ЖЭТФ, 2012, том 141, вып. 6, стр. 1084–1092

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЯДЕРНЫЕ ПОПРАВКИ К СПИН-ЗАВИСИМОЙ СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИИ ДЕЙТРОНА g_1^D В ПЕРЕМЕННЫХ СВЕТОВОГО КОНУСА

Ф. Ф. Павлов [*]

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
195251, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 24 августа 2011 г.

Рассматривается релятивистский дейтрон как система двух сильновзаимодействующих нуклонов (двунуклонное приближение) в формализме светового конуса. Рассматривается техника расчета средней спиральности протона в дейтроне в переменных светового конуса, показан рецепт последовательного вычисления релятивистских ядерных поправок к средней спиральности протона в дейтроне и спин-зависимой структурной функции дейтрона g_1^D, обсуждается насколько изменится правило сумм Бьёркена с учетом релятивистских поправок.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрение дейтрона в привычном нерелятивистском приближении не применимо к эффектам, связанным с наличием больших внутриядерных импульсов в дейтроне, и не может дать описание всей совокупности экспериментальных данных. Поэтому учет релятивистских эффектов, связанных с высокоимпульсной компонентой в дейтроне, является весьма актуальным и требует адекватного теоретического описания.

В данной работе волновая функция дейтрона аппроксимируется протон-нейтронным фоковским состоянием. В работе используются развитые ранее методы релятивистской теории поля в переменных светового конуса, успешно применяемые в квантовой хромодинамике для описания спиновых явлений при эксклюзивном рождении векторных мезонов в глубоконеупругом рассеянии лептонов на протонах [1].

Мы рассматриваем дейтрон как суперпозицию двунуклонных фоковских состояний с инвариантной массой, зависящей от относительного импульса протон-нейтронной пары. Условие поперечности векторов поляризации надо накладывать на уровне

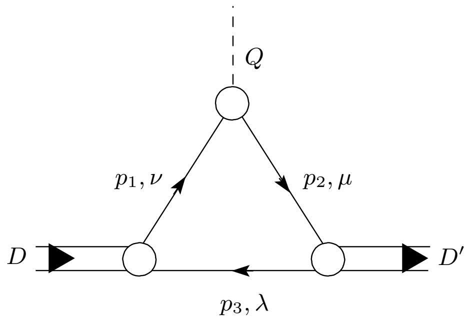

Рис. 1. Фейнмановская диаграмма для дейтрона

фоковских компонент, и они будут зависеть от инвариантной массы фоковской компоненты. Такой «бегущий» продольный вектор поляризации в ранних оценках релятивистских эффектов не использовался.

Техника вычисления ядерных поправок к спин-зависимой структурной функции дейтрона является актуальной, поскольку на сегодняшний день не найдено однозначной процедуры учета релятивистских поправок к спин-зависимой структурной функции нейтрона, которую, как известно, извлекают из данных по протону и дейтрону.

[*] E-mail: f.pavlov@tuexph.stu.neva.ru, pavlovfedor@mail.ru

2. АМПЛИТУДА ОДНОКРАТНОГО ЭЛЕКТРОН-ДЕЙТРОННОГО РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим треугольную фейнмановскую диаграмму процесса однократного электрон-дейтронного рассеяния (рис. 1). Она включает в себя вершину взаимодействия γ-кванта с одним из нуклонов в дейтроне (причем второй нуклон является спектатором, находящимся на массовой поверхности), вершинную функцию распада дейтрона на протон и нейтрон в начальном состоянии и вершинную функцию дейтрона в конечном состоянии. Дейтрон как частица со спином $S = 1$ с точки зрения диаграмм Фейнмана есть массивный векторный мезон (частица Прока, массивный фотон и т. д.). Однако, в отличие от привычных диаграмм в квантовой электродинамике (КЭД) или в теории слабого взаимодействия, когда в электрослабых вершинах рождается фермион и поглощается антифермион (или рождается антифермион и поглощается фермион), в дейтрон–протон–нейтронной-вершине (Dpn) поглощение дейтрона сопровождается рождением двух фермионов, протона и нейтрона. Однако всегда можно считать, что базисными частицами являются протон p и антинейтрон $\overline{n} \equiv a_n$ и что дейтрон есть связное состояние $D = p\overline{a}_n$, так что в вершине $Dpn = D\overline{p}a_n$ поглощение дейтрона сопровождается рождением фермиона p и поглощением фермиона a_n. Тогда $D\overline{p}a_n$ имеет привычный вид

$$\overline{\psi}_p \Gamma_\mu \psi_{a_n} D^\mu,$$

где D^μ — оператор дейтронного поля, описываемого 4-вектором, Γ_μ — вершинная функция. Как известно, ток $\overline{\psi}\gamma_\mu\psi$, где γ_μ — 4-матрица Дирака, преобразуется при преобразованиях Лоренца как 4-вектор. Поскольку $\overline{a}_n$ имеет четность, противоположную четности нейтрона, выражение $\overline{\psi}_p \Gamma_\mu \psi_{a_n}$ будет иметь положительную четность, как и следует для дейтрона. В терминах распространения протона p и антинейтрона a_n диаграмма на рис. 1 имеет вид привычной фермионной петли.

