ЖЭТФ, 2013, том 144, вып. 1 (7), стр. 147–160 

# ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИЛЬНОАНИЗОТРОПНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

*Г. А. Гореликов, Ю. А. Фридман* *

*Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского*
*95007, Симферополь, Украина*

Поступила в редакцию 9 февраля 2013 г.

Исследованы спектры связанных магнитоупругих волн в полубесконечном сильноанизотропном легкоплоскостном ферромагнетике с жестко закрепленной гранью в двух случаях крепления — по базисной плоскости и перпендикулярно базисной плоскости. Определены фазовые состояния системы. Рассмотрены различия в фазовых диаграммах и спектрах элементарных возбуждений в зависимости от выбора плоскости крепления образца. Учет вращательной инвариантности приводит к эффекту невзаимности для скоростей звука в кристалле. Показано, что скорость звука в образце существенно зависит от симметрии накладываемых механических граничных условий. Построены фазовые диаграммы исследуемой системы.

**DOI**: 10.7868/S0044451013070158

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамические проявления магнитоупругой (МУ) связи имеют принципиальное значение в теории магнетизма. Спин-решеточное взаимодействие определяет связь механических (упругих, акустических, стрикционных) и магнитных характеристик системы [1], а также значительно влияет на критическое поведение при магнитных фазовых переходах [2, 3]. В частности, МУ-связь способна полностью подавить аномальные критические флуктуации в точке фазового перехода второго рода и заблокировать появление доменной структуры в фазе с более низкой симметрией. Кроме того, наряду с диполь-дипольным взаимодействием [4] МУ-взаимодействие является стабилизирующим фактором дальнего магнитного порядка в двумерных магнетиках [5–7], хотя механизмы стабилизации дальнего магнитного порядка этими взаимодействиями различны. Более подробно различные качественные аспекты влияния спин-решеточной связи на характер критического поведения системы, а также на другие физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов описаны в работах [2, 8].

При этом важно учитывать механические граничные условия, накладываемые на систему. Во-первых, экспериментальные исследования магнитных свойств связаны с определенным способом крепления образца в установке. Накладываемые механические условия определяют структуру спонтанных деформаций магнитоупорядоченного кристалла. Величина и структура спонтанных деформаций, в свою очередь, влияют как на термодинамические, так и на динамические характеристики системы, а следовательно, и на результаты эксперимента.

Во-вторых, при создании магнитных пленок необходимо учитывать влияние немагнитной подложки на образец. Учет механических граничных условий, в принципе, может являться достаточно адекватной моделью магнитной пленки на немагнитной подложке. На важность этого вопроса обращали внимание ряд авторов [8–10], однако к настоящему времени этот вопрос изучен явно недостаточно.

Теоретические исследования динамических проявлений МУ-связи обычно ведутся в рамках двух взаимно дополняющих друг друга подходов. Первый подход основан на общей гидродинамической

*E-mail: frid@crimea.edu

теории, игнорирующей динамическую природу внутренних степеней свободы кристалла; при этом эффекты временной и пространственной дисперсии акустических свойств либо вовсе остаются за рамками рассмотрения, либо учитываются лишь на симметрийном, гидродинамическом уровне. Такой подход является строгим (точнее, безмодельным), однако область его применимости ограничена низкими частотами и большими длинами волн. Кроме того, чисто гидродинамический подход позволяет в общем случае исследовать лишь акустические свойства, но не спиновую динамику [11].

Второй подход также принято называть феноменологическим, однако он уже существенно использует конкретные динамические уравнения для описания спиновой системы, обычно это уравнения Ландау – Лифшица, либо некоторая их модификация (см., например, работу [2]). Последнее обстоятельство существенно расширяет область применимости теории в смысле частот и длин волн, а также позволяет исследовать динамику спиновой системы. Тем не менее использование квазиклассических методов при описании спиновой динамики допустимо отнюдь не для всех систем. В частности, такой подход не применим к системам с сильной одноионной анизотропией. Дело в том, что большая одноионная анизотропия (сравнимая или даже превосходящая обменное взаимодействие) может приводить к реализации таких эффектов, как квантовое сокращение спина [12]. Этот эффект при достаточно большой константе одноионной анизотропии может полностью обратить в нуль средний магнитный момент ($\langle S\rangle = 0$ на один узел) и привести к реализации магнитного упорядочения в системе не векторного, а тензорного типа — так называемое квадрупольное упорядочение [12–14]. С другой стороны, именно в таких системах следует ожидать особенно сильные МУ-эффекты [15], поскольку причиной МУ-взаимодействия и одноионной анизотропии является сильное спин-орбитальное взаимодействие, и, следовательно, в системах с большой одноионной анизотропией достаточно велика и МУ-связь.

В данной работе проводится анализ МУ-связи в магнетиках с большой одноионной анизотропией. Использование диаграммной техники для операторов Хаббарда [16–19] позволяет точно учесть влияние МУ-взаимодействия и одноионной анизотропии путем включения их в одноузельный гамильтониан. При этом последовательно учитываются квантовые одноионные эффекты и так называемые эффекты нарушенной вращательной инвариантности МУ-энергии системы, находящейся в магнитном поле. Также особый интерес в рамках рассматриваемой задачи вызывает влияние симметрии накладываемых граничных условий на поведение исследуемой системы. Для учета этого влияния нами используется вращательно-инвариантная теория МУ-сред. Как известно, энергия деформированного немагнитного кристалла определяется симметричной частью тензора дисторсии. Магнитная анизотропия приводит к появлению в энергии магнетика слагаемых, зависящих от антисимметричной части тензора дисторсии, которая характеризует бесконечно малые повороты элемента объема тела. При этих поворотах энергия магнитной анизотропии относится к повернутой вместе с элементом тела оси симметрии. При переходе к лабораторной системе координат в выражении для МУ-энергии кристалла наряду с обычными магнитострикционными слагаемыми возникают слагаемые, обусловленные магнитной кристаллографической анизотропией. Возникновение таких слагаемых приводит к различным интересным эффектам, например, к эффекту невзаимности для скорости звука.

## 2. КРЕПЛЕНИЕ ОБРАЗЦА ПО БАЗИСНОЙ ПЛОСКОСТИ

### 2.1. Модель. Энергетические уровни и собственные функции

В качестве модельной системы рассматривается полубесконечный легкоплоскостной ферромагнетик ($xy$ — базисная плоскость), помещенный в однородное магнитное поле $H$, параллельное оси $z$. Образец жестко закреплен по базисной плоскости. Рассмотрение проводится в области низких температур, в которой исследуемые эффекты проявляются наиболее сильно. Без потери общности будем считать, что спин магнитного иона равен $S = 1$, поскольку это минимальное значение спина, при котором возможна реализация одноионной анизотропии. Гамильтониан такой системы в рамках вращательно-инвариантной теории МУ-взаимодействия [20] имеет вид

$$\mathcal{H} = -H\sum_n S_n^z - \frac{1}{2}\sum_{n,n'} J(n-n')\mathbf{S}_n\cdot\mathbf{S}_{n'} +$$

$$+\frac{\beta}{2}\sum_n (R_{zi}^{-1}S_n^i)^2 + \nu\sum_n (R_{if}^{-1}S_n^f)(R_{jg}^{-1}S_n^g)\varepsilon_{ij}(n) +$$

$$+\int d\mathbf{r}\left[\frac{\lambda+\eta}{2}\left(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{yy}^2+\varepsilon_{zz}^2\right)+\eta\left(\varepsilon_{xy}^2+\varepsilon_{xz}^2+\varepsilon_{yz}^2\right)+\right.$$
$$\left.+\lambda\left(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}+\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}\right)\right], \quad (1)$$

где $J(n-n')$ — константа билинейного обменного взаимодействия, $n$ — номер узла в кристалле, $S_n^i$ — $i$-я компонента спинового оператора в узле $n$, $\beta > 0$ — константа легкоплоскостной одноионной анизотропии, $\nu$ — константа МУ-связи, $\lambda$ и $\eta$ — упругие модули, $\hat{R}$ — оператор локальных поворотов,

$$R_{ij}^{-1} = \delta_{ij} - \omega_{ij} + \frac{\omega_{ij}^2}{2} + \frac{1}{2}(u_{ik}\omega_{kj} + \omega_{ik}u_{kj}),$$

$\varepsilon_{ij}$ — тензор конечных деформаций,

$$\varepsilon_{ij} = u_{ij} + \frac{1}{2}(u_{ik} - \omega_{ik})(u_{kj} + \omega_{kj}),$$

$u_{ij}$ и $\omega_{ij}$ — соответственно симметричная и антисимметричная части тензора дисторсии,

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right).$$

Нами выбраны граничные условия, при которых образец жестко закреплен в базисной плоскости $xy$. Отметим, что при этом в системе существует аксиальная симметрия (ось симметрии — ось $z$), что, как мы увидим далее, существенно сказывается на поведении системы. Исследование данной системы будем проводить при низких температурах ($T \ll T_C$, $T_C$ — температура Кюри).

