ЖЭТФ, 2013, том 143, вып. 2, стр. 211–215

СТАТИСТИКА РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ПАРЫ АТОМОВ В ЦЕПИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

В. А. Томилин[*], *Л. В. Ильичёв*

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 июля 2012 г.

Рассчитана статистика событий фотоиспусканий пары близко расположенных двухуровневых атомов в классическом световом поле, фаза которого с помощью системы обратной связи меняется на π после регистрации очередного спонтанного фотона, и проведено ее сравнение со статистикой в случае, когда обратная связь отсутствует. В обоих случаях наблюдается заметная антигруппировка фотонов в той области параметров, где антигруппировка отсутствует в системе одного атома. Обратная связь значительно усиливает антигруппировку. Данный эффект проявляется сильнее в относительно слабых полях и при значительных отстройках.

DOI: 10.7868/S0044451013020016

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие квантовой информатики сделало актуальным изучение разнообразных квантовых систем с обратной связью [1]. При этом особый интерес представляют открытые квантовые системы, обменивающиеся с окружением энергией и информацией и инициирующие обратную связь в процессе этого обмена, по причине фундаментальной случайности исхода квантовых измерений и случайности момента спонтанного перехода. Хорошо известна работа [2] об амплитудном сжатии излучения полупроводникового лазера с помощью цепи внешней обратной связи, управляемой неразрушающим измерением. Как показано в работе [3], контроль квантовой системы с помощью цепи обратной связи позволяет получать единственное значение для возможных исходов квантового измерения. Обратная связь позволяет приготавливать суперпозиции макроскопически различимых состояний излучения [4]. Организация обратной связи в квантово-оптических системах с помощью гомодинного детектирования части испущенного системой излучения предложена Вайсманом и Милбурном и составляет содержание работ [5]. В частности, данный метод позволяет эффективно управлять параметрами сжатия излучения, испущенного резонансно-флуоресцирующим двухуровневым атомом [6], а также стабилизировать атом в выбранном чистом квантовом состоянии в условиях несовершенного детектирования и других декогерирующих факторов, нарушающих когерентность [7]. В рамках теории квантовых стохастических процессов создана общая теория сетей [8], элементы которых соединены каналами передачи информации с помощью бозонных полей, реализующих, в частности, цепи обратной связи. Также с использованием этого аппарата создана общая теория фотодетектирования с учетом конечной ширины полосы пропускания фотодетектора, сторонних шумов и ненулевого времени задержки [9].

Во многих упомянутых работах в роли квантовой системы, контролируемой цепью обратной связи, выступает элементарный излучатель — атом или молекула. Имеющиеся технологии позволяют проводить эксперименты с единичными частицами. Примером может служить работа [10] о подавлении канала светоиндуцированного распада молекулы путем выключения лазера при попадании молекулы в состояние, из которого возможен распад. Под действием такой искусственной обратной связи происходит значительная качественная модификация процесса

[*]E-mail: 8342tomilin@mail.ru

распада. Представляет интерес исследование именно этого аспекта — как и в какой степени изменяется картина хорошо известных физических процессов с элементарными излучателями при помещении их в цепь обратной связи. Для простейшей системы — двухуровневого атома с дипольным переходом в оптическом диапазоне — таким процессом является резонансная флуоресценция. С помощью обратной связи испущенные спонтанные фотоны модифицируют параметры монохроматического излучения, накачивающего атом. Модификация фазы квантованного излучения — изменение ее на π — при регистрации каждого спонтанного кванта фигурировала в работе [11], где теоретически исследуется взаимодействие атома с полем в суперпозиции пары глауберовских состояний с противоположными амплитудами (состояние «кошки Шредингера»). Изменение фазы служит для восстановления когерентности суперпозиции, разрушающейся при испускании атомом спонтанных фотонов.

