ЖЭТФ, 2012, том 142, вып. 2 (8), стр. 279–281

СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В УЛЬТРАХОЛОДНЫХ ГАЗАХ С ОБМЕННЫМ И СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

Т. Л. Андреева, П. Л. Рубин [*]

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 31 января 2012 г.

Исследована динамика спиновых волн в ультрахолодных газах с учетом обменного и спин-орбитального взаимодействий. Используется точный базис атомных состояний с учетом всех вращательных квантовых чисел атома. В гидродинамическом приближении получен закон дисперсии спиновых волн для фермионов и бозонов.

Холодные и ультрахолодные газы продолжают оставаться актуальным объектом теоретических и экспериментальных исследований (см., например, работу [1] и ссылки в ней). Появились работы, в которых исследуются атомы не только в S-состоянии, но и в P-состоянии (с ненулевым орбитальным моментом). В работе [2] исследуются атомы индия, галлия, йода $\mathrm{In}(^2P_{1/2})$, $\mathrm{Ga}(^2P_{1/2})$, $\mathrm{I}(^2P_{1/2})$ и ряд других. Оказалось, что столкновительная зеемановская релаксация атомов $\mathrm{Ga}(^2P_{1/2})$ и $\mathrm{In}(^2P_{1/2})$ в холодном газе ^{4}He очень сильно (на много порядков) отличается от соответствующих величин в состоянии $^2P_{3/2}$.

В работе [3] получен интересный результат: показано, что ультрахолодный нейтральный газ может вести себя как «не нейтральная плазма» благодаря существованию эффективного электрического заряда, связанного с нейтральными атомами. В результате нейтральные атомы отталкиваются друг от друга так, словно они заряжены. В работе Нату и Мюллера [4] рассматриваются особенности спиновых волн в бозе-газах со спином 1.

Отметим, что по-прежнему не уделяется должного внимания микроскопической структуре квантового больцмановского интеграла столкновений с учетом всех внутренних степеней свободы атома (спин, орбитальный момент и др., см., например, [5, 7]). Последовательное вычисление квантового интеграла столкновений, основанное на цепочке уравнений Боголюбова (с использованием квантовой амплитуды рассеяния или T-матрицы), позволяет построить теорию спиновых волн в холодных газах без введения феноменологических добавок в кинетическое уравнение. Именно такой метод использовался в наших работах по исследованию спиновых волн в холодных парамагнитных газах с атомами в S-состояниях [8].

В нашей предыдущей работе исследовалось влияние спин-орбитального взаимодействия в P-состоянии на распространение спиновых волн в магнитных ловушках. При этом использовалась упрощенная схема LS-взаимодействия, которая может быть использована только для легких атомов. В настоящей работе упрощение снимается и используется точный базис атомных состояний с учетом полного момента $J = L + S$. При этом используются J-символы Вигнера [9]. Кроме того будет учитываться обменное взаимодействие, которое не рассматривалось в нашей предыдущей работе, посвященной атомам с ненулевым орбитальным моментом [10].

Матрицу рассеяния сталкивающихся атомов (1 и 2) с учетом спин-орбитального взаимодействия можно записать в операторном виде следующим образом:

$$\hat{T} = \hat{t} + \theta \hat{S}_1 \hat{S}_2 + K\left(\hat{L}_2 \hat{S}_1 + \hat{L}_1 \hat{S}_2\right). \qquad (1)$$

Первых два слагаемых здесь учитывают обменное взаимодействие частиц, а последнее слагаемое описывает спин-орбитальное взаимодействие атомов ($\hat{t}$ — явно не зависящая от спинов часть $\hat{T}$-матрицы, которая возникает вследствие тождественности сталкивающихся частиц). В тяжелых атомах спин-орбитальное взаимодействие может быть срав-

[*] E-mail: rubin@sci.lebedev.ru

нимо по порядку величины с обменным взаимодействием [11].

