ЖЭТФ, 2011, том 140, вып. 6 (12), стр. 1051–1057

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ ВДОЛЬ ОСИ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ОБЛАДАЮЩЕЙ ИДЕАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

А. В. Кольцов *, ***А. В. Серов*** **

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 августа 2011 г.

Определено пространственное распределение поля переходного излучения релятивистской частицы, движущейся вдоль оси конической поверхности, обладающей идеальной проводимостью. Поверхность образована прямой, проходящей через неподвижную вершину и перемещающейся вдоль направляющей окружности. Рассмотрено излучение как в случае когда частица вылетает из вершины поверхности, так и в случае когда частица падает на вершину. Получены выражения, позволяющие вычислить угловые распределения интенсивности излучения при различных углах раствора от 0 до π. Показано, что пространственные распределения излучения частиц, вылетающих из вершины и падающих на вершину конической поверхности, имеют принципиальные различия.

1. ВВЕДЕНИЕ

Переходное излучение, генерируемое при пересечении заряженной частицей плоской границы раздела двух сред, впервые было рассмотренно в работе [1] и в дальнейшем наиболее полно исследовано как теоретически, так и экспериментально [2]. Исследованию излучения частиц, пересекающих сложные поверхности раздела, посвящено сравнительно небольшое число работ. Однако изучение особенностей спектрально-угловых распределений переходного излучения на таких поверхностях наряду с академическим представляет и практический интерес, поскольку позволяет ставить новые задачи и открывает дополнительные возможности в традиционных применениях этого излучения.

В частности, переходное излучение фокусируется, если частица пролетает по оси идеально проводящей поверхности, имеющей форму гиперболоида вращения [3], или пересекает тонкую линзу [4]. Особенности переходного излучения в двугранном угле рассмотрены в работах [5–7]. Было показано, что в двугранном угле угловые распределения более чувствительны к положению точки перехода частицы через поверхность и к направлению движения частицы, чем излучение при пересечении плоской поверхности. Изменение положения точки перехода в двугранном угле изменяет спектр излучения, наблюдаемого под заданным углом. Кроме того, уменьшение угла раствора двугранного угла приводит к увеличению интенсивности переходного излучения и к изменению направления, под которым наблюдается максимальная интенсивность.

В настоящей работе рассматривается переходное излучение частицы, движущейся по оси конической поверхности, обладающей идеальной проводимостью.

Имеется большое количество материалов, которые в широком диапазоне частот обладают свойствами, близкими к свойствам идеальных проводников. Коническая поверхность с «идеальной» проводимостью может быть изготовлена, в частности, из тонкой металлической фольги, поскольку металлы в диапазоне от радиочастот до оптических частот можно считать идеально проводящими.

В работе получены выражения, позволяющие описать поле излучения как в пространстве рупора, образованного конической поверхностью (излучение в рупоре), так и в пространстве вне рупора (излучение на конусе). Обсуждаются особенности пространственного распределения излучения релятивистских частиц, вылетающих из конической поверхности и падающих на коническую поверхность.

*E-mail: koltsov@x4u.lebedev.ru
**E-mail: serov@x4u.lebedev.ru

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Введем сферическую систему координат r, θ, φ. Начало координат поместим в вершину конической поверхности. Осью конической поверхности будет прямая, проходящая через вершину и центр направляющей окружности. Угол раствора, т. е. угол между осью конической поверхности и образующей конуса, обозначим через α. Частица с зарядом q движется со скоростью v вдоль радиуса.

В дальнейшем используется система единиц, в которой скорость света $c = 1$.

