ВЛИЯНИЕ ТОКА НА КОЛЕБАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ПЕРЕХОДЕ ФЕРРОМАГНЕТИК–АНТИФЕРРОМАГНЕТИК

Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман^{*}, Э. М. Эпштейн

 Φp язинский филиал

Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук 141190, Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 мая 2011 г.

Исследуется влияние поляризованного по спину тока на стационарную намагниченность и колебания намагниченности антиферромагнетика в магнитном переходе ферромагнетик–антиферромагнетик. Проводится обобщение приближения макроспина для описания антиферромагнетиков. Скошенная конфигурация антиферромагнетика и результирующий магнитный момент создаются путем наложения внешнего магнитного поля. Вычисляются резонансная частота, затухание и пороговая плотность тока, соответствующая возникновению неустойчивости. Показана возможность генерации слабо затухающих колебаний намагниченности в терагерцевом диапазоне. Обсуждается влияние флуктуаций на скошенную конфигурацию антиферромагнетика.

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие эффекта переноса спинового крутильного момента током в ферромагнитных переходах [1,2] привело к появлению большого числа экспериментальных работ, в которых наблюдалось переключение магнитной конфигурации перехода [3], генерация спиновых волн [4], увлечение доменных стенок [5], модификация ферромагнитного резонанса [6]. Известно, что в ферромагнитных переходах передача спинового крутильного момента от поляризованных по спину электронов в решетку приводит к появлению отрицательного затухания, которое при некоторой плотности тока превышает положительное (гильбертово) затухание с возникновением неустойчивости исходной магнитной конфигурации. Соответствующая плотность тока довольно высока, порядка 10⁷ А/см², что, естественно, вызывает стремление понизить этот порог. Предлагались различные способы, в частности, использование магнитных полупроводников [7], у которых из-за малой намагниченности насыщения пороговая плотность тока снижается до 10⁵-10⁶ А/см². Однако из-за сравнительно низкой температуры Кюри применение таких материалов требует, как правило, низких температур. Кроме того, частота ферромагнитного резонанса здесь довольно мала. В связи с указанными

затруднениями для понижения порога предлагались и другие подходы, например, за счет высокого уровня спиновой инжекции [8] или в результате совместного действия внешнего магнитного поля и поляризованного тока [9,10]. Перспективным представляется также применение магнитных переходов ферромагнетик-антиферромагнетик, в которых ферромагнетик (FM) служит инжектором поляризованных по спину электронов, а слой антиферромагнетика (AFM) во внешнем магнитном поле, перпендикулярном к легкой оси, в результате «скошенности» магнитных подрешеток может иметь весьма малую намагниченность, что способствует понижению порога [11]. При этом частота собственных антиферромагнитных колебаний может быть и малой, и достаточно высокой, достигая величин порядка 10^{12} с⁻¹, т. е. терагерцевого диапазона. Однако исследованию и применению колебаний в терагерцевом диапазоне в антиферромагнетиках препятствует их сильное затухание. Подобное затухание, как уже упоминалось, в ферромагнитных переходах частично или полностью подавляется за счет поляризованного по спину тока. Возникает вопрос о возможности подавления затухания также и в переходах типа FM-AFM. Исследование этого вопроса и составляет основную цель данной статьи. Заметим, что в последние годы данная проблема привлекала внимание ряда исследователей [12-21].

^{*}E-mail: zil@ms.ire.rssi.ru

В статье [15] справедливо фокусируется внимание на двух механизмах *s*-*d*-обменного взаимодействия. В нашей терминологии это 1) механизм передачи током спинов и крутильного момента в решетку и 2) механизм инжекции неравновесных спинов током в зону проводимости. Оба механизма были обсуждены нами ранее [22–25]. Как будет видно из дальнейшего, эти механизмы в различной форме влияют также и на взаимодействие поляризованного тока со слоем AFM.

Отметим еще интересные работы [19, 20]. В этих работах теория основывалась на допущении, что спиновые потоки сохраняются в каждой из подзон. Однако в данной статье мы показываем, что подрешетки взаимодействуют друг с другом и в силу этого строго сохраняется только суммарный спиновый поток.

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим магнитный переход ферромагнетик-антиферромагнетик, перпендикулярно к слоям которого (в направлении оси x) протекает ток. Внешнее магнитное поле параллельно вектору намагниченности ферромагнетика и ориентировано в плоскости слоев yz. Используется простейшая модель антиферромагнетика с двумя эквивалентными подрешетками, показанная схематически на рисунке. Предполагается, что между FM- и AFM-слоями нанесен весьма тонкий (наноразмерной толщины) буферный слой, который предотвращает всякое обменное взаимодействие через поверхность раздела. В том числе этот слой препятствует наведению анизотропии.