Выделяя в гамильтониане (1) среднее поле, получим

$$\mathcal{H} = -\overline{H}\sum_n S_n^z + \frac{J_0}{2}\langle S^z\rangle^2 + \frac{\beta}{2}\sum_n (S_n^z)^2 +$$
$$+\sum_n \tilde{\mathcal{H}}_0(n) - \frac{1}{2}\sum_{n,n'} J(n-n') \times$$
$$\times\left\{\left(S_n^z - \langle S^z\rangle\right)\left(S_{n'}^z - \langle S^z\rangle\right) + \frac{1}{2}\left(S_n^+S_{n'}^- + S_n^-S_{n'}^+\right)\right\}+$$
$$+\int d\mathbf{r}\left[\frac{\lambda+\eta}{2}\left(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{yy}^2+\varepsilon_{zz}^2\right)+\eta\left(\varepsilon_{xy}^2+\varepsilon_{xz}^2+\varepsilon_{yz}^2\right)+\right.$$
$$\left.+\lambda\left(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}+\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}\right)\right],$$

где

$$\tilde{\mathcal{H}}_0(n) = \frac{\beta}{2}(R_{zi}^{-1}S_n^i)^2 - \frac{\beta}{2}(S_n^z)^2 +$$
$$+\nu(R_{if}^{-1}S_n^f)(R_{jg}^{-1}S_n^g)\varepsilon_{ij}(n), \quad \overline{H} = H + J_0\langle S^z\rangle.$$

Полученный в результате одноузельный гамильтониан $\mathcal{H}_0(n)$ имеет вид

$$\mathcal{H}_0(n) = \mathcal{L}_0(n) + \tilde{\mathcal{H}}_0(n), \quad (2)$$

где

$$\mathcal{L}_0(n) = -\overline{H}S_n^z + \frac{\beta}{2}(S_n^z)^2.$$

Собственные функции и собственные значения одноузельного гамильтониана (2) будем искать методом последовательных приближений. Решая одноузельную задачу с оператором $\mathcal{L}_0(n)$, для собственных значений и собственных функций оператора $\mathcal{L}_0(n)$ получаем

$$E_1^{(0)} = \frac{\beta}{2} - \overline{H}, \quad E_0^{(0)} = 0, \quad E_{-1}^{(0)} = \frac{\beta}{2} + \overline{H},$$
$$\psi(1) = |1\rangle, \quad \psi(0) = |0\rangle, \quad \psi(-1) = |-1\rangle, \quad (3)$$

где $|M\rangle$ — собственные функции спинового оператора $S_n^z$. Построим на базисе полученных собственных функций операторы Хаббарда

$$X_n^{M'M} \equiv |\Psi_n(M')\rangle\langle\Psi_n(M)|,$$

которые описывают переход системы из состояния $\Psi_n(M)$ в состояние $\Psi_n(M')$ [16–19].

Представим гамильтониан $\mathcal{H}_0$ в терминах операторов Хаббарда:

$$\mathcal{H}_0 = \sum_n \mathcal{H}_0(n) =$$
$$= \sum_n\left\{\sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha\right\}, \quad (4)$$

где $H_n^M = X_n^{MM}$. Собственные значения гамильтониана (4), т. е. энергетические уровни магнитного иона, можно представить в виде

$$E_k = E_k^{(0)} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3, \quad (5)$$

где $k = 1, 0, -1$, а $\zeta$ — поправки к значениям энергии, которые, ввиду их громоздкости, мы не приводим. Полученные поправки к энергетическим уровням магнитной части одноузельного гамильтониана представляют собой величины порядка $\nu^n$ ($n = 1$, 2, 3), а следовательно, малы по сравнению с величинами внешнего магнитного поля и анизотропии. Поэтому самый низкий энергетический уровень определяется именно этими двумя параметрами. В случае, если $H \gg \beta$, самым низким уровнем оказывается $E_1$. В случае низких температур ($T \to 0$) плотность свободной энергии $F \approx E_1$. Поскольку в рассматриваемом случае образец жестко закреплен по базисной плоскости (рис. 1), для статической части компонент тензора дисторсии и тензора конечных деформаций получим

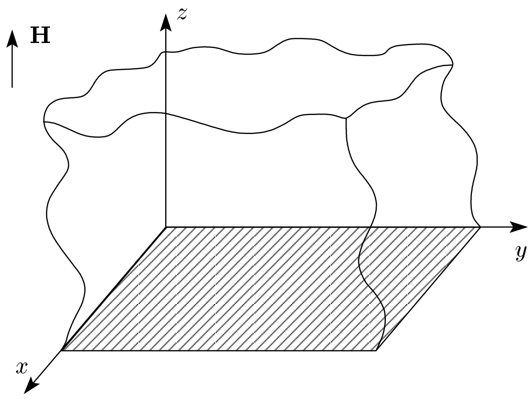


**Рис. 1.** Легкоплоскостный ферромагнетик, жестко закрепленный по базисной плоскости

$$\begin{gathered}\varepsilon_{xz}^{(0)} = u_{xz}^{(0)} = \omega_{xz}^{(0)},\\ \varepsilon_{zz}^{(0)} = u_{zz}^{(0)} + \frac{1}{2}\left(u_{zz}^{(0)}\right)^2 + 2\left(u_{xz}^{(0)}\right)^2.\end{gathered} \tag{6}$$

При этом статическая часть остальных элементов тензора дисторсии и тензора конечных деформаций равна нулю. Это позволяет упростить выражения для поправок к энергетическим уровням.

Используя связь спиновых операторов и операторов Хаббарда в случае больших магнитных полей $(H > \beta)$, получим

$$\begin{gathered}\langle S^z\rangle = 1, \quad q_2^0 = 3\langle (S^z)^2\rangle - S(S+1) = 1,\\ q_2^2 = \langle (S^x)^2\rangle - \langle (S^y)^2\rangle = 0.\end{gathered} \tag{7}$$

Очевидно, что это спиновое состояние является ферромагнитно-упорядоченным (ФМ-фаза).

Минимизируя плотность свободной энергии в ФМ-состоянии по компонентам тензора дисторсии, получим

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{\nu}{\eta}, \quad u_{xz}^{(0)} = 0. \tag{8}$$

В случае, если $H < \beta$, в системе происходит инверсия энергетических уровней и самым низким уровнем становится $E_0$. Плотность свободной энергии в этом интервале полей $F \approx E_0$, а параметры порядка имеют вид

$$\langle S^z\rangle = 0, \quad q_2^0 = -2, \quad q_2^2 = 0. \tag{9}$$

Параметры порядка (9) соответствуют реализации в системе квадрупольной (КУ) фазы [11–13], геометрическим образом которой в спиновом пространстве является бесконечно тонкий диск, ориентированный в плоскости $xy$ («плоский» нематик). Спонтанные деформации в этой фазе таковы:

$$u_{zz}^{(0)} = u_{xz}^{(0)} = 0. \tag{10}$$

Как видим, $u_{xz}^{(0)} = 0$ в обеих фазах. Это приводит к тому, что собственные функции гамильтониана $\mathcal{H}_0$ совпадают с собственными функциями оператора $\mathcal{L}_0$ и определяются выражениями (3). Следовательно, связь спиновых операторов с операторами Хаббарда не меняется. Для энергетических уровней получаем в итоге следующие выражения:

$$\begin{gathered}E_1 = \frac{\beta}{2} - \overline{H} + \frac{\nu}{2}\left(u_{zz}^{(0)}\right)^2 + \nu u_{zz}^{(0)}, \quad E_0 = 0,\\ E_1 = \frac{\beta}{2} + \overline{H} + \frac{\nu}{2}\left(u_{zz}^{(0)}\right)^2 + \nu u_{zz}^{(0)},\end{gathered} \tag{11}$$

где $u_{zz}^{(0)} = -\nu/\eta$ в ФМ-фазе, $u_{zz}^{(0)} = 0$ в КУ-фазе.

Представим компоненты тензора конечных деформаций в виде $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \varepsilon_{ij}^{(1)}$, где $\varepsilon_{ij}^{(0)}$ — статическая часть тензора конечных деформаций (определенная ранее), а $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ — динамическая часть, определяющая колебания узлов кристаллической решетки.