Используя стандартные правила Фейнмана, вершинную часть амплитуды процесса, соответствующего рис. 1, можем представить в виде

$$A_k = (-1) \int \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^4} \frac{\mathrm{Sp}\left\{ i \left(\Gamma_\beta V_\beta^{(\rho)} \right) i \left(-\hat{p}_3 + m \right) i \left(\Gamma_\alpha^* V_\alpha^{(\rho')*} \right) i \left(\hat{p}_2 + m \right) i O_k \, i \left(\hat{p}_1 + m \right) \right\}}{(p_3^2 - m^2 + i\varepsilon)(p_2^2 - m^2 + i\varepsilon)(p_1^2 - m^2 + i\varepsilon)}, \tag{1}$$

где p_1, p_2 — 4-векторы импульсов протонов, интегрирование ведется по 4-вектору импульса нейтрона p_3, контур интегрирования замкнут вокруг полюса нейтронного пропагатора (массы всех нуклонов равны m), под импульсом со шляпкой подразумевается выражение $\hat{p} = p_\mu \gamma_\mu$, по дважды повторяющимся индексам всегда подразумевается суммирование; Γ_β — полная вершинная функция перехода дейтрона в протон-нейтронную пару в начальном состоянии, а Γ_α^* — полная вершинная функция дейтрона в конечном состоянии; $V_\beta^{(\rho)}$ и $V_\alpha^{(\rho')*}$ — 4-векторы поляризаций дейтрона соответственно в начальном и конечном состояниях в спиральном представлении; $\rho, \rho' = \pm 1, 0$ — спиральность дейтрона. Вершина O_k взаимодействия нуклонов с фотоном имеет вид

$$O_k = F_1^N(Q^2)\gamma_k + \frac{F_2^N(Q^2)}{2m}\, i\sigma_{k\nu} Q_\nu, \tag{2}$$

где Q — переданный импульс, $F_{1,2}^N$ — электромагнитные формфакторы нуклона, $\sigma_{k\nu} = (i/2) \times (\gamma_k\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_k)$.

3. ВЕРШИННЫЕ ФУНКЦИИ ДЕЙТРОНА. РАДИАЛЬНАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ СВЯЗЬ С ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИЕЙ

Полная вершинная функция перехода дейтрона в протон-нейтронную пару имеет вид

$$\Gamma_\beta = \Gamma_\beta^S G_S(M^2) + \Gamma_\beta^D G_D(M^2), \tag{3}$$

где Γ_β^S и Γ_β^D — вершинные функции дейтрона для волновых S- и D-состояний [1–3]:

$$\Gamma_\beta^S = \gamma_\beta - \frac{(p_1 - p_3)_\beta}{M + 2m}, \tag{4}$$

$$\Gamma_\beta^D = \frac{M^2 - 4m^2}{4}\gamma_\beta + \frac{M + m}{2}(p_1 - p_3)_\beta, \tag{5}$$

а $G_{S,D}(M^2)$ — скалярные вершинные функции для волновых S- и D-состояний дейтрона, которые связаны с радиальными волновыми функциями дейтрона $\Phi_{S,D}(M^2)$ [1] соотношением

$$\Phi_{S,D}(M^2) = \frac{G_{S,D}(M^2)}{M^2 - M_D^2}, \tag{6}$$

где M — инвариантная масса протон-нейтронной пары, $M_D = 1875.6$ МэВ/с^2 — масса дейтрона.

4. ДВУХЧАСТИЧНОЕ СОСТОЯНИЕ В ПЕРЕМЕННЫХ СВЕТОВОГО КОНУСА

Рассмотрим двухчастичное состояние в переменных светового конуса[1)] с внутренними 4-импульсами p_1 и p_3. Полный 4-импульс дейтрона равен $P = p_1 + p_3$. Поскольку $P_+ = p_{1+} + p_{3+}$, удобно ввести величины

$$z = p_{1+}/P_+, \quad 1 - z = p_{3+}/P_+$$

— доли импульса системы, которые несут частицы 1 и 3. Тогда

$$p_{1-} = \frac{m^2 + \mathbf{p}_{1\perp}^2}{2zP_+}, \quad p_{3-} = \frac{m^2 + \mathbf{p}_{3\perp}^2}{2(1-z)P_+}.$$

Квадрат инвариантной массы двунуклонных фоковских состояний равен

$$M^2 = P^2 = (p_1 + p_3)^2 = \frac{m^2 + \mathbf{p}_{1\perp}^2}{z} + \frac{m^2 + \mathbf{p}_{3\perp}^2}{1-z} - (\mathbf{p}_{1\perp} + \mathbf{p}_{3\perp})^2. \quad (7)$$

Поперечный импульс $\mathbf{P}_\perp = \mathbf{p}_{1\perp} + \mathbf{p}_{3\perp}$ описывает движение системы как целого. Определим относительный поперечный импульс $\mathbf{k}$ для двух начальных нуклонов соотношением

$$\mathbf{p}_{1\perp} = \mathbf{k} + z\mathbf{P}_\perp, \quad \mathbf{p}_{3\perp} = -\mathbf{k} + (1-z)\mathbf{P}_\perp. \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) при $m_1 = m_3 = m$ следует, что

$$M^2 = \frac{\mathbf{k}^2 + m^2}{z(1-z)}. \quad (9)$$

В переменных светового конуса 4-вектор импульса двунуклонных фоковских состояний с инвариантной массой M имеет компоненты

$$P = (P_+, P_-, \mathbf{P}_\perp) = \left(P_+, \frac{M^2 + \mathbf{P}_\perp^2}{2P_+}, \mathbf{P}_\perp\right). \quad (10)$$

Спиральные состояния для двунуклонных фоковских состояний с инвариантной массой M в переменных светового конуса описываются продольным ($\rho = 0$) 4-вектором поляризации [4, 5]

$$V^{(\rho=0)} = \frac{1}{M}\left(P_+, \frac{-M^2 + \mathbf{P}_\perp^2}{2P_+}, \mathbf{P}_\perp\right) \quad (11)$$

и поперечным ($\rho = \pm 1$) 4-вектором поляризации в переменных светового конуса [4, 5],

$$V^{(\rho=\pm1)} = \left(0, \frac{\mathbf{P}_\perp \cdot \mathbf{e}^{(\pm1)}}{P_+}, \mathbf{e}^{(\pm1)}\right), \quad (12)$$

где поперечные циркулярные орты имеют привычный вид

$$\mathbf{e}^{(\pm1)} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\pm\mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2),$$

а $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ — единичные орты соответственно вдоль осей x и y.

