

# ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНОЙ СРЕДЕ С ЗАМКНУТОЙ СХЕМОЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ

*К. А. Баранцев, А. Н. Литвинов\**

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 8 октября 2013 г.

Исследована замкнутая ( $\Delta$ -схема) схема возбуждения трехуровневого атома в оптически плотной среде. Показано, что фазовые эффекты в такой среде играют определяющую роль. Найдено, что в оптически плотной среде  $\Delta$ -атомов при определенных условиях имеет место квазипериодическая зависимость показателя преломления от координаты. Определены условия, при которых такая зависимость наиболее сильно проявляется.

DOI: 10.7868/S0044451014040077

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие света со средой в линейном режиме полностью определяется показателем преломления и коэффициентом поглощения. В структурах с периодическим изменением показателя преломления в пространстве, допускающего брэгговскую дифракцию света, возникают фотонные зоны. Такие структуры получили название фотонных кристаллов [1, 2]. Однако изменение оптических свойств подобного кристалла, а именно, изменение показателя преломления в разных слоях, возможно лишь на стадии создания самого кристалла. В то же время повышенный интерес привлекают среды, в которых имеется возможность управлять фотонными зонами посредством оптических полей в условиях эффекта электромагнитно-индущированной прозрачности (ЭИП) [3].

Суть эффекта ЭИП, в основе которого лежит эффект когерентного пленения населеностей (КПН) [4, 5], состоит в появлении квантовой интерференции вследствие воздействия на верхний уровень трехуровневой атомной системы ( $\Lambda$ -схемы) сильного когерентного поля. Наличие квантовой интерференции приводит к тому, что при определенных условиях среда становится фактически прозрачной по отношению к пробному полю [6–8]. Важным фак-

тором в трехуровневых системах является то, что из-за интерференции атомных переходов, которая ведет к возбуждению низкочастотной когерентности, можно получить прозрачную среду с высоким коэффициентом преломления [9–13]. Такие особенности поведения показателя преломления могут быть использованы при создании устройств, реализующих квантовую запись информации (квантовая память) [14–16], а также при разработке лазеров без инверсии [17–20].

Возникновение квантовой когерентности открывает широкие возможности управления коэффициентом преломления. Это было продемонстрировано на примере каскадной схемы [21]. В работе [22] исследована возможность получения отрицательного коэффициента преломления в четырехуровневой атомной системе. Возможность получения отрицательного показателя преломления при нулевом поглощении в условиях ЭИП была показана в работе [23]. Отметим, что современные экспериментальные возможности исследований показателя преломления в атомных средах за последние два десятилетия продвинулись достаточно далеко и в настоящее время позволяют изучать поведение показателя преломления в условиях эффекта ЭИП на отдельных атомах [24].

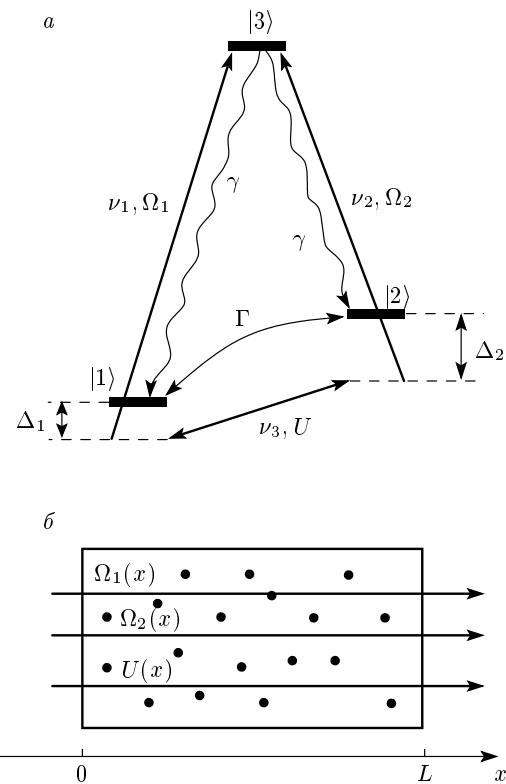
Подчеркнем, что в работах [21–23] по управлению коэффициентом преломления рассматривались атомные системы с незамкнутым контуром возбуждения. В то же время наличие замкнутой схемы взаимодействия (так называемой  $\Delta$ -схемы) между

\*E-mail: andrey.litvinov@mail.ru

возбуждающими полями позволяет управлять эффектом КПН [25–28] и, следовательно, эффектом ЭИП [29, 30] посредством изменения алгебраической суммы начальных фаз полей, действующих на атомную систему. При этом, изменения алгебраическую сумму фаз (далее фазу), можно как полностью разрушать эффект, так его и восстанавливать. Одновременно с возможностью управления эффектом ЭИП (КПН) посредством фазы появляется также возможность управлять оптическими свойствами среды, в частности коэффициентами преломления и поглощения. Это может приводить к возникновению экстремума показателя преломления при определенной фазе, а также появлению области с отрицательным поглощением (области усиления) [31]. Однако в работе [31] получены результаты для атомных сред с невысокой концентрацией активных атомов, так называемых оптически тонких сред. В то же время при увеличении концентрации активных атомов происходит ослабление излучения за счет поглощения света в среде. В условиях эффекта когерентного пленения населеностей это приводит к просветлению среды в резонансной области [6]. При этом поглощение света в среде уже определяется не экспоненциальным законом Бугера–Ламберта, а подчиняется линейной зависимости.

Таким образом, исследование эффекта КПН в оптически плотной среде для системы с замкнутым контуром возбуждения может привести к новым возможностям управления коэффициентом преломления в атомной среде. Можно ожидать, что в подобных средах будут наблюдаться периодическое или квазипериодическое изменение показателя преломления с координатой. Такая особенность, несомненно, приведет к созданию нового класса сред, в которых появляется возможность изменять фотонную зону полями накачки.

Настоящая работа посвящена исследованию возникновения стационарной квазипериодической структуры показателя преломления в облаке холодных атомов под действием трех электромагнитных полей, распространяющихся коллинеарно. В данном расчете только микроволновое поле предполагается известным внутри среды. Оно слабо взаимодействует со средой в силу малости магнитодипольного момента перехода. Оптические поля полагаются неизвестными в толще среды и подлежат вычислению с помощью самосогласованного решения уравнений Максвелла–Блоха. Это позволяет учесть перекачку энергии между полями по мере прохождения сквозь среду, что ведет к квазипериодичности показателя преломления.