Как было показано в работе [8], в данной геометрии энергия dW, излучаемая в интервал частот $d\omega$ в единицу телесного угла

$$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi,$$

равна

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} \equiv W(\omega, \theta, \varphi) = |\mathbf{H}|^2 r^2 dr^2 = |K_\theta|^2 + |K_\varphi|^2, \quad (1)$$

где

$$K_\theta = \frac{q}{2\sin\theta}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} m e^{im(\varphi-\varphi_0)} \times \sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1} P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0) \times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta) h_{mn} \exp\left(\frac{i\lambda_{mn}\pi}{2} + \frac{i\pi}{4}\right), \quad (2)$$

$$K_\varphi = \frac{iq}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi-\varphi_0)} \times \sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1} \frac{\partial}{\partial\theta}[P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta)] \times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0) h_{mn} \exp\left(\frac{i\lambda_{mn}\pi}{2} + \frac{i\pi}{4}\right), \quad (3)$$

k — волновое число $k = \omega$, $\beta = v/c$ — приведенная скорость частицы, r_0, θ_0, φ_0 — координаты частицы

$$S_{mn} = \int_{\cos\alpha}^{1} P_{\nu_{mn}}^{|m|}(x) P_{\nu_{mn}}^{|m|}(x)\, dx,$$

$P_{\nu_{mn}}^{m}(x)$ — функции Лежандра, ν_{mn} — собственное значение, определяемое из решения граничной задачи $P_{\nu_{mn}}^{m}(\cos\alpha) = 0$, m — число вариаций поля при изменении угла φ от 0 до 2π, n — номер собственного значения при данном m,

$$h_{mn} = \int \frac{J_{\lambda_{mn}}(kr_0(t)) k\, \beta(t)}{(kr_0(t))^{3/2}} e^{-i\omega t} dt, \quad (4)$$

$J_{\lambda_{mn}}$ — функция Бесселя порядка $\lambda_{mn} = \nu_{mn} + 1/2$.

Рассмотрим влияние на угловое распределение излучения изменения направления движения частицы на противоположное. Отметим, что функция h_{mn} является комплексной и определяется траекторией частицы $r_0(t)$.

Случай, когда частица вылетает из вершины и движется с постоянной скоростью β, рассмотрен в работе [8]. При этом, формула (4) для $h_{mn} = h_{mn}^{out}$ принимает вид

$$h_{mn}^{out} = \int_0^{\infty} \frac{J_{\lambda_{mn}}(kr_0(t)) k\, \beta(t)}{(kr_0(t))^{3/2}} e^{-i\omega t} dt = i \exp\left(-\frac{i\lambda_{mn}\pi}{2} - \frac{i\pi}{4}\right) \frac{\beta^{\lambda_{mn}-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2\pi}\Gamma(\lambda_{mn}+1)} \times \Gamma\left(\frac{\lambda_{mn}}{2} - \frac{1}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\lambda_{mn}}{2} + \frac{1}{4}\right) \times {}_2F_1\left(\frac{\lambda_{mn}}{2} - \frac{1}{4}, \frac{\lambda_{mn}}{2} + \frac{1}{4}; \lambda_{mn} + 1; \beta^2\right), \quad (5)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция, ${}_2F_1(x)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

Тогда для K_φ^{out} и K_θ^{out} с точностью до постоянного фазового множителя получаем

$$K_\theta^{out} = \frac{iq}{\sin\theta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} m e^{im(\varphi-\varphi_0)} \times \sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1} P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0) \times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta) H_{mn}(\beta), \quad (6)$$

$$K_\varphi^{out} = -q \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi-\varphi_0)} \times \sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1} \frac{\partial}{\partial\theta}[P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta)] \times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0) H_{mn}(\beta), \quad (7)$$

где функции S_{mn} и $H_{mn}(\beta)$ описываются соотношениями

$$S_{mn} = \frac{\sin\alpha}{2\nu_{mn}+1} \times P_{\nu_{mn}}^{m+1}(\cos\alpha)\, \frac{\partial}{\partial\nu} P_{\nu}^{m}(\cos\alpha)\bigg|_{\nu=\nu_{mn}}, \quad (8)$$

$$H_{mn}(\beta) = \frac{\beta^{\nu_{mn}}}{4\pi\Gamma\left(\nu_{mn}+\dfrac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\frac{\nu_{mn}}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_{mn}+1}{2}\right)\times$$
$$\times\,{}_2F_1\left(\frac{\nu_{mn}}{2}, \frac{\nu_{mn}+1}{2}; \nu_{mn}+\frac{3}{2}; \beta^2\right). \quad (9)$$