Энергия антиферромагнетика (в расчете на еди-



Схема перехода FM–AFM, NM— немагнитный слой. Показаны направления основных векторов

ницу площади слоя) с учетом однородного и неоднородного обмена, анизотропии, внешнего магнитного поля, *s*-*d*-обменного взаимодействия электронов проводимости с магнитной решеткой и размагничивания имеет вид [26]

$$W = \int_{0}^{L_{AFM}} dx \left\{ \Lambda(\mathbf{M}_{1} \cdot \mathbf{M}_{2}) + \frac{1}{2}\alpha \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{M}_{1}}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \mathbf{M}_{2}}{\partial x} \right)^{2} \right\} + \alpha' \left(\frac{\partial \mathbf{M}_{1}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{2}}{\partial x} \right) - \frac{1}{2}\beta \left\{ (\mathbf{M}_{1} \cdot \mathbf{n})^{2} + (\mathbf{M}_{2} \cdot \mathbf{n})^{2} \right\} - \beta'(\mathbf{M}_{1} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{M}_{2} \cdot \mathbf{n}) - \left((\mathbf{M}_{1} + \mathbf{M}_{2}) \cdot \mathbf{H} \right) - \alpha_{sd} \left((\mathbf{M}_{1} + \mathbf{M}_{2}) \cdot \mathbf{m} \right) + 2\pi (M_{1} + M_{2})_{x}^{2} \right\}, \quad (1)$$

где $\mathbf{M}_1, \, \mathbf{M}_2$ — векторы намагниченности подрешеток, Λ — константа однородного обмена, α , α' — константы неоднородного обмена соответственно внутри подрешеток и между ними, β , β' — соответствующие константы анизотропии, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль оси анизотропии, Н — внешнее магнитное поле, т — намагниченность электронов проводимости, α_{sd} — (безразмерная) константа *s*-*d*-обменного взаимодействия, последний член описывает влияние размагничивания. Интегрирование проводится по толщине L_{AFM} антиферромагнитного слоя. Поскольку нас будет интересовать влияние поляризованного по спину тока на слой антиферромагнетика, мы рассматриваем случай идеального ферромагнитного инжектора с закрепленной намагниченностью решетки и отсутствием нарушения спинового равновесия электронов; это позволяет не включать в (1) энергию ферромагнитного слоя. В гамильтониане (1) присутствует энергия s-d-обмена и, следовательно, принципиально учтены оба упоминавшихся механизма взаимодействия с током.

Уравнения движения подрешеток с учетом затухания имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{i}}{\partial t} - \frac{\kappa}{M_{0}} \left[\mathbf{M}_{i} \times \frac{\partial \mathbf{M}_{i}}{\partial t} \right] + \gamma \left[\mathbf{M}_{i} \times \mathbf{H}_{eff}^{(i)} \right] = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

где M_0 — намагниченности подрешеток, κ — коэффициент затухания,

$$\mathbf{H}_{eff}^{(i)} = -\frac{\delta W}{\delta \mathbf{M}_i} \quad (i = 1, 2) \tag{3}$$

эффективные поля, действующие на соответствующие подрешетки.

Из формул (1)–(3) получаем уравнения движения для полной намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ и вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{M} \times \mathbf{n} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{L} \times \mathbf{n} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\alpha + \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\alpha - \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \\
+ \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}] + \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}_d] + \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}_{sd}] - \gamma \Lambda [\mathbf{L} \times \mathbf{M}] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\alpha + \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\alpha - \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] = 0, \quad (5)$$

где $\mathbf{H}_d = -4\pi \{ M_{1x} + M_{2x}, 0, 0 \}$ — размагничивающее поле,

$$\mathbf{H}_{sd}(x) = \frac{\delta}{\delta \mathbf{M}(x)} \int_{0}^{L_{AFM}} dx' \left(\mathbf{M}(x') \cdot \mathbf{m}(x') \right)$$
(6)

 — эффективное поле, создаваемое s-d-обменным взаимодействием. Это поле определяет вклад спиновой инжекции во взаимодействие электронов проводимости с решеткой антиферромагнетика.

Для вычисления поля $\mathbf{H}_{sd}(x)$ необходимо найти намагниченность электронов проводимости $\mathbf{m}(x)$. Подробности такого вычисления содержатся в наших предыдущих работах [9, 25]. Здесь мы приведем результат для случая, когда толщина слоя антиферромагнетика L_{AFM} мала по сравнению с длиной спиновой диффузии l при направлении тока, соответствующем потоку электронов от ферромагнетика к антиферромагнетику:

$$\mathbf{m} = (\overline{m} + \Delta m) \,\mathbf{M},$$
$$\Delta m = \frac{\mu_B \tau Q j}{e L_{AFM}} \left(\hat{\mathbf{M}}(0) \cdot \hat{\mathbf{M}}_F \right), \tag{7}$$

9 ЖЭТФ, вып.2

где \overline{m} — равновесная (в отсутствие тока) намагниченность электронов проводимости, Δm — неравновесная добавка, создаваемая током, $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M}/|\mathbf{M}|$ — единичный вектор в направлении намагниченности антиферромагнетика, $\hat{\mathbf{M}}_F$ — аналогичный вектор для ферромагнетика, μ_B — магнетон Бора, e — заряд электрона, τ — время спиновой релаксации электронов, j — плотность тока.

