right|, \quad (5)$$

а также коэффициент сжатия k , определяющий отношение дисперсий координаты и импульса частицы

$$k = \sigma_q/\sigma_p = |\varepsilon/(d\varepsilon/dt)|^2 \quad (6)$$

и величины этих дисперсий

$$\begin{aligned} \sigma_q &\geq (\hbar/2)\sqrt{k/(1 - r^2)}, \\ \sigma_p &\geq (\hbar/2)\sqrt{1/k(1 - r^2)}, \end{aligned} \quad (7)$$

могут быть найдены на основе решения уравнения движения классического осциллятора с переменной частотой и затуханием при наличии внешней силы

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varepsilon}{dt} + \omega^2(t)\varepsilon = f(t) \quad (8)$$

при начальных условиях

$$\varepsilon(0) = 1, \quad \left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_0 = i. \quad (9)$$

В уравнениях (5)–(9) и последующих соотношениях $\omega(t)$ — безразмерная частота, нормированная на характерную частоту ω_0 ; t — безразмерное (нормированное на ω_0^{-1}) время; $\varepsilon(t)$ — безразмерная (нормированная на $q_0 = \sqrt{\hbar/M\omega_0}$) комплексная координата частицы; γ — коэффициент затухания, $f(t)$ — внешняя сила, M — приведенная масса частицы.

Исследование конкретных механизмов формирования ККС при различных режимах деформации потенциальной ямы, а также анализ специфики проявления этого состояния в модельных и реальных системах проведено в работах [5, 7–16].

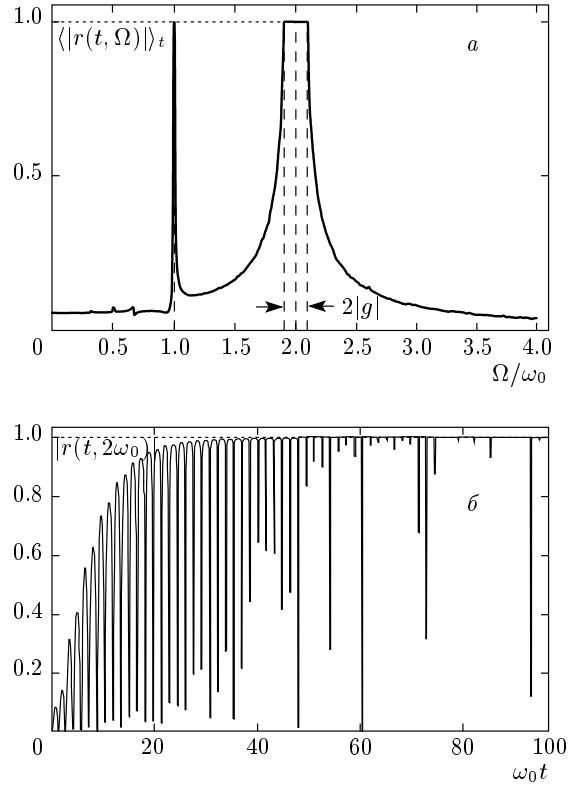


Рис. 1. Резонансная структура процесса формирования ККС при периодической модуляции $\omega(t) = \omega_0(1+g \cos \Omega t)$ параметров осциллятора (а) и динамика процесса формирования ККС при $\Omega = 2\omega_0$ и $|g| = 0.1$ (б) [8]

В работе [7] рассмотрены общие предпосылки формирования ККС частиц в нестационарных квантовых системах применительно к проблеме оптимизации туннельного эффекта. Там же на основе квантового рассмотрения исследована связь коэффициента корреляции частиц с вероятностью их прохождения в область, находящуюся глубоко под потенциальным барьером. В работе [8] детально рассмотрены особенности формирования ККС частицы при разных типах неограниченного по времени и величине монотонного убывания (например, $\omega(t) = \omega_0 \exp(-t/T)$) частоты гармонического осциллятора, в параболическом поле которого находится эта частица. В ней впервые были рассмотрены особенности и исследована эффективность создания ККС с $|r|_{max} \rightarrow 1$ при слабом по амплитуде периодическом воздействии на параметры гармонического осциллятора (в частности, его частоту $\omega(t) = \omega_0(1 + g \cos \Omega t)$ в случае $|g| \ll 1$). Было показано, что формирование ККС характеризуется наличием непосредственного (прямого) и парамет-

рического резонансов (соответственно, при услови-ях $\Omega \approx \omega_0$ и $\Omega \approx 2\omega_0$), вне пределов которых эффективность этого процесса очень резко падает. В пределах этих резонансов $|r(t)|_{max} \rightarrow 1$, $\langle |r(t)\rangle_t \rightarrow 1$ (см. рис. 1). Интересно отметить, что полуширина прямого резонанса очень мала ($|\delta\Omega| \ll |g|\omega_0$), а параметрический резонанс характеризуется резонансной кривой, имеющей плоскую вершину шириной $|\delta\Omega| = 2|g|\omega_0$ (см. рис. 1a). Очевидно, что в этом случае аналогичную структуру будет иметь коэффициент прозрачности любого потенциального барьера.

В работе [9] были исследованы особенности формирования ККС частицы, находящейся в таком же периодически модулированном гармоническом осцилляторе, но при наличии демпфирования и разных типов стохастического возмущения. Показано, что в отсутствие стохастического возмущения существует оптимальное соотношение между параметром демпфирования (коэффициентом затухания γ) и глубиной частотной модуляции g , при котором «внешние» характеристики осциллятора (амплитуды «классического» колебания и импульса частицы) остаются неизменными, а максимумы осцилляций коэффициента корреляции возрастают от $|r| = 0$ до $|r(t \rightarrow \infty)|_{max} \rightarrow 1$, что соответствует полному ККС. Там же показано, что в общем случае наличие случайной силы $f(t)$ и случайные изменения частоты осциллятора $\delta\omega$ существенно ограничивают максимальное значение r на уровне $|r|_{max} < 1$. Определены режимы, для которых при определенном соотношении между коэффициентом затухания и глубиной модуляции наличие стохастической внешней силы, действующей на нестационарный осциллятор, не препятствует формированию ККС с $|r|_{max} \rightarrow 1$. В частности, при малом коэффициенте затухания наличие случайной силы при резонансном воздействии на частицу замедляет темп формирования ККС, но не влияет на итоговое асимптотическое значение $|r|_{max} \rightarrow 1$. При сильном затухании наличие случайной силы не только тормозит формирование ККС, но и ограничивает коэффициент корреляции на уровне $|r(t \rightarrow \infty)|_{max} < 1$. Принципиально другой эффект имеет место при стохастическом влиянии на нестационарную частоту осциллятора: это влияние всегда ограничивает величину $|r|$ на уровне $|r|_{max} < 1$, а при неограниченном увеличении его интенсивности ККС невозможен и $|r|_{max} \rightarrow 0$.