**Рис. 1.** *a)* Схема уровней атомов при замкнутом контуре возбуждения ( $\Delta$ -система). Здесь  $\nu_1$  и  $\nu_2$  — частоты оптического излучения,  $\nu_3$  — частота микроволнового излучения.  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — частоты Раби оптических полей,  $U$  — частота Раби микроволнового поля,  $\gamma$  — скорость релаксации оптической когерентности,  $\Gamma$  — скорость релаксации микроволновой когерентности,  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  — однофотонные отстройки. *б)* Распространение трехчастотного излучения в среде длиной  $L$ , состоящей из не взаимодействующих между собой, хаотически расположенных атомов с концентрацией  $n_a$

## 2. ТЕОРИЯ

Рассмотрим взаимодействие трехуровневого атома с тремя когерентными полями (рис. 1*a*), далее  $\Delta$ -схема. Такое представление является хорошим приближением для описания взаимодействия когерентного лазерного излучения с атомами щелочных металлов. Будем рассматривать в качестве атомов щелочных металлов  $^{87}\text{Rb}$ . Здесь электродипольные переходы  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  описывают оптические переходы  $D1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ , а магнитодипольный переход  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  соответствует сверхтонкому расщеплению  $S$ -подуровня и имеет частоту 6.835 ГГц.

В рассматриваемой задаче предполагается, что

холодные  $\Delta$ -атомы находятся в магнитной ловушке и составляют оптически плотную среду, т. е. выполняется следующий критерий:  $n_a \sigma L > 1$ , где  $n_a$  — концентрация атомов  $^{87}\text{Rb}$ ,  $\sigma$  — сечение рассеяния фотонов на атоме,  $L$  — длина среды (рис. 1б). Одновременно с этим мы полагаем, что расстояние между атомами считается достаточно большим, т. е. выполняется следующее неравенство:  $n_a \lambda^3 < 1$ , где  $\lambda$  — длина волны рассеиваемого излучения. Это предположение позволяет не учитывать коллективные эффекты [32, 33]. Диапазон температур, при которых применима данная модель, составляет 30–100 мК. Температуры ниже 100 мК позволяют пренебречь влиянием движения атомов на ширину спектра поглощения. Это приближение позволяет также применить данный модельный расчет для среды примесных атомов, внедренных в твердотельную матрицу. Температуры выше 30 мК позволяют пренебречь эффектом отдачи атома при излучении фотона, что не учтено в модели.

Итак, на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  действует двухчастотное поле с частотами Раби соответственно  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Предполагается, что ширина спектра оптического излучения сравнима со скоростью спонтанного распада верхнего уровня. Это позволяет полагать оптические поля монохроматическими. На переходе  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  действует микроволновое поле с частотой Раби  $U$ , которое имеет узкий спектр излучения и также может представлять собой монохроматическое излучение. Таким образом, эти три поля образуют замкнутый контур возбуждения, что делает оптические свойства среды чувствительными к разности фаз приложенных полей. Фронт волны всех трех частотных компонент предполагается плоским, что может быть достигнуто в достаточно широкой по сравнению с толщиной лазерного луча среде, в которой исключаются краевые эффекты и искажение фронта на границе вакуум–среда. Ясно, что понятие «границы» атомного облака достаточно условно. Иначе дело обстоит для твердотельной среды с примесными  $\Delta$ -атомами. В этом случае реализовать широкую среду с четкой границей и исключить краевые эффекты гораздо легче, но нужно подобрать такую твердотельную матрицу, которая взаимодействует с излучением гораздо слабее, чем примесные атомы.

Напряженность электрического поля для электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  в момент времени  $t$ , может быть записана в виде

$$E(x, t) = \sum_{j=1}^3 E_j^0(x, t) \times \exp[-i(\nu_j t - k_j x + \varphi_j)] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где индекс  $j = 1, 2, 3$  пробегает три частотные компоненты,  $E_j^0(x, t)$  — комплексная амплитуда полей, медленно меняющаяся по сравнению с частотой несущей. Волновые векторы  $\mathbf{k}_j = \mathbf{e}_x k_j$  сонаправлены с осью  $x$ ,  $\varphi_j$  — начальные фазы полей на входе в среду. Распространение излучения в среде описывается укороченными волновыми уравнениями для амплитуд полей [4]:

$$\frac{\partial E_j^0(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_j^0(x, t)}{\partial t} = 4\pi i P_j^0(x, t) k_j. \quad (2)$$

Правая часть уравнения (2) описывает отклик среды, который определяется ее поляризацией  $P_j(x, t)$ ;  $P_j^0(x, t)$  — медленная амплитуда поляризации, осциллирующей с оптической частотой,  $c$  — скорость света в вакууме.

Поляризация среды выражается через элементы матрицы плотности  $\rho_{ij}$  атомной подсистемы следующим образом [34]:

$$P_1^0(x, t) = n_a \mu_{13} \rho_{13}(x, t) + \text{с.с.}, \quad (3)$$

$$P_2^0(x, t) = n_a \mu_{23} \rho_{23}(x, t) + \text{с.с.}, \quad (4)$$

где  $\mu_{13}$  и  $\mu_{23}$  — матричные элементы оператора дипольного момента для оптических переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ . С учетом выражений (3) и (4) уравнение (2) для частот Раби  $\Omega_1 = \mu_{13} E_1^0(x, t)/2\hbar$ ,  $\Omega_2 = \mu_{23} E_2^0(x, t)/2\hbar$ ,  $U = \mu_{12} E_3^0(x, t)/2\hbar$  принимает вид

$$\frac{\partial \Omega_1(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_1(x, t)}{\partial t} = \frac{2\pi i n_a \mu_{13}^2 \nu_1}{c\hbar} \rho_{13}(x, t), \quad (5)$$