При варьировании интеграла (6) следует иметь в виду, что намагниченность электронов **m** зависит от ориентации вектора **M** по отношению к вектору намагниченности ферромагнетика \mathbf{M}_F . Из формул (6) и (7) получаем [9]

$$\mathbf{H}_{sd} = \alpha_{sd} \overline{m} \hat{\mathbf{M}} + \alpha_{sd} \frac{\mu_B \tau Q j}{e L_{AFM}} \left(\hat{\mathbf{M}}(0) \cdot \hat{\mathbf{M}}_F \right) \hat{\mathbf{M}} + \alpha_{sd} \frac{\mu_B \tau Q j}{e} \hat{\mathbf{M}}_F \delta(x-0).$$
(8)

Подстановка (8) в (4) и (5) дает

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \\
+ \gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}] + \gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_d] + \\
+ \gamma \alpha_{sd} \frac{\mu_B \tau Q j}{e} [\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F] \delta(x - 0) + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\alpha + \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \\
+ \frac{1}{2} \gamma (\alpha - \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}] + \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}] + \gamma [\mathbf{L} \times \mathbf{H}] + \gamma \alpha_{sd} \frac{\mu_B \tau Q j}{e} [\mathbf{L} \times \hat{\mathbf{M}}_F] \delta(x - 0) - \frac{\alpha_{sd} \overline{m}}{M} - \frac{\alpha_{sd} \mu_B \tau Q j}{e L_{AFM} M} \left(\hat{\mathbf{M}}(0) \cdot \hat{\mathbf{M}}_F \right) \right) [\mathbf{L} \times \mathbf{M}] + \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \frac{1}{2} \gamma (\alpha + \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\alpha - \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] = 0. \quad (10)$$

3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Уравнения движения (9) и (10) содержат производные по пространственной координате х. Поэтому для нахождения решений требуется иметь граничные условия на торцевых поверхностях AFM-слоя, т.е. при x = 0 и при $x = L_{AFM}$. Перейдем к формулировке этих граничных условий для перехода типа FM-AFM. Путь вывода подобных граничных условий подробно описан в работе [9]. Подчеркнем, что речь идет об условиях, зависящих от спиновой поляризации электронов. Типичная длина релаксации спиновой поляризации тока (длина «спиновой диффузии») *l* при комнатной температуре составляет десятки нанометров. Поэтому в первую очередь мы рассматриваем тонкие, «наноразмерные» по толщине, AFM-слои. Искомые граничные условия устанавливаются при протекании спиновых потоков через границы контактирующих сред из того требования, чтобы соблюдалась непрерывность этих пото-KOB.

Что же касается контактов между средами, в пределах которых, собственно, и действуют эти граничные условия, то их типичная толщина еще меньше, а именно, порядка квантовой длины волны электронов проводимости [1, 2]. В рассматриваемых металлах на поверхности Ферми квантовая длина составляет $\lambda_F \leq 1-3$ нм, в то время как другие характерные длины оказываются порядка $l, L_{AFM} \geq 20-30$ нм, так что можно считать $l, L_{AFM} \gg \lambda_F$.

Членам с производной по координате в уравнении (9) можно придать вид дивергенции:

$$\frac{1}{2}\gamma(\alpha + \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2}\gamma(\alpha - \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] = \\
= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2}\gamma(\alpha + \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right] + \\
+ \frac{1}{2}\gamma(\alpha - \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x} \right] \right\} \equiv \frac{\partial \mathbf{J}_M}{\partial x}. \quad (11)$$

Вектор \mathbf{J}_M представляет плотность потока намагниченности решетки.

Проинтегрируем уравнение (9) по x в узком интервале $0 < x < \varepsilon$ с последующим переходом к пределу $\varepsilon \to +0$. В интеграл дадут вклад лишь указанные члены с производной по координате и сингулярный член с δ -функцией. В результате получается эффективная плотность потока намагниченности с учетом вклада s-d-обмена на границе антиферромагнетика x = +0:

$$\mathbf{J}_{eff}(+0) = \mathbf{J}_{M}(+0) + \gamma \alpha_{sd} \times \frac{\mu_{B} \tau Q j}{e} \left[\mathbf{M}(+0) \times \hat{\mathbf{M}}_{F} \right]. \quad (12)$$

Плотность потока намагниченности, приходящего из ферромагнитного инжектора, равна

$$\mathbf{J}(-0) = \frac{\mu_B Q}{e} \, j \, \hat{\mathbf{M}}_F. \tag{13}$$

Составляющая этого вектора $\mathbf{J}_{\parallel} = \left(\mathbf{J}(-0) \cdot \hat{\mathbf{M}}(+0)\right) \hat{\mathbf{M}}(+0)$ остается у электронов, остальная часть,

$$\mathbf{J}_{\perp} = \mathbf{J}(-0) - \mathbf{J}_{\parallel} =$$

$$= \frac{\mu_B Q}{e} j \left\{ \hat{\mathbf{M}}_F - \hat{\mathbf{M}}(+0) \left(\hat{\mathbf{M}}_F \cdot \hat{\mathbf{M}}(+0) \right) \right\} =$$

$$= -\frac{\mu_B Q}{eM^2} j \left[\mathbf{M}(+0) \times \left[\mathbf{M}(+0) \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] \right], \quad (14)$$

в силу сохранения спиновых потоков [1, 2] передается в решетку AFM.

Из условия равенства потоков (12) и (14) получаем

$$\mathbf{J}_{M} = -\frac{\mu_{B}Q}{eM^{2}}j\left[\mathbf{M} \times \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_{F}\right]\right] - \gamma \alpha_{sd} \frac{\mu_{B}\tau Qj}{e}\left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_{F}\right], \quad (15)$$

где векторы **М** берутся при x = +0.