В работе [12] был рассчитан спектр резонансной флуоресценции двухуровневого атома в классическом световом поле, фаза которого, так же как и в работе [11], с помощью системы обратной связи меняется на π после регистрации очередного спонтанного фотона, а небольшая доля флуоресценции подвергается спектральным измерениям. Как оказалось, спектр имеет некоторое сходство с известным триплетом Раутиана – Моллоу. Однако боковые компоненты приобретают резкую асимметрию при ненулевой отстройке частоты светового поля от резонанса с частотой перехода атома. Кроме того, спектр сохраняет выраженную триплетную форму даже за пределами секулярного приближения, когда боковые компоненты в структуре Раутиана – Моллоу в отсутствие обратной связи становятся неразличимы.

Представляет интерес исследование влияния обратной связи на свойства резонансной флуоресценции, дополнительные к спектральным, а именно на статистику событий испускания спонтанных квантов. Статистика фотоиспусканий при резонансной флуоресценции двухуровневого атома привлекла в свое время большое внимание [13, 14]. Была предсказана [15] и обнаружена [16] антигруппировка фотоиспусканий в каждый из боковых компонентов триплета Раутиана – Моллоу, а для фотоиспусканий в объединение боковых компонент (без их различения) имеет место группировка [17]. Нетрудно заметить, однако, что введение обратной связи не может изменить статистику в пределе, когда фотоиспускания рассматриваются как абсолютно точно локализованные во времени события. Действительно, после регистрации такого фотоиспускания атом оказывается в основном состоянии. При этом когерентность между основным и возбужденным уровнями отсутствует, а вместе с ней — всякая память о фазе поля до регистрации фотоиспускания. По этой причине переключение фазы поля не будет влиять на вероятность следующего фотоиспускания. Иное дело в случае пары атомов, являющейся объектом изучения в настоящей работе. Теперь регистрация фотоиспускания не обязана приводить систему в основное состояние. Один из атомов способен сохранять когерентность и, следовательно, память о фазе, при которой эта когерентность возникла. Переключение фазы поля может в этом случае существенно модифицировать статистику фотоиспусканий, что и показано в настоящей работе.

2. МОДЕЛЬ

Рассматривается взаимодействие пары двухуровневых атомов (основное состояние $|g\rangle$ и возбужденное $|e\rangle$) с классическим монохроматическим световым полем. Предполагаем, что расстояние между атомами меньше длины волны резонансного излучения. В этом случае при оптических переходах не меняется симметрия состояния пары атомов при их перестановке. Иными словами, нетривиальная эволюция осуществляется внутри подпространства симметричных состояний, натянутого на векторы

$$|ee\rangle, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle + |ge\rangle), \quad |gg\rangle. \tag{1}$$

При использовании формализма энергетического квазиспина, когда состоянию возбужденного (невозбужденного) атома сопоставляется состояние $|1/2\rangle$ ($|-1/2\rangle$) половинного квазиспина, эти состояния соответствуют суммарному квазиспину $J = 1$ с проекциями соответственно 1, 0 и -1. Антисимметричное состояние $(|eg\rangle - |ge\rangle)/\sqrt{2}$, отвечающее нулевому суммарному квазиспину, выключено из взаимодействия с излучением.

Кинетическое уравнение для статистического оператора пары атомов в цепи обратной связи выводится так же, как и в случае одного атома [12]. Переключение фазы светового поля на π (т. е. изменение знака поля) в результате регистрации спонтанно испущенного фотона предполагает наличие классического параметра σ, принимающего значения 0 или 1 в зависимости от четности числа зарегистрированных фотонов за период наблюдения.