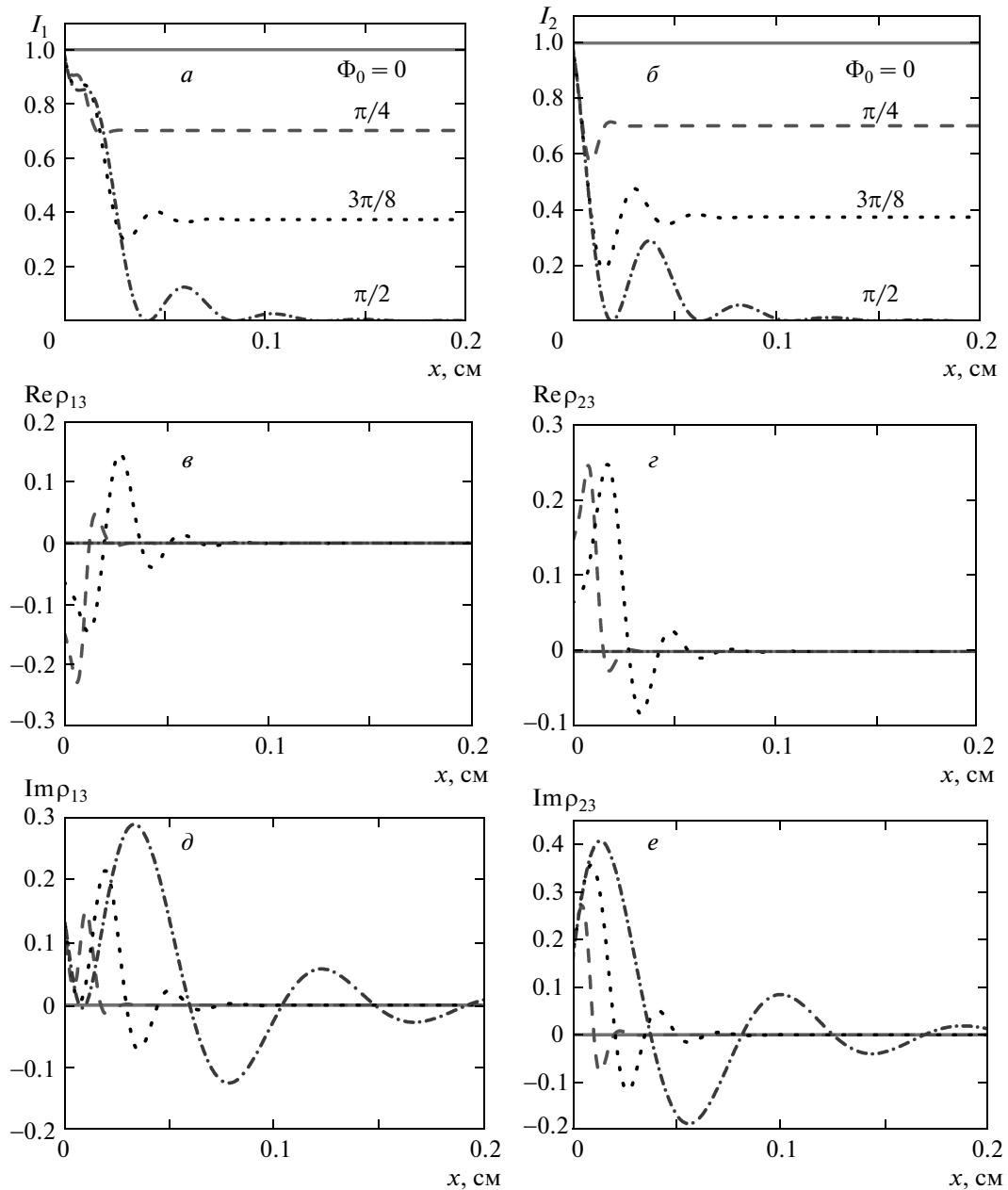
$$\frac{\partial \Omega_2(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_2(x, t)}{\partial t} = \frac{2\pi i n_a \mu_{23}^2 \nu_2}{c\hbar} \rho_{23}(x, t). \quad (6)$$

Считаем, что микроволновое поле  $U$  не затухает в среде из-за малости магнитодипольного момента, так как  $\mu_{12} \sim 10^{-4} \mu_{13,23}$ . Тогда  $U(x, t) = U(t)$ .

Для нахождения атомной матрицы плотности  $\tilde{\rho}_{ik}(x, t)$  используем квантовое кинетическое уравнение Лиувилля:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{ik}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_l [H_{il} \tilde{\rho}_{lk} - \tilde{\rho}_{il} H_{lk}] + \sum_{l,m} \Gamma_{ik,lm} \tilde{\rho}_{lm}, \quad (7)$$

где  $H$  — гамильтониан, а  $\Gamma$  — матрица релаксации. Гамильтониан  $H$  может быть представлен как  $H = H_0 + H_{int}$ , где  $H_0$  — гамильтониан в отсутствие лазерного поля,

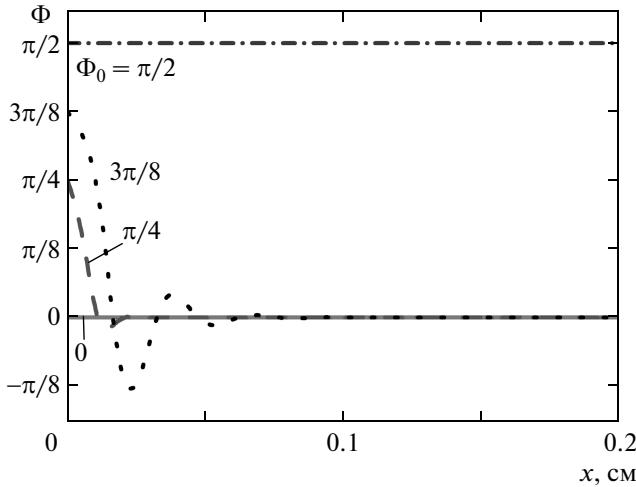


**Рис. 2.** Зависимости интенсивностей полей на двух оптических переходах, нормированные на единицу (*a,b*), действительных частей когерентностей  $\rho_{13}, \rho_{23}$ , пропорциональных преломлению (*в,г*), и мнимых частей когерентностей  $\rho_{13}, \rho_{23}$ , пропорциональных поглощению (*д,е*), от координаты  $x$  для разных фаз на входе в среду  $\Phi_0 \in [0, \pi/2]$  при входных полях  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$ , отстройках  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ , концентрации  $n_a = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , оптической толщине  $n_a \sigma L \approx 100$ , количестве атомов на длину волны  $n_a \lambda^3 \approx 0.05$  и  $\Phi_0 = 0$  — сплошные линии;  $\Phi_0 = \pi/4$  — штриховые;  $\Phi_0 = 3\pi/8$  — пунктирные;  $\Phi_0 = \pi/2$  — штрихпунктирные

$$H_0 = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i |i\rangle \langle i|, \quad (8)$$

а  $H_{int}$  описывает взаимодействие квантовой системы с лазерным полем. В резонансном приближении

$$\begin{aligned} H_{int} = & \hbar \Omega_1 \exp[-i(\nu_1 t - k_1 x + \varphi_1)] |3\rangle \langle 1| + \\ & + \hbar \Omega_2 \exp[-i(\nu_2 t - k_2 x + \varphi_2)] |3\rangle \langle 2| + \\ & + \hbar U \exp[-i(\nu_3 t - k_3 x + \varphi_3)] |2\rangle \langle 1| + \text{H.c.} \quad (9) \end{aligned}$$



**Рис. 3.** Зависимости суммарной фазы  $\Phi$  от координаты  $x$  для разных фаз на входе в среду  $\Phi_0 \in [0, \pi/2]$  при входных полях  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$ , отстройках  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ , концентрации  $n_a = 10^{11} \text{ см}^{-3}$