Как уже отмечалось ранее, компоненты $\varepsilon_{ij}$ связаны с симметричной $u_{ij}$ и антисимметричной $\omega_{ij}$ частями тензора дисторсии. Проквантуем $u_{ij}$ и $\omega_{ij}$ стандартным образом [21]:

$$u_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2}\sum_{q,\sigma}\frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}}}{\sqrt{2m\omega_\sigma(q)}} \times \left(e_\sigma^i(q)q_j + e_\sigma^j(q)q_i\right)\left(b_{q,\sigma} + b_{-q,\sigma}^\dagger\right),$$

$$\omega_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2}\sum_{q,\sigma}\frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}}}{\sqrt{2m\omega_\sigma(q)}} \times \left(e_\sigma^i(q)q_j - e_\sigma^j(q)q_i\right)\left(b_{q,\sigma} + b_{-q,\sigma}^\dagger\right),$$

и, выделяя в одноузельном гамильтониане (4) слагаемые, связанные с динамической частью тензора конечных деформаций, получим гамильтониан трансформаций фононов в магноны и обратно:

$$\mathcal{H}_{tr} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\substack{q,\sigma\\ n,\alpha}}\left(b_{q,\sigma} + b_{-q,\sigma}^\dagger\right)T_n^\alpha(q,\sigma)X_n^\alpha + \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\substack{q,\sigma\\ n,\alpha}}\left(b_{q,\sigma} + b_{-q,\sigma}^\dagger\right)T_n^{MM}(q,\sigma)H_n^M. \tag{12}$$

Здесь введены следующие обозначения: $q_i$ — проекция квазиимпульса на ось $i$, $e_\sigma^i(q)$ — проекция единичного вектора поляризации на ось $i$, $N$ — число узлов в кристалле, $m$ — масса атома, $\omega_\sigma(q) = v_\sigma q$ — закон дисперсии фонона, $v_\sigma$ — скорость $\sigma$-поляризованного звука, $b_{-q,\sigma}^\dagger$ и $b_{q,\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фононов, $\sigma = t, \tau, l$ — поляризации фонона, $T_n(q,\sigma)$ — амплитуды трансформаций. Амплитуды трансформаций, представляющие интерес для дальнейших вычислений, имеют вид

$$T_n^{01}(q,\sigma) = \frac{i}{2\sqrt{2}} T_n^0(q,\sigma) \times \\ \times \left[ \left(\nu - \frac{\beta}{2}\right) e_{\sigma q}^z q^+ + \left(\nu \left(1 + u_{zz}^{(0)}\right) + \frac{\beta}{2}\right) e_{\sigma q}^+ q_z \right],$$

$$T_n^{0-1}(q,\sigma) = -\frac{i}{2\sqrt{2}} T_n^0(q,\sigma) \times \\ \times \left[ \left(\nu - \frac{\beta}{2}\right) e_{\sigma q}^z q^- + \left(\nu \left(1 + u_{zz}^{(0)}\right) + \frac{\beta}{2}\right) e_{\sigma q}^- q_z \right],$$

где

$$q^+ = q_x + iq_y, \quad q^- = (q^+)^*,$$
$$e_{\sigma q}^+ = e_{\sigma q}^x + ie_{\sigma q}^y, \quad e_{\sigma q}^- = (e_{\sigma q}^+)^*,$$
$$T_n^0(q,\lambda) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}}/\sqrt{2m\omega_\sigma(q)}.$$

В амплитудах трансформаций учтена перенормировка констант МУ-связи, которая определяется слагаемыми, пропорциональными $u_{zz}^{(0)}$. Кроме того, необходимо обратить внимание на наличие в амплитудах трансформаций константы одноионной анизотропии. Из этого факта следует, что гибридизация упругих и магнитных возбуждений может быть обусловлена не только МУ-связью, но и одноионной анизотропией. На этот механизм МУ-взаимодействия, связанный с учетом вращательной инвариантности, указывалось в работах [20, 22].

При распространении в кристалле длинноволнового звука магнитные переменные успевают подстроиться под мгновенное значение компонент тензора дисторсии квазистатическим образом. Обсудим процедуру перенормировки упругих модулей. Для этого в гамильтониане (1) выделим слагаемые, пропорциональные $u^{(1)}u^{(1)}$, $u^{(1)}\omega^{(1)}$ и $\omega^{(1)}\omega^{(1)}$. Полученное выражение усредняется по магнитным переменным. Поскольку магнитные переменные существенным образом зависят от реализации того или иного спинового состояния, модули упругости также будут зависеть от того, в какой магнитной фазе находится система. Подчеркнем, что перенормировка упругих модулей в основном определяется учетом вращательной инвариантности и упругой энергией системы (см. выражения (1) и (4)). Необходимо отметить, что подобный учет перенормировки упругих модулей (т. е. скоростей звука акустических возбуждений) является проявлением статических свойств системы, поскольку эта перенормировка определяется средними значениями магнитной и МУ-энергий. Динамическая перенормировка скорости распространения квазиакустических возбуждений будет нами проведена при исследовании динамических свойств системы.

Приведем явный вид скорости звука для различных направлений волнового вектора и поляризации ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ — единичные векторы вдоль соответствующих осей).

ФМ-фаза:

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y (e_l^y, e_\tau^x, e_t^z)$:

$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}(\eta + \nu),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}\left(\lambda + \eta + \frac{\nu}{2}\right),$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta - 2\nu\right),$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z (e_l^z, e_\tau^y, e_t^x)$:

$$v_\tau^2 = v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta + \nu + \frac{\nu^2}{\eta}\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}\left(\lambda + \eta - 2\nu + \frac{3}{2}\frac{\nu^2}{\eta}\right).$$

КУ-фаза:

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y (e_l^y, e_\tau^x, e_t^z)$:

$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}(\eta + 2\nu),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta + \nu),$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta + \frac{\beta}{2}\right),$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z (e_l^z, e_\tau^y, e_t^x)$:

$$v_\tau^2 = v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{2} + \eta + 2\nu\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta).$$

В случае $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_x$ в полученных выражениях фактически меняются местами выражения для $x$- и $y$-поляризованного звука по сравнению со случаем $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y$.

При сравнении полученных значений скорости звука с результатами работы [9] приходим к выводу, что в случае жесткой фиксации базисной плоскости образца квадрат скорости звука, поляризованного в легкой плоскости, возрастает на величину порядка $\nu/m$ по сравнению со скоростью звука в свободном образце. Кроме того, скорость звука в КУ-фазе превышает скорость звука в ФМ-фазе.

### 2.2. Спектры МУ-волн в случае фиксации базисной плоскости

Представляет интерес исследовать динамические свойства рассматриваемой системы, т. е. определить спектры связанных МУ-волн, поскольку анализ спектров элементарных возбуждений позволяет определить области устойчивости соответствующих фазовых состояний. Определим функцию Грина следующим образом:

$$G^{\alpha\alpha'}(n,\tau;m,\tau') = -\langle \hat{T}\tilde{X}_n^{\alpha}(\tau)X_m^{\alpha'}(\tau')\rangle, \qquad (13)$$

где $\hat{T}$ — оператор Вика, $\tilde{X}_n^{\alpha}(\tau) = \exp(-\mathcal{H}\tau)X_n^{\alpha} \times \exp(\mathcal{H}\tau)$ — оператор Хаббарда в представлении Гейзенберга, усреднение ведется с полным гамильтонианом $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{int} + \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{tr}$, $\alpha$ — корневые векторы, определяемые алгеброй операторов Хаббарда [16, 17]. Полюсы функции Грина (13) определяют дисперсионное уравнение связанных МУ-волн.

Мы не будем останавливаться на методе получения дисперсионного уравнения связанных МУ-волн, поскольку он достаточно подробно описан в работах [16, 19]. Отметим, что дисперсионное уравнение является уравнением типа Ларкина (с учетом МУ-взаимодействия) и справедливо при произвольных соотношениях материальных констант и при произвольных температурах (исключая флуктуационную область). Исследуем решения этого уравнения в различных спиновых состояниях.

### 2.3. Спектры элементарных возбуждений в ФМ-фазе

Спектр низкочастотных квазимагнонов в длинноволновом пределе в ФМ-фазе имеет вид

$$\varepsilon(k) = \alpha k^2 + H + \frac{\nu^2}{\eta} - \frac{\beta}{2}, \qquad (14)$$

где $\alpha = J_0R_0^2$, $R_0$ — радиус взаимодействия.