В работах [10, 11], наряду с общими закономерностями формирования ККС, были рассмотрены особенности использования этих состояний для оптимизации ядерных реакций при низкой энергии в конкретных системах. В частности, было показано, что

все частотные и амплитудные особенности эффекта резонансного увеличения выхода энергии, наблюдаемые в экспериментах [12, 13] по реализации управляемого ядерного синтеза при низкой энергии на основе металлогидрида Pd + D при облучении области реакции электромагнитным излучением с частотой, изменяемой в интервале $\Omega = 3\text{--}24$ ТГц, полностью обосновываются условиями прямого ($\Omega \approx \omega_0$) или параметрического ($\Omega \approx 2\omega_0$) резонансов с учетом собственных частот $\omega_{0(1)} \approx 7.8\text{--}8.2$ ТГц и $\omega_{0(2)} \approx 10.2\text{--}10.8$ ТГц акустических колебаний ионов дейтерия в решетке палладия.

В работе [5] рассмотрены особенности формирования ККС частицы в параболической потенциальной яме при ее ограниченной монотонной деформации (расширении или сжатии в ограниченных пределах $L_{min} \leq L(t) \leq L_{max}$ при той же глубине ямы) при наличии диссипации и случайной силы, что соответствует, например, состоянию атомарного водорода при расширении («развитии») или уменьшении («затечивании») микротрешин в металлогидридах. Показано, что в обоих режимах деформации происходит быстрое формирование ККС с большим коэффициентом корреляции $|r|_{max} \rightarrow 1$. Этому состоянию при низкой энергии частицы соответствует очень значительное (в $10^{50}\text{--}10^{100}$ и более раз) увеличение исходной малой прозрачности $D_{r=0} \ll 1$ потенциального барьера при ее взаимодействии с атомами (ядрами), образующими «стенки» потенциальной ямы, или другими атомами, находящимися в этой же яме. Такой механизм является основой реализации ядерного синтеза при нестационарной диффузии водорода (дейтерия) в металлогидриды. Эффективность формирования ККС и величина $|r|$ возрастают при увеличении интервала деформации $[L_{min}, L_{max}]$ и уменьшении ее длительности. Наличие случайной силы, действующей на частицу, может существенно уменьшить максимальное значение $|r|_{max}$ и приводить к последующей быстрой релаксации ККС с $|r|_{max} \rightarrow 0$ после завершения процесса деформации. Величина случайной силы убывает с уменьшением температуры, что способствует формированию ККС и реализации подбарьерного взаимодействия. Эти данные хорошо согласуются с результатами независимых экспериментов.

Альтернативный анализ эффективного туннелирования медленного гауссового пакета в когерентном коррелированном состоянии сквозь модельный дельта-барьер и реальный кулоновский барьер был проведен в работах [14, 15]. В работе [15] также обсуждался очень важный вопрос о влиянии формы пакета на коэффициент прозрачности барьера $D_{r=0}$.

Было показано, что учет всех компонент импульсного спектрального представления пакета в коррелированном состоянии (в том числе и тех компонент, которые при очень большой дисперсии σ_p характеризуются малым импульсом $|p| \ll \sqrt{\sigma_p}$ и, соответственно, очень малым коэффициентом прозрачности) может существенно изменить выражение для коэффициента прозрачности барьера $D_{r \neq 0}$. В частности, при туннелировании гауссового пакета величина $D_{r \neq 0}$ будет отличаться от аппроксимации (3), соответствующей плоской волне с фиксированным значением $|p| = \sqrt{\sigma_p}$, заменой показателя степени $(1 - r^2)^{1/2}$ в этой формуле на $(1 - r^2)^{1/3}$. Этот результат меняет оценки, но не изменяет общую тенденцию кардинального влияния ККС на туннельный эффект, поскольку и для такого случая $D_{r \neq 0} \rightarrow \rightarrow 1$ при любой малой средней энергии пакета, если $|r| \rightarrow 1$. Более того, в практических важных случаях разница в этих результатах может быть не очень существенной: например, при $D_{r=0} = 10^{-100}$ и реальных значениях $1 - |r| = 10^{-5}-10^{-6}$ соответствующие скорости туннельного перехода при $\omega_0 = 1$ ТГц для двух этих моделей соответственно равны $P \approx \omega_0 D_{r \neq 0} \approx (35-70) \cdot 10^{10}$ с⁻¹ и $P \approx (2-50) \cdot 10^9$ с⁻¹. Очевидно, что в обоих случаях эта прозрачность соответствует практически мгновенному туннелированию. Для сравнения, в отсутствие корреляции скорость туннельного перехода в данном случае равна $P \approx 10^{-88}$ с⁻¹, а среднее время такого перехода $P^{-1} \approx 10^{88}$ с в 10^{70} раз превышает возраст Вселенной.

В работе [16] был рассмотрен процесс формирования ККС применительно к задаче о движении и взаимодействии с кристаллом положительно заряженных частиц, движущихся в режиме канализации в параболическом межплоскостном потенциале при возбуждении в кристалле продольной ультразвуковой волны. Такая волна модулирует пространственные параметры кристалла, что ведет к гармонической модуляции усредненной параболической ямы и соответствует нестационарному гармоническому осциллятору в системе покоя частицы. Этот метод формирования ККС может быть использован, например, для оптимизации «ускорительного» синтеза [17] с участием ядер решетки, образующих стеки канала, и частиц, ускоренных до небольшой энергии.

Еще один интересный аспект оптимизации метода ККС для увеличения прозрачности потенциального барьера рассмотрен в работе [18], посвященной влиянию температуры на соотношение неопределенностей Шредингера–Робертсона. В ней на основа-

нии работы [3] и с помощью формализма матрицы плотности $\hat{\rho}$, показано, что в случае смешанного квантовомеханического состояния соотношение (2) может быть обобщено путем введения дополнительной функции $\Phi(\mu)$,

$$\delta q \delta p \geq \hbar \Phi(\mu) / 2 \sqrt{1 - r^2}, \quad (2a)$$

которая была определена в работе [3]. Эта функция определяет различие чистого состояния с $\Phi(\mu) = 1$ от смешанного, для которого $\Phi(\mu) \approx (4 + \sqrt{16 + 9\mu}) / 9\mu$ [18]. В этих соотношениях величина $\mu = \text{Tr } \hat{\rho}^2$ является стандартным «параметром чистоты» рассматриваемого состояния (для чистого состояния $\mu = 1$, для смешанного $\mu < 1$). В работе [18] показано, что влияние температуры на $\Phi(\mu)$ и, соответственно, на соотношение неопределенностей, может быть учтено на основе зависимости $\mu(T) = Z(T/2)/Z^2(T)$, определяемой с помощью статистической суммы $Z(T')$ рассматриваемой системы. При малой температуре выполняются условия $\mu(T) \rightarrow 1$, $\Phi(\mu(T)) \rightarrow 1$, при которых формула (2a) соответствует «стандартному» соотношению Шредингера–Робертсона (2), а $\hbar^* = \hbar / \sqrt{1 - r^2}$. В другом предельном случае очень высокой температуры $\mu(T) \sim 1/T$ и $\Phi(\mu(T)) \sim T$. Такой результат приводит к принципиально другому соотношению — $\hbar^* \sim \hbar T / \sqrt{1 - r^2}$.