Подчеркнем, что в формуле (11) $M \neq M_D$. В релятивистском случае вектор поляризации продольного состояния неизбежно зависит от инвариантной массы M протон-нейтронной пары. Такой продольный вектор поляризации двунуклонного фоковского состояния с инвариантной массой в ранних оценках релятивистских эффектов не использовался.

Если пара движется строго по оси z, т. е. $\mathbf{P}_\perp = 0$ $(P_x, P_y) = (0, 0)$, то

$$P = (P_+, P_-, 0, 0) = \left(P_+, \frac{M^2}{2P_+}, 0, 0\right) \quad (13)$$

и в качестве поперечных векторов поляризации могут быть выбраны спиральные состояния $V_\beta^{(\rho=\pm1)} = \left(0, 0, \mathbf{e}^{(\rho=\pm1)}\right)$. Для продольного состояния имеем

$$V_\beta^{(\rho=0)} = \frac{1}{M}\left(P_+, -\frac{M^2}{2P_+}, 0, 0\right). \quad (14)$$

5. МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВЕРШИНЫ ДЕЙТРОННОГО ТОКА

Матричный элемент электромагнитной вершины дейтронного тока j_k связан с A_k соотношением $F_k = \langle D'|j_k|D\rangle = -iA_k$.

Как было показано в работах [6, 7], использование «плюсовой» компоненты дейтронного тока j_+ ($F_+ = \langle D'|j_+|D\rangle$) в системе бесконечного импульса в специальной лоренцевой системе Брейта ($Q_0 = 0$) дает правильное пространственно-временное описание релятивистских эффектов (невозможность рождения пар из вакуума).

Плюсовый компонент амплитуды (1) определяет условие нормировки зарядового формфактора дейтрона при нулевой передаче импульса фотона:

$$F_+ = 2P_+F_1^S(0)(w_S + w_D) = 2P_+, \quad (15)$$

где w_S и w_D — вероятности волновых S- и D-состояний в дейтроне, причем $w_S + w_D = 1$.

Вычисление следа в амплитуде (1) подробно рассматривался в работе [1]. Не повторяя все этапы расчета однопетлевого интеграла, матричный элемент

1) Современная техника светового конуса рассмотрена в работах [1, 4–6].

электромагнитной вершины F_+ дейтронного тока в переменных светового конуса можем свести к виду

$$F_+ = \frac{1}{2(2\pi)^3}\int \frac{dz\,d^2k}{z^2(1-z)} \times \\ \times \sum_{\lambda,\nu} \overline{v}(p_3,\lambda) V_\alpha^{(\rho)*}\Gamma^*_\alpha u(p_1,\nu) \times \\ \times \frac{\overline{u}(p_1,\nu)\gamma_+ u(p_1,\nu)}{\left(M^2-M_D^2\right)^2}\overline{u}(p_1,\nu)V_\beta^{(\rho)}\Gamma_\beta v(p_3,\lambda) = \frac{1}{2(2\pi)^3}\times \\ \times \int \frac{dz\,d^2k}{z^2(1-z)}\sum_{\lambda,\nu}\Phi^*_{\lambda\nu}\left[\overline{u}(p_1,\nu)\gamma_+ u(p_1,\nu)\right]\Phi_{\nu\lambda}, \quad (16)$$

где

$$\Phi_{\nu\lambda} = \frac{\overline{u}(p_1,\nu)V_\beta^{(\rho)}\Gamma_\beta v(p_3,\lambda)}{M^2-M_D^2} = \overline{u}(p_1,\nu) \times \\ \times \left[\left(\Gamma^S_\beta V_\beta^{(\rho)}\right)\Phi_S(M^2) + \left(\Gamma^D_\beta V_\beta^{(\rho)}\right)\Phi_D(M^2)\right] \times \\ \times v(p_3,\lambda), \quad (17)$$

где $u(p_1,\nu)$ — спинор протона (входящий фермион с точки зрения фейнмановской диаграммы) с импульсом p_1 и спиральностью $s=\nu/2$, $\nu=\pm1$ [1, 5, 8], $v(p_3,\lambda)$ — спинор для нейтрона (выходящий антифермион с точки зрения фейнмановской диаграммы) с импульсом p_3 и спиральностью $s=\lambda/2$, $\lambda = \pm1$ [1, 5, 8], $\overline{u}=u^\dagger\gamma_0$, $\overline{v}=v^\dagger\gamma_0$. Следует отметить, что спиноры в формализме светового конуса отличаются от привычных спиноров Дирака только спиновым вращением, которое есть известное преобразование Вигнера – Мелоша [9, 10].