Подставляя гамильтониан  $H$  в (7), выделяя в недиагональных элементах матрицы плотности (атомных когерентностях) быстроосциллирующий множитель  $\tilde{\rho}_{ik} = \rho_{ik} \exp(i\nu_j t)$ ,  $\tilde{\rho}_{ii} = \rho_{ii}$  и используя приближение вращающейся волны, получаем систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику матрицы плотности:

$$\dot{\rho}_{11} = \Gamma_{\parallel}(\rho_{22} - \rho_{11}) + \gamma_{13}\rho_{33} + iU^*\rho_{12} - iU\rho_{21} + i\Omega_1^*\rho_{13} - i\Omega_1\rho_{31}, \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \Gamma_{\parallel}(\rho_{11} - \rho_{22}) + \gamma_{23}\rho_{33} - iU^*\rho_{12} + iU\rho_{21} + i\Omega_2^*\rho_{23} - i\Omega_2\rho_{32}, \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -(\gamma_{13} + \gamma_{23})\rho_{33} - i\Omega_1^*\rho_{13} + i\Omega_1\rho_{31} - i\Omega_2^*\rho_{23} + i\Omega_2\rho_{32}, \quad (12)$$

$$\dot{\rho}_{12} = [-i(\Delta_1 - \Delta_2) - \Gamma_{\perp}]\rho_{12} + iU(\rho_{11} - \rho_{22}) + i\Omega_2^*e^{i\Phi_0}\rho_{13} - i\Omega_1e^{i\Phi_0}\rho_{32}, \quad (13)$$

$$\dot{\rho}_{13} = [-i\Delta_1 - \gamma_{13}/2]\rho_{13} + i\Omega_1(\rho_{11} - \rho_{33}) + i\Omega_2e^{-i\Phi_0}\rho_{12} - iUe^{-i\Phi_0}\rho_{23}, \quad (14)$$

$$\dot{\rho}_{23} = [-i\Delta_2 - \gamma_{23}/2]\rho_{23} + i\Omega_2(\rho_{22} - \rho_{33}) + i\Omega_1e^{i\Phi_0}\rho_{21} - iU^*e^{i\Phi_0}\rho_{13}. \quad (15)$$

Здесь полная скорость спонтанного распада  $\gamma = \gamma_{13} + \gamma_{23}$  возбужденного состояния  $D1$ -линии атома  $^{87}\text{Rb}$  составляет  $1.75 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_{13} \approx \gamma_{23} \approx \gamma/2$  — скорости спонтанного распада возбужденного состояния  $|3\rangle$  по соответствующим оптическим переходам,  $\Gamma_{\parallel}$  — скорость обмена населенностей между основными состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ ,  $\Gamma_{\perp}$  — скорость распада низкочастотной атомной когерентности  $\rho_{12}$ . Такой обмен и декогеренция могут происходить за счет столкновений атомов между собой и их спин-обменного взаимодействия. Поскольку атомы предполагаются холодными, частота их столкновений мала, поэтому справедливо  $\Gamma_{\parallel}, \Gamma_{\perp} \ll \gamma_{iz}$  и членами в уравнениях (10), (11), (13), содержащими  $\Gamma_{\parallel}$ ,  $\Gamma_{\perp}$ , можно пренебречь.

Начальные фазы полей вошли в параметр  $\Phi_0 = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$  — суммарную фазу замкнутого контура возбуждения на входе в среду. Суммарная фаза полей кардинальным образом влияет на оптические свойства среды, что будет показано ниже. Однофотонные отстройки лазерных полей от переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  определены как  $\Delta_j = \nu_j - \omega_{3j}$  ( $j = 1, 2$ ),  $\omega_{3j}$  — частоты перехода между уровнями 3 и  $j$ . Отстройка от двухфотонного резонанса равна  $\delta = (\Delta_1 - \Delta_2)/2$ . Здесь стоит отметить, что квантовыми флуктуациями фазы полей можно пренебречь, так как рассматриваются достаточно высокие интенсивности полей, что соответствует большому количеству фотонов в моде. В то же время квантовые флуктуации фазы играют роль, когда поле представляет собой единицы фотонов.

Далее рассмотрим стационарный случай, т. е. приравняем все производные по времени к нулю. Тогда уравнения для матрицы плотности переходят в алгебраические, а уравнения поля (5) и (6) можно проинтегрировать, учитывая граничное условие при  $x = 0$ :

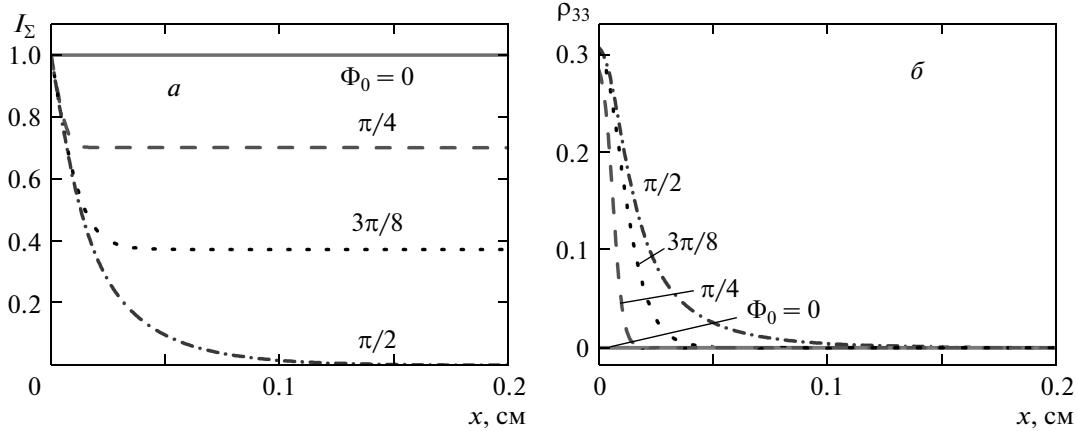
$$\Omega_1(x) = \Omega_1(0) + iq_1 \int_0^x \rho_{13}(x') dx', \quad (16)$$

$$\Omega_2(x) = \Omega_2(0) + iq_2 \int_0^x \rho_{23}(x') dx', \quad (17)$$

где

$$q_1 = \frac{2\pi n_a \mu_{13}^2 \nu_1}{c\hbar}, \quad q_2 = \frac{2\pi n_a \mu_{23}^2 \nu_2}{c\hbar}.$$

Решая системы уравнений для матрицы плотности (10)–(15) совместно с системой уравнений для прохождения поля через среду (16), (17), получим распределения  $\Omega_j(x)$  и  $\rho_{ij}(x)$  в среде. На входе в среду необходимо поставить граничные условия для полей и их относительной фазы. Граничные значения



**Рис. 4.** Зависимости суммарной интенсивности полей на двух оптических переходах, нормированной на единицу (а), и населенности возбужденного состояния |3⟩ (б) от координаты  $x$  для разных фаз на входе в среду  $\Phi_0 \in [0, \pi/2]$  при входных полях  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$ , отстройках  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ , концентрации  $n_a = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , оптической толщине  $n_a \sigma L \approx 100$ , количестве атомов на длину волны  $n_a \lambda^3 \approx 0.05$

элементов матрицы плотности вычисляются через эти поля и фазу, поэтому для матрицы плотности граничные условия ставить не нужно.