Следует сделать некоторые замечания, относящиеся к этому интересному результату.

С формальной точки зрения, из этих соотношений следует, что возрастание температуры ведет к увеличению \hbar^* и, следовательно, к увеличению прозрачности барьера. Этот вывод, безусловно, справедлив в случае традиционного описания туннельного эффекта для некоррелированных состояний. Формально он справедлив и в случае использования ККС при использовании не зависящего от температуры коэффициента корреляции r в (2a).

В реальной ситуации этот вывод не такой очевидный и нуждается в дополнительном исследовании. Это связано с тем, что в соотношении (2a) и в выражении $\hbar^* \equiv \hbar \Phi(\mu) / \sqrt{1 - r^2}$ явное влияние температуры учтено только в виде зависимости $\Phi(\mu(T))$. В то же время очевидно, что поскольку процесс формирования ККС прямо связан с установлением определенных фазовых соотношений в исследуемой квантовой системе, увеличение температуры, нарушающей эти соотношения, может существенно влиять на коэффициент корреляции, уменьшая его. Подобное влияние на процесс формирования ККС при флуктуации частоты и наличии случайной флукутирующей силы было детально рассмотрено в ра-

ботах [5, 9]. В этом случае имеет место достаточно неопределенная ситуация, когда возрастание температуры может приводить к увеличению и числителя и знаменателя правой части формулы (2а) и выражения для $\hbar^* \sim \hbar T / \sqrt{1 - r^2}$. Очевидно, что адекватное решение может быть найдено только при одновременном учете влияния температуры на $\Phi(\mu)$ и $r(t)$.

Перечисленные работы (их список может быть существенно расширен) демонстрируют потенциально очень высокую эффективность использования ККС при решении задач ядерной физики при низкой энергии. С другой стороны, их анализ показал, что реализовать системы, для которых были проведены соответствующие расчеты, достаточно сложно.

В частности, эффективный метод формирования ККС в области ядерного взаимодействия для протонов (или дейtronов) при использовании прямого ($\Omega \approx \omega_0$) или параметрического ($\Omega \approx 2\omega_0$) резонансных методов периодической раскачки гармонического осциллятора (рис. 1а) применительно к металлогидридам требует использования в области, где происходит реакция достаточно мощного перестраивающегося источника монохроматического излучения в диапазоне 10–20 ТГц. К сожалению, в настоящее время генераторы с такими параметрами фактически отсутствуют, что ставит перед экспериментаторами трудную задачу. Заметим, что в успешных экспериментах по стимуляции ядерного синтеза в системе Pd + D [13, 14] необходимое резонансное электромагнитное излучение терагерцевого диапазона формировалось весьма экзотичным способом — за счет генерации разностной частоты при одновременном воздействии двух маломощных полупроводниковых лазеров с несколько различающимися фиксированными частотами ω_n и ω_m (см. [10–14]). Использование нелинейных свойств электронной подсистемы в зоне проводимости, которые возникают при наложении внешнего постоянного магнитного поля, привело к формированию плазменных колебаний на разностной частоте $\Omega_{nm} = \omega_n - \omega_m$, что в итоге вело к модуляции: а) электронной плотности, б) параметров экранирования, в) частоты $\omega(t)$ колебаний ионов в решетке палладия. Для получения другой близкой частоты биений использовалась другая пара лазеров и т. д.

С другой стороны, альтернативный метод формирования ККС в нестационарных микротрещинах [5] соответствует, в частности, стохастическому и слабо контролируемому процессу растрескивания поверхности кристаллов при насыщении водородом, что существенно усложняет проведение оптимизиру-

ющих исследований и решение прикладных задач. Такие процессы характеризуются слабой повторяемостью и, кроме того, невозможны при малой концентрации водорода в металле, поскольку именно его наличие и приводит к появлению напряжений и образованию микротрещин. Отметим, что подобные процессы стохастического формирования ККС могут, в принципе, протекать в любой нестационарной системе, характеризующейся быстрым формированием и последующей ликвидацией большого количества внутриобъемных микрополостей (в том числе в биологических системах, где такое структурирование может реализоваться в зоне роста [19]).

Естественным является вопрос о возможности технологически более простого и контролируемого метода формирования ККС.

Ниже рассмотрен метод формирования ККС за счет низкочастотной ($\Omega \ll \omega_0$) полномасштабной периодической модуляции параметров нестационарного осциллятора. В определенном смысле этот метод объединяет оба рассмотренных ранее процесса — разовую необратимую деформацию параметров осциллятора (например, по аналогии с модуляцией частоты типа $\omega(t) = \omega_0 \exp(-t/\tau)$ на каждом периоде в интервале времени $\tau \ll t \ll 1/\Omega$) и длительную периодическую резонансную модуляцию типа $\omega(t) = \omega_0(1 + g \cos \Omega t)$ при формальной замене $|g| \gg 1$, $\omega_0 \rightarrow \omega_0/g$.

3. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ККС ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НИЗКОЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ И НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНОЙ СИЛЫ

Рассмотрим эволюцию нестационарного осциллятора под действием полномасштабной низкочастотной гармонической модуляции параметров потенциальной ямы без затухания:

$$V(x, t) = M\omega^2(t)x^2/2, \quad \omega(t) = \omega_0 \sin \Omega t, \quad (10)$$

$$\Omega \ll \omega_0$$

и при наличии случайной делта-коррелированной силы $f(t)$ интенсивностью S :

$$\langle f(t) \rangle_f = 0, \quad \langle f(t_1)f(t_2) \rangle_f = 2S\delta(t_1 - t_2). \quad (11)$$

Пример конкретной реализации такой системы будет рассмотрен ниже.

В работе [9] на основе уравнения (8) была получена система уравнений

$$\frac{dm_{00}}{dt} = m_{01} + m_{01}^*, \quad (12a)$$

$$\frac{dm_{01}}{dt} = m_{11} - \omega^2(t)m_{00}, \quad (12b)$$

$$\frac{dm_{11}}{dt} = -\omega^2(t)\{m_{01} + m_{01}^*\} + 2S \quad (12c)$$

для смешанных $m_{ii} = \langle \mu_{ii} \rangle$ и взаимных $m_{i \neq j} = \langle \mu_{i \neq j} \rangle$ моментов безразмерных координат и импульса частицы

$$\begin{aligned} \mu_{00} &= \varepsilon^* \varepsilon, & \mu_{01} &= \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt}, \\ \mu_{10} &= \frac{d\varepsilon^*}{dt} \varepsilon = \mu_{01}^*, & \mu_{11} &= \frac{d\varepsilon^*}{dt} \frac{d\varepsilon}{dt}, \end{aligned} \quad (13)$$

находящейся в нестационарном параболическом потенциальном поле с характерной частотой $\omega(t)$ под воздействием случайной флуктуирующей силы (11).