Выражения для нуклонных матричных элементов имеются в работах [1, 5, 8], в которых используются спиноры в формализме светового конуса, в частности

$$\hat{p}_1 + m = \sum_{\nu=\pm1} u(p_1,\nu)\overline{u}(p_1,\nu), \quad (18)$$

$$\hat{p}_3 - m = \sum_{\lambda=\pm1} v(p_3,\lambda)\overline{v}(p_3,\lambda), \quad (19)$$

$$\overline{u}(p_1,\nu)\gamma_+ u(p_1,\nu) = 2p_{1+} = 2zP_+, \quad (20)$$

$$\overline{u}(p_1,\nu)\gamma_+\gamma_5 u(p_1,\nu) = 2\nu p_{1+} = 2\nu z P_+. \quad (21)$$

Формула (16) допускает простую квантовомеханическую интерпретацию: дейтрон в спиновом состоянии, описываемый вектором поляризации $V_\beta^{(\rho)}$, со спиральностью ρ, представляется как система протон–нейтрон со спиральностями ν и λ. После рассеяния система протон–нейтрон проецируется на систему протон–нейтрон в спиновом состоянии, описываемом вектором поляризации $V_\alpha^{(\rho')}$, со спиральностью ρ'. По всем промежуточным спиральностям ν, λ идет суммирование, и это суммирование заменяет вычисление фейнмановских следов.

Проведя необходимые преобразования матричных элементов (17), выпишем полную комбинацию волнового S-состояния вершинной функции для поперечных поляризаций двунуклонного фоковского состояния с инвариантной массой M для спиральности $\rho=\pm1$:

$$\overline{u}(p_1,\nu)V_\alpha^{(\rho)}\Gamma^S_\alpha v(p_3,\lambda) = -\frac{m(1+\rho\nu)\delta_{\nu\lambda}}{\sqrt{2z(1-z)}} + \\ + \frac{k(\rho)\delta_{\nu,-\lambda}}{\sqrt{2z(1-z)}}\left[-(1-2z)+\rho\nu\right] + \\ + \frac{2k(\rho)\left[m(1-2z)\delta_{\nu,-\lambda}+k(-\lambda)\delta_{\nu\lambda}\right]}{(M+2m)\sqrt{2z(1-z)}}, \quad (22)$$

где для удобства введены обозначения

$$k(\rho) = \sqrt{2}\left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}^{(\rho)}\right) = -\rho k_1 - ik_2,$$

$$k(-\lambda) = \lambda k_1 - ik_2,$$

$\mathbf{k}=(k_1,k_2)$, $\delta_{\nu\lambda}$ — дельта-символ Кронекера.

Для продольной поляризации $\rho=0$ имеем

$$\overline{u}(p_1,\nu)V_\alpha^{(0)}\Gamma^S_\alpha v(p_3,\lambda) = -2M\sqrt{z(1-z)}\,\delta_{\nu,-\lambda} - \\ - \frac{(1-2z)M}{M+2m}\,\frac{m(1-2z)\delta_{\nu,-\lambda}+k(-\lambda)\delta_{\nu\lambda}}{\sqrt{z(1-z)}}. \quad (23)$$

Здесь следует использовать в качестве $V_\alpha^{(0)}$ именно «бегущий» вектор продольной поляризации, зависящий от инвариантной массы (9) пары нуклонов.

Из приведенных выше выражений видно, что в поперечном дейтроне имеется примесь состояний двух нуклонов с конусными спиральностями $\lambda = \nu = -1$. Совершенно аналогично в продольном дейтроне со спиральностью $\rho=0$ кроме состояний пары $\lambda+\nu=0$ имеется примесь состояний с $\lambda = \nu = \pm1$. Разница между суммой спиральностей нуклонов и спиральностью дейтрона обусловлена орбитальным угловым моментом пары.

Аналогично, для волнового D-состояния получаем

$$\overline{u}(p_1,\nu)V_\alpha^{(\rho)}\Gamma^D_\alpha v(p_3,\lambda) = -\frac{M^2-4m^2}{4}\times \\ \times \frac{m(1+\rho\nu)\delta_{\nu\lambda}}{\sqrt{2z(1-z)}} + \frac{M^2-4m^2}{4}\,\frac{k(\rho)\delta_{\nu,-\lambda}}{\sqrt{2z(1-z)}}\times \\ \times\left[-(1-2z)+\rho\nu\right] - \frac{(M+m)k(\rho)}{\sqrt{2z(1-z)}}\times \\ \times\left[m(1-2z)\delta_{\nu,-\lambda}+k(-\lambda)\delta_{\nu\lambda}\right], \quad (24)$$

$$\overline{u}(p_1,\nu)V_\alpha^{(0)}\Gamma_\alpha^D v(p_3,\lambda) = -\frac{(M^2-4m^2)M}{2}\times$$
$$\times\sqrt{z(1-z)}\,\delta_{\nu,-\lambda}+\frac{(M+m)M(1-2z)}{2\sqrt{z(1-z)}}\times$$
$$\times\left[m(1-2z)\delta_{\nu,-\lambda}+k(-\lambda)\delta_{\nu\lambda}\right]. \quad (25)$$

Стоит обратить внимание, что для волнового двунуклонного фоковского S-состояния с инвариантной массой M имеет место примечательная компенсация довольно сложных вкладов квадратов вершинных функций (22) и (23):

$$\sum_{\lambda,\nu}\Phi_{\nu\lambda}^{(\rho)*}\Phi_{\nu\lambda}^{(\rho)} = 2M^2\left|\Phi_S(M^2)\right|^2.$$

Видно, что, во-первых, квадраты вершинных функций (22) и (23) не зависят от z или $\mathbf{k}^2$ по отдельности, а зависят только от радиальной переменной M^2 и, во-вторых, что они одинаковы для всех спиральностей двунуклонного фоковского состояния, как это и должно быть для чисто волнового S-состояния дейтрона. Кстати, последнее свойство выполняется, только если использовать «бегущий» вектор продольной поляризации (11). Если бы использовался «внешний» вектор продольной поляризации, определенный для фиксированной массы дейтрона M_D, то это свойство было бы нарушено. Формальная причина в том, что в этом случае произошло бы смешивание продольно поляризованного векторного состояния со скалярным состоянием, что нарушило бы соотношения угловой симметрии между состояниями дейтрона с разными спиральностями.