Воспользуемся теперь малостью толщины слоя антиферромагнетика по сравнению с длиной спиновой диффузии, $L_{AFM} < l$, и обменной длиной порядка $\sqrt{\alpha}$. Это позволяет применить приближение макроспина, которое подробно описано в работе [9]. В этом приближении намагниченность мало меняется на расстояниях порядка L_{AFM} , что позволяет написать

$$\frac{\partial \mathbf{J}_M}{\partial x} \approx \frac{\mathbf{J}_M(L_{AFM}) - \mathbf{J}_M(+0)}{L_{AFM}} = -\frac{\mathbf{J}_M(+0)}{L_{AFM}}, \quad (16)$$

поскольку на границе с немагнитным слоем, замыкающим электрическую цепь, поток равен нулю, $\mathbf{J}_M(L_{AFM}) = 0$. Это позволяет исключить из уравнения (9) члены с пространственной производной. В остальных членах проводится замена величин $\mathbf{M}(x,t)$ и $\mathbf{L}(x,t)$ их значениями при x = 0. В результате уравнение (9) принимает значительно более простой вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}] + \gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_d] + \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) [\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + K \left[\mathbf{M} \times \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] \right] + P \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] = 0, \quad (17)$$

где

$$K = \frac{\mu_B Q}{eL_{AFM} M^2} j, \quad P = \frac{\gamma \alpha_{sd} \mu_B \tau Q}{eL_{AFM}} j. \tag{18}$$

Член с *б*-функцией сюда не входит, так как он учтен в граничных условиях.

Теперь нам снова предстоит воспользоваться приближением макроспина, которым мы уже пользовались, чтобы из (9) получить уравнение (17). Это приближение теперь потребуется для того, чтобы исключить пространственные производные также и из уравнения (10). Воспользуемся известной [26] связью между векторами **M** и **L**, а именно, соотношениями $M^2 + L^2 = 4M_0^2$ и (**M** · **L**) = 0, откуда следуют условия

$$\left(\mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right) + \left(\mathbf{L} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t}\right) = 0,$$

$$\left(\mathbf{L} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right) + \left(\mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t}\right) = 0.$$
(19)

Подставляя (10) и (17) в (19), получаем, что для выполнения условий (19) слагаемые в (10)

$$\frac{1}{2}\gamma(\alpha + \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2}\gamma(\alpha - \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] \equiv \mathbf{X} \quad (20)$$

должны удовлетворять уравнениям

$$(\mathbf{X} \cdot \mathbf{M}) + K \left(\mathbf{L} \cdot \left[\mathbf{M} \times \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] \right] \right) + P \left(\mathbf{L} \cdot \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] \right) = 0, \quad (\mathbf{X} \cdot \mathbf{L}) = 0.$$
 (21)

Разложим искомый вектор **X** по трем взаимно перпендикулярным векторам:

$$\mathbf{X} = a\mathbf{M} + b\mathbf{L} + c\gamma[\mathbf{L} \times \mathbf{M}].$$
 (22)

Подстановка (22) в (21) дает $a = K \left(\mathbf{L} \cdot \hat{\mathbf{M}}_F \right) - P \left([\mathbf{L} \times \mathbf{M}] \cdot \hat{\mathbf{M}}_F \right), b = 0$. Что касается коэффициента c, то он представляет собой вносимую током

поправку к коэффициенту перед слагаемым $\gamma[\mathbf{L} \times \mathbf{M}]$ в уравнении (10), т. е., по существу, поправку к константе однородного обмена Л. Оценим эту поправку. Умножив (22) скалярно на $[\mathbf{L} \times \mathbf{M}]$, с учетом (20) получим

$$c = \frac{1}{M^2 L^2} \left([\mathbf{L} \times \mathbf{M}] \cdot \left\{ \frac{1}{2} (\alpha + \alpha') \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right] \right\} \right) = \frac{1}{2} \left\{ (\alpha + \alpha') \frac{1}{M^2} \left(\mathbf{M} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} \right) - (\alpha - \alpha') \frac{1}{L^2} \left(\mathbf{L} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial x^2} \right) \right\}.$$
 (23)

Видно, что $c \sim \alpha/L_{AFM}^2$, тогда как $\Lambda \sim \alpha/a^2$, где a — постоянная решетки [26]. Поскольку $L_{AFM} \gg a$, указанной поправкой к константе Λ можно пренебречь.

В результате уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \gamma \left[\mathbf{L} \times \mathbf{H} \right] + \gamma \left[\mathbf{L} \times \mathbf{H} \right] - \gamma \Lambda \left[\mathbf{L} \times \mathbf{M} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{L} \times \mathbf{n} \right] + \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{M} \times \mathbf{n} \right] + K \left[\mathbf{L} \times \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] \right] + P \left[\mathbf{L} \times \hat{\mathbf{M}}_F \right] = 0. \quad (24)$$

В константу Λ здесь включен также равновесный вклад от электронов проводимости $-\alpha_{sd}\overline{m}/M$.