Решения этой системы удовлетворяют начальным условиям для моментов

$$\begin{aligned} m_{00}(0) &= 1, & m_{01}(0) &= i, \\ m_{01}^*(0) &= -i, & m_{11}(0) &= 1, \end{aligned} \quad (14)$$

непосредственно следующих из начальных условий (9) для ε и $d\varepsilon/dt$.

Итоговое выражение для коэффициента корреляции и коэффициент сжатия при наличии модуляции $\omega(t)$ и воздействия случайной силы находятся из соотношений

$$r(t) = \frac{m_{01} + m_{10}}{2\sqrt{m_{00}m_{11}}} \equiv \frac{m_{01} + m_{01}^*}{2\sqrt{m_{00}m_{11}}}, \quad (15)$$

$$k(t) = m_{00}/m_{11}. \quad (16)$$

Ниже рассмотрены особенности формирования ККС при разной частоте модуляции и разной интенсивности S случайной силы.

На рис. 2 представлена динамика процесса формирования ККС при низкочастотной ($\Omega = 10^{-3}\omega_0$) гармонической модуляции параметров параболической потенциальной ямы в интервале времени $0 \leq t \leq 10^2/\Omega$ (соответственно $0 \leq t \leq 10^5/\omega_0$) как при воздействии случайной силы ($S = 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 10^0$), так и в ее отсутствии ($S = 0$). На рис. 2a видно, что при $S = 0$ увеличение времени модуляции ведет к возрастанию амплитуды $|r|_{max}$ при $t \rightarrow \infty$ до предельного значения $|r|_{max} \rightarrow 1$. В частности, при $t = 10/\Omega$ имеем $|r|_{max} \approx 0.9998$. Это возрастание при общей тенденции $|r|_{max} \rightarrow 1$ характеризуется периодическими (с периодом $T = 2\pi/\Omega$) затухающими

вариациями амплитуды $|r|_{max}$ (рис. 2a1), которые обусловлены интерференционными эффектами, вызванными действием модуляции.

Наличие даже слабой случайной силы принципиально меняет ситуацию. На рис. 2б представлена эволюция ККС при $S = 10^{-6}$ и той же частоте $\Omega = 10^{-3}\omega_0$. Визуально результаты, представленные на рис. 2a и 2б для случаев $S = 0$ и $S = 10^{-6}$, очень похожи. Принципиальная разница между ними наглядно видна при сопоставлении рис. 2a1 и рис. 2б1, на которых выделены фрагменты зависимости $|r(t)|_{max}$ в области $|r(t)|_{max} > 0.99$. Видно, что величина $|r|_{max}$ при $S = 0$ монотонно возрастает до предельного значения $|r(t \rightarrow \infty)|_{max} \rightarrow 1$, а при $S = 10^{-6}$ медленно убывает от $|r|_{max} \approx 0.9995$ при $t \ll 1/\Omega$ до $|r|_{max} \approx 0.9945$ при $t = 100/\Omega$, оставаясь достаточно большой. Намного более быстрый спад амплитуды $|r(t)|_{max}$ до определенного уровня $|r(t \rightarrow \infty)|_{max} < 1$, величина которого зависит от интенсивности случайной силы, имеет место при увеличении S (см. рис. 2б–д). При возрастании S это предельное значение уменьшается.

Важным является вопрос о том, в какой момент времени реализуется максимальное значение амплитуды $|r|_{max}$ при наличии модуляции и действии случайной силы. Этот максимум определяется своеобразным балансом между действием модуляции, формирующей ККС, и действием случайной силы, ведущей к распаду ККС. При модуляции на частоте $\Omega = 10^{-3}\omega_0$ максимальное значение соответствует начальному этапу времени $t < 1/\Omega$ (рис. 2б1 и рис. 3a). Такое же условие соответствует более высоким частотам модуляции $\Omega = 10^{-2}\omega_0$ и $\Omega = 10^{-1}\omega_0$ (рис. 3б, б).

Принципиально другая ситуация соответствует более низкой частоте модуляции. На рис. 4 представлены результаты расчета процесса формирования ККС при $\Omega = 10^{-4}\omega_0$ и разной интенсивности случайной силы. Видно, что этот режим модуляции намного более эффективный в отношении формирования ККС как в отсутствие случайной силы (рис. 4a), так и при ее наличии (рис. 4б–г). Начало процесса формирования ККС при $t \ll 1/\Omega$ в этом случае представлено на рис. 4a1–г1. В таком интервале времени рассматриваемый процесс фактически соответствует линейной модуляции осциллятора $\omega \approx \omega_0\Omega t$, а его результат ведет к возрастанию $|r|_{max}$ и G_{max} до максимальных значений $|r|_{max} = 0.99999, 0.9999, 0.999, 0.9984$ и $G_{max} = 220, 70, 22, 18$ соответственно при $S = 0, 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}$.

При дальнейшем возрастании t и отсутствии случайной силы ($S = 0$) имеет место очень быстрое