Из условия нормировки формфакторов получаем условие нормировки радиальных волновых функций фоковских состояний с определенной инвариантной массой для S- и D-волн по отдельности [1]:

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{dz\,d^2k}{z(1-z)}\,M^2\left|\Phi_S(M^2)\right|^2 =$$
$$=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3p\cdot 4M\left|\Phi_S(M^2)\right|^2 = w_S, \quad (26)$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{dz\,d^2k}{z(1-z)}\,2M^2\mathbf{p}^4\left|\Phi_D(M^2)\right|^2 =$$
$$=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3p\cdot 8M\mathbf{p}^4\left|\Phi_D(M^2)\right|^2 = w_D. \quad (27)$$

В нерелятивистском формализме обычно используется нормировка

$$\int_0^\infty dp\,p^2\left(\Psi_S^2(p)+\Psi_D^2(p)\right) = w_S+w_D = 1. \quad (28)$$

Соответствие между радиальными волновыми функциями $\Phi_{S,D}$ и нерелятивистскими волновыми функциями $\Psi_{S,D}$ имеет вид

$$|\Phi_S|^2 = \frac{\pi^2}{2M}|\Psi_S|^2, \quad (29)$$

$$|\Phi_D|^2 = \frac{\pi^2}{4M\mathbf{p}^4}|\Psi_D|^2. \quad (30)$$

В качестве нерелятивистских волновых функций $\Psi_{S,D}$ можно использовать ряд современных реалистических волновых функций, например боннскую [11] и парижскую [12].

6. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЯДЕРНАЯ ПОПРАВКА К СРЕДНЕЙ СПИРАЛЬНОСТИ ПРОТОНА

При последовательном релятивистском описании дейтрона представляется актуальной оценка различных релятивистских поправок. В данной работе оценивается релятивистское выражение для средней спиральности протона в дейтроне. Как известно, в нерелятивистском приближении удвоенная средняя спиральность $\langle\nu_p\rangle$ определяется выражением

$$\langle\nu_p\rangle_{nonrel} = \langle S_z\rangle = w_S-\frac{1}{2}w_D = 1-\frac{3}{2}w_D. \quad (31)$$

В релятивистском рассмотрении это выражение кардинально изменится. Выражение для средней спиральности имеет следующий вид:

$$\langle\nu_p\rangle = \frac{1}{2P_+}\int\frac{d^4p_3}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{Sp}\left\{\left(\Gamma_\beta V_\beta^{(\rho)}\right)(m-\hat{p}_3)\left(\Gamma_\alpha^* V_\alpha^{(\rho)*}\right)(\hat{p}_2+m)\,\gamma_+\gamma_5\,(\hat{p}_1+m)\right\}}{i\left[(p_3^2-m^2+i\varepsilon)(p_2^2-m^2+i\varepsilon)(p_1^2-m^2+i\varepsilon)\right]}. \quad (32)$$

Приведем окончательное выражение для релятивистской средней спиральности протона в дейтроне:

$$\langle \nu_p \rangle = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int \frac{dz\, d^2k}{z(1-z)} \left\{ \frac{2}{(M+2m)z(1-z)} \times \right.$$
$$\times \left\{ \mathbf{k}^2 \left[-(1-2z)M+2m \right] + m^2(M+2m) \right\} \Phi_S^2(M^2) +$$
$$+ \frac{M^2-4m^2}{8z(1-z)} \left\{ \mathbf{k}^2 \left[-(M+2m)\left[(1-2z)M+2m\right] - \right. \right.$$
$$\left. \left. - \; 4mM(1-z) \right] + m^2(M^2-4m^2) \right\} \Phi_D^2(M^2) +$$
$$+ \frac{1}{z(1-z)} \left\{ \mathbf{k}^2 \left[-(M+2m)\left[(1-2z)M+2m\right] + \right. \right.$$
$$\left. \left. + \; 2mM(1-z) \right] + m^2(M^2-4m^2) \right\} \times$$
$$\left. \times \; \Phi_S(M^2)\Phi_D(M^2) \right\}. \quad (33)$$

Разделим выражение (33) на привычную нерелятивистскую часть (31) и релятивистскую поправку Δ_{rel}:

$$\langle \nu_p \rangle = w_S - \frac{1}{2} w_D + \Delta_{rel} = 1 - \frac{3}{2}\, w_D + \Delta_{rel}. \quad (34)$$

Тогда

$$\Delta_{rel} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p \; \times$$
$$\times \left\{ \frac{4M\mathbf{k}^2(2p_z-m)}{(M+2m)(\mathbf{k}^2+m^2)} \Phi_S^2(M^2) + \frac{\mathbf{p}^2 M}{\mathbf{k}^2+m^2} \times \right.$$
$$\times \left[2\mathbf{k}^2 p_z(M+4m) + 8m^2 p_z^2 + \mathbf{k}^2 M(M-4m) \right] \times$$
$$\times \; \Phi_D^2(M^2) + \frac{2M}{\mathbf{k}^2+m^2} \left\{ \mathbf{k}^2 \left[M(2p_z-m) + 2mp_z \right] + \right.$$
$$\left. \left. + \; 4m^2 p_z^2 \right\} \Phi_S(M^2)\Phi_D(M^2) \right\}, \quad (35)$$

где $\mathbf{p} = (\mathbf{k}, p_z)$ — относительный внутридейтронный трехмерный импульс, введенный в работе [13],

$$p_z = -\frac{1}{2}(1-2z)M, \quad \mathbf{p}^2 = \frac{1}{4} M^2 - m^2.$$

Следует отметить, что $\langle \mathbf{k}^2 \rangle = 2\mathbf{p}^2/3$.