Параметр σ описывает состояние некоторого классического устройства, задающего фазу поля. Описание эволюции атомов требует рассмотрения совместного состояния атомной пары и данного классического устройства. А именно, необходимо иметь дело с двумя статистическими операторами $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$, такими что $\hat{\varrho}(t) = \hat{\varrho}^{(0)}(t) + \hat{\varrho}^{(1)}(t)$ есть обычный статистический оператор системы атомов, а $p_\sigma(t) = \mathrm{Tr}\,\hat{\varrho}^{(\sigma)}(t)$ — вероятность нахождения классического устройства в состоянии σ. Эволюция операторов $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$ оказывается связанной:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(0)}(t) = -\imath[\hat{H}(0), \hat{\varrho}^{(0)}(t)] + \\ &+ \gamma\hat{J}_-\hat{\varrho}^{(1)}(t)\hat{J}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{\varrho}^{(0)}(t)\}, \\ &\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(1)}(t) = -\imath[\hat{H}(1), \hat{\varrho}^{(1)}(t)] + \\ &+ \gamma\hat{J}_-\hat{\varrho}^{(0)}(t)\hat{J}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{\varrho}^{(1)}(t)\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь

$$\hat{H}(\sigma) = \Delta\hat{J}_3 + (-1)^\sigma\Omega(\hat{J}_+ + \hat{J}_-) \tag{3}$$

— гамильтониан взаимодействия атома с полем в режиме определенной фазы последнего (прямым взаимодействием между атомами мы пренебрегаем); $\hat{J}_\pm = \hat{J}_1 \pm \imath\hat{J}_2$ — повышающий и понижающий операторы проекции квазиспина, т.е. собственного значения оператора $\hat{J}_3$; Δ — разность частоты перехода атома и частоты поля; Ω — частота Раби; γ — скорость спонтанного распада; фигурные скобки обозначают антикоммутатор. Факт переключения фазы поля в результате регистрации спонтанного кванта отражена в структуре членов прихода (так называемых «сэндвичных» слагаемых) в правых частях уравнений. Именно посредством этих слагаемых эволюция операторов $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$ оказывается связанной. Предполагается, что переключение фазы поля происходит быстро в сравнении с характерным масштабом времени эволюции этих статистических операторов, которое задается параметрами Δ, Ω и γ. Благодаря этому мы можем анализировать процесс в рамках марковских уравнений.

Для нахождения статистики фотоиспусканий воспользуемся обобщением метода из работы [18] (см. также [19, 20]). В дополнение к объединенному состоянию атомов и устройства, задающего фазу поля, теперь присутствует также счетчик числа n испущенных квантов. Вместо статистических операторов $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$ введем наборы операторов $\{\hat{\varrho}^{(0)}(n,t)\}_{n=0}^\infty$ и $\{\hat{\varrho}^{(1)}(n,t)\}_{n=0}^\infty$, пронумерованных числом n. Индексы «0» и «1» обозначают теперь фазу поля в момент начала счета фотонов. Эти операторы эволюционируют независимо:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(0)}(n,t) = -\imath[\hat{H}(n), \hat{\varrho}^{(0)}(n,t)] + \\ &+ \gamma\hat{J}_-\hat{\varrho}^{(0)}(n-1,t)\hat{J}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{\varrho}^{(0)}(n,t)\}, \\ &\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(1)}(n,t) = -\imath[\hat{H}(n+1), \hat{\varrho}^{(1)}(n,t)] + \\ &+ \gamma\hat{J}_-\hat{\varrho}^{(1)}(n-1,t)\hat{J}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{\varrho}^{(1)}(n,t)\}, \end{aligned} \tag{4}$$

и через них может быть выражено распределение вероятности числа испущенных фотонов:

$$p(n,t) = \mathrm{Tr}\,\hat{\varrho}^{(0)}(n,t) + \mathrm{Tr}\,\hat{\varrho}^{(1)}(n,t). \tag{5}$$

Удобно ввести операторнозначные производящие функции

$$\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \hat{\varrho}^{(\sigma)}(n,t), \tag{6}$$

которые связаны с распределением вероятности соотношением

$$p(n,t) = \frac{1}{n!}\left.\frac{\partial^n \sum_\sigma \mathrm{Tr}\,\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t)}{\partial x^n}\right|_{x=0} \tag{7}$$