Функция Вигнера атомов со спином $1/2$ и ненулевым орбитальным моментом в магнитном поле имеет вид

$$f\left(m, m', p, x\right) = \frac{1}{2} n w(p) \times \\ \times \left(\delta_{mm'} \varphi(p,x) - g\mu_0 \left(\mu_i(p,x) + M_i\right) J^i\left(m, m'\right)\right). \quad (2)$$

Здесь m и m' — проекции момента J. В настоящей работе рассматривается случай $J = 1/2$, $L = 1$, $S = 1/2$. Вектор J имеет две проекции: $\pm 1/2$, отвечающие состояниям, которые в магнитном поле имеют разные энергии; μ_0 — магнетон Бора; g — гиромагнитное отношение; функция $w[p]$ — нормированное на единицу максвелловское распределение атомов по импульсам; n — концентрация атомов; M_i — вектор внешней поляризации, направленный вдоль оси z (в единицах μ_0); $\mu_i(p,x)$ — собственный магнитный момент атома при $M_i = 0$; $J^i\left(m, m'\right)$ — матрица оператора полного момента количества движения. Для вектора M имеет место нормировка $|M| \le 1$. При этой нормировке $|M| = 1$ отвечает полностью поляризованному газу. Все вычисления выполняются с использованием циклических компонент векторов и j-символов Вигнера [9]. Вектор магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ имеет циклические компоненты (μ_1, μ_0, μ_{-1}), причем спиновые волны возникают только на компонентах $\mu_{\pm 1}$.

Как было показано в наших предыдущих работах, основную роль в возникновении спиновой волны в магнитном поле при низких температурах играет мнимая часть члена ухода в интеграле столкновений [8]. Диффузионное затухание спиновой волны определяется действительным членом прихода, который меньше члена ухода в отношении A/λ_B, где A — амплитуда упругого рассеяния атомов, а λ_B — дебройлевская длина волны атомов. При низких температурах это отношение много меньше единицы, что обеспечивает слабое затухание спиновой волны при s-рассеянии [5, 8]. В пара̀х рубидия, где наблюдались спиновые волны большой интенсивности при температуре 0.6 мкК, это отношение составляло величину порядка 10 [12] (см. также [5]).

Будем рассматривать атомы в P-состоянии (орбитальный момент $L = 1$). Такие атомы, как упоминалось выше, уже исследуются экспериментально. В частности, были обнаружены аномалии в зеемановской релаксации холодных атомов галлия и индия в состояниях $^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$ [1]. При достаточно низких температурах (порядка мкК) $\hat{T}$-матрицу можно считать не зависящей от угла рассеяния, причем вещественная часть амплитуды рассеяния значительно превышает мнимую. Отношение вещественной и мнимой частей амплитуды рассеяния пропорционально отношению дебройлевской длины волны к длине упругого рассеяния.

Член прихода в P-состояниях по-прежнему определяет только диффузионное затухание спиновых волн и в холодных газах остается малым (пропорционально отношению мнимой и вещественной частей амплитуды рассеяния). Поэтому в настоящей работе он не рассматривается.

Таким образом, при рассмотрении спиновых волн в холодных газах достаточно вычислить лишь член ухода в интеграле столкновений:

$$I^o_{mm'}(p,x) = i(2\pi)^3\hbar^2 \int dp_1 \times \\ \times \left[T_{mm_1m_2m_3}\left(\frac{p-p_1}{2}, \frac{p-p_1}{2}\right) f_{m_3m_1}(p_1) f_{m_2m'}(p) - \right. \\ - \bar{T}_{m'm_1m_2m_3}\left(\frac{p-p_1}{2}, \frac{p-p_1}{2}\right) \times \\ \left. \times f_{m_1m_3}(p_1) f_{mm_2}(p)\right]. \quad (3)$$

Сначала рассмотрим газ, атомы которого имеют полуцелый спин (фермионы). После линеаризации интеграла столкновений кинетическое уравнение для магнитного момента в гидродинамическом приближении принимает следующий вид (для перехода $m = \frac{1}{2} \leftrightarrow m' = -\frac{1}{2}$):

$$(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} + \nu - \omega)\mu_{-1}(p,x) = \\ = \nu \int w\left(p'\right) \mu_{-1}\left(p', x\right) \, dp'. \quad (4)$$

Отметим, что одна и та же частота столкновений

$$\nu = \pi^3 g^2 M n \mu_0^2 \hbar^2 \left(6\,\mathrm{Re}(K) + 18\,\mathrm{Re}(t) - \mathrm{Re}(\theta)\right) \quad (5)$$

входит как в правую, так и в левую части уравнения для фермионов. Здесь t — матричный элемент оператора $\hat{t}$ в рассматриваемом базисе $(J = L + S)$ с учетом тождественности частиц. Частота ω отсчитывается от величины зеемановского сдвига $\omega_0 = 2H\mu/\hbar$. В гидродинамическом приближении, когда $\nu \gg kv$, закон дисперсии спиновых волн принимает вид

$$\omega = \frac{k^2 \bar{v}^2}{3\nu}. \quad (6)$$

Здесь $\bar{v}$ — средняя тепловая скорость атомов при максвелловском распределении атомов по скоростям.