Приведенное выражение для средней спиральности показывает, что в релятивистском случае появляются интерференционные вклады от волновых S- и D-состояний. Следует отметить, что при $\mathbf{k}^2 \ll m^2$ выражение (33) переходит в нерелятивистскую формулу (31) и $\Delta_{rel} = 0$. Для численного расчета используются две волновые функции дейтрона: боннская и парижская. Результаты расчета средней спиральности приведены в таблице.

Из данных таблицы видно, что релятивистская поправка составляет менее 1 % от полного значения.

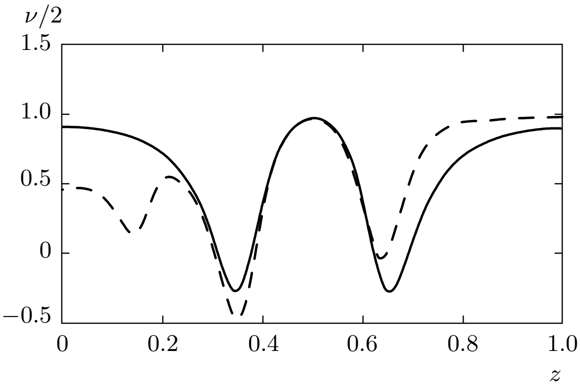

Рис. 2. Зависимости распределения средней спиральности $\nu(z)/2$ от величины доли z импульса системы; для нерелятивистского (сплошная линия) и релятивистского (штриховая линия) случаев

Интерференционные вклады в релятивистскую поправку от волновых S- и D-состояний малы, но тем не менее следует подчеркнуть, что в релятивистском случае они отличны от нуля. Видно, что вклад релятивистской поправки в среднюю спиральность протона в дейтроне мал.

Если среднюю спиральность (33) представить в виде

$$\langle \nu_p \rangle = \int\limits_0^1 \nu(z)\, dz, \quad (36)$$

то можно оценить зависимость подынтегрального выражения $\nu(z)$ (распределение средней спиральности дейтрона) от z. На рис. 2 представлена зависимость $\nu(z)$ с использованием боннской волновой функции дейтрона [11]. Как нетрудно заметить, в релятивистском случае появляется любопытная асимметрия, чего не наблюдается в нерелятивистском случае. Видно, что в первом из указанных случаев нуклон, уносящий бóльшую долю импульса системы z, дает больший вклад в распределение средней спиральности дейтрона. Рисунок 2 гласит, что описание дейтрона на световом конусе дает среднее значение локальной по z спиральности резко отличающееся от предсказаний нерелятивистского формализма.

7. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЯДЕРНЫЕ ПОПРАВКИ К СПИН-ЗАВИСИМОЙ СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИИ ДЕЙТРОНА $g_1^D(x, Q^2)$

Если пренебречь поперечным импульсом кварка по сравнению с его продольным импульсом в

Таблица. Результаты расчета средней спиральности для двух приближений

Расчетная формула	Волновая функция	Часть волнового состояния			Полное значение выражения
		S	D	SD (интерференция)	
Нерелятивистский случай					
$\langle \nu_p \rangle_{nonrel} = w_S - w_D/2$	Б	1.0	-0.5	0	0.93625
	П				0.91345
Релятивистский случай (по результатам расчета по формуле (33))					
$\langle \nu_p \rangle$	Б	0.99507	-0.48690	$1.1252 \cdot 10^{-4}$	0.93223
	П	0.99485	-0.48337	$4.0319 \cdot 10^{-5}$	0.90957

Примечание: в нерелятивистском случае $w_D = 0.0425$ (Б), $w_D = 0.0577$ (П); Б, П — боннская и парижская волновые функции.

глубоконеупругом рассеянии лептонов на протонах при высоких энергиях, то 4-вектор импульса кварка можно представить в виде $x_N p^\mu$, где x_N — скейлинговая безразмерная переменная Бьёркена для нуклона, $x_N = Q^2/2pq$ $(0 < x_N < 1)$, p^μ — 4-вектор импульса нуклона, q^μ — 4-вектор переданного импульса виртуального фотона, $Q^2 = -q^2$. Кроме того, если 4-вектор импульса кварка представить в виде $x_D P^\mu$, где $x_D = Q^2/2Pq$, P^μ — 4-вектор импульса дейтрона, то

$$p^\mu = \frac{x_D}{x_N}\, P^\mu, \quad p_+ = \frac{x_D}{x_N}\, P_+ \equiv z P_+, \quad z = \frac{x_D}{x_N}\,.$$

Как известно спин-зависимая структурная функция нуклона $g_1^N(x_N, Q^2)$ представляет собой разность вероятностей того, что кварк в продольно-поляризованном нуклоне имеет долю импульса x_N и его спин направлен вдоль или против спина нуклона,

$$g_1(x_N) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left[q^\uparrow(x_N) - q^\downarrow(x_N) \right],$$

где e_q — заряд кварка, $q^\uparrow(x_N)$ — распределение по доли импульса x_N кварков с проекцией спина $+1/2$ на направление спина нуклона.