В линейном приближении зависимость поляризации среды от воздействующего на нее электрического поля имеет вид  $\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}$ . Выразив отсюда восприимчивость  $\chi$  и воспользовавшись связью поляризации с матрицей плотности (3), (4), имеем

$$\chi_{13} = \frac{n_a \mu_{13}^2}{2\hbar\Omega_1} \rho_{13}, \quad \chi_{23} = \frac{n_a \mu_{23}^2}{2\hbar\Omega_2} \rho_{23}. \quad (18)$$

Используя  $\chi_{13}$  и  $\chi_{23}$ , находим коэффициент поглощения  $k$  и показатель преломления  $n$ , индуцированные в среде электромагнитными полями:

$$\begin{aligned} n_{ij} &= \operatorname{Re}(\sqrt{1 + 4\pi\chi_{ij}}), \\ k_{ij} &= \operatorname{Im}(\sqrt{1 + 4\pi\chi_{ij}}). \end{aligned} \quad (19)$$

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2а, б представлены результаты расчета решения системы уравнений (10)–(17) для нормированных интенсивностей оптических полей  $I_1(x) = |\Omega_1(x)|^2 / |\Omega_1(0)|^2$  и  $I_2(x) = |\Omega_2(x)|^2 / |\Omega_2(0)|^2$  для разных суммарных фаз замкнутого контура возбуждения на входе в среду,  $\Phi_0 = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$ .

При  $\Phi_0 = 0$  среда находится в состоянии ЭИП, закон спада интенсивности с глубиной является ли-

нейным (рис. 2а, б, сплошные кривые). Наклон этих прямых к горизонту определяется выражением [4]

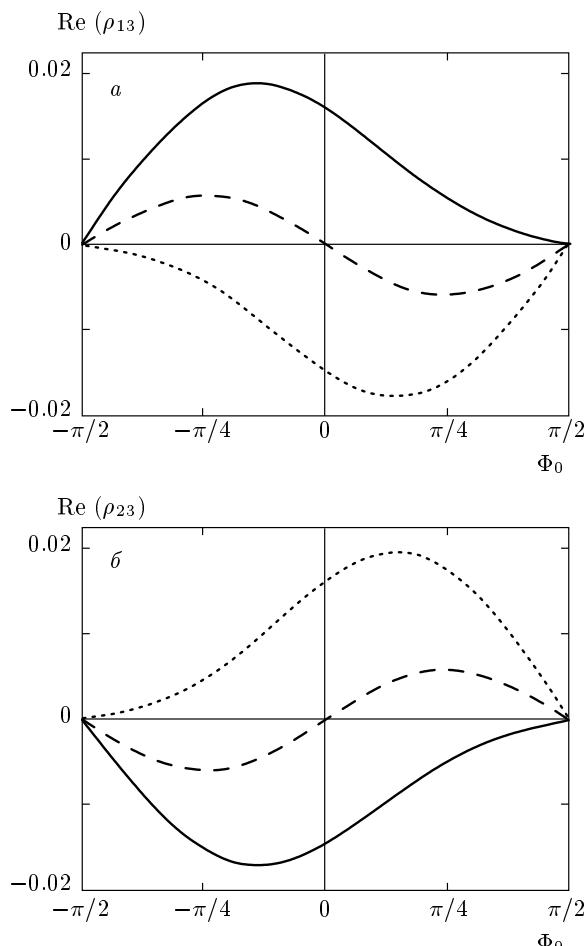
$$\frac{I_{1,2}(x)}{I_{1,2}(0)} = 1 - \frac{\Gamma_{\perp} q_{1,2}}{2|\Omega_{1,2}(0)|^2} x.$$

Для параметров, использованных на рис. 2, наклон прямой составляет  $\Gamma_{\perp} q_{1,2} / 2|\Omega_{1,2}(0)|^2 \sim 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ , что соответствует 10-процентному спаду интенсивности на длине 1 м. Поэтому на масштабе длин порядка 1 см, рассматриваемых в статье, закон спада интенсивности в условиях ЭИП выглядит, как горизонтальная прямая.

При  $0 < \Phi_0 \leq \pi/2$  излучение на входе в среду начинает с ней взаимодействовать (имеется ненулевое поглощение и дисперсия, рис. 2в–е), из-за чего возникают различные набеги фаз для каждого из оптических полей и суммарная фаза изменяется. Действительно, если посмотреть на уравнения распространения полей (16), (17), видно, что при комплексных значениях элементов матриц плотности  $\rho_{13}$  и  $\rho_{23}$  у частот Раби изменятся действительная и мнимая части, и их можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Omega_1(x) &= |\Omega_1(x)| \exp[i\varphi_1(x)], \\ \Omega_2(x) &= |\Omega_2(x)| \exp[i\varphi_2(x)]. \end{aligned}$$

Величины  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$  будут вносить вклад в суммарную фазу  $\Phi(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x) - \varphi_3$  замкнутого контура возбуждения, и она станет отличной от фазы  $\Phi_0$  на входе в среду, эволюционируя с глубиной  $x$ , причем  $\Phi(0) \equiv \Phi_0$ . Самосогласованный расчет показывает, что если фаза на входе лежит в диапазоне  $0 < \Phi_0 < \pi/2$ , то она начинает изменяться с



**Рис. 5.** Зависимость действительной части амплитуды атомной когерентности, определяющей показатель преломления, от фазы замкнутого контура возбуждения в  $\Delta$ -схеме на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (а) и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (б) для разных значений частот Раби на переходе  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ :  $\Omega_1 = 0.9\gamma$  (сплошная кривая),  $\Omega_1 = \Omega_2 = \gamma$  (штриховая),  $\Omega_1 = 1.1\gamma$  (пунктирная).

Остальные частоты Раби  $\Omega_2 = \gamma$ ,  $U = 3.5\gamma$

координатой  $x$  и через некое расстояние  $\Delta x$  от начала среды фаза становится равной тождественному нулю ( $\Phi(\Delta x) = 0$ ), атомная система переходит в состояние ЭИП, переставая сильно взаимодействовать с полями, спад интенсивностей полей становится линейным (рис. 2а, б, штриховая и пунктирная кривые).

Если  $\Phi_0 = \pi/2$ , показатели преломления для обоих оптических полей будут равны нулю, поэтому набег их фаз относительно друг друга останется постоянным на протяжении всей среды ( $\Phi(x) = \text{const} = \Phi_0$ ) и система не перейдет в состояние ЭИП, как в предыдущих случаях (рис. 2а, б, штрихпунктирная кривая).

Исходя из такого поведения  $\Phi(x)$  для различных  $\Phi_0$ , можно сказать, что  $\Phi_0 = 0$  — точка устойчивого равновесия, так как система в нее переходит при малом отклонении, а  $\Phi_0 = \pi/2$  — точка неустойчивого равновесия, так как система не перейдет в нее при отклонении от этого значения (рис. 3).