При получении спектров квазифононов рассмотрены два направления волнового вектора: по оси $y$ и по оси $z$. При этом для продольно-поляризованных квазифононов не происходит гибридизации с магнитной подсистемой, и их спектр остается линейным по волновому вектору. Спектры поперечно-поляризованных квазифононов имеют следующий вид:

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\frac{\alpha k^2 + H + \dfrac{\nu^2}{\eta} - \dfrac{\beta}{2} - a_{0\sigma}^{(i)}}{\alpha k^2 + H + \dfrac{\nu^2}{\eta} - \dfrac{\beta}{2}}, \qquad (15)$$

где $\omega_\sigma(k) = v_\sigma k$ — спектр невзаимодействующих $\sigma$-поляризованных фононов ($\sigma = t, \tau$). При $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_y$ с магнитной подсистемой взаимодействует $t$-поляризованный квазифонон (поляризация по оси $z$), а МУ-параметр $a_{0t}^{(y)}$ имеет вид

$$a_{0t}^{(y)} = \frac{\left[\dfrac{\beta}{2}\left(1+\dfrac{\nu}{2\eta}\right) - \nu\right]^2}{\dfrac{\beta}{2} + 2\eta - 4\nu}.$$

При распространении МУ-волны волны вдоль оси аксиальной симметрии ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_z$) с магнитной подсистемой могут активно взаимодействовать как $\tau$-поляризованная (поляризация по оси $y$), так и $t$-поляризованная (поляризация по оси $x$) квазиакустические волны, причем параметр $a_{0\sigma}^{(z)}$ для обеих поляризаций один и тот же вследствие симметрии системы в плоскости $xy$:

$$a_{0\tau}^{(z)} = a_{0t}^{(z)} = \frac{\left[\dfrac{\beta}{2}\left(1+\dfrac{\nu}{2\eta}\right) + \nu - \dfrac{\nu^2}{\eta}\right]^2}{\dfrac{\beta}{2} + 2\eta + 2\nu + \dfrac{2\nu^2}{\eta}}.$$

Как следует из формулы (15), ФМ-фаза является устойчивой при $H > H_{FM}$, где

$$H_{FM} = \frac{\beta}{2} - \frac{\nu^2}{\eta} + a_{0\sigma}^{(i)}. \qquad (16)$$

При $H = H_{FM}$ в спектре квазимагнонов (14) возникает щель, равная $a_{0\sigma}^{(i)}$, а спектр квазифононов в длинноволновом пределе ($a_{0\sigma}^{(i)} \gg \alpha k^2$) размягчается,

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\frac{\alpha k^2}{a_{0\sigma}^{(i)}},$$

и по этой ветви идет фазовый переход. Спектры квазифононов и квазимагнонов (в длинноволновом пределе) в ФМ-фазе изображены на рис. 2.

Необходимо отметить, что энергетическая щель $a_{0\sigma}^{(i)} \approx \beta/2$, возникающая в спектре квазимагнонов в окрестности фазового перехода в основном определяется константой одноионной анизотропии, а статическая МУ-перенормировка щели, связанная со спонтанными деформациями, мала. Это обусловлено учетом вращательной инвариантности, и, как отмечалось ранее, при этом учете МУ-связь может быть обусловлена наличием одноионной анизотропии (см. третье слагаемое в гамильтониане (1)) даже при равенстве нулю константы МУ-взаимодействия. Кроме того, поскольку $a_{0\sigma}^{(i)} \approx \beta/2$, поле перехода (16) порядка $\beta$, что примерно вдвое превосходит поле перехода для стандартной ситуации без учета вращательной инвариантности [19, 23].

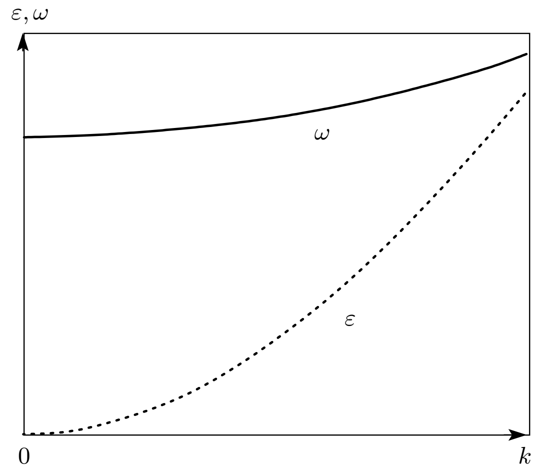


**Рис. 2.** Спектры квазифононов и квазимагнонов в ФМ-фазе в длинноволновом пределе при $H = H_{FM}$ ($\mathbf{k} \parallel y$)

Рассмотрим теперь перенормировку скоростей квазифононов при различных ориентациях волнового вектора и различных поляризациях квазиакустических возбуждений при $H - H_{FM} \gg \alpha k^2$. Из формулы (15) следует, что

$$\omega_y^2(k) = \tilde{v}_{ty}^2 k^2, \quad \omega_z^2(k) = \tilde{v}_{\tau z}^2 k^2,$$

где индекс «$y$» частоты указывает направление волнового вектора, а индексы «$t$» и «$\tau$» у скорости соответствуют поперечным поляризациям. Выражения для скоростей имеют вид

$$\tilde{v}_{ty}^2 = v_{ty}^2 \frac{H - H_{FM}^{(y)}}{H - H_{FM}^{(y)} + a_{0t}^{(y)}}, \quad \tilde{v}_{\tau z}^2 = v_{\tau z}^2 \frac{H - H_{FM}^{(z)}}{H - H_{FM}^{(z)} + a_{0\tau}^{(z)}}.$$

Для разности квадратов скоростей с принятой нами точностью получаем

$$\tilde{v}_{ty}^2 - \tilde{v}_{\tau z}^2 = -\frac{3\nu}{2m} \frac{H - 5\beta/6}{H - \beta/2}. \tag{17}$$

Формула (17) отражает нарушение так называемого принципа взаимности для скорости звука. Это связано с нарушением вращательной инвариантности плотности энергии при наличии внешнего поля, а также с учетом накладываемых на образец механических граничных условий, т. е. жесткого крепления по базисной плоскости. В отличие от случая свободного образца [9], эта разность имеет другой знак, т. е. звук вдоль оси $z$ распространяется с большей скоростью, чем вдоль оси $y$. Это также связано с фиксацией образца по плоскости $xy$.

### 2.4. Спектры элементарных возбуждений в КУ-фазе

Аналогичным образом исследуем спектры элементарных возбуждений в КУ-фазе. В рассмотренной нами системе характерным является тот факт, что спектр квазимагнонов в КУ-фазе имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\beta\left(\frac{\beta}{4} - J_0 + \alpha k^2\right)} - H, \tag{18}$$

т. е. МУ-взаимодействие не приводит к статической перенормировке энергетической щели в спектре квазимагнонов в КУ-фазе. Этот факт является следствием равенства нулю спонтанных деформаций (10), т. е. фактически следствием симметрии накладываемых на систему механических граничных условий. Кроме того, спонтанные деформации пропорциональны $\langle S\rangle^2$ [11], а, как мы видели, длина вектора намагниченности (на узел) в этой фазе равна нулю.

Так же как и в ФМ-фазе, продольно-поляризованные квазифононы не взаимодействуют с магнитной подсистемой. Спектр поперечно-поляризованных квазифононов имеет вид

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k) \times \\ \times \frac{\left(1 - \dfrac{4a_{0\sigma}^{(i)}}{\beta}\right)\left[\beta\left(\dfrac{\beta}{4} - J_0 + \alpha k^2\right)\right] - H^2}{\beta\left(\dfrac{\beta}{4} - J_0 + \alpha k^2\right) - H^2}. \tag{19}$$

В случае $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_y$ квазифононы поляризованы по оси $z$, а для $a_{0t}^{(y)}$ получаем

$$a_{0t}^{(y)} = \frac{(\beta/2 - \nu)^2}{\beta + 2\eta}.$$

В случае $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_z$, как и в ФМ-фазе, с магнитной подсистемой могут активно взаимодействовать обе поперечно-поляризованные квазиакустические моды. Для параметра МУ-связи $a_{0\sigma}^{(z)}$, как и ранее, получаем одинаковые значения:

$$a_{0\tau}^{(z)} = a_{0t}^{(z)} = \frac{(\beta/2 + \nu)^2}{\beta + 2\eta + 4\nu}.$$

Из спектра квазифононов (19) определяем величину поля, при котором спектры теряют устойчивость:

$$H_{QU} = \sqrt{\left(\beta - 4a_{0\sigma}^{(i)}\right)(\beta/4 - J_0)}. \tag{20}$$

Как следует из (19), при $H = H_{QU}$ спектр квазифононов (в длинноволновом пределе) размягчается:

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\frac{\left(\beta - 4a_{0\sigma}^{(i)}\right)\alpha k^2}{a_{0\sigma}^{(i)}(\beta - 4J_0)} \approx \omega_\sigma^2(k)\frac{\alpha k^2}{b_0},$$

где $b_0 = \beta^2/8\eta$. Необходимо отметить, что аналогичное размягчение поперечно-поляризованной квазиакустической волны в окрестности ориентационного фазового перехода наблюдается и для «стандартной модели» МУ-взаимодействия (без построения вращательно инвариантной теории, см., например, работы [2, 19]). Однако если в «стандартной модели» параметр МУ-связи $b_0 \sim \nu^2/\eta$, то в рассматриваемом случае этот параметр порядка $\beta^2/\eta$. Следовательно, приходим к выводу, что в результате учета вращательной инвариантности системы анизотропия начинает играть роль «эффективной» константы МУ-связи. Действительно, как уже отмечалось ранее, «эффективная» МУ-связь в данном случае возможна даже при равенстве нулю константы МУ-взаимодействия ($\nu = 0$), что в принципе невозможно в рамках «стандартной модели» связанных МУ-волн. Таким образом, фазовый переход в КУ-фазе идет по поперечно-поляризованной квазифононной ветви, спектр квазимагнонов является активационным при $H = H_{QU}$, а энергетическая щель равна

$$\varepsilon(0) = \sqrt{\beta\left(\frac{\beta}{4} - J_0\right)}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4a_{0\sigma}^{(i)}}{\beta}}\right) \approx \\ \approx \sqrt{\beta\left(\frac{\beta}{4} - J_0\right)}\left(1 - \sqrt{\frac{2\eta}{\beta}}\right).$$

Отметим, что полученное для щели в спектре квазимагнонов выражение в первом приближении не зависит от константы МУ-связи. Это связано с обращением в нуль статических деформаций в КУ-фазе при рассматриваемом креплении образца.