и, согласно (4), удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\hat{Q}^{(0)}(x,t) = -\imath\Delta[\hat{J}_3, \hat{Q}^{(0)}(x,t)] - \\ &- \imath\Omega[\hat{J}_+ + \hat{J}_-, \hat{Q}^{(0)}(-x,t)] + \gamma x\hat{J}_-\hat{Q}^{(0)}(x,t)\hat{J}_+ - \\ &- \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{Q}^{(0)}(x,t)\}, \\ &\frac{d}{dt}\hat{Q}^{(1)}(x,t) = -\imath\Delta[\hat{J}_3, \hat{Q}^{(1)}(x,t)] + \\ &+ \imath\Omega[\hat{J}_+ + \hat{J}_-, \hat{Q}^{(1)}(-x,t)] + \gamma x\hat{J}_-\hat{Q}^{(1)}(x,t)\hat{J}_+ - \\ &- \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{Q}^{(1)}(x,t)\} \end{aligned} \tag{8}$$

с начальными условиями $\hat{Q}^{(\sigma)}(x,0) = \hat{\varrho}_{st}^{(\sigma)}$, где $\hat{\varrho}_{st}^{(\sigma)}$ — стационарные решения системы (2).

Поскольку эволюция развивается в пространстве состояний единичного квазиспина, уравнения (8) целесообразно решать, разлагая $\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t)$ по базису 9-мерного операторного пространства

$$\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3, \hat{J}_1^2, \hat{J}_2^2, \hat{J}_3^2, \{\hat{J}_2, \hat{J}_3\}, \{\hat{J}_3, \hat{J}_1\}, \{\hat{J}_1, \hat{J}_2\} \tag{9}$$

с дополнительным условием

$$\sum_{i=1}^{3} \hat{J}_i^2 = 2. \tag{10}$$

Операторы (9) образуют алгебру, правила умножения которой задаются следующим соотношением для операторов единичного углового момента:

$$\hat{J}_i\hat{J}_j\hat{J}_k = \imath\varepsilon_{ijk}+\frac{1}{2}(\delta_{ij}\hat{J}_k+\delta_{jk}\hat{J}_i)-\frac{\imath}{2}\varepsilon_{ilk}\{\hat{J}_l,\hat{J}_j\}. \quad (11)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Поскольку в (8) наряду с $\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t)$ входят также $\hat{Q}^{(\sigma)}(-x,t)$, число уравнений в системах для $\sigma = 0, 1$ с учетом 9-мерности операторного пространства увеличивается до 18 и оказывается слишком большим для получения явного решения и вычисления из него распределения $p(n,t)$ числа фотоотсчетов. По этой причине мы ограничимся исследованием некоторых свойств двух первых моментов этого распределения — среднего числа фотоотсчетов

$$\langle n\rangle_t = \left.\frac{\partial\sum_\sigma \operatorname{Tr}\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t)}{\partial x}\right|_{x=1} \quad (12)$$

и его дисперсии

$$\langle(\Delta n)^2\rangle_t = \left|\left.\frac{\partial^2\sum_\sigma \operatorname{Tr}\hat{Q}^{(\sigma)}(x,t)}{\partial x^2}\right|_{x=1}\right| + \langle n\rangle_t - \langle n\rangle_t^2. \quad (13)$$

Эти моменты определяют главные качественные черты статистики фотоотсчетов — группировку или антигруппировку. Представляет интерес сравнение с известными результатами [18] для одного атома[1)]. Как показано в этой работе, в пределе сильных полей и умеренных отстроек статистика фотоотсчетов в случае одного атома оказывается практически пуассоновской. В рассматриваемой задаче именно в этом диапазоне параметров зависимость дисперсии числа фотоотсчетов от времени может быть с хорошей точностью аппроксимирована следующей простой функцией (как с обратной связью, так и без нее):

$$\langle(\Delta n)^2\rangle_t = a(1-e^{-bt})+ct, \quad c>0, \quad (14)$$

т. е. при $t\to\infty$ дисперсия, как и среднее, ведет себя линейно. Эта формула описывает поведение дисперсии в области $\sqrt{\Delta^2+\Omega^2}\gg\gamma$ со среднеквадратичным отклонением 10^{-7}–10^{-4}.