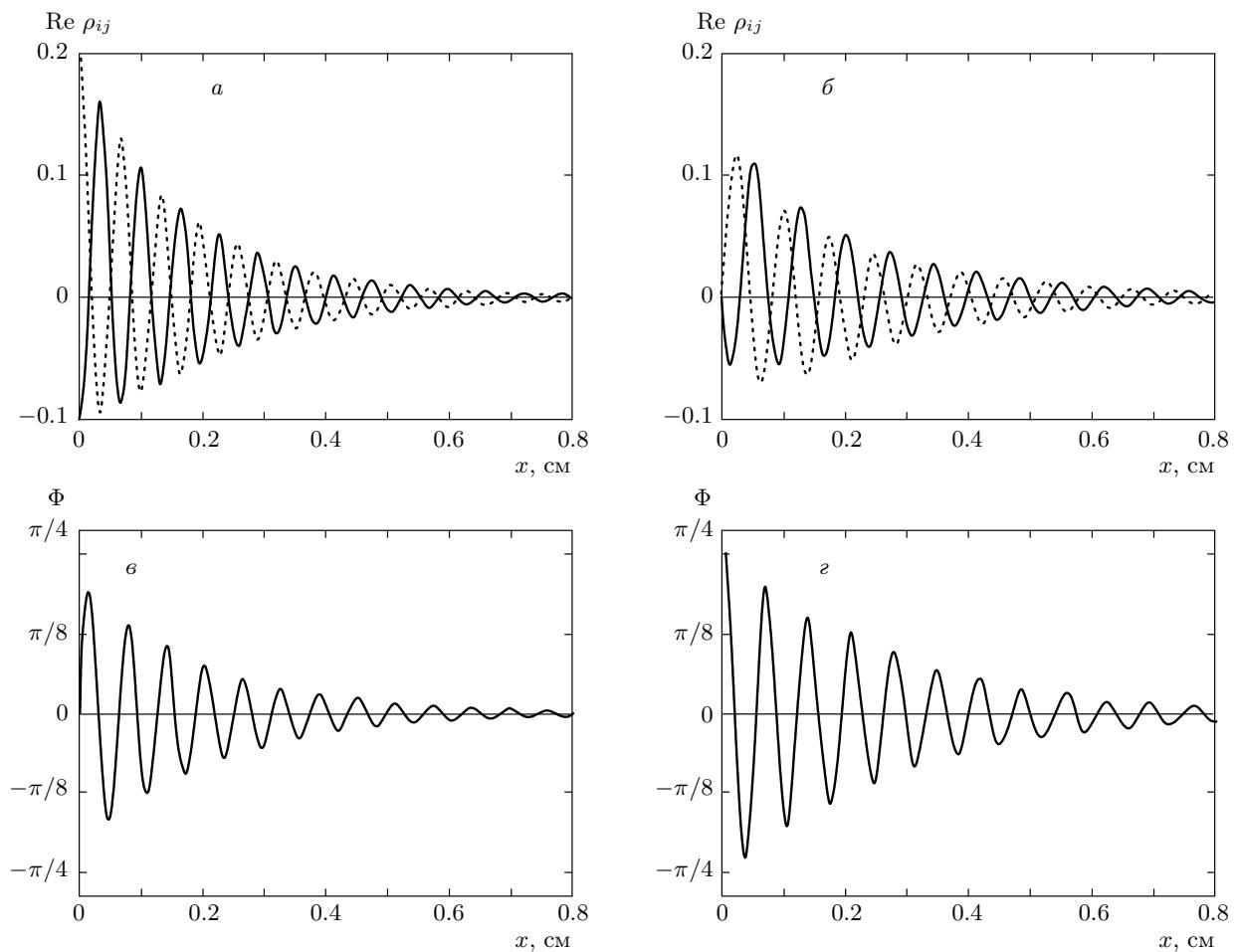
Если  $\Phi_0 \neq 0$ , то перед переходом в состояние ЭИП или перед полным поглощением излучения происходит обмен энергией между двумя оптическими модами, что объясняется осцилляциями населенности между уровнями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  под действием микроволнового поля  $U$  и рамановским рассеянием фотонов. Эти осцилляции позволяют создать пространственную квазипериодическую картину распределения интенсивностей полей, а также коэффициента поглощения (рис. 2д, е) и показателя преломления (рис. 2в, г).

Квазипериодическая зависимость распределения интенсивности каждой из оптических мод в среде (рис. 2а, б) происходит именно из-за обмена энергией между этими модами, поскольку их суммарная интенсивность

$$I_\Sigma(x) = \frac{|\Omega_1(x)|^2 + |\Omega_2(x)|^2}{|\Omega_1(0)|^2 + |\Omega_2(0)|^2}$$

имеет всегда монотонный характер спада (рис. 4а, б). В случае  $\Phi_0 = \pi/2$  энергия каждой из оптических мод на определенной координате  $x$  полностью перекачивается в другую, после чего с ростом  $x$  начинается обратная перекачка энергии подобно биениям двух слабосвязанных осцилляторов. На эти осцилляции накладывается процесс резонансного поглощения, несущий монотонный характер.

Зададимся вопросом, как сделать осцилляции энергии между оптическими модами слабозатухающими и близкими к синусоидальному и как удержать среду от перехода в состояние ЭИП, максимально увеличив  $\Delta x$ . Необходимым условием состояния ЭИП является равенство нулю фазы замкнутого контура возбуждения,  $\Phi(x) = 0$ . На рис. 3 пунктирная кривая пересекает ось  $x$  как минимум четырех раз перед выходом на тождественный нуль, но среда в этих точках еще не перешла в ЭИП, потому что не равны друг другу частоты Раби оптических полей. В самом деле, только при различных частотах Раби оптических полей (асимметрия системы) при условии нулевой фазы показатели преломления на двух оптических переходах не равны нулю и друг другу (рис. 5, сплошная и пунктирная кривые), что вызывает последующий набег фазы с ростом  $x$ , т. е.



**Рис. 6.** Зависимости действительной части амплитуды атомной когерентности, определяющей показатель преломления среды на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (сплошные кривые),  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (пунктирные кривые), и фазы  $\Phi$  от координаты  $x$  при граничных условиях, соответствующих способам 1 ( $a, c$ ) и 2 ( $b, d$ ) возбуждения пространственных осцилляций. Использовались следующие параметры:  $\Phi_0 = 0$ ,  $\Omega_1(0) = \gamma$ ,  $\Omega_2(0) = 2\gamma$ ,  $U = 3.5\gamma$ ,  $n_a = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  ( $a, c$ );  $\Phi_0 = \pi/4$ ,  $\Omega_1(0) = \Omega_2(0) = \gamma$ ,  $U = 3.5\gamma$ ,  $n_a = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  ( $b, d$ )

ее отклонение от нуля, и не дает среде перейти в состояние ЭИП.