Уравнения (17) и (24) представляют собой результат применения представления о макроспине к слою антиферромагнетика. Показано, что такое приближение может быть формально обосновано для AFM-слоя. Ранее подобное приближение было обосновано в работах [1, 2], но только для FM-слоев и было затем обобщено в [9] с целью учета спиновой инжекции в FM-слоях. Подход на основе макроспина соответствует экспериментальным условиям и значительно упрощает вычисления. Члены с коэффициентом K в (17), (24) описывают влияние механизма, связанного с передачей спинового крутильного момента, а члены с коэффициентом P — влияние спин-инжекционного механизма.

4. СПЕКТР И ЗАТУХАНИЕ ВОЛН НАМАГНИЧЕННОСТИ

Пусть легкая ось анизотропии лежит в плоскости антиферромагнитного слоя и направлена вдоль оси y, вектор намагниченности ферромагнетика направлен вдоль положительного направления оси z, внешнее магнитное поле и создаваемая им намагниченность антиферромагнетика также параллельны оси z (рисунок).

Нас будет интересовать поведение малых флуктуаций вокруг стационарного состояния $\mathbf{M} = \{0, 0, \overline{M}_z\}, \mathbf{L} = \{0, \overline{L}_y, 0\},$ т. е. величин

$$M_x, M_y, \tilde{M}_z = M_z - \overline{M}_z, L_x, \tilde{L}_y = L_y - \overline{L}_y, L_z.$$

Спроектируем уравнения (17), (24) на оси координат и ограничимся членами первого порядка по указанным малым величинам. Члены нулевого порядка содержатся только в проекции уравнения (24) на ось x. Они дают

$$\overline{M}_{z} = \frac{H_{z} + P/\gamma}{\Lambda + (\beta - \beta')/2} \approx \frac{H_{z} + P/\gamma}{\Lambda},$$

$$\overline{L}_{y} = \pm \sqrt{4M_{0}^{2} - \overline{M}_{z}^{2}} \approx \pm 2M_{0}.$$
(25)

Обратим внимание на то, что в создании магнитного момента наряду с внешним магнитным полем принимает участие поляризованный по спину ток благодаря действию инжекционного механизма взаимодействия электронных спинов с решеткой, которому соответствует параметр P в (25). Это взаимодействие приводит к появлению эффективного магнитного поля, параллельного намагниченности инжектора. В результате скошенная конфигурация антиферромагнетика может быть получена и без участия магнитного поля. Однако такая конфигурация может привести лишь к параллельной ориентации намагниченностей FM- и AFM-слоев, т.е. она обеспечивает $\mathbf{M}_{FM} \parallel \mathbf{M}_{AFM}$. При такой ориентации, как мы увидим ниже, неустойчивость не достигается. Для достижения неустойчивости необходимо накладывать внешнее магнитное поле.

Уравнения для малых величин первого порядка с учетом (25) принимают вид

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ -\overline{M}_z \frac{\partial M_y}{\partial t} + \overline{L}_y \frac{\partial L_z}{\partial t} \right\} + \left(\gamma H_z + P \right) M_y - \frac{1}{2} \gamma (\beta + \beta') \overline{M}_z M_y - \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') \overline{L}_y L_z + K \overline{M}_z M_x = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \overline{M}_z \frac{\partial M_x}{\partial t} - - \left(\gamma H_z + P + 4\pi\gamma \overline{M}_z\right) M_x + K \overline{M}_z M_x = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \tilde{M}_z}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \overline{L}_y \frac{\partial L_x}{\partial t} + \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') \overline{L}_y L_x = 0, \quad (28)$$

$$\frac{\partial L_x}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \overline{L}_y \frac{\partial \tilde{M}_z}{\partial t} - \overline{M}_z \frac{\partial \tilde{L}_y}{\partial t} \right\} - \gamma \left\{ \Lambda + \frac{1}{2} (\beta - \beta') \right\} \overline{L}_y \tilde{M}_z = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \tilde{L}_y}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \overline{M}_z \frac{\partial L_x}{\partial t} - \frac{1}{2} \gamma (\beta - \beta') \overline{M}_z L_x = 0, \quad (30)$$

$$\frac{\partial L_z}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \overline{L}_y \frac{\partial M_x}{\partial t} + \gamma \left\{ \Lambda + \frac{1}{2} (\beta - \beta') + 4\pi \right\} \times \overline{L}_y M_x + K \overline{M}_z L_z = 0. \quad (31)$$

Из системы уравнений (26)–(31) видно, что она распадается на две независимые системы уравнений относительно (M_x, M_y, L_z) и $(L_x, \tilde{L}_y, \tilde{M}_z)$. Они описывают две независимые ветви спектра, первая из которых соответствует прецессии вектора намагниченности вокруг направления магнитного поля, вторая — периодическому изменению длины вектора намагниченности вдоль магнитного поля. Исследуем сначала спектр и затухание первой ветви. Мы рассматриваем монохроматические колебания намагниченности с частотой ω и полагаем $M_x, M_y, L_z \sim \exp(-i\omega t)$. Тогда из уравнений (26), (27), (31) получаем

$$(-i\omega + K\overline{M}_z) M_x + \left\{\gamma H_z + P - \frac{1}{2}\gamma(\beta + \beta')\overline{M}_z - \frac{1}{2}\frac{i\kappa\omega}{M_0}\overline{M}_z\right\}M_y - \left\{\frac{1}{2}\gamma(\beta - \beta') - \frac{1}{2}\frac{i\kappa\omega}{M_0}\right\}\overline{L}_yL_z = 0, \quad (32)$$

$$(-i\omega + KM_z) M_y - \left\{\gamma H_z + P + 4\pi\gamma \overline{M}_z - \frac{1}{2} \frac{i\kappa\omega}{M_0} \overline{M}_z\right\} M_x = 0, \quad (33)$$