Численный анализ показывает, что введение второго атома радикально меняет ситуацию. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Линейная

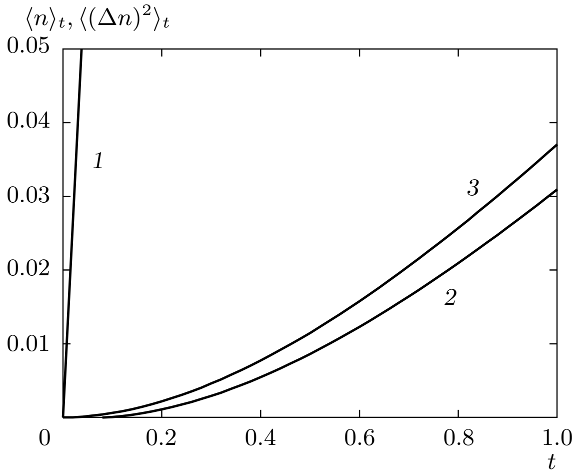

Рис. 1. Зависимости от времени среднего числа фотоиспусканий (*1*) и его дисперсии с обратной связью (*2*) и без нее (*3*) при $\Delta/\gamma = 1$, $\Omega/\gamma = 25$

зависимость времени среднего числа фотоотсчетов практически не чувствительна к появлению обратной связи. В дисперсии обратная связь уже проявляется, хотя и не очень ярко при данных параметрах. Главным является неожиданно яркий феномен антигруппировки, вносимый появлением второго атома. Отношение

$$A = \left.\frac{\langle(\Delta n)^2\rangle_t}{\langle n\rangle_t}\right|_{t\to\infty} \quad (15)$$

асимптотики наклона кривой дисперсии и среднего числа фотоотсчетов, являющейся естественной количественной характеристикой антигруппировки, оказывается равным $A = 0.058$ и $A_f = 0.052$ соответственно при отсутствии и наличии обратной связи.

Обратная связь практически не меняет среднего значения числа фотоиспусканий, но оказывает значительное влияние на дисперсию, т. е. степень антигруппировки отличается в случае обратной связи. Зависимости изменения отношения степени антигруппировки без обратной связи, A, к степени антигруппировки в присутствии обратной связи, A_f, от параметров задачи представлены на рис. 2. Как видно из приведенных зависимостей, обратная связь драматически увеличивает степень антигруппировки с удалением от резонанса. Также эффект усиливается с уменьшением Ω, т. е. в менее сильных полях.

Мы можем констатировать очень яркое воздействие обратной связи на статистику флуоресценции пары атомов. Это воздействие обусловлено, как было указано во Введении, памятью системы о предыдущей фазе поля после ее переключения.

1) Напомним, что наличие или отсутствие обратной связи не меняет результат в случае одного атома.