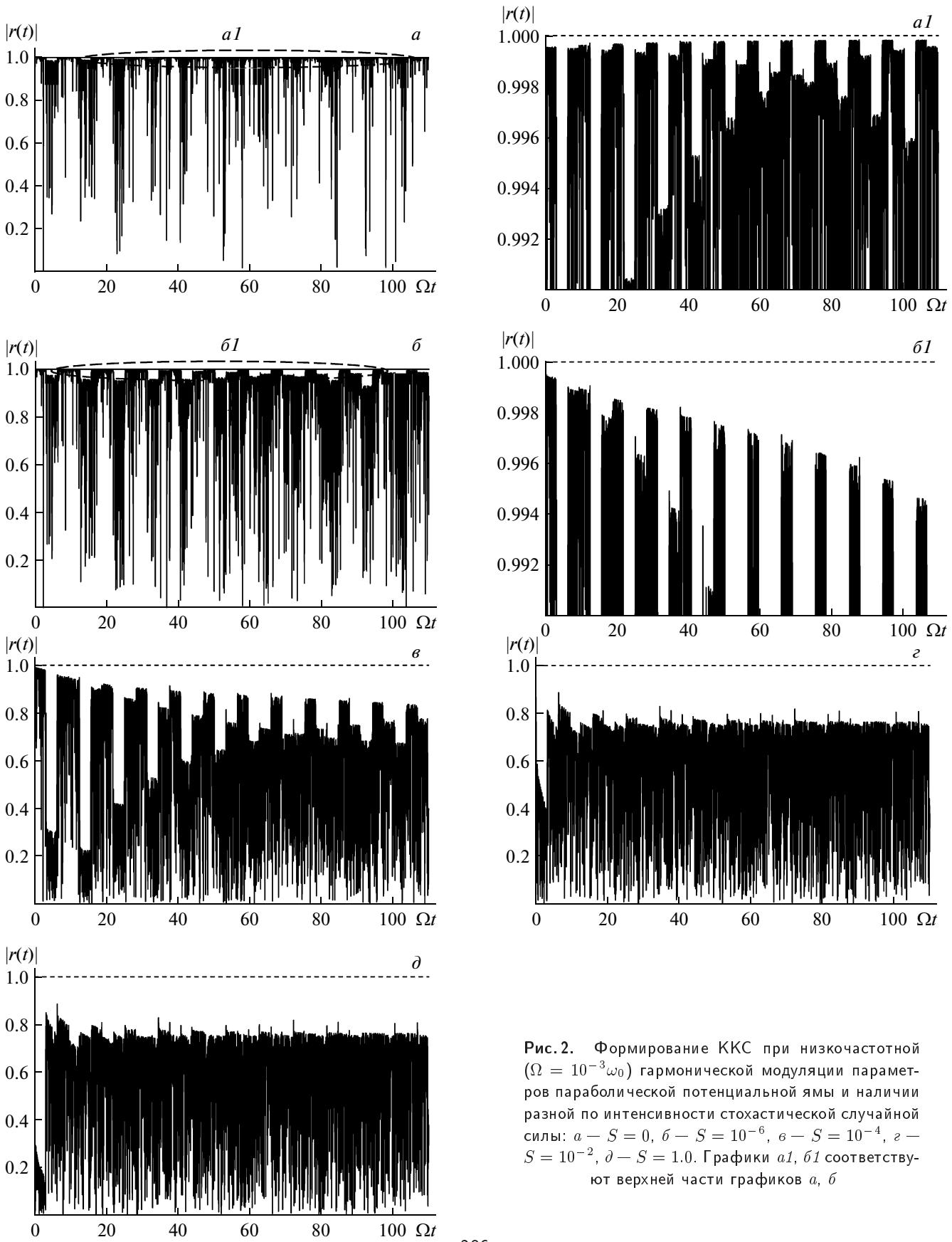


Рис. 2. Формирование ККС при низкочастотной ($\Omega = 10^{-3}\omega_0$) гармонической модуляции параметров параболической потенциальной ямы и наличии разной по интенсивности стохастической случайной силы: *a* — $S = 0$, *b* — $S = 10^{-6}$, ε — $S = 10^{-4}$, ζ — $S = 10^{-2}$, δ — $S = 1.0$. Графики *a1*, *b1* соответствуют верхней части графиков *a*, *b*