Для бозонов формулы выглядят несколько иначе. Уравнение для магнитного момента принимает вид:

$$(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}+\nu_1-\omega)\mu_{-1}(p,x) = \\ = \nu_2\int w\,(p')\,\mu_{-1}\,(p',x)\;dp'. \quad (7)$$

Это уравнение содержит уже две частоты ν_1 и ν_2:

$$\nu_1 = \pi^3 g^2 M n \mu_0^2 \hbar^2\,(18\,\mathrm{Re}(t) - 2\,\mathrm{Re}(K))\,, \quad (8)$$

$$\nu_2 = \pi^3 g^2 M n \mu_0^2 \hbar^2\,(2\,\mathrm{Re}(K) - 18\,\mathrm{Re}(t) - \mathrm{Re}(\theta))\,. \quad (9)$$

Закон дисперсии зависит только от ν_2:

$$\omega = \frac{k^2\bar{v}^2}{3\nu_2}. \quad (10)$$

Изотопы одного и того же атома могут быть как фермионами, так и бозонами. В этом случае отношение частот ν и ν_2 принимает вид:

$$\nu/\nu_2 = \frac{6\,\mathrm{Re}(K)+18\,\mathrm{Re}(t)-\mathrm{Re}(\theta)}{2\,\mathrm{Re}(K)-18\,\mathrm{Re}(t)-\mathrm{Re}(\theta)}.$$

При повышении температуры $t\to 0$ и при условии, что спин-орбитальное взаимодействие мало, отношение $\nu/\nu_2 \to 1$, как и следовало ожидать.

В заключение отметим, что запись члена ухода в интеграле столкновений холодных атомов с использованием матрицы рассеяния (1) на нулевой угол позволила выявить ряд особенностей в спектрах спиновых волн в газах, связанных с учетом тождественности атомов [8].

Важно подчеркнуть, что спиновые волны в магнитном поле при низких температурах существуют даже в случае, когда $\hat{T}$-матрица (или амплитуда рассеяния) включает только слагаемое $\hat{t}$, которое в явном виде от спинов атомов не зависит. Причина этого заключается в том, что учет тождественности частиц приводит к эффективной зависимости динамики магнитного момента от спиновых корреляций; аналогично тому, как учет тождественности частиц, взаимодействие которых в исходном гамильтониане не зависит от спинов, приводит к эффективному обменному взаимодействию (см. [11]).

Авторы благодарны И. Л. Бейгману за полезные дискуссии. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00200).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. V. Tscherbul et al., Phys. Rev. A **80**, 040701(R) (2009).
2. M.-J. Lu et al., Phys. Rev. A **77**, 060701(R) (2008).
3. J. T. Mendonça, Phys. Rev. A **81**, 023421 (2010).
4. S. S. Natu and E. J. Mueller, arXiv:0910.3268v1.
5. J. N. Fuchs, D. M. Cangardt, and F. Laloë, Eur. Phys. J. D **25**, 5775 (2003).
6. R. F. Snider, J. Chem. Phys. **32**, 1051 (1960).
7. W. J. Mullin and R. J. Ragan, Phys. Rev. A **74**, 043607(7) (2006).
8. Т. Л. Андреева, П. Л. Рубин, ЖЭТФ **129**, 863 (2006); Письма в ЖЭТФ **86**, 216 (2007); ЖЭТФ **134**, 949 (2008).
9. А. П. Юцис, А. А. Бандзайтис, *Теория момента количества движения в квантовой механике*, «Минтис» (1965).
10. Т. Л. Андреева, П. Л. Рубин, Письма в ЖЭТФ **91**, 40 (2010).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Физматгиз, Москва (1963).
12. H. J. Lewandowski et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 07403 (2002).