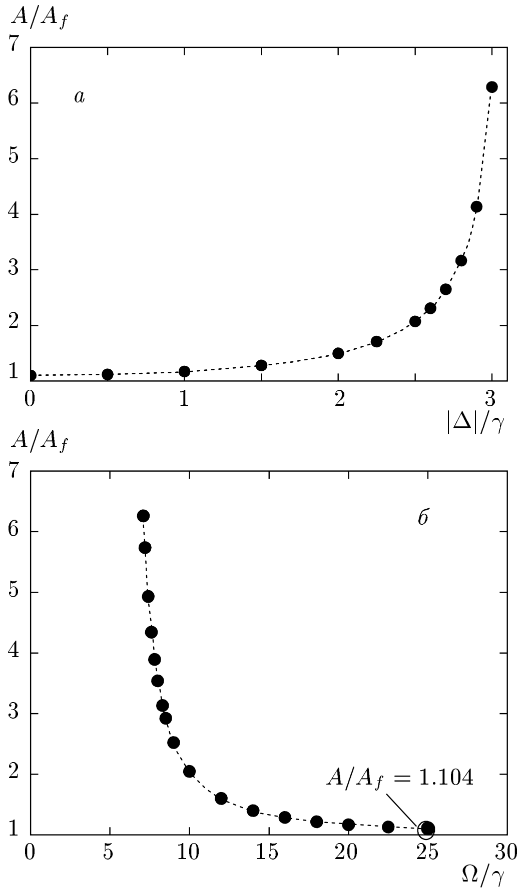

Рис. 2. Зависимости отношения коэффициентов антигруппировки от отстройки (a) и частоты Раби ($б$). Отношение коэффициентов антигруппировки не зависит от знака отстройки. a — $\Omega/\gamma = 20$, $б$ — $\Delta/\gamma = 1$. Точка $\Omega/\gamma = 25$ отвечает значениям параметров на рис. 1

Аналогичный эффект можно ожидать и в одном атоме, если счет испущенных фотонов сопровождается их мягкой частотной селекцией по компонентам триплета резонансной флуоресценции. В этом случае испущенный фотон некоторое время до регистрации проводит в частотном селекторе, а атом продолжает взаимодействовать со световым полем. Поэтому при регистрации фотона и переключении фазы мы уже не можем утверждать, что атом находится в основном состоянии. Возникшая к этому моменту когерентность начинает эволюционировать в поле с новой фазой. Исследование статистики таких событий требует отдельного рассмотрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-02-01130), Президиума СО РАН и программы Отделения физических наук РАН «Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения».

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Wiseman and G. Milburn, *Quantum Measurement and Control*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2010).
2. Y. Yamamoto, N. Imoto, and S. Machida, Phys. Rev. A **33**, 3443 (1986).
3. R. van Handel, J. K. Stockton, and H. Mabuchi, IEEE Trans. Automat. Control **50**(6), 768 (2005).
4. A. Negretti, U. V. Poulsen, and K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. **99**, 223601 (2007).
5. H. M. Wiseman and G. J. Milburn, Phys. Rev. Lett. **70**, 548 (1993); H. M. Wiseman, Phys. Rev. A **49**, 2133 (1994).
6. A. Barchielli, M. Gregoratti, and M. Licciardo, Int. J. Quant. Inf. **6**, 581 (2008); Europ. Phys. Lett. **85**, 14006 (2009).
7. H. M. Wiseman, S. Manchini, and J. Wang, Phys. Rev. A **66**, 013807 (2002).
8. J. Gough and M. R. James, Commun. Math. Phys. **287**, 1109 (2009); J. Gough, R. Gohm, and M. Yanagisawa, Phys. Rev. A **78**, 062104 (2008).
9. P. Warszawski and H. M. Wiseman, arXiv: quant-ph/0206125v1.
10. V. Jacques et al., arXiv:quant-ph/0707.3200.
11. Д. Е. Хорошко, С. Я. Килин, ЖЭТФ **117**, 844 (2000).
12. В. А. Томилин, Л. В. Ильичёв, Письма в ЖЭТФ **94**, 9 (2011).
13. H. J. Kimble and L. Mandel, Phys. Rev. A **13**, 2123 (1976).
14. B. R. Mollow, Phys. Rev. **188**, 1969 (1969).
15. H. J. Carmichel and D. F. Walls, J. Phys. B **9**, 1199 (1976).
16. H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
17. P. A. Apanasevich and S. Ja. Kilin, J. Phys. B **12**, L83 (1979).
18. R. J. Cook, Phys. Rev. A **23**, 1243 (1981).
19. Л. В. Ильичёв, Теор. мат. физ. **127**, 168 (2001).
20. Л. В. Ильичёв, Опт. и спектр. **99**, 93 (2005).