Как следует из выражений (16) и (20), интервал полей $H_{QU} < H < H_{FM}$ определяет область существования фазы с ненулевыми параметрами порядка как векторного, так и тензорного типа. Эту область назовем квадрупольно-ферромагнитной (КФМ) фазой. Она является аналогом угловой фазы для легкоплоскостного ферромагнетика [23]. Область существования КФМ-фазы в рассматриваемом случае становится шире на величину порядка $\beta\nu^2/\eta$, по сравнению с аналогичной величиной из работы [9] за счет уменьшения величины поля перехода из

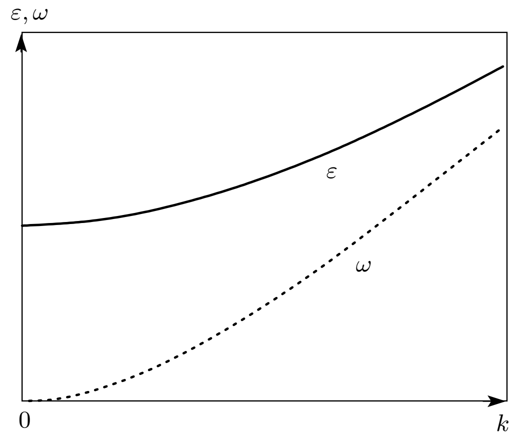


**Рис. 3.** Спектры квазифононов и квазимагнонов в КУ-фазе при $H = H_{QU}$ ($\mathbf{k} \parallel y$)

КУ-фазы в КФМ-фазу. Качественно спектры элементарных возбуждений в КУ-фазе представлены на рис. 3.

Определим перенормировку скоростей квазифононов. Рассмотрим спектр квазифононов (19) вдали от линии фазового перехода, т. е. при $H - H_{QU} \gg \gg \alpha k^2$:

$$\omega_y^2(k) = \tilde{v}_{ty}^2 k^2, \quad \omega_z^2(k) = \tilde{v}_{\tau z}^2 k^2.$$

Выражения для квадратов скоростей имеют вид

$$\tilde{v}_{ty}^2 = v_{ty}^2\frac{\left(H_{QU}^{(y)}\right)^2 - H^2}{\left(H_{QU}^{(y)}\right)^2 - H^2 + 4a_{0t}^{(y)}(\beta/4 - J_0)},$$

$$\tilde{v}_{\tau z}^2 = v_{\tau z}^2\frac{\left(H_{QU}^{(z)}\right)^2 - H^2}{\left(H_{QU}^{(z)}\right)^2 - H^2 + 4a_{0\tau}^{(z)}(\beta/4 - J_0)}.$$

Из этих формул следует, что разность квадратов скоростей с принятой нами точностью равна

$$\tilde{v}_{ty}^2 - \tilde{v}_{\tau z}^2 = \frac{\nu}{m}\frac{\beta(\beta/4 - J_0) + H^2}{\beta(\beta/4 - J_0) - H^2} \tag{21}$$

и зависит от квадрата внешнего магнитного поля. Это связано с тензорным характером параметра порядка КУ-фазы. Квадратичная зависимость разности скоростей поперечного звука от внешнего поля характерна для антиферромагнитных кристаллов, так же как и корневая зависимость магнонного спектра от волнового вектора. Отметим, что знак в выражении (21) совпадает со знаком соответствующего выражения для свободного образца [9]. Это связано с тем, что в случае КУ-фазы магнитный момент в образце обращается в нуль, поэтому рассматриваемая нами разность (21) оказывается мало чувствительной к выбору граничных условий.

## 3. КРЕПЛЕНИЕ ПО ПЛОСКОСТИ $xz$

### 3.1. Модель. Энергетические уровни и собственные функции

Теперь рассмотрим образец, жестко закрепленный в плоскости $xz$. В общем виде выражение для гамильтониана такой системы в рамках вращательно-инвариантной теории МУ-взаимодействия остается таким же, как и в рассмотренном выше случае закрепленного по базисной плоскости образца, т. е. имеет вид (1).

При креплении образца по плоскости $xz$ (рис. 4) для статической части элементов тензора дисторсии и тензора конечных деформаций имеем следующие соотношения:

$$\begin{gathered}\varepsilon_{yz}^{(0)} = u_{yz}^{(0)} = -\omega_{yz}^{(0)},\\ \varepsilon_{yy}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} + \frac{1}{2}\left(u_{yy}^{(0)}\right)^2 + 2\left(u_{yz}^{(0)}\right)^2.\end{gathered} \qquad (22)$$

Как и ранее, для решения одноузельной задачи воспользуемся методом последовательных приближений. При этом, поскольку наше нулевое приближение не зависит от выбора граничных условий, выражения для собственных значений энергии и собственных функций имеют вид (3). Из анализа соотношения (3) видим, что в системе возможна реализация ФМ-фазы с самым низким энергетическим уровнем $E_1$ и параметрами порядка (7) в случае $H \gg \beta$. В случае $\beta \gg H$ происходит инверсия энергетических уровней и в системе реализуется КУ-фаза с самым низким уровнем $E_0$ и параметрами порядка (9).

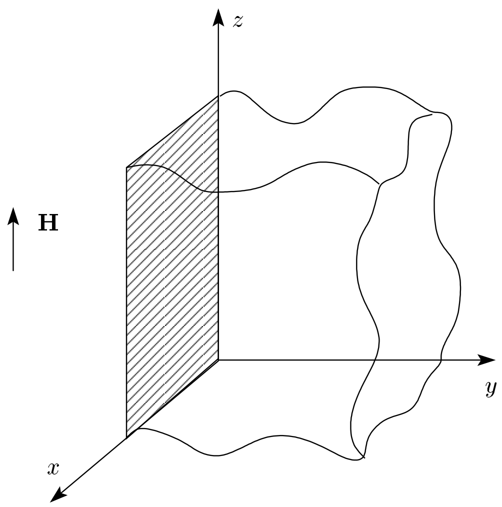


**Рис. 4.** Легкоплоскостный ферромагнетик, жестко закрепленный по плоскости $xz$

Минимизируя плотность свободной энергии по компонентам тензора дисторсии сначала в одном, а затем в другом фазовом состоянии, для спонтанных деформаций в этих фазах получаем

$$\text{ФМ-фаза}: \; u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu}{2\eta}, \quad u_{yz}^{(0)} = 0,$$

$$\text{КУ-фаза}: \; u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu}{\eta}, \quad u_{yz}^{(0)} = 0.$$

Важно подчеркнуть, что в данном случае спонтанные деформации не обращаются в нуль в КУ-фазе, как это наблюдалось для образца, закрепленного по базисной плоскости.

Как видим, $u_{yz}^{(0)} = 0$ в обеих рассматриваемых фазах. При этом собственные функции гамильтониана $\mathcal{H}_0$ с принятой нами точностью совпадают с собственными функциями оператора $\mathcal{L}_0$ и определяются выражениями (3). Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда не меняется. Выражения для энергетических уровней с учетом поправок, обусловленных статическими деформациями, имеют вид

$$\begin{gathered}E_1 = \frac{\beta}{2} - \overline{H} - \frac{\nu}{4}\left(u_{yy}^{(0)}\right)^2 - \frac{\nu}{2}u_{yy}^{(0)}, \quad E_0 = 0,\\ E_{-1} = \frac{\beta}{2} + \overline{H} - \frac{\nu}{4}\left(u_{yy}^{(0)}\right)^2 - \frac{\nu}{2}u_{yy}^{(0)},\end{gathered} \qquad (23)$$

где значения $u_{yy}^{(0)}$ определяются фазовым состоянием системы.