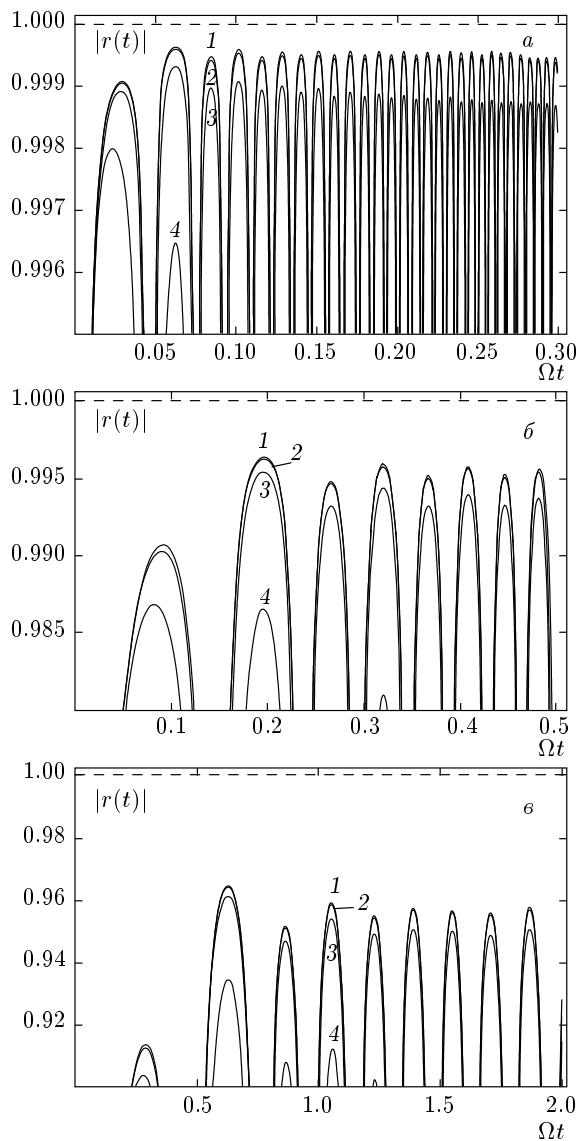


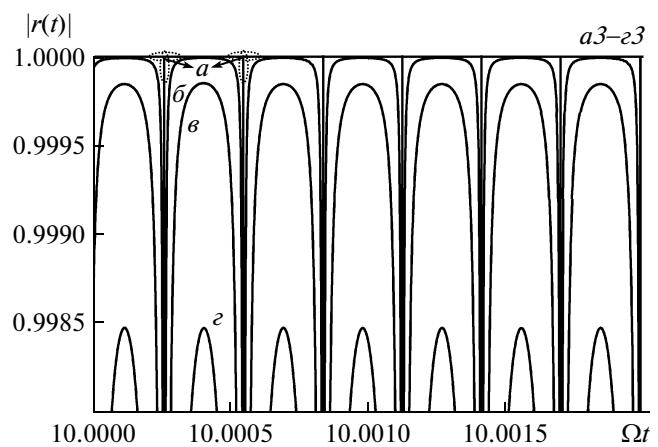
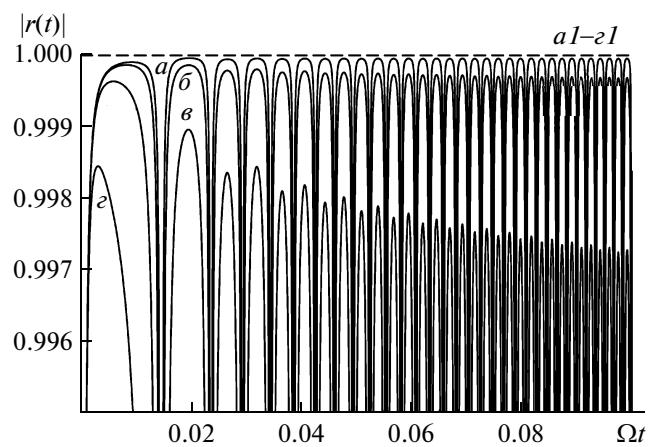
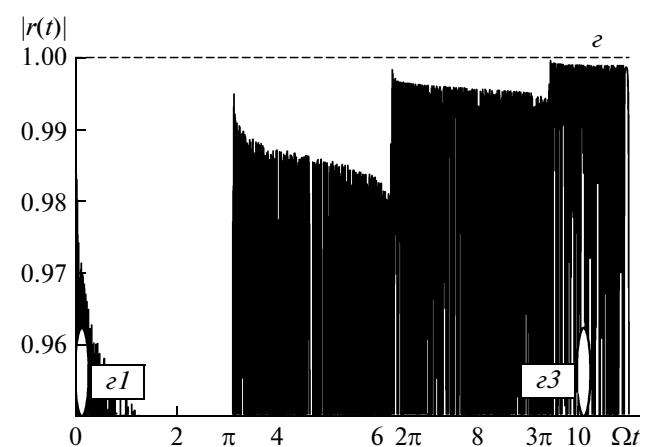
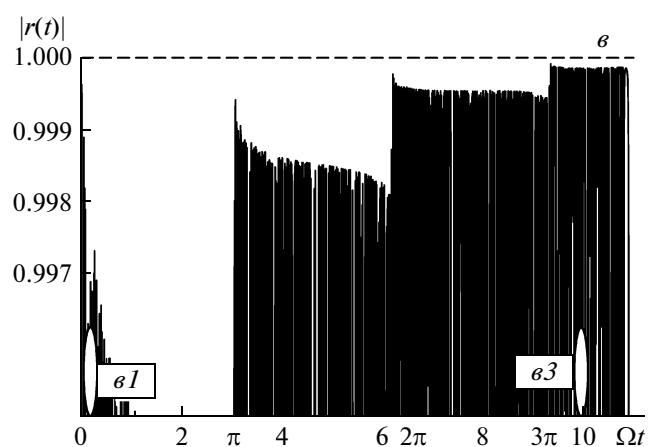
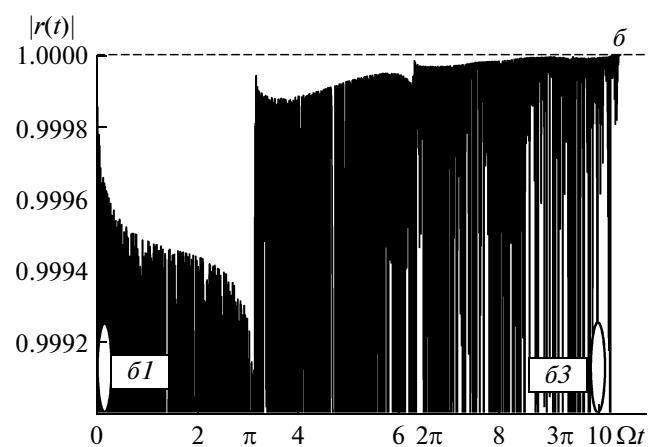
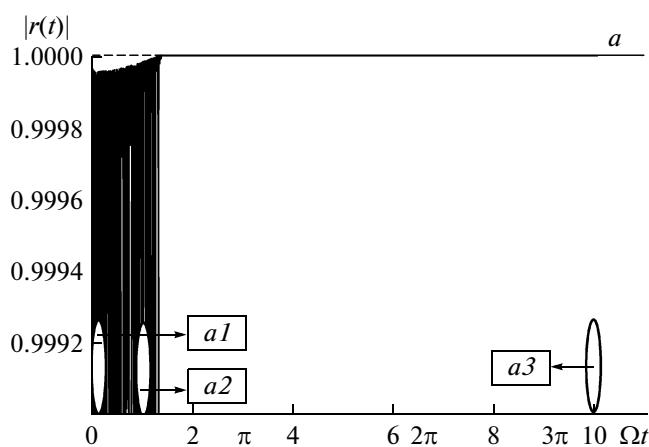
Рис. 3. Динамика формирования начального этапа ККС при разной низкой частоте гармонической модуляции параметров параболической потенциальной ямы: *a* — $\Omega = 10^{-3}\omega_0$, *б* — $\Omega = 10^{-2}\omega_0$, *в* — $\Omega = 10^{-1}\omega_0$, и при наличии стохастической случайной силы интенсивностью: $S = 0$ (1), $S = 10^{-6}$ (2), $S = 10^{-5}$ (3), $S = 10^{-4}$ (4)

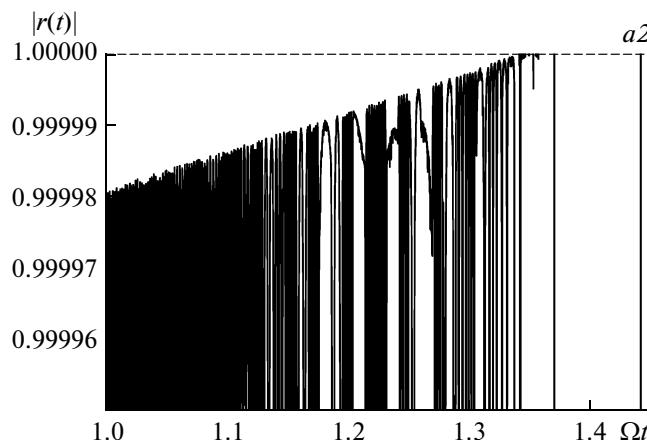
возрастание амплитуды $|r|_{max}$ (см. рис. 4*a*, 4*a1-a3*): $1 - |r|_{max} \approx 10^{-7}$, $G_{max} \approx 2000$ при $t = 1.4/\Omega$ и $1 - |r|_{max} \approx 10^{-9}$, $G_{max} \approx 20000$ при $t \approx 10/\Omega$. Такая же закономерность ($|r|_{max} \rightarrow 1$, $G_{max} \rightarrow \infty$) будет и при дальнейшем увеличении t . На фоне такого быстрого возрастания $|r|_{max}$ небольшие осцилляции этой величины с периодом $T = 2\pi/\Omega$ на этих рисунках визуально незаметны.

При аналогичном возрастании времени наличие случайной силы существенно замедляет темп формирования ККС, однако и в этом случае величина $|r|_{max}$ после нескольких осцилляций быстро возрастает (см. рис. 4*b-2*). В частности, за время $t \geq 10/\Omega$ при $S = 10^{-6}$ имеем $1 - |r|_{max} \approx 10^{-5}$, $G_{max} \approx 220$ (рис. 4*b3*), а при $S = 10^{-5}$ получаем $1 - |r|_{max} \approx 10^{-4}$, $G_{max} \approx 70$ (рис. 4*b3*). Интересно отметить, что при таком значении частоты модуляции ($\Omega = 10^{-4}\omega_0$) максимальные значения величин $|r|_{max}$ и G_{max} достигаются не в начальный период $t < 1/\Omega$ (как при модуляции на более высокой частоте $\Omega = 10^{-3}\omega_0$), а при возрастании времени.