Заметим, что указанная выше аддитивность (в алгебраическом смысле, с учетом знака) внешнего магнитного поля и эффективного поля, создаваемого инжекцией, проявляется не только в стационарной намагниченности (25), но и в колебаниях намагниченности и вектора антиферромагнетизма: в уравнения (32), (33) эти поля входят «на равных правах». С учетом неравенств $\Lambda \gg 4\pi, \beta, \beta'$, которые выполняются для исследуемых образцов, а также из стационарных решений (25) получаем дисперсионное соотношение для колебаний намагниченности

$$(1 + \kappa^2)\omega^2 + 2i\nu\omega - \omega_0^2 = 0, \qquad (35)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{2\gamma^2 H_A H_E + (K\overline{M}_z)^2 + (\gamma H_z + P)^2}, \quad (36)$$

$$\nu = \kappa \gamma H_E + K \overline{M}_z, \qquad (37)$$

 $H_E = \Lambda M_0$ — обменное поле, $H_A = (\beta - \beta')M_0$ — поле анизотропии. Формулы (36) и (37) (без токовых слагаемых $K\overline{M}_z$ и P) согласуются с известными ранее выражениями [26,27]. При $H_E \sim 10^6$ – 10^7 Гс, $H_A \sim 10^3$ Гс получаем, что колебания происходят в терагерцевом диапазоне частот $\omega_0 \sim 10^{12}$ с⁻¹. В отсутствие тока затухание довольно большое: при $\kappa \sim 10^{-2}$

$$\frac{\nu}{\omega_0} = \kappa \sqrt{\frac{H_E}{2H_A}} \sim 1. \tag{38}$$

Рассмотрим вклад поляризованного по спину тока в затухание и частоту собственных колебаний антиферромагнетика. Сначала рассмотрим влияние крутильного механизма взаимодействия электронов с решеткой [1, 2]. Согласно (18) и (25),

$$K\overline{M}_z = \frac{\mu_B Q \Lambda}{e L_{AFM} H_z} j. \tag{39}$$

При $H_z < 0$, что соответствует направлению магнитного поля (а следовательно, и намагниченности антиферромагнетика), противоположному направлению намагниченности ферромагнетика, эта величина отрицательна. Полное затухание при этом также становится отрицательным (возникает неустойчивость), если

$$j > \frac{e\kappa\gamma M_0 |H_z| L_{AFM}}{\mu_B Q} \equiv j_0. \tag{40}$$

При $\kappa \sim 10^{-2}$, $\gamma M_0 \sim 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $|H_z| \sim 10^2 \text{ Гс}$, $L_{AFM} \sim 10^{-6} \text{ см}$, $Q \sim 1$ получаем $j_0 \sim 10^5 \text{ A/cm}^2$. При *j*, близком к j_0 , можно получить слабо затухающие колебания терагерцевого диапазона. При $j > j_0$ возникает неустойчивость, которая приводит либо к установлению автоколебаний, либо к появлению динамического стационарного состояния. Это состояние исчезает при выключении тока. Для ответа на вопрос о судьбе неустойчивости требуется выход за рамки линейного приближения.

Поляризованный по спину ток дает вклад и в частоту (см. (36)). При указанных значениях параметров имеем $|K\overline{M}_z| \sim 10^{12} \text{ c}^{-1}$, что сравнимо с частотой в отсутствие тока. Это позволяет перестраивать частоту током, а также, модулируя ток, возбуждать параметрический резонанс.

5. РОЛЬ ИНЖЕКЦИИ СПИНОВ ТОКОМ

Обсудим теперь специально роль инжекционного механизма [22, 23]. Как уже упоминалось и как следует из формулы (36), эта роль сводится к добавлению дополнительного эффективного поля P/γ к внешнему магнитному полю. Поскольку при разумных значениях параметров это поле намного меньше обменного H_E , оно не влияет сколько-нибудь существенно на собственную частоту (36). Тем не менее это поле может существенно модифицировать вклад крутильного механизма, поскольку теперь формула (39) с учетом (25) принимает вид

$$K\overline{M}_z = \frac{\mu_B Q\Lambda}{eL_{AFM}(H_z + P/\gamma)} j. \tag{41}$$

Такая модификация приводит к существенным последствиям. При $H_z < 0, P < \gamma |H_z|$ понижается порог неустойчивости (40), в который теперь вместо $|H_z|$ входит разность $|H_z| - P/\gamma$. Если же $P > \gamma |H_z|$, то стационарное значение намагниченности

$$\overline{M}_z = \frac{H_z + P/\gamma}{\Lambda} \tag{42}$$

становится положительным, что отвечает параллельной (устойчивой) относительной ориентации намагниченностей ферромагнитного и антиферромагнитного слоев. В этом случае включение тока приводит к переключению антипараллельной конфигурации (предварительно установленной с помощью внешнего магнитного поля) в параллельную. При выключении тока восстанавливается антипараллельная конфигурация.