Гамильтониан, описывающий процесс трансформации магнонов в фононы и обратно, имеет вид (12), но явный вид амплитуд трансформаций существенно иной (приведем значения амплитуд трансформаций, существенные в дальнейших расчетах):

$$\begin{aligned}T_n^{01}(q,\sigma) = \frac{i}{2\sqrt{2}}\,\Bigg\{\frac{\beta}{2}\Bigg[e_{\sigma q}^x q_z - e_{\sigma q}^z q_x \; + \\ + \; i\left(1 - \frac{u_{yy}^{(0)}}{2}\right)\left(e_{\sigma q}^y q_z - e_{\sigma q}^z q_y\right)\Bigg] + \\ + \;\nu\Bigg[e_{\sigma q}^x q_z + e_{\sigma q}^z q_x + i\left(1 + \frac{u_{yy}^{(0)}}{2}\right)\left(e_{\sigma q}^y q_z + e_{\sigma q}^z q_y\right) \; - \\ - \; i\left(1 + u_{yy}^{(0)}\right)\frac{u_{yy}^{(0)}}{2}\left(e_{\sigma q}^y q_z - e_{\sigma q}^z q_y\right)\Bigg]\Bigg\}\,T_n^0(q,\sigma),\end{aligned}$$

$$T_n^{0-1}(q,\sigma) = \frac{i}{2\sqrt{2}} \left\{ \frac{\beta}{2} \left[ -e^x_{\sigma q} q_z + e^z_{\sigma q} q_x + \right.\right.$$
$$\left. + i\left(1 - \frac{u^{(0)}_{yy}}{2}\right)(e^y_{\sigma q} q_z - e^z_{\sigma q} q_y) \right] +$$
$$+ \nu \left[ -e^x_{\sigma q} q_z - e^z_{\sigma q} q_x + i\left(1 + \frac{u^{(0)}_{yy}}{2}\right)(e^y_{\sigma q} q_z + e^z_{\sigma q} q_y) - \right.$$
$$\left.\left. - i\left(1 + u^{(0)}_{yy}\right)\frac{u^{(0)}_{yy}}{2}(e^y_{\sigma q} q_z - e^z_{\sigma q} q_y) \right] \right\} T_n^0(q,\sigma).$$

Как и ранее, гибридизация упругих и магнитных возбуждений может быть обусловлена не только МУ-связью, но и одноионной анизотропией. При этом, как отмечалось ранее, симметрия полученных выражений для амплитуд трансформаций существенно отличается от ранее рассмотренного случая.

Приведем явный вид скорости звука с учетом статической перенормировки для различных направлений волнового вектора и поляризации.

ФМ-фаза:

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y (e^y_l, e^x_\tau, e^z_t)$:

$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta + \frac{3\nu^2}{4\eta}\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}\left[2(\lambda+\eta) - 2\nu + \frac{9\nu^2}{4\eta}\right],$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta + \frac{3\nu^2}{4\eta}\right),$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z (e^z_l, e^y_\tau, e^x_t)$:

$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta + 3\nu - \frac{\lambda\nu}{\eta}\right),$$
$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta + \nu - \frac{\nu^2}{4\eta}\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{m}\left[2(\lambda+\eta) + 2\nu - \frac{\lambda\nu}{4\eta}\right],$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_x (e^x_l, e^y_t, e^z_\tau)$:

$$v_l^2 = \frac{1}{2m}\left[2(\lambda+\eta) + \nu - \frac{\lambda\nu}{\eta}\right],$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta + \frac{3}{4}\frac{\nu^2}{\eta}\right),$$
$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{4} + \eta - \frac{\lambda\nu}{\eta}\right).$$

КУ-фаза:

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y (e^y_l, e^x_\tau, e^z_t)$:

$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta - \nu + \nu\frac{\lambda + 5.5\nu}{\eta}\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{2m}\left(2\lambda + 2\eta - 4\nu + 9\frac{\nu^2}{\eta}\right),$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta + \frac{\beta}{2} - \frac{5}{2}\nu + \nu\frac{\lambda + 5.5\nu}{\eta}\right),$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z (e^z_l, e^y_\tau, e^x_t)$:

$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta + 2\nu - \frac{2\lambda\nu}{\eta}\right),$$
$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{\beta}{2} + \eta - \frac{\nu}{2} + \nu\frac{\lambda + 1.5\nu}{\eta}\right),$$
$$v_l^2 = \frac{1}{2m}\left(2\lambda + 2\eta - \frac{2\lambda\nu}{\eta}\right),$$

$\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_x (e^x_l, e^y_t, e^z_\tau)$:

$$v_l^2 = \frac{1}{2m}\left(2\lambda + 2\eta + 2\nu - \frac{2\lambda\nu}{\eta}\right),$$
$$v_t^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta - \nu + \nu\frac{\lambda + 5.5\nu}{\eta}\right),$$
$$v_\tau^2 = \frac{1}{2m}\left(\eta - \frac{2\lambda\nu}{\eta}\right).$$

При сравнении полученных значений скорости звука со значениями скорости звука для случая крепления по базисной плоскости приходим к выводу, что в случае жесткой фиксации плоскости $xz$ образца значения скорости звука существенно меняются. Перестает выполняться равенство $v_t^2 = v_\tau^2$ в случае $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z$, которое имело место для образца, закрепленного по базисной плоскости. Теряется также равенство между соответствующими значениями скоростей звука в случаях $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y$ и $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_x$. Все это связано с изменением симметрии накладываемых на образец механических граничных условий.

### 3.2. Спектры элементарных возбуждений в ФМ-фазе

Как и ранее, спектры связанных МУ-волн будем определять из решения дисперсионного уравнения, определяемого полюсами функции Грина (13).

Спектр низкочастотных квазимагнонов в длинноволновом пределе в ФМ-фазе имеет вид

$$\varepsilon(k) = \alpha k^2 + H - \frac{\beta}{2} - \frac{\nu^2}{4\eta}. \tag{24}$$

Как видим, поправка, обусловленная МУ-связью, в данном случае становится отрицательной и в четыре раза меньшей по абсолютному значению по сравнению с (14). При получении спектров квазифононов рассмотрены направления волнового вектора по осям $y$, $x$ и $z$. Для продольной поляризации квазифононов не происходит гибридизации и спектры остаются линейными по волновому вектору. Спектры поперечно-поляризованных квазифононов имеют вид

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\frac{\alpha k^2 + H - \dfrac{\nu^2}{4\eta} - \dfrac{\beta}{2} - a_{0\sigma}^{(i)}}{\alpha k^2 + H - \dfrac{\nu^2}{4\eta} - \dfrac{\beta}{2}} \qquad (25)$$

и отличаются от спектров в случае закрепленного по базисной плоскости образца значением МУ-поправки и значениями параметра $a_{0\sigma}^{(i)}$. При распространении МУ-волны либо вдоль оси $y$ ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_y$), либо вдоль оси $x$ ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_x$) с магнитной подсистемой активно взаимодействуют лишь поперечно-поляризованные вдоль оси $z$ квазифононы. Если же возбуждение распространяется по оси $z$, то гибридизация имеет место как для случая поляризации по оси $y$, так и для случая поляризации по оси $x$. При этом спектры квазифононов для этих двух случаев различны, в отличие от случаев свободного образца и образца, закрепленного по базисной плоскости. Это связано с тем, что при данном закреплении образца нарушается аксиальная симметрия относительно направления внешнего магнитного поля (оси $z$). Таким образом, при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_y$ либо $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_x$ параметры МУ-связи, входящие в спектр квазифононов (25), принимают вид

$$a_{0t}^{(y)} = \frac{\left[\dfrac{\beta}{2}\left(1+\dfrac{\nu}{4\eta}\right)-\nu\right]^2}{\dfrac{\beta}{2}+2\eta+\dfrac{3}{2}\,\dfrac{\nu^2}{\eta}}, \quad a_{0\tau}^{(x)} = \frac{\left(\dfrac{\beta}{2}-\nu\right)^2}{\dfrac{\beta}{2}+2\eta-\dfrac{2\lambda\nu}{\eta}}.$$

При $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_z$ с магнитной подсистемой взаимодействуют либо $\tau$-поляризованные квазифононы (поляризация по оси $y$), либо $t$-поляризованные (по оси $x$). Параметры $a_{0\alpha}^{(i)}$ в этом случае имеют вид

$$a_{0\tau}^{(z)} = \frac{\left[\dfrac{\beta}{2}\left(1+\dfrac{\nu}{4\eta}\right)+\nu\right]^2}{\dfrac{\beta}{2}+2\eta+2\nu+\dfrac{\nu^2}{2\eta}}, \quad a_{0t}^{(z)} = \frac{\left(\dfrac{\beta}{2}+\nu\right)^2}{\dfrac{\beta}{2}+2\eta+6\nu-\dfrac{2\lambda\nu}{\eta}}.$$

Таким образом, как следует из выражения (25), спектр поперечно-поляризованных квазифононов (в длинноволновом пределе) при

$$H_{FM} = \frac{\beta}{2} + \frac{\nu^2}{4\eta} + a_{0\sigma}^{(i)} \qquad (26)$$

размягчается, $\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\alpha k^2/a_{0\sigma}^{(i)}$, и по ветви возбуждений (25) идет фазовый переход, а ФМ-фаза становится неустойчивой при $H = H_{FM}$. При этом значении внешнего поля в спектре квазимагнонов возникает, как и ранее, щель, равная $a_{0\sigma}^{(i)} \approx \beta/2$.