Из полученных результатов следует, что уменьшение частоты модуляции при неизменной интенсивности случайной силы приводит к очень значительному возрастанию амплитуды $|r(t \gg 1/\Omega)|_{max}$. Это важное обстоятельство свидетельствует о более эффективном воздействии модуляции на частоте $\Omega = 10^{-4}\omega_0$, приводящей к формированию ККС, по сравнению с влиянием случайной силы, которая способствует распаду ККС. Такой же эффект будет при еще более низкой частоте модуляции (в частности, при $\Omega = 10^{-5}\omega_0$). При модуляции на частотах $\Omega \leq 10^{-3}\omega_0$ ситуация была прямо противоположной.

Физическая причина такой инверсии связана, скорее всего, с тем обстоятельством, что процесс формирования ККС обусловлен интерференционными явлениями и требует достаточно большого времени для установления необходимых фазовых соотношений, возникающих после каждого текущего изменения параметров осциллятора. Это обстоятельство было обнаружено и исследовано в работе [5]. На примере кратковременной деформации потенциальной ямы было показано, что максимальная текущая величина коэффициента корреляции $|r(t)|_{max}$ формируется через интервал времени t_c , намного превышающий величину τ , которая определяет длительность существенного изменения параметров ямы. Ситуация соответствует условию $\tau \ll t_c$, при выполнении которого сначала происходит быстрое изменение параметров ямы, а потом медленный процесс формирования ККС. В работе [5] было показано, что при малом значении $\tau \approx (10^{-1}-10)/\omega_0$ типичное соотношение этих времен определяется выражением $t_c/\tau \geq 10^4-10^5$. Очевидно, что этот результат может быть аппроксимирован на случай периодической модуляции гармонического осциллятора, если заменить непрерывную функцию $\omega(t) = \omega_0 \sin \Omega t$ на модельную последовательность $\omega(t) = \omega_0 \sum_n \tau \delta(t - t_n) \sin \Omega t$, очень коротких ($\tau \ll 2\pi/\Omega$) модулированных по амплитуде





импульсов. Этот вопрос требует отдельного анализа системы уравнений (12) и (15).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выше результаты демонстрируют, что синхронизирующее действие продолжительной низкочастотной накачки с частотой $\Omega \leq (10^{-4}-10^{-5})\omega_0$ способствует формированию ККС с большим коэффициентом корреляции $1 - |r|_{max} \leq 10^{-5}$, которому соответствует большой коэффициент эффективности корреляции $G_{max} \geq 100$ и, соответственно, большая прозрачность потенциального барьера при взаимодействии частицы с малой средней энергией с соседними атомами (ядрами). Малая частота модуляции является очень важным преимуществом такого метода формированию ККС по сравнению с использованием прямого или параметрического резонансов, для которых необходима высокочастотная резонансная накачка на частотах $\Omega = \omega_0$ или $\Omega = 2\omega_0$. Недостатком низкочастотной модуляции, по сравнению с высокочастотной резонансной накачкой, является значительно большее время, необходимое для формирования ККС.

Один из наиболее простых способов реализации такого «низкочастотного» метода связан с использованием перестраиваемого циклотронного резонанса в изменяющемся магнитном поле. Известно, что уравнение Шредингера для заряженной частицы с массой M и зарядом q в магнитном поле напряженностью H_0 аналогично уравнению для гармонического осциллятора с теми же волновыми функциями, аналогичным эквидистантным спектром энергии $E_n = n\hbar\omega_0$, $n = 1, 2, \dots$ и частотой $\omega_0 = qH_0/Mc$. Использование низкочастотного магнитного поля $H(t) = H_0 \sin \Omega t$ соответствует реализации нестационарного гармонического осциллятора с частотой $\omega(t) = \omega_0 \sin \Omega t$, $\omega_0 = qH_0/Mc$.

Рис. 4. Формирование ККС при низкочастотной ($\Omega = 10^{-4}\omega_0$) гармонической модуляции параметров ямы и наличии стохастической случайной силы разной интенсивности: *a* — $S = 0$, *б* — $S = 10^{-6}$, *в* — $S = 10^{-5}$, *г* — $S = 10^{-4}$. Фрагменты, выделенные на рисунках, представлены в увеличенном масштабе на рисунках *a1–г1*, *a2*, *а3–г3*

Если исходить из оптимального условия $\Omega \approx (10^{-4}-10^{-5})\omega_0$, то самым простым вариантом рассматриваемого механизма формирования ККС может быть, на первый взгляд, использование слабо-ионизованного газа или плазмы низкого давления, помещенных в переменное поле электромагнита, в котором магнитное поле создается за счет протекания электрического тока со «стандартной» частотой $\Omega = 50-60$ Гц. При таком значении Ω оптимальная частота циклотронного резонанса равна $\omega_0 \approx 1$ МГц, что в случае использования ионизированного атомарного водорода или дейтерия соответствует амплитуде магнитного поля $H_0 = 100-200$ Э. Такие небольшие поля легко получаются при использовании самых простых систем (например, соленоида) и слабо-гетерогенных полей.

Другой потенциально простой вариант состоит в том, чтобы за исходную величину принять напряженность магнитного поля $H_0 \approx 10$ кЭ, которая без особых усилий реализуется в «стандартных» электромагнитах. Это поле соответствует частоте циклотронного резонанса $\omega_0 \approx 100-50$ МГц, а оптимальная частота модуляции при этом равна $\Omega \approx 5$ Гц.

На первый взгляд вариант с использованием модуляции на «промышленной» частоте $\Omega = 50-60$ Гц кажется наиболее оптимальным, не требует дополнительного оборудования и легко реализуется в любой лаборатории. Более того, кажется странным, что аномалии, связанные с формированием ККС при таких условиях и приводящие к существенному изменению процессов межъядерного и межатомного взаимодействий для любого газа, ранее не были случайно обнаружены (в том числе в химических процессах) в большом количестве независимых разнообразных экспериментов, проводимых с использованием таких электромагнитов и прямо не относящихся к конкретной задаче об оптимизации ядерного взаимодействия.

модействия. Однако ситуация существенно меняется и отрицательный ответ на этот вопрос становится очевидным, если учесть еще одно условие, которое необходимо выполнить для успешного формирования ККС.

При интерпретации решений, полученных выше на основе уравнений (12) и (15), основным фактором, определяющим темп формирования ККС, является интенсивность S случайной силы. Рассмотрим типичную ситуацию, когда механизм действия случайной силы $f(t)$ определяется упругими столкновениями рассматриваемой частицы в состоянии ККС с другими частицами, находящимися в этом же объеме. В этом случае безразмерная интенсивность случайной силы зависит от параметров частицы и частоты столкновений [5]

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left\langle \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} f(t)f(t+\tau) dt \right\rangle_f \approx \\ &\approx \frac{M^*\sigma n}{2\hbar\omega_0^2} \langle (\Delta\nu)^2 \rangle \langle |\nu| \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $1/\Delta t = \sigma n |\nu| / \omega_0$ — безразмерная частота столкновений частицы в газе с концентрацией атомов (молекул) n , $\langle |\nu| \rangle$ — среднее значение абсолютной скорости частицы, $\Delta\nu$ — изменение скорости частицы при столкновении, M^* — приведенная масса частицы (при столкновении одинаковых частиц $M^* = M/2$), $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-16}$ см² — полное сечение упругого рассеяния атомов при низкой энергии.