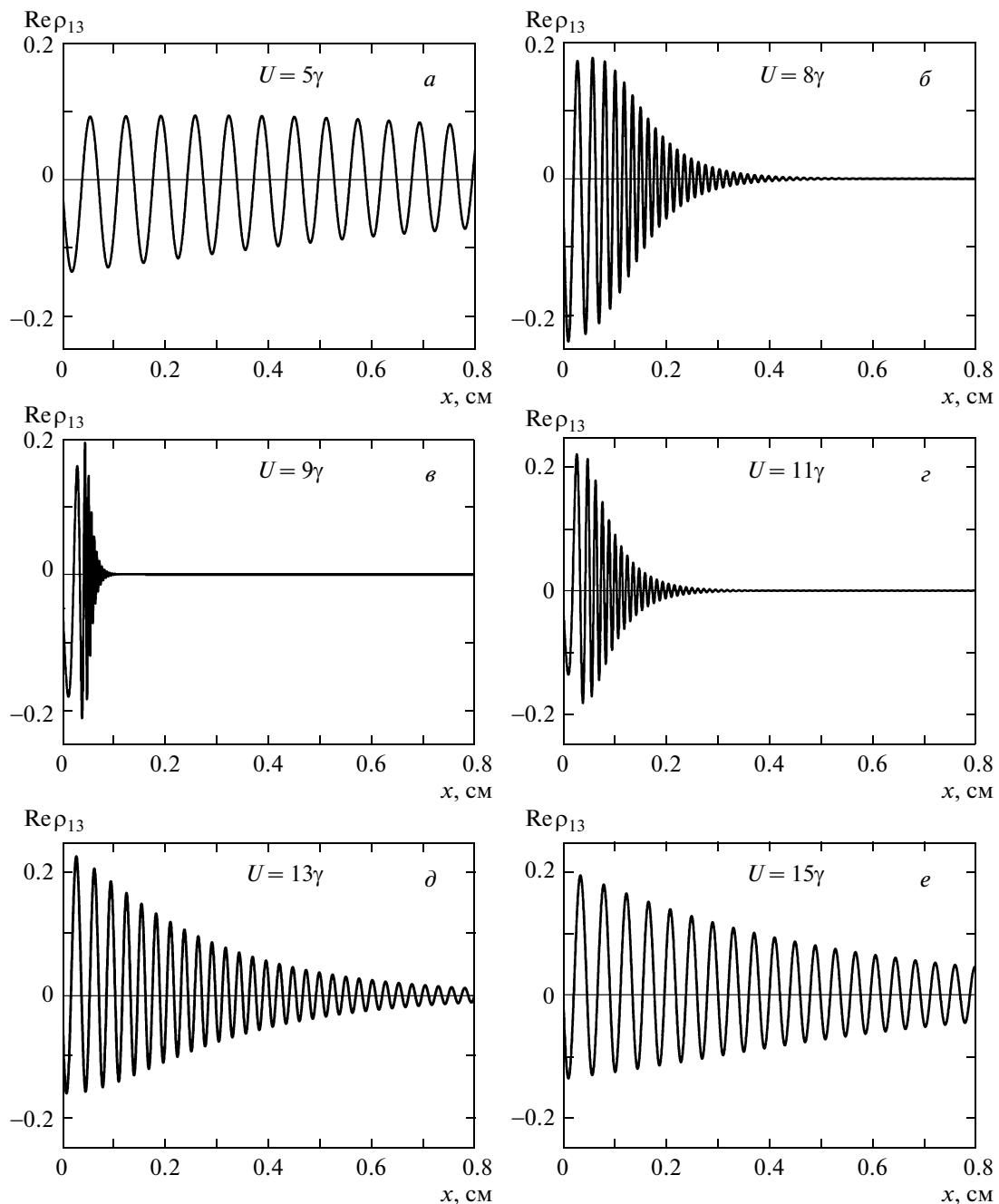
Напротив, на глубине, где показатели преломления обращаются в нуль ( $\Omega_1 = \Omega_2$ , рис. 5, штриховая кривая), фаза должна быть отлична от нуля, чтобы не дать среде перейти в режим ЭИП.

Из сказанного выше следует вывод: чтобы осцилляции энергии между оптическими модами затухали с глубиной медленно и давали «хорошую» квазипериодическую картину показателя преломления, изменения модуля показателя преломления на одном из оптических переходов (например,  $|\text{Re } \rho_{13}|$ ) должны быть сдвинуты относительно осцилляций фазы  $\Phi(x)$  на  $\pi/2$ . Этот сдвиг можно инициировать на входе в среду, задавая граничные условия двумя способами:

- 1)  $\Phi_0 = 0$ ,  $\Omega_1(0) \neq \Omega_2(0)$ ;
- 2)  $\Omega_1(0) = \Omega_2(0)$ ,  $\Phi_0 = \Phi|_{\text{Re } \rho_{13} \rightarrow \text{extr}}$ .

На рис. 6 представлены зависимости показателя преломления для двух этих способов, из которых следует, что существует возможность создания пространственной квазипериодической структуры показателя преломления.

На рис. 6a, b видно, что огибающие осцилляций  $\text{Re } \rho_{13}$  и  $\text{Re } \rho_{23}$  спадают экспоненциально. При повышении интенсивности оптических полей увеличивается вероятность индуцированного излучения и уменьшается вероятность спонтанного излучения фотона. Это ведет к уменьшению потерь при прохождении излучения через среду, поэтому огибающая интенсивности оптических полей, а следовательно, и действительной части амплитуды атомных коге-

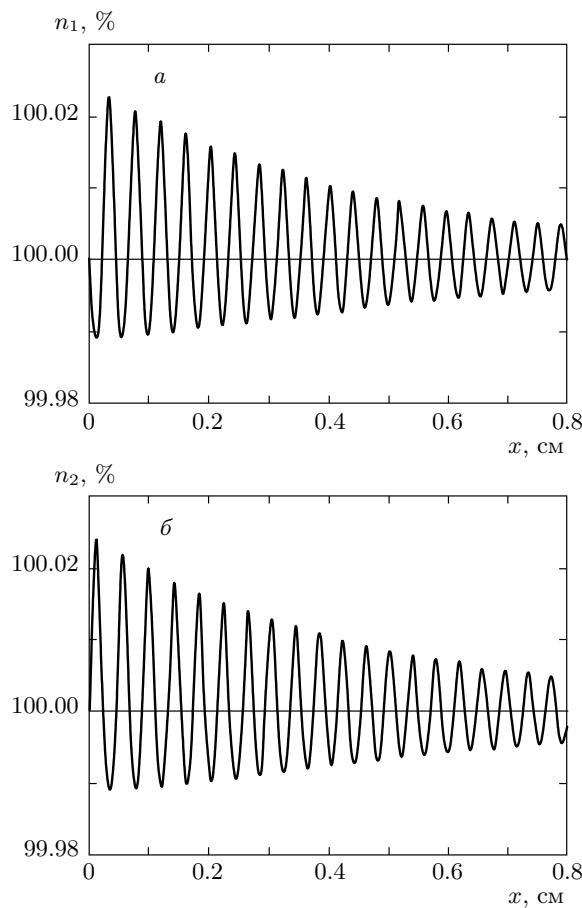


**Рис. 7.** Зависимости действительной части амплитуды атомной когерентности, определяющей показатель преломления среды на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , от координаты  $x$  при граничных условиях, соответствующих способу 2 возбуждения пространственных осцилляций и различных частотах Раби  $U$  микроволнового поля. Остальные параметры:  $\Omega_1(0) = \Omega_2(0) = 10\gamma$ ,  $\Phi_0 = \pi/8$ ,  $n_a = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$

рентностей становится более пологой (рис. 7a,e).