В случае заряда, когда заряд движется к вершине (противоположное направление движения), скорость заряда отрицательна и интегрирование по времени ведется от момента $t = -\infty$ до момента $t = 0$. Поэтому для $h_{mn} = h_{mn}^{in}$ имеем

$$h_{mn}^{in} = -\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{J_{\lambda_{mn}}(kr_0(-t))k\,\beta(-t)}{(kr_0(-t))^{3/2}}e^{-i\omega t}dt =$$
$$= \int\limits_{0}^{\infty} \frac{J_{\lambda_{mn}}(kr_0(t))k\,\beta(t)}{(kr_0(t))^{3/2}}e^{i\omega t}dt = -\bar{h}_{mn}^{out},$$

где $\bar{h}_{mn}$ — функция, комплексно-сопряженная h_{mn}. Таким образом, при изменении направления движения частицы на противоположное функция h_{mn} меняется на комплексно-сопряженную и меняется знак функции.

При падающей на вершину частице для K_φ^{in} и K_θ^{in} с точностью до постоянного фазового множителя имеем

$$K_\theta^{in} = -\frac{q}{\sin\theta}\sum_{m=-\infty}^{\infty} me^{im(\varphi-\varphi_0)}\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1}P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0)\times$$
$$\times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta)H_{mn}(\beta)e^{i\lambda_{mn}\pi}, \quad (10)$$

$$K_\varphi^{in} = -iq\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi-\varphi_0)}\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty} S_{mn}^{-1}\frac{\partial}{\partial\theta}[P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta)]\times$$
$$\times P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0)H_{mn}(\beta)e^{i\lambda_{mn}\pi}. \quad (11)$$

Сравнение выражений (6), (7) с выражениями (10), (11) показывает, что члены ряда, описывающие распределение поля при вылете из вершины и при падении на вершину и имеющие одинаковые mn, отличается по фазе на величину $e^{i\lambda_{mn}\pi}$, зависящую от собственного значения λ_{mn}.

Полная энергия, испущенная на данной частоте, равна

$$\frac{dW}{d\omega} \equiv W(\omega) = \int\limits_0^{\alpha}\int\limits_0^{2\pi}(|K_\theta|^2 + |K_\varphi|^2)\sin\theta\,d\theta\,d\varphi. \quad (12)$$

После интегрирования по θ и φ получаем

$$W(\omega) = 2\pi q^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}|H_{mn}|^2\nu_{mn}(\nu_{mn}+1)\times$$
$$\times S_{mn}^{-1}\left[P_{\nu_{mn}}^{|m|}(\cos\theta_0)\right]^2. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что полная энергия излучения не зависит от направления движения заряда.

При инжекции заряда вдоль оси конической поверхности электромагнитное поле излучения становится азимутально-симметричным (не зависящим от угла φ), поэтому в выражениях для K_φ и K_θ нужно оставить только члены с $m = 0$. В этом случае $K_\theta = 0$, а для K_φ с учетом свойств функций Лежандра получаем

$$K_\varphi^{out} = q\sum_{n=0}^{\infty} S_n^{-1}P_{\nu_n}^1(\cos\theta)H_n(\beta), \quad (14)$$

$$K_\varphi^{in} = -iq\sum_{n=0}^{\infty} S_n^{-1}P_{\nu_n}^1(\cos\theta)H_n(\beta)e^{i\lambda_n\pi}, \quad (15)$$