Для оценки примем, что $\sqrt{\langle (\Delta\nu)^2 \rangle} \approx (1/3)\langle |\nu| \rangle$, $\langle |\nu| \rangle \approx \sqrt{kT/M}$.

Исходя из этих данных, легко определить, при какой концентрации атомов газа

$$\begin{aligned} n &\approx 6\hbar\omega_0^2 S / M^* \sigma (\langle |\nu| \rangle)^3 \approx \\ &\approx 12\hbar\omega_0^2 S M^{1/2} / (kT)^{3/2} \sigma \end{aligned} \quad (18)$$

в данной системе интенсивность случайной силы равна рассмотренной выше величине $S = 10^{-4}$. При этом условии наличие случайной силы существенно не влияет на формирование ККС. Для этих реальных параметров в случае ионов водорода находим

$$n \approx 10^6 \text{ см}^{-3} \quad \text{и} \quad n \approx 10^9 \text{ см}^{-3} \quad (19)$$

соответственно при $T = 300$ К и $T \approx 4$ К и $\omega_0 \approx 1$ МГц, $H_0 \approx 100$ Э, $\Omega = 50\text{--}60$ Гц,

$$n \approx 10^{10} \text{ см}^{-3} \quad \text{и} \quad n \approx 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad (20)$$

соответственно при $T = 300$ К и $T \approx 4$ К и $\omega_0 \approx 100$ МГц, $H_0 \approx 10$ кЭ, $\Omega = 5$ кГц.

Из этих результатов следует, что кажущийся наиболее оптимальным вариант использования электрического тока со «стандартной» частотой $\Omega = 50\text{--}60$ Гц и очень умеренной напряженностью переменного магнитного поля $H_0 \approx 100$ Э, для которой $\omega_0 \approx 1$ МГц, может быть реализован только при исключительно малой концентрации атомов газа $n \approx 10^6$ см⁻³ при $T = 300$ К и $n \approx 10^9$ см⁻³ при $T \approx 4$ К. Такой концентрации соответствует сверхвысокий вакуум, который сложно получить в лаборатории и который реально существует только в ближнем космосе.

При увеличении частоты до $\omega_0 \approx 100$ МГц критическая концентрация возрастает до $n \approx 10^{10}$ см⁻³ при $T = 300$ К (это соответствует глубокому вакууму с давлением около $P \approx 3 \cdot 10^{-10}$ атм) и $n \approx 10^{13}$ см⁻³ при $T = 4$ К. Эксперименты с газом с такими параметрами вполне реальны. Естественно, что часть атомов в газе должна быть ионизированной.

При использовании сверхпроводящих электромагнитов, допускающих увеличение амплитуды переменного магнитного поля до величины $H_0 \geq 100$ кЭ без обратного влияния на механизм сверхпроводимости, частота циклотронного резонанса ионов водорода возрастает до $\omega_0 \approx 1$ ГГц. Для получения максимальной амплитуды переменного магнитного поля при минимальном внешнем токе такая система может быть выполнена, например, в виде колебательного контура с резонансной частотой $\Omega \approx 50$ кГц, в котором роль индуктивности L выполняет катушка сверхпроводящего электромагнита. В этом случае критическая концентрация атомов газа при $T \approx 4$ К возрастает до $n \approx 10^{15}$ см⁻³. При использовании высокотемпературных сверхпроводников и азотного охлаждения при $T \approx 38$ К критическая концентрация при допустимом значении $S = 10^{-4}$ равна приемлемой для экспериментов величине $n \approx 10^{13}$ см⁻³. Эти величины аналогичны, например, системе типа ТОКАМАК.

При таких параметрах процесс формирования ККС может обеспечить эффективный ядерный синтез с участием изотопов водорода без использования сверхсложных, дорогих и малоэффективных методов и систем удержания горячей плазмы, без которых невозможен термоядерный синтез. Интересно отметить, что эти альтернативные механизмы реализации ядерного синтеза требуют выполнения прямо противоположных условий — термоядерный синтез возможен только при очень высокой температуре, давлении и плотности, а синтез на основе рассмотренного метода формирования ККС с помощью низкочастотной модуляции — при малой величине этих

характеристик. Отметим, что еще одна альтернатива — пикноядерный синтез, реализуемый в недрах звезд [20, 21] и при определенных условиях и использовании кулоновского коллапса мишени [22–24] в лаборатории, не требует высокой температуры, но также невозможен без очень высокого давления и плотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Schrödinger, Ber. Kgl. Akad. Wiss. **24**, 296 (1930).
2. H. P. Robertson, Phys. Rev. A **35**, 667 (1930).
3. В. В. Додонов, В. И. Манько, Труды ФИАН **183**, 71 (1987).
4. В. В. Додонов, А. В. Климов, В. И. Манько, Труды ФИАН **200**, 56 (1991).
5. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **145**, 615 (2014).
6. V. V. Dodonov, A. B. Klimov, and V. I. Man'ko, Phys. Lett. A **220**, 41 (1996).
7. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖТФ **80**, 23 (2010).
8. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖЭТФ **141**, 276 (2012).
9. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **142**, 627 (2012).
10. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotskyy, Europ. Phys. J. A **49**, 99 (2013); DOI:10.1140/epja/i2013-13099-2.
11. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotskyy, Ann. Nucl. Energy **62**, 618 (2013).
12. D. Letts, D. Cravens, and P. L. Hagelstein, *Low-Energy Nuclear Reactions Sourcebook*, Vol. 2, American Chemical Society, Washington DC (2009), p. 81.
13. P. L. Hagelstein, D. G. Letts, and D. Cravens, J. Cond. Mat. Nucl. Sci. **3**, 59 (2010).
14. V. V. Dodonov and A. V. Dodonov, J. Russ. Laser Res. **35**, 39 (2014).
15. A. V. Dodonov and V. V. Dodonov, Phys. Lett. A **35**, 1071 (2014).
16. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, Поверхность № 4, 88 (2012).
17. V. I. Vysotskii, M. V. Vysotskyy, and S. Bartalucci, Ann. Nucl. Energy **62**, 613 (2013).
18. V. N. Chernega, J. Russ. Laser Res. **34**, 168 (2013).
19. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, Ann. Nucl. Energy **62**, 626 (2013).
20. S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*, A. Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons (1983).
21. Я. Б. Зельдович, И. В. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, Наука, Москва (1967).
22. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. **34**, 1801 (2004).
23. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. Lett. **17**, 203 (2004).
24. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. Lett. **19**, 21 (2006).