Графическая зависимость спектров квазифононов и квазимагнонов в ФМ-фазе качественно соответствует рис. 2.

Как и в предыдущем случае, имеет место динамическая перенормировка для скорости звука. Эффект невзаимности описывается выражением

$$\tilde{v}_{ty}^2 - \tilde{v}_{\tau z}^2 = -\frac{\nu}{2m}\,\frac{H - 3\beta/2}{H - \beta/2}\,. \qquad (27)$$

В данном случае выражение (27) также оказывается отрицательным, но меньшим по модулю по сравнению с выражением (17). Это связано с изменением симметрии граничных условий.

### 3.3. Спектры в КУ-фазе

В отличие от ранее рассмотренного случая (см. (18)), в КУ-фазе спектр квазимагнонов статически перенормируется МУ-взаимодействием и имеет вид

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\left(\beta + \frac{\nu^2}{\eta}\right)\left(\frac{\beta}{4} + \frac{\nu^2}{4\eta} - J_0 + \alpha k^2\right)} - H. \quad (28)$$

Отметим, что перенормировка спектра квазимагнонов (28) вдвое меньше, чем в случае свободного образца [9], и фактически сводится к перенормировке значения константы анизотропии, $\tilde{\beta} = \beta + \nu^2/\eta$. При введении такого обозначения спектр квазимагнонов приобретает тот же вид, что и (18).

Так же как и в ФМ-фазе, продольно-поляризованные квазифононы не взаимодействуют с магнитной подсистемой. Спектр поперечно-поляризованных квазифононов имеет вид

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k) \times$$
$$\times \frac{\left(1 - \dfrac{4a_{0\sigma}^{(i)}}{\tilde{\beta}}\right)\tilde{\beta}\left(\dfrac{\tilde{\beta}}{4} - J_0 + \alpha k^2\right) - H^2}{\tilde{\beta}\left(\dfrac{\tilde{\beta}}{4} - J_0 + \alpha k^2\right) - H^2}. \quad (29)$$

В случае $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_y$ квазифононы поляризованы по оси $z$, а для $a_{0t}^{(y)}$ получаем

$$a_{0t}^{(y)} = \frac{\left[\dfrac{\beta}{2}\left(1 + \dfrac{\nu}{2\eta}\right) - \nu\right]^2}{\beta + 2\eta - 5\nu + \dfrac{2\nu}{\eta}\left(\lambda + \dfrac{11\nu}{2}\right)}\,.$$

В случае $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_z$, в отличие от случая крепления образца по легкой плоскости, гибридизованными оказываются только квазифононы, поляризованные вдоль оси $y$. Это связано с нарушением аксиальной симметрии системы относительно оси $z$ при закреплении образца по плоскости $xz$. Для слагаемого $a_{0\tau}^{(z)}$ получаем

$$a_{0\tau}^{(z)} = \frac{\left[\frac{\beta}{2}\left(1+\frac{\nu}{2\eta}\right)+\nu\right]^2}{\beta+2\eta-\nu+\frac{2\nu}{\eta}\left(\lambda+\frac{3\nu}{2}\right)}.$$

Квазиакустическая мода, поляризованная вдоль оси $x$, не взаимодействует с магнитной подсистемой, и спектр остается линейным по волновому вектору.

Из выражения (29) следует, что при

$$H_{QU} = \sqrt{\left(\tilde\beta - 4a_{0\sigma}^{(i)}\right)\left(\frac{\tilde\beta}{4} - J_0\right)} \qquad (30)$$

спектр поперечно-поляризованных квазифононов (29) размягчается и приобретает вид

$$\omega^2(k) = \omega_\sigma^2(k)\frac{\left(\tilde\beta - 4a_{0\sigma}^{(i)}\right)\alpha k^2}{a_{0\sigma}^{(i)}\left(\tilde\beta - 4J_0\right)} \approx \omega_\sigma^2(k)\frac{\alpha k^2}{\tilde b_0},$$

где $\tilde b_0 = \tilde\beta^2/8\eta$, а в спектре квазимагнонов возникает МУ-щель, равная

$$\varepsilon(0) = \sqrt{\tilde\beta\left(\frac{\tilde\beta}{4} - J_0\right)}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4a_{0\sigma}^{(i)}}{\tilde\beta}}\right) \approx \approx \sqrt{\tilde\beta\left(\frac{\tilde\beta}{4} - J_0\right)}\left(1 - \sqrt{\frac{2\eta}{\tilde\beta}}\right).$$

При $H = H_{QU}$ система переходит из КУ-фазы в КФМ-фазу. Спектры элементарных возбуждений в КУ-фазе качественно соответствуют спектрам, представленным на рис. 3.

Несмотря на то что в данном случае спонтанные деформации отличны от нуля, они не оказывают существенного влияния на значение энергетической щели в спектре квазимагнонов. Ее общий вид остается таким же, как и в ранее рассмотренном случае образца, закрепленного по легкой плоскости; происходит лишь перенормировка константы анизотропии.

Рассматривая динамическую поправку к скорости квазифононов, получаем следующее выражение для разности квадратов скоростей звука при различных направлениях волнового вектора и поляризациях:

$$\tilde v_{ty}^2 - \tilde v_{\tau z}^2 = = \frac{\nu}{m}\frac{\beta\left(\frac{\beta}{4}+\frac{\nu^2}{4\eta}-J_0\right)+H^2}{\left(\beta+\frac{\nu^2}{\eta}\right)\left(\frac{\beta}{4}+\frac{\nu^2}{4\eta}-J_0\right)-H^2}. \qquad (31)$$

Выражение (31) качественно имеет тот же вид, что и выражение (21), с различием лишь в поправке $\nu^2/4\eta$. Это обусловлено, как было отмечено ранее, слабой зависимостью разности квадратов скоростей звука от выбора граничных условий в КУ-фазе.

## 4. ВЫВОДЫ

В работе исследованы динамические и статические свойства сильноанизотропного легкоплоскостного ферромагнетика, находящегося во внешнем магнитном поле, в случае жестко закрепленной базисной плоскости и в случае крепления образца перпендикулярно базисной плоскости. В результате проведенных исследований установлено, что в обоих случаях оказалась возможной реализация трех фазовых состояний: ферромагнитной (ФМ) фазы при $H > \beta > J$, квадрупольной (КУ) фазы при $\beta > J, H$ и квадрупольно-ферромагнитной (КФМ) фазы. Определены скорость звука, спектры связанных МУ-волн, линии фазовых переходов по магнитному полю. Построена фазовая диаграмма. Исследован эффект невзаимности, возникающий в рассматриваемой системе.

В случае жестко закрепленной базисной плоскости статическая часть деформаций не влияет на квазимагнонную ветвь спектра в КУ-фазе. Это является следствием обращения в нуль спонтанных деформаций в этой фазе. При ином выборе граничных условий ситуация кардинально меняется. Так, при приклейке по плоскости $xz$ отличным от нуля оказывается элемент $u_{yy}^{(0)}$ как в ФМ-, так и в КУ-фазе, что приводит к кардинальному изменению динамических свойств системы, в частности, к зависимости квазимагнонной ветви спектра в КУ-фазе от статической части деформаций. Это говорит о существенной зависимости поведения данной системы от симметрии накладываемых граничных условий.

При сравнении полученных результатов с результатами для свободного образца [9] видно, что в случае фиксации базисной плоскости образца квадрат скорости звука возрастает на величину порядка $\nu/m$ по сравнению с квадратом скорости звука в свободном образце для звука, поляризованного в легкой плоскости. Выражения для скорости звука в образце, закрепленном в плоскости $xz$, существенным образом отличаются от соответствующих выражений как для образца, закрепленного по базисной плоскости, так и для свободного образца [9]. При фиксации плоскости $xz$ перестает выполняться равенство $v_x^2 = v_y^2$ в случае $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_z$, а также равенство между соответствующими значениями скоростей звука в случаях $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_y$ и $\mathbf{q} \parallel \mathbf{e}_x$. Это связано с изменением симметрии накладываемых на образец механических граничных условий.