где

$$S_n = \frac{\sin\alpha}{2\nu_n+1}\;P_{\nu_n}^1(\cos\alpha)\;\frac{\partial}{\partial\nu}P_\nu(\cos\alpha)\bigg|_{\nu=\nu_n}, \quad (16)$$

$$H_n(\beta) = \frac{\beta^{\nu_n}}{4\pi\Gamma\left(\nu_n+\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\frac{\nu_n}{2}\right)\times$$
$$\times\Gamma\left(\frac{\nu_n+1}{2}\right)\,{}_2F_1\left(\frac{\nu_n}{2}, \frac{\nu_n+1}{2}, \nu_n+\frac{3}{2}; \beta^2\right). \quad (17)$$

При угле раствора $\alpha = \pi/2$ коническая поверхность превращается в плоскость. В этом случае, как показывают расчеты, угловое распределение переходного излучения, описываемое формулами (14)–(17), совпадает с результатами, полученными в первой работе В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка по теории переходного излучения [1].

3. ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧАСТИЦ, ПАДАЮЩИХ НА ВЕРШИНУ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ВЫЛЕТАЮЩИХ ИЗ ВЕРШИНЫ

Формулы (14)–(17) описывают переходное излучение зарядов как падающих на вершину конической поверхности, так и вылетающих из вершины.

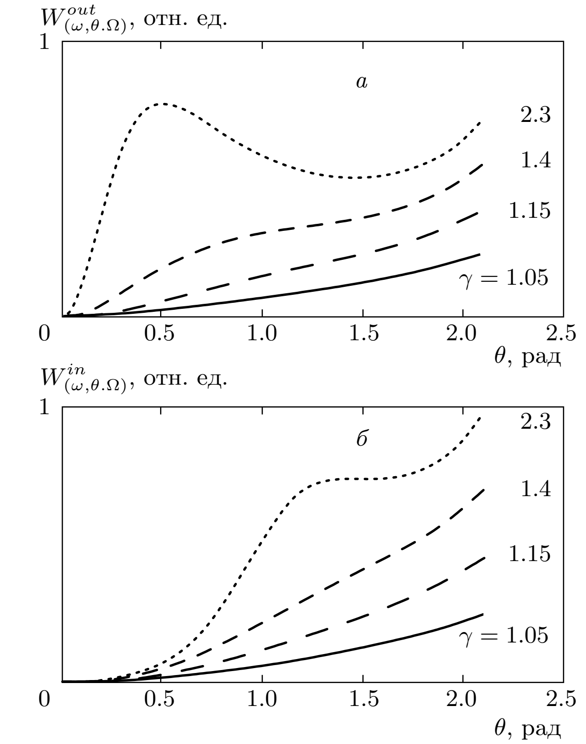

Рис. 1. Угловые распределения интенсивности переходного излучения частиц вылетающих из поверхности (a) и падающих на поверхность ($б$) при различных энергиях γ; $\alpha = \pi/1.5 = 120^\circ$