Поскольку указанное дополнительное поле, создаваемое инжекцией, зависит от тока (см. (18)), условие неустойчивости (40) несколько видоизменяется и приобретает вид

$$\frac{j_0}{1+\eta} < j < \frac{j_0}{\eta},\tag{43}$$

где $\eta = \alpha_{sd} \kappa \gamma M_0 \tau$, j_0 определяется формулой (40). В отсутствие инжекционного механизма ($\alpha_{sd} \to 0$) это условие переходит в (40). При увеличении роли этого механизма происходит, с одной стороны, понижение порога неустойчивости, с другой — сужение области неустойчивости. При $j > j_0/\eta$ происходит переключение антипараллельной конфигурации в параллельную. Относительный вклад инжекционного механизма определяется параметром η . При типичных значениях $\alpha_{sd} \sim 10^4$, $\kappa \sim 10^{-2}$, $\gamma M_0 \sim 10^{10}$ с⁻¹, $\tau \sim 10^{-12}$ с этот параметр становится порядка единицы, так что влияние инжекции может заметно понизить порог неустойчивости.

Теперь вернемся к системе уравнений (26)–(31) и рассмотрим вторую ветвь спектра, описываемую уравнениями (28)–(30). Ток влияет на эту ветвь путем изменения стационарной намагниченности \overline{M}_z под действием эффективного поля, создаваемого инжекционным механизмом (см. (25)); крутильный механизм на эту ветвь не влияет.

Расчет, аналогичный предыдущему, дает дисперсионное уравнение (35), где теперь

$$\omega_0^2 = 2\gamma^2 H_E H_A \frac{\gamma H_z}{\gamma H_z + P},\tag{44}$$

$$\nu = \kappa \gamma H_E \frac{\gamma H_z}{\gamma H_z + P}.$$
(45)

При $H_z < 0, P > |H_z|$, что соответствует плотности тока $j > j_0/\eta$, затухание становится отрицательным, а частота — мнимой, что соответствует переключению антипараллельной конфигурации в параллельную. Таким образом, ток не вызывает неустойчивости этой ветви спектра.

6. АНТИФЕРРОМАГНЕТИК ТИПА ЛЕГКАЯ ПЛОСКОСТЬ

Кратко обсудим ситуацию, когда антиферромагнетик имеет анизотропию типа «легкая плоскость». В качестве легкой плоскости выберем плоскость антиферромагнитного слоя yz, в качестве (трудной) оси анизотропии — ось x, параллельную току. Магнитное поле, как и прежде, считается направленным вдоль оси z. Не повторяя выкладок, вполне аналогичных предыдущим, приведем результаты. Формальное отличие появляется лишь в формуле для собственной частоты. В данном случае для собственной частоты получаем

$$\omega_0 = \sqrt{(\gamma H_z + P)^2 + (K\overline{M}_z)^2}.$$
 (46)

Затухание имеет прежний вид (37), так что порог неустойчивости определяется прежней формулой (43). В отсутствие тока (K = 0, P = 0) при не слишком малом коэффициенте затухания κ частота получается гораздо меньше затухающий, так что соответствующие колебания не наблюдаются. Присутствие тока, с одной стороны, повышает частоту, с другой, — уменьшает затухание (при $H_z < 0$), что позволяет наблюдать колебательный режим.

7. ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ

Формула (43) показывает, что пороговая плотность тока пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля $|H_z|$. При уменьшении $|H_z|$ снижается пороговый ток и все другие токи, при которых существует неустойчивость. Поэтому желательно иметь наименьшее поле. Однако возникает вопрос о допустимом нижнем пределе величины суммарного поля ($|H_z| + P/\gamma$). Согласно выражению (25), таким пределом следует считать поле, которое создает намагниченность $|\overline{M}_z|$, сравнимую с ее равновесным значением, обусловленным тепловыми флуктуациями. Оценим эту намагниченность и соответствующее поле.

Изменение энергии в объеме V антиферромагнетика при отклонении векторов намагниченности подрешеток из антипараллельного состояния в скошенное состояние, при котором угол между ними составляет $\theta < 180^{\circ}$, равно

$$\Delta E = \Lambda M_0^2 (1 - \cos \theta) V = \Lambda V M_z^2 / 2, \qquad (47)$$

где энергией анизотропии мы пренебрегли по сравнению с обменной энергией.

Равновесное значение квадрата намагниченности вычисляем, используя распределение Гиббса:

$$\langle M_z^2 \rangle = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} M_z^2 \exp(-\Lambda V M_z^2/2kT) \, dM_z}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp(-\Lambda V M_z^2/2kT) \, dM_z} = \frac{kT}{\Lambda V} \quad (48)$$

(строго говоря, намагниченность может изменяться в интервале $(-2M_0, 2M_0)$, однако реально $\Lambda V M_0^2 \gg kT$, так что пределы интегрирования можно считать бесконечными).