Спин-зависимая структурная функция нуклона $g_1^N(x_N, Q^2)$ представляется в виде полусуммы спин-зависимых структурных функций протона и нейтрона:

$$g_1^N(x_N, Q^2) = \frac{1}{2} \left[g_1^p(x_N, Q^2) + g_1^n(x_N, Q^2) \right]. \qquad (37)$$

Спин-зависимую структурную функцию протона в первом приближении получают из экспериментально наблюдаемых величин — продольной асимметрии $A_\parallel$, фактора деполяризации D виртуального фотона, и неполяризованных структурных функций $F_2^p(x, Q^2)$ и $R(x, Q^2)$ [14]:

$$g_1^p = \frac{F_2^p(x, Q^2)}{2x\,[1 + R(x, Q^2)]}\, \frac{A_\parallel}{D}.$$

Результат для спин-зависимой структурной функции нейтрона извлекают из измеряемых в эксперименте спин-зависимых структурных функций дейтрона и протона [15].

Техника вычисления ядерных поправок к спин-зависимой структурной функции дейтрона актуальна, поскольку данные по дейтрону являются источником информации для определения спин-зависимой структурной функции нейтрона. Данному вопросу посвящено обширное число публикаций (см., например, [16–18]).

Спин-зависимая структурная функция дейтрона $g_1^D(x_D, Q^2)$ в бьёркеновском пределе выражается через распределение средней спиральности $\nu(z)$ дейтрона и спин-зависимую структурную функцию нуклона $g_1^N(x_D, Q^2)$ следующим образом:

$$g_1^D(x_D, Q^2) = \int\limits_{x_D}^{1} \frac{dz}{z}\, \nu(z) g_1^N\left(\frac{x_D}{z}, Q^2\right). \qquad (38)$$

Как известно, величина первого момента спин-зависимой структурной функции дейтрона представляет собой интеграл:

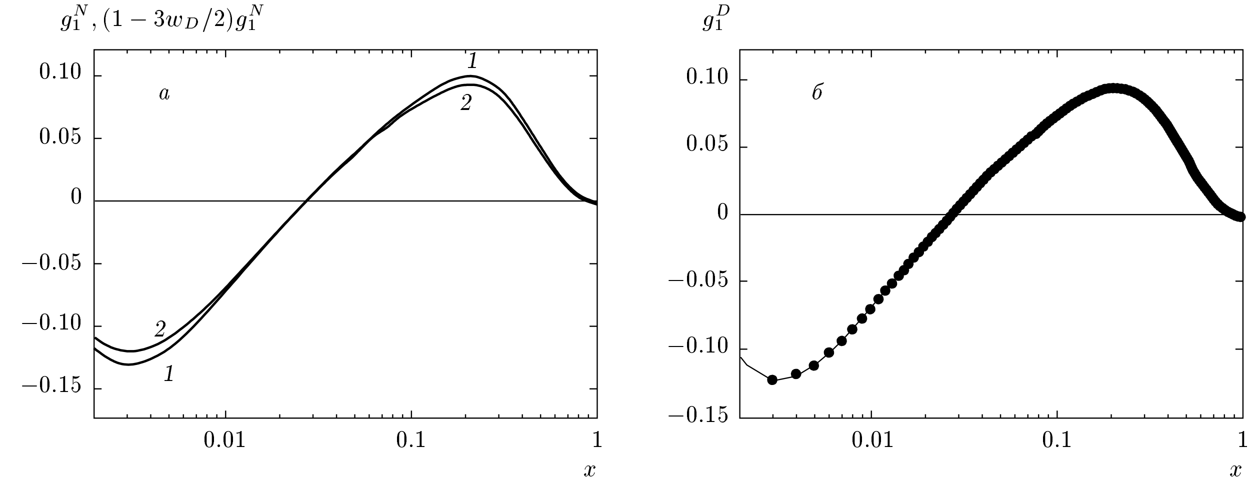

Рис. 3. Спин-зависимые структурные функции g_1^N (*а*, кривая *1*), $(1-3w_D/2)g_1^N$ (*б*, кривая *2*) для нуклона, рассчитанные по формуле (37), и g_1^D (*б*) для дейтрона по результатам расчета по формуле (38) как функции x при $Q^2 = 5$ ГэВ^2

$$\Gamma_1^D(Q^2) = \int\limits_0^1 g_1^D(x_D, Q^2)\,dx_D = \\ = \int\limits_0^1 dx_D \int\limits_{x_D}^1 \frac{dz}{z}\,\nu(z) g_1^N\left(\frac{x_D}{z}, Q^2\right), \quad (39)$$

а величина первого момента спин-зависимой структурной функции нуклона

$$\Gamma_1^N(Q^2) = \int\limits_0^1 g_1^N(x_N, Q^2)\,dx_N \quad (40)$$

характеризует полный вклад кварков в спин нуклона.

Выражение для первого момента спин-зависимой структурной функции дейтрона (39) с помощью замены переменных $x_N = x_D/z$ и с учетом формулы (34) можно разделить на нерелятивистскую часть и релятивистскую поправку:

$$\Gamma_1^D(Q^2) = \int\limits_0^1 \nu(z)\,dz \int\limits_0^1 g_1^N(x_N, Q^2)\,dx_N = \\ = \langle\nu_p\rangle \int\limits_0^1 g_1^N(x_N, Q^2)\,dx_N = \langle\nu_p\rangle \Gamma_1^N(Q^2) = \\ = \left(1 - \frac{3}{2}\,w_D\right)\Gamma_1^N(Q^2) + \Delta_{rel}\Gamma_1^N(Q^2). \quad (41)$$

Приведем экспериментальные значения первых моментов спин-зависимых структурных функций протона Γ_1^p и нейтрона Γ_1^n при $Q^2 = 5$ ГэВ^2, полученные коллаборацией E155 из анализа всех доступных данных [19]:

$$\Gamma_1^p = 0.118 \pm 0.004\,(\text{стат.}) \pm 0.007\,(\text{сист.}), \quad (42)$$

$$\Gamma_1^n = -0.058 \pm 0.005\,(\text{стат.}) \pm 0.008\,(\text{сист.}). \quad (43)$$