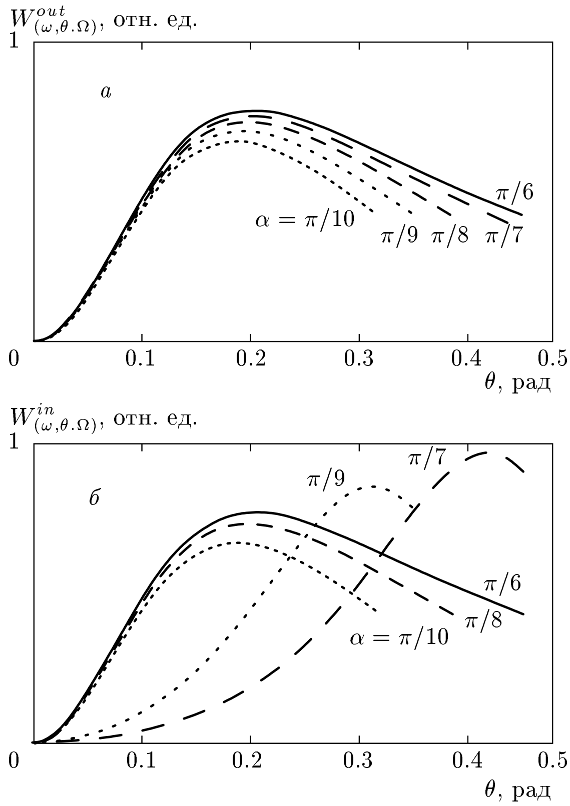

Рис. 2. Угловые распределения излучения при углах раствора α, соизмеримых с угловой расходимостью излучения $\theta_m = 1/\gamma$; a — частицы вылетают из рупора, $б$ — частицы влетают в рупор; $\gamma = 5$

Были проведены расчеты при различных углах раствора α и различных энергиях частиц

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Угловое распределение энергии излучения частицы, вылетающей из вершины, описывается выражением

$$W^{out}(\omega,\theta,\varphi) = \\ = 2\pi q^2 \left| \sum_{n=0}^{\infty} S_n^{-1} P^1_{\nu_n}(\cos\theta) H_n(\beta) \right|^2, \quad (18)$$

а частицы, падающей на вершину, выражением

$$W^{in}(\omega,\theta,\varphi) = \\ = 2\pi q^2 \left| \sum_{n=0}^{\infty} S_n^{-1} P^1_{\nu_n}(\cos\theta) H_n(\beta) e^{i\lambda_{mn}\pi} \right|^2, \quad (19)$$

где функции S_n^{-1} и $H_n(\beta)$ определяются формулами (16) и (17).

На рис. 1 показаны распределения энергии излучения слаборелятивистских частиц ($1.05 \le \gamma \le 2.3$). Для электронов это соответствует диапазону энергий от 20 до 650 кВ. Угол раствора конической поверхности был равен $\alpha = \pi/1.5 = 120^\circ$. Кривые на рис. 1$a$ показывают распределения энергии вылетающих частиц $W^{out}(\omega,\theta,\varphi)$, на рис. 1$б$ — распределение энергии падающих частиц $W^{in}(\omega,\theta,\varphi)$. Из рисунков следует, что при малых энергиях ($\gamma = 1.05, 1.15$ — энергия электронов 20 и 75 кВ) распределения излучения падающих и вылетающих частиц совпадают, а излучают частицы, в основном, в сторону, противоположную направлению движения. Но уже при энергиях $\gamma = 2.4$ максимумы излучения наблюдаются под различными углами θ, а также заметно отличаются (примерно на 30 %) интенсивности излучения вдоль поверхности конуса.

Рассмотрим влияние изменения угла раствора на пространственное распределение излучения. Графики на рис. 2 иллюстрируют это влияние в случае, когда углы раствора α соизмеримы с углом $\theta_r = 1/\gamma$. При расчетах энергия частиц принималась равной $\gamma = 5$. Углы раствора удовлетворяли

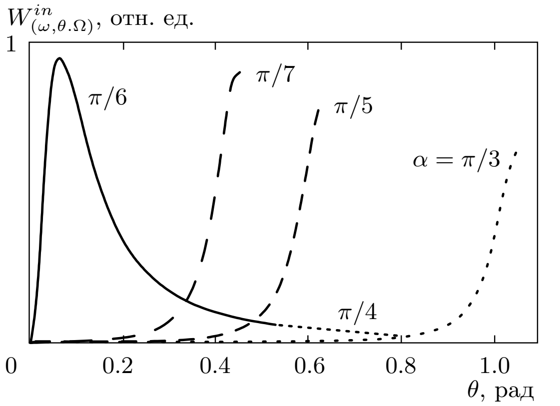

Рис. 3. Зависимости углового распределения излучения частиц, влетающих в рупор с различными углами раствора $\alpha = \pi/n > 2/\gamma$; $\gamma = 15$

условию $\alpha < \pi/2$, следовательно, частицы двигались внутри рупора образованного конической поверхностью. Из рис. 2*а* (частица вылетает из рупора) следует, что при $\alpha = \pi/6$ максимальная интенсивность приходится на угол $\theta_m \approx \theta_r$. Уменьшение раствора рупора приводит к снижению интенсивности излучения в максимуме и уменьшению угла θ_m ($\theta_m < \theta_r$).