Вклад, обусловленный МУ-связью, в спектр квазимагнонов в ФМ-фазе в случае крепления по плоскости $xz$ становится отрицательным и в четыре раза меньшим по абсолютному значению по сравнению с вкладом в случае крепления по базисной плоскости. Характерной особенностью спектров в КУ-фазе является то, что при креплении по плоскости $xz$ константа анизотропии оказывается усиленной слагаемым, обусловленным МУ-связью. Аналогичная ситуация наблюдается и в случае свободного образца [9]. Кроме того, в силу нарушения аксиальной симметрии при креплении по плоскости $xz$ спектры поперечно-поляризованных квазифононов в ФМ-фазе для направления волнового вектора по оси $z$ перестают быть равными друг другу, как это было в случае крепления по плоскости $xy$ и в случае свободного образца. В КУ-фазе, вследствие этого нарушения симметрии, с магнитной подсистемой перестает взаимодействовать квазиакустическая мода, поляризованная вдоль оси $x$.

Особый интерес вызывает поведение спектров вблизи линии фазового перехода. Для спектров в ФМ-фазе в случаях крепления образца как по плоскости $xy$, так и по плоскости $xz$ ситуация оказывается схожей. Гибридизованные квазиакустические моды размягчаются в точке фазового перехода, а в спектре квазимагнонов появляется достаточно большая МУ-щель, величина которой пропорциональна $\beta$. Для спектров в КУ-фазе гибридизованные квазиакустические моды также размягчаются в точке фазового перехода, при этом параметр МУ-связи $b_0 \sim \beta^2/\eta$, а щель в спектре квазимагнонов оказывается порядка $\sqrt{\beta(\beta/4 - J_0)}$. Принципиальным отличием рассмотренной в данной работе модели от «стандартной модели» [2, 19], не учитывающей вращательную инвариантность, состоит в том, что константа анизотропии выполняет роль как анизотропии, так и эффективной МУ-связи. Это проявляется в виде параметра МУ-связи $a_{0\sigma}$, в увеличении примерно вдвое поля перехода из ФМ-фазы в КФМ-фазу (по сравнению со «стандартной моделью»), а также существенным увеличением щели в спектре квазимагнонов в окрестности фазового перехода. Таким образом, видим, что учет вращательной инвариантности системы приводит к тому, что анизотропия начинает играть роль «эффективной» константы МУ-связи.

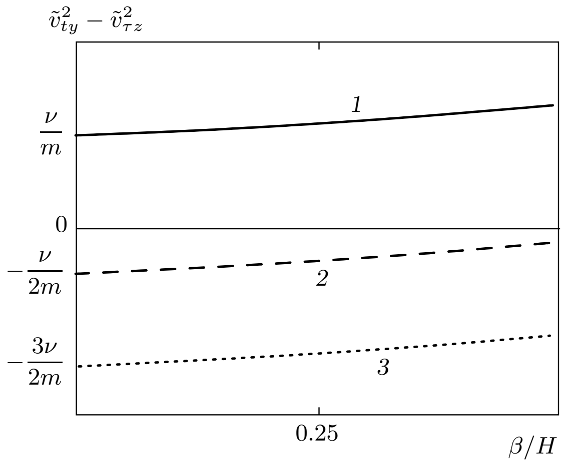


**Рис. 5.** Эффект невзаимности в ФМ-фазе: *1* — свободный образец; *2* — образец, закрепленный по плоскости $xz$; *3* — образец, закрепленный по плоскости $xy$

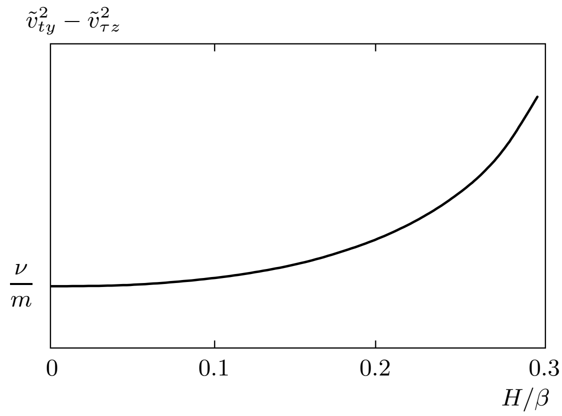


**Рис. 6.** Эффект невзаимности в КУ-фазе

При сравнении формул (17), (21), (27), (31) и результатов работы [9] приходим к следующим выводам: для свободного образца в ФМ-фазе скорость звука по оси $y$ больше, чем по оси $z$. Это обусловлено наличием внешнего поля, направленного по оси $z$. При закреплении образца по плоскости $xz$ ско-

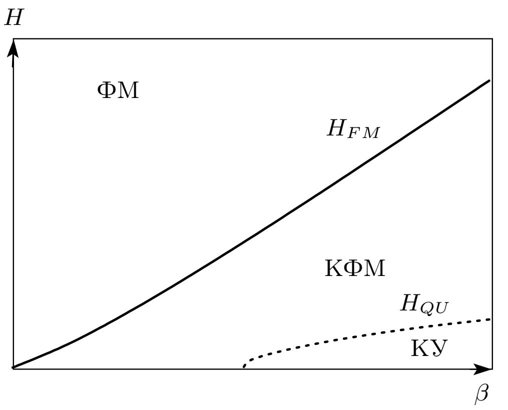


**Рис. 7.** Фазовая диаграмма легкоплоскостного сильноанизотропного ферромагнетика

рость звука по оси $z$ оказывается большей, чем по оси $y$. В случае крепления по базисной плоскости эта разность между квадратами скоростей звука по оси $z$ и по оси $y$ становится еще больше (рис. 5). Для КУ-фазы такого различия в эффекте невзаимности не наблюдается ввиду обращения в нуль в КУ-фазе магнитного момента (рис. 6).

Фазовые диаграммы для обоих рассматриваемых случаев имеют вид, представленный на рис. 7. Отметим, что такая же фазовая диаграмма реализуется и для случая свободного образца. Однако важным различием является поведение фазовой диаграммы при изменении значения константы МУ-связи. При его увеличении область существования КУ-фазы в случае крепления по плоскости $xz$ существенно уменьшается, в то время как для случая крепления по базисной плоскости и для свободного образца такого изменения не наблюдается. Это связано с тем, что при креплении образца по плоскости $xz$ за счет МУ-взаимодействия формируется эффективная легкоосная анизотропия, связанная с наличием компоненты тензора спонтанных деформаций $u_{yy}^0 \neq 0$. Вместе с существующей в системе легкоплоскостной анизотропией эта «эффективная» анизотропия формирует ромбическую анизотропию, что приводит к компенсации эффекта квантового сокращения спина и, как следствие, к уменьшению области существования КУ-фазы.

## ЛИТЕРАТУРА


1. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, ЖЭТФ **35**, 228 (1958).
2. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, УФН **140**, 429 (1983).
3. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, ФТТ **7**, 217 (1965).
4. С. В. Малеев, ЖЭТФ **70**, 2374 (1976).
5. B. A. Ivanov and E. V. Tartakovskaya, Phys. Rev. Lett. **77**, 386 (1996).
6. Б. А. Иванов, Е. В. Тартаковская, Письма в ЖЭТФ **63**, 792 (1996).
7. Yu. A. Fridman, D. V. Spirin, C. N. Alexeyev, and D. A. Matiunin, Eur. Phys. J. B **26**, 185 (2002).
8. В. Г. Барьяхтар, И. М. Витебский, Н. М. Лавриненко, В. Л. Соболев, ЖЭТФ **90**, 1111 (1986).
9. І. М. Вітебський, Н. М. Лавриненко, А. М. Майорова и др., УФЖ **39**, 597 (1994).
10. И. М. Витебский, Н. М. Лавриненко, А. Н. Майорова и др., Препринт ИМК-93-8 (1993).
11. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
12. В. В. Вальков, С. Г. Овчинников, ТМФ **50**, 466 (1982).
13. R. Barnett, A. Turner, and E. Demler, Phys. Rev. Lett. **97**, 180412 (2006).
14. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk, and B. A. Ivanov, Phys. Rev. Lett. **106**, 097202 (2011).
15. Ю. А. Фридман, О. А. Космачев, ФТТ **51**, 1104 (2009).
16. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, С. Г. Овчинников, ЖЭТФ **88**, 550 (1985).
17. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
18. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, and Ph. N. Klevets, J. Magn. Magn. Mater. **320**, 435 (2008).
19. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, ТМФ **81**, 263 (1989).
20. В. Г. Барьяхтар, Е. А. Туров, в сб. *Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов*, Наук. думка, Киев (1988), с. 39.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. I, Наука, Москва (1976).
22. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
23. Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман, ФТТ **34**, 66 (1992).