На рис. 7 изображены зависимости действительной части амплитуды атомной когерентности  $\text{Re } \rho_{13}$  от координаты для различных частот Раби  $U$  ми-

кроволнового поля. При приближении частоты Раби микроволнового поля к частотам Раби оптических полей возникает резкий переход среды в состояние ЭИП на определенной координате, а пространствен-



**Рис. 8.** Зависимости показателей преломления среды от координаты  $x$  в процентах от нерезонансных значений на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (а) и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (б) при параметрах  $\Omega_1(0) = \Omega_2(0) = 10\gamma$ ,  $U = 15\gamma$ ,  $\Phi_0 = \pi/8$ ,  $n_a = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$

ные осцилляции  $\text{Re } \rho_{13}$  становятся более мелкомасштабными (рис. 7б-г). Отметим, что графики приведены только для действительной части амплитуды атомной когерентности  $\text{Re } \rho_{13}$ . Для  $\text{Re } \rho_{23}$  этот эффект аналогичен.

Оценим показатели преломления  $n_1$  и  $n_2$  для оптических полей, пользуясь формулами (18), (19). На рис. 8 изображены графики зависимостей показателей преломления в процентном соотношении от нерезонансного значения для полей с частотами Рabi  $\Omega_1$  (рис. 8а) и  $\Omega_2$  (рис. 8б). Зависимость соответствует второму способу возбуждения пространственных осцилляций. Изменение показателя преломления  $\Delta n$  составляет 0.03 % от нерезонансного значения показателя преломления при концентрации  $n_a = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . Это согласуется с экспериментальными результатами, полученными для го-

рячих паров рубидия в работах [35, 36], в которых было достигнуто увеличение показателя преломления на величину  $\Delta n \sim 10^{-4}$ . Согласно выражениям (18) и (19), для повышения  $\Delta n$  необходимо увеличивать концентрацию атомов. При концентрациях  $n_a \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$  амплитуда осцилляций показателя преломления составит десятки процентов от нерезонансного значения [37, 38]. Такие концентрации, например, могут быть достигнуты в редкоземельных кристаллах [3].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован трехуровневый атом, на который действуют два оптических и одно микроволновое поле, образующие замкнутую схему возбуждения ( $\Delta$ -схему). При этом учитывается то, что среда является оптически-плотной. В работе показано, что фазовые соотношения между тремя полями в такой среде играют определяющую роль. Найдено, что в такой системе при определенных условиях имеет место квазипериодическая зависимость показателя преломления от координаты. Проведен анализ таких зависимостей для различных условий возбуждения и определены условия, при которых такая зависимость имеет наиболее ярко выраженный характер. Предложено использовать данный эффект для создания среды с управляемой фотонной зоной. Подобные схемы могут быть реализованы как в атомах, так и в кристаллах, что позволяет создать фотонный кристалл с управляемой фотонной зоной.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук (МК-384.2013.2), Регионального общественного Фонда содействия отечественной науке, гранта компании British Petroleum, фонда некоммерческих программ «Династия» и РФФИ (грант № 14-02-31422мол\_а).

Авторы выражают благодарность И. М. Соколову и А. С. Лосеву за полезные обсуждения данной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
2. S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
3. C. O'Brien and O. Kocharovskaya, Phys. Rev. Lett. **107**, 137401 (2011).

4. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов и др., УФН **163**, 1 (1993).
5. E. Arimondo, Progr. Opt. **35**, 257 (1996).
6. М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, ЖЭТФ **68**, 728 (1989).
7. S. Harris, Phys. Today **50**, 36 (1997).
8. M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
9. М. О. Скайли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматкнига, Москва (2003).
10. M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **67**, 1855 (1991).
11. M. Fleischhauer, C. Keitel, and M. Scully, Phys. Rev. A **46**, 1468 (1992).
12. S. Sultana and M. S. Zubairy, Phys. Rev. A **49**, 438 (1994).
13. O. Kocharovskaya, P. Mandel, and M. Scully, Phys. Rev. Lett. **74**, 2451 (1995).
14. A. Kalachev and O. Kocharovskaya, Phys. Rev. A **83**, 053849 (2011).
15. D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 783 (2001).
16. A. E. Kozhekin, K. Mølmer, and E. Polzik, Phys. Rev. A **62**, 033809 (2000).
17. S. Harris, Phys. Rev. Lett. **62**, 1022 (1989).
18. A. Imamoglu and S. Harris, Opt. Lett. **14**, 1344 (1989).
19. О. Кочаровская, Я. И. Ханин, Письма в ЖЭТФ **48**, 581 (1988).
20. O. Kocharovskaya and P. Mandel, Phys. Rev. A **42**, 523 (1990).
21. H. Aswath Babu and Harshawardhan Wanare, Phys. Rev. A **83**, 033819 (2011).
22. F. Bello, Phys. Rev. A **84**, 013803 (2011).
23. R. Rajapakse, E. Kuznetsova, and S. Yelin, arXiv: 1210.8077 [physics.optics].
24. T. Kampschulte, W. Alt, S. Brakhane et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 153603 (2010).
25. S. J. Buckle, S. M. Barnett, P. L. Knight et al., Opt. Acta **33**, 1129 (1986).
26. D. V. Kosachiov, B. G. Matisov, and Yu. V. Rozhdestvensky, Opt. Comm. **85**, 209 (1991).
27. D. V. Kosachiov, B. G. Matisov, and Yu. V. Rozhdestvensky, J. Phys. B **25**, 2473 (1992).
28. A. Litvinov, K. Barantsev, B. Matisov et al., Opt. Comm. **305**, 155 (2013).
29. H. Li, V. A. Sautenkov, Yu. V. Rostovtsev et al., Phys. Rev. A **80**, 023820 (2009).
30. B. Luo, H. Tang, and H. Guo, J. Phys. B **42**, 235505 (2009).
31. К. А. Баранцев, А. Н. Литвинов, Г. А. Казаков и др., КЭ **42**, 612 (2012).
32. I. M. Sokolov, M. D. Kupriyanova, D. V. Kupriyanov, and M. D. Havey, Phys. Rev. A **79**, 053405 (2009).
33. И. М. Соколов, Д. В. Куприянов, М. В. Хэви, ЖЭТФ **139**, 288 (2011).
34. Н. А. Васильев, А. С. Трошин, ЖЭТФ **125**, 6 (2004).
35. A. S. Zibrov, M. D. Lukin, L. Hollberg et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 3935 (1996).
36. N. A. Proite, B. E. Unks, J. T. Green, and D. D. Yavuz, Phys. Rev. Lett. **101**, 147401 (2008).
37. M. E. Crenshaw, C. M. Bowden, and M. O. Scully, J. Mod. Opt. **50**, 2551 (2003).
38. A. K. Rebane, C. W. Thiel, R. K. Mohan, and R. L. Coone, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 891 (2010).