Когда частица влетает в рупор (рис. 2*б*), уменьшение раствора вызывает колебания интенсивности излучения в максимуме и угла θ_m, под которым наблюдается максимальная интенсивность. Из рисунка следует, что при углах раствора $\alpha = \pi/n$, когда n — целое и нечетное число, максимум интенсивности излучения приходится на углы $\theta_m \approx \alpha$, т. е. излучение прижимается к поверхности рупора. Когда углы $\alpha = \pi/n$, а n — целое четное, максимальная интенсивность излучения наблюдается под углами $\theta_m \approx \theta_r$.

Распределения излучения частиц, влетающих в рупор, изображены на рис. 3. Энергия частиц в расчетах принималась равной $\gamma = 15$, а растворы конуса были равны $\alpha = \pi/n$. Видно, что характер угловых распределений для углов раствора $\alpha = \pi/n$ существенно зависит от того четное или нечетное n. Сравнение зависимостей $W^{in}(\omega,\theta,\varphi)$ для углов раствора $\alpha = \pi/6$ и $\alpha = \pi/4$ показывает, что графики в диапазоне углов $0 \le \theta \le \pi/6$ совпадают, т. е. увеличение угла раствора не влияет на распределение интенсивности излучения внутри рупора. Кроме того, когда n четное, частицы, влетающие в рупор и вылетающие из рупора, имеют одинаковое пространственное распределение излучения ($W^{in}(\omega,\theta,\varphi) = W^{out}(\omega,\theta,\varphi)$). Максимальная интенсивность приходится на угол $\theta_m = 1/\gamma$.

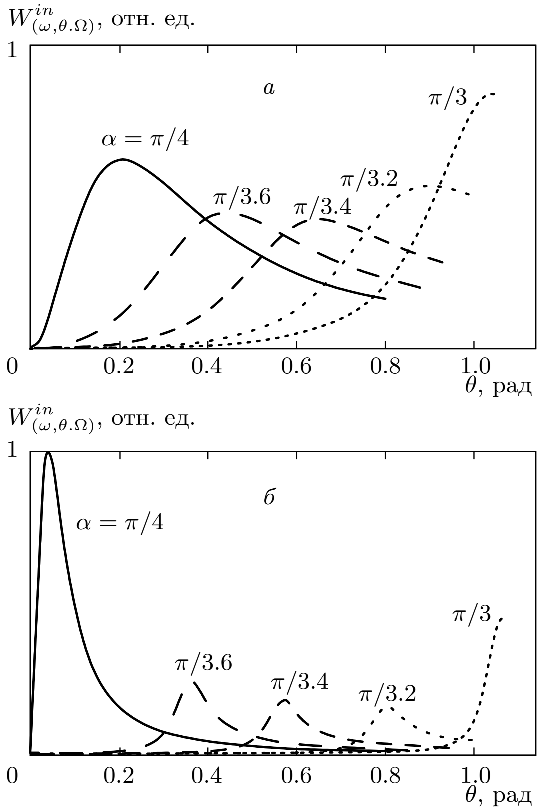

Рис. 4. Угловые распределения при углах раствора $\pi/4 \le \alpha \le \pi/3$; энергия частиц $\gamma = 5$ (*а*) и 25 (*б*)

При нечетном n под углами $\theta_m = 1/\gamma$ излучение подавлено. Все излучение сосредоточено вблизи поверхности рупора. Поэтому увеличение α приводит к росту расходимости излучения.