Для проявления описанных эффектов намагниченность \overline{M}_z , возникающая при совместном действии внешнего поля и тока (см. (25)), должна превышать по величине равновесную намагниченность $\langle M_z^2 \rangle^{1/2}$. При плотности тока $j = j_0/(1 + \eta)$, соответствующей порогу неустойчивости, этому условию отвечает магнитное поле

$$|H_z| > \sqrt{\frac{\Lambda kT}{V}} \left(1 + \eta\right) \equiv H_{min}.$$
 (49)

При $\eta \sim 1$, $L_{AFM} \sim 10^{-6}$ см и латеральных размерах переключаемого элемента $10 \times 10 \text{ мкm}^2$ объем $V = 10^{-12} \text{ см}^3$, так что при $\Lambda = 10^4$ и комнатной температуре имеем $H_{min} \approx 30$ Гс. При увеличении размеров элемента этот предел может быть уменьшен.

Следует упомянуть также о некоторых других обсуждаемых механизмах скошенности AFM. Наиболее известен и исследован релятивистский эффект Дзялошинского – Мория (см., например, [26–28]). Кроме него, обсуждаются возможные механизмы, возникающие из-за конкуренции *s*-*d*-обмена и прямого обмена между магнитными ионами решетки [29]. Вместе с тем, нам не известны определенные указания на измерения скошенности проводящих AFM, которые в данной ситуации могли бы представить основной интерес. Поэтому данная теория относится к проводящим AFM, в которых именно внешнее магнитное поле определяет скошенность подрешеток.

8. ВЫВОДЫ

Полученные результаты показывают принципиальную возможность управления частотой и затуханием колебаний намагниченности в магнитных переходах ферромагнетик-антиферромагнетик с помощью поляризованного по спину тока. В условиях малой намагниченности антиферромагнетика, создаваемой внешним магнитным полем, перпендикулярным к оси антиферромагнетизма, пороговое значение плотности тока, соответствующее возникновению неустойчивости, может оказаться существенно меньше, чем типичные пороги по току в случае перехода ферромагнетик-ферромагнетик. Вблизи порога неустойчивости имеет место повышение частоты и уменьшение затухания собственных колебаний, что открывает возможность генерации в терагерцевом диапазоне.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-00030-а).

ЛИТЕРАТУРА

 J. C. Slonczewski, J. Magn. Magn. Mater. 159, L1 (1996).

- 2. L. Berger, Phys. Rev. B 54, 9353 (1996).
- J. A. Katine, F. J. Albert, R. A. Buhrman et al., Phys. Rev. Lett. 84, 3149 (2000).
- M. Tsoi, A. J. M. Jansen, J. Bass et al., Phys. Rev. Lett. 80, 4281 (1998).
- A. Yamaguchi, T. Ono, S. Nasu et al., Phys. Rev. Lett. 92, 077205 (2004).
- J. C. Sankey, P. M. Braganca, A. G. F. Garcia et al., Phys. Rev. Lett. 96, 227601 (2006).
- M. Watanabe, J. Okabayashi, H. Toyao et al., Appl. Phys. Lett. 92, 082506 (2008).
- Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Крикунов и др., ЖТФ 77, 67 (2007).
- Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Панас и др., ЖЭТФ 134, 1200 (2008).
- 10. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, С. Г. Чигарёв и др., Письма в ЖТФ 37, 16 (2011).
- **11**. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, РиЭ **56**, 850 (2011).
- 12. V. K. Sankaranarayanan, S. M. Yoon, D. Y. Kim et al., J. Appl. Phys. 96, 7428 (2004).
- A. S. Núñez, R. A. Duine, P. Haney et al., Phys. Rev. B 73, 214426 (2006).
- 14. Z. Wei, A. Sharma, A. S. Nunez et al., Phys. Rev. Lett. 98, 116603 (2007).
- P. M. Haney, R. A. Duine, A. S. Nunez and A. H. Mac-Donald, J. Magn. Magn. Mater. **320**, 1300 (2008).
- 16. Z. Wei, A. Sharma, J. Bass et al., J. Appl. Phys. 105, 07D113 (2009).
- J. Basset, Z. Wei, and M. Tsoi, IEEE Trans. Magn. 46, 1770 (2010).
- S. Urazhdin and N. Anthony, Phys. Rev. Lett. 99, 046602 (2007).
- **19**. Е. В. Гомонай, В. М. Локтев, ФНТ **34**, 256 (2008).
- 20. H. V. Gomonay and V. M. Loktev, Phys. Rev. B 81, 144427 (2010).
- 21. K. M. D. Hals, Y. Tserkovnyak, and A. Brataas, Phys. Rev. Lett. 106, 107206 (2011).
- 22. C. Heide, P. E. Zilberman, and R. J. Elliott, Phys. Rev. B 63, 064424 (2001).
- 23. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн и др., Письма в ЖЭТФ 76, 189 (2002).

- **24**. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Панас и др., УФН **179**, 359 (2009).
- **25**. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн и др., ЖЭТФ **127**, 1138 (2005).
- 26. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
- **27**. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Наука, Москва (1994).
- 28. V. E. Dmitrienko, E. N. Ovchinnikova, J. Kokubun et al., Письма в ЖЭТФ 92, 383 (2010).
- 29. J. M. Robinson and P. Erdös, Phys. Rev. B 6, 3337 (1972).