Экспериментальное значение для Γ_1^D равно

$$\Gamma_1^D = 0.028 \pm 0.004\,(\text{стат.}) \pm 0.005\,(\text{сист.}). \quad (44)$$

Для первых моментов протона и нейтрона существуют теоретические соотношения, связывающие их с фундаментальными константами слабых взаимодействий — правила сумм Бьёркена и Эллиса–Джаффе. Проверка правила сумм Бьёркена для $Q^2 = 5$ ГэВ^2 по данным эксперимента [19] дало следующий результат:

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = 0.176 \pm 0.003\,(\text{стат.}) \pm 0.007\,(\text{сист.}). \quad (45)$$

Запишем первый момент спин-зависимой структурной функции нейтрона, который извлекают из измеряемых в эксперименте первых моментов спин-зависимых структурных функций дейтрона Γ_1^D и протона Γ_1^p с учетом релятивистской поправки:

$$\Gamma_1^n(Q^2) = \frac{2\Gamma_1^D(Q^2)}{\langle\nu_p\rangle} - \Gamma_1^p(Q^2). \quad (46)$$

При $Q^2 = 5$ ГэВ^2 получаем $\Gamma_1^n = -0.05621$. Правило сумм Бьёркена при $Q^2 = 5$ ГэВ^2 даст следующий результат: $\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = 0.17421$.

Для спин-зависимой структурной функции нуклона $g_1^N(x,Q^2)$ существуют несколько различных параметризаций. В данной работе будет использована параметризация партонных распределений LSS2006 [20].

На рис. 3*а* приведены результаты расчета структурной функции нуклона g_1^N (37) при $Q^2 = 5$ ГэВ^2 и структурной функции нуклона g_1^N (37), умноженной на $1 - 3w_D/2$ при $Q^2 = 5$ ГэВ^2, параметризованной через партонные распределения LSS2006. На рис. 3*б* представлены результаты расчета структурной функции дейтрона g_1^D по формуле (38) при $Q^2 = 5$ ГэВ^2. Результаты приведены с использованием боннской волновой функции дейтрона [11].

Из рис. 3 видно, что зависимость спин-зависимой структурной функции дейтрона g_1^D от x, рассчитанной по релятивистской формуле (38), не сильно отличается от спин-зависимой структурной функции $(1-3w_D/2)g_1^N$, параметризованной через партонные распределения LSS2006. Видно, что вклад релятивистской поправки в спин-зависимую структурную функцию дейтрона g_1^D мал. Это связано с тем, что в качестве волновой функции дейтрона использовалась нерелятивистская волновая функция [11]. Но можно предположить, что при рассмотрении волновой функции дейтрона, описывающей малые межнуклонные расстояния, при которых будут проявляться вклады, обусловленные кварк-глюонной структурой нуклона, этот вклад будет не так мал. Полного решения уравнения для дейтрона на световом конусе не существует. Ряд широко используемых потенциалов содержит компоненты вообще не поддающиеся теоретико-полевой трактовке. Поэтому в качестве начального приближения предполагалось оценивать релятивистские эффекты, используя правила соответствия (29), (30) и современные реалистические волновые функции, например боннскую и парижскую.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Н. Н. Николаеву за ценные идеи и обсуждения, стимулировавшие появление данной работы, С. И. Манаенкову за критические замечания и полезные обсуждения и Л. А. Кондратюку за чрезвычайно полезные дискуссии, посвященные формализму светового конуса.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. P. Ivanov, arXiv:hep-ph/9909394.
2. V. V. Anisovich, D. I. Melikhov, B. Ch. Metsch et al., Nucl. Phys. A **563**, 543 (1993).
3. W. Jaus, Phys. Rev. D **44**, 2851 (1991).
4. Ho-Meoyng Choi and Chueng-Ryong Ji, Phys. Rev. D **70**, 053015 (2004).
5. S. J. Brodsky, P. Hans-Christian, and S. S. Pinsky, Phys. Rep. **301**, 229 (1998).
6. L. A. Kondratyuk and M. I. Strikman, Nucl. Phys. A **426**, 575 (1984).
7. М. А. Браун, М. В. Токарев, ЭЧАЯ **22**, 1237 (1991).
8. G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).
9. H. J. Melosh, Phys. Rev. D **9**, 1095 (1974).
10. Л. А. Кондратюк, М. В. Терентьев, ЯФ **31**, 1087 (1981).
11. R. Machleidt, K. Holinde, and Ch. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).
12. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau et al., Phys. Lett. B **101**, 139 (1981).
13. М. В. Терентьев, ЯФ **24**, 207 (1976).
14. M. Anselmino, A. Efremov, and E. Leader, arXiv: hep-ph/9501369v2.
15. P. L. Anthony, R. G. Arnold, T. Averett et al., arXiv:hep-ph/0007248v1.
16. C. Ciofi degli Atti, S. Scopetta, A. Yu. Umnikov et al., arXiv:nucl-th/9602026v1.
17. W. Melnitchouk, G. Piller, and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **346**, 165 (1995).
18. A. Yu. Umnikov, F. C. Khanna, and L. P. Kaptari, arXiv:hep-ph/9608459v1.
19. P. L. Anthony et al. (collaboration E155), Phys. Lett. B **493**, 19 (2000).
20. E. Leader, A. V. Sidorov, and D. B. Stamenov, Phys. Rev. D **75**, 074027 (2007).