Как показали расчеты, в случае, когда частица вылетает из рупора, увеличение угла раствора не изменяет распределение излучение в рупоре, а только раздвигает границы распространения излучения. При влете частиц в рупор влияние изменения раствора на распределение излучения имеет другой характер. Кривые на рис. 4 показывают зависимости $W^{in}(\omega,\theta,\varphi)$ при увеличении угла раствора в диапазоне от $\alpha = \pi/3$ до $\alpha = \pi/1.7$. При энергии частиц $\gamma = 5$ (рис. 4*а*), максимальная интенсивность будет наблюдаться при растворе $\alpha = \pi/3$ под углами $\theta \approx \pi/3$. При более высокой энергии $\gamma = 25$ (рис. 4*б*) максимум интенсивности приходится на раствор рупора $\alpha = \pi/2$ и угол $\theta = 1/\gamma$.

Отметим, что для углов с раствором $\alpha = \pi/n$, когда n — четное число, с увеличением энергии частиц амплитуда излучения под углом $\theta_m = 1/\gamma$ возрастает пропорционально γ^2 (так же, как при излучении частицы, пересекающей плоскость).

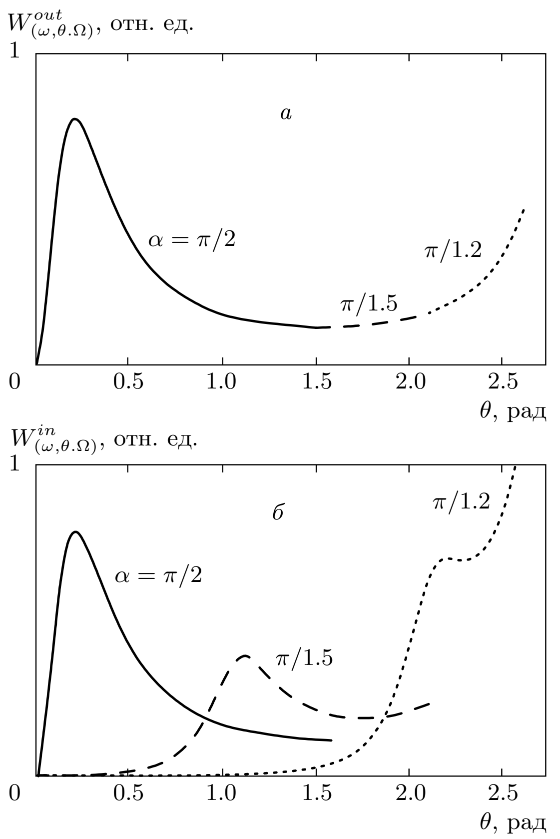

Рис. 5. Угловые распределения излучения при углах раствора $\alpha > \pi/2$; *а* — частицы вылетают из рупора, *б* — частицы влетают в рупор; $\gamma = 5$

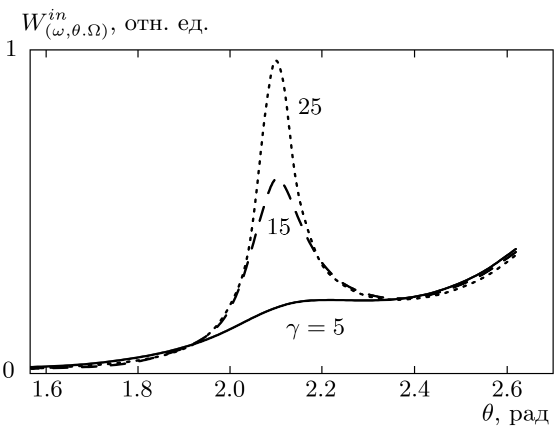

Рис. 6. Зависимость углового распределения излучения от энергии частиц γ; $\alpha = \pi/1.2 = 150°$

На рис. 5 показаны угловые распределения интенсивности при углах раствора $\alpha \geq \pi/2$. Из рис. 5*а* видно, что при углах раствора $\alpha > 2/\gamma$ угловые распределения излучения частиц, вылетающих из рупора, практически не зависят от α, и определяются только энергией частиц γ. При этом зависимость энергии излучения от угла θ в диапазоне $0 \leq \theta \leq \pi/2$ совпадает с распределением энергии частицы, пересекающей плоскость. Но при увеличении α происходит существенный рост интенсивности излучения, направленного в сторону противоположную движению частицы, т. е. под углами $\theta > \pi/2$. Особенно увеличивается излучение под углами близкими к образующей конической поверхности $\theta \approx \alpha$.

Анализ результатов расчетов показал, что при релятивистских энергиях ($\gamma > 10$) угловые распределения излучения с точностью 10^{-2} аппроксимируются выражениями

$$K_\varphi = \begin{cases} \dfrac{q\beta \sin\theta}{\pi(1-\beta^2\cos^2\theta)} & \theta \leq \dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{q}{\pi \sin\theta} & \theta \geq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases} \tag{20}$$

Излучение, направленное вперед ($0 < \theta < \pi/2$), имеет максимум интенсивности под углом $\theta_r = 1/\gamma$, характерным для излучения релятивистских частиц. Излучение, направленное назад $\pi/2 < \theta < \pi$, пропорционально $1/\sin\theta$. С увеличением γ точность аппроксимации повышается.

Когда частица падает на вершину конуса (рис. 5*б*), увеличение α, во-первых, вызывает смещение первого максимума в угловом распределении интенсивности в сторону больших углов θ, а во-вторых, приводит к увеличению интенсивности излучения вдоль поверхности конуса.

На рис. 6*а* изображены распределения интенсивности излучения частиц с различной энергией на конусе с углом $\alpha = \pi/1.2 = 150°$. Из рисунка следует, что рост энергии частиц приводит к увеличению интенсивности под углом $\theta_m = 2\alpha - \pi$, но не изменяет интенсивность излучения вдоль поверхности конуса.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены выражения, описывающие пространственное распределение переходного излучения возбуждаемого заряженной частицей, пересекающей коническую поверхность. Показано, что характер угловых распределений переходного излучения частиц, падающих на коническую поверхность и вылетающих из нее, существенно различается.

Когда частица вылетает из конической поверхности, имеющей угол раствора $\alpha \geq 2/\gamma$, распределение излучения в направлении движения (т. е. под углами $0 \leq \theta \leq \pi/2$) не зависит от раствора, а определяется только энергией частиц γ ($\theta_m = 1/\gamma$). Интенсивность излучения в противоположном направлении (т. е. под углами $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$) увеличивается с ростом α и при углах $\theta \approx \pi$ энергия излучения $W \sim 1/\sin\theta$.

Распределение излучения частицы, падающей на коническую поверхность с углом раствора $\alpha < \pi/2$, определяется величиной α. При $\alpha = \pi/n$, где n — четное число, распределения излучения падающей и вылетающей частицы совпадают:

$$W^{in}(\omega, \theta, \varphi) = W^{out}(\omega, \theta, \varphi).$$

Когда n — нечетное число, излучение прижато к поверхности ($\theta_m = \alpha$) и подавлено под углами $\theta = 1/\gamma$. При больших углах раствора $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ распределение излучения имеет два максимума: под углом $\theta_{1m} = 2\alpha - \pi$ и вдоль конической поверхности $\theta_{2m} = \alpha$.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за обсуждение работы. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-01481).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
3. М. И. Рязанов, И. С. Тилинин, ЖЭТФ **71**, 2078 (1976).
4. Б. М. Болотовский, А. В. Серов, Письма в ЖЭТФ **86**, 8 (2007).
5. M. I. Ryazanov and A. N. Safronov, Laser Phys. **6**, 708 (1996).
6. А. В. Серов, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ **131**, 994 (2007).
7. А. В. Кольцов, А. В. Серов, **136**, 44 (2009).
8. А. В. Кольцов, А. В. Серов, **136**, 1170 (2009).