

# ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЧ-ВОЛНЫ В СИСТЕМАХ С ПРОВОДИМОСТЬЮ МЕТАЛЛОВ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬЮ

*Н. А. Волчков, А. Л. Каruzский\*, А. В. Пересторонин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 октября 2009 г.

На основе полуклассической модели, учитывающей пространственные эффекты в проводимости и диэлектрической проницаемости, продемонстрирована возможность появления дополнительных волн в металлах аналогично ситуации в диэлектриках вблизи узкой линии поглощения. Получен закон дисперсии дополнительных волн в модельных средах (одномерная проводимость) с параметрами Cu и Nb, предсказывающий новое явление — возможность распространения в металлах дополнительных СВЧ-волн с малым затуханием при низких температурах.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сильное замедление, обнаруженное в микрополосковых системах [1, 2], в которых фазовая скорость СВЧ-волны ( $v_{ph}$ ) становится меньше фермиевской скорости ( $v_F$ ) электронов, открывает новые экспериментальные возможности для получения данных о свойствах носителей, механизме их спаривания, в том числе в ВТСП, на основе низкотемпературных СВЧ-исследований эффектов пространственной дисперсии. Однако в случае металлов не были известны простые выражения для электрической проводимости и проницаемости, которые позволили бы качественно и возможно даже количественно описать пространственную дисперсию, — выражения, подобные, например, модели Друде [3], позволяющей быстро получить наглядную картину и грубые оценки характеристик, более точное определение которых могло бы потребовать сложного анализа, характерного, в том числе, для описания эффектов пространственной дисперсии в металлах [4, 5]. Сформулированная недавно полуклассическая модель динамики носителей тока дает возможность описания нелокальных эффектов пространственной дисперсии за счет рассмотрения наряду с зависимостями от частоты зависимостей от волнового числа или фазовой скорости падающей электромагнитной волны [6, 7]. На ее основе в настоящей работе получены оценки, демонстрирующие возможность появ-

ления дополнительных волн в металлах, аналогично ситуации в диэлектриках вблизи узкой линии поглощения [8–11]. Представлен закон дисперсии дополнительных волн в модельных средах (с одномерной проводимостью) с параметрами Cu и Nb при температурах от 300 до 4.2 К. Соответствующие значения тангенса угла диэлектрических потерь при низких температурах демонстрируют возможность нового явления — распространения дополнительных СВЧ-волн с малым затуханием в металлических средах.

## 2. МОДЕЛЬ

### 2.1. Полуклассическая модель

Возникновение эффектов пространственной дисперсии связано с зависимостью «свободного» движения частицы от значений поля на отрезках ее траектории не слишком большой длины. Порядок величины этих длин определяется двумя механизмами: столкновениями, нарушающими свободное движение по траектории, и усреднением осциллирующего поля за время пролета частицы по траектории [4]. В полуклассической модели [4–7, 12] электрическая проводимость  $\sigma$  носителей тока с концентрацией  $n$ , зарядом  $e$  и массой  $m$  определяется ускорением, приобретаемым носителем в течение времени свободного пробега  $\tau = l/v_F$  под влиянием электрического поля  $E = E_0 e^{i\omega t}$ :

\*E-mail: karuz@sci.lebedev.ru

$$dv/dt = eE/m - v/\tau,$$

где  $v$  — дрейфовая скорость носителя, член  $v/\tau$  эквивалентен силе вязкого трения при движении частицы в вязкой среде. В постоянном электрическом поле производная в левой части уравнения равна нулю и, пренебрегая размытием и изменениями формы поверхности Ферми, можно полагать, что центр тяжести ограниченного ею объема импульсного пространства сдвигается на величину  $tv$  или, что эквивалентно, все носители в импульсном пространстве движутся с одним и тем же ускорением, стремясь к равновесной величине  $e\tau E$ , что соответствует плотности тока  $j = evn$ .

## 2.2. Пространственная дисперсия в полуклассической модели

Плотность создаваемого этим движением электрического тока  $j = j_s + j_n$  в двухжидкостной модели сверхпроводника ( $n = n_s(\theta) + n_n(\theta)$ ,  $\theta = T/T_c$ ) определяется динамическими уравнениями

$$\frac{dj_n}{dt} = \frac{e^2 n_n(\theta)}{m} E - \frac{j_n}{\tau}, \quad \frac{djs}{dt} = \frac{e^2 n_s(\theta)}{m} E. \quad (1)$$

Для учета двух определяющих дисперсию механизмов, длина свободного пробега  $l$ , время  $\tau$  и частота  $\omega_k$  рассеяния должны иметь комплексные значения [6, 7]:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} &= \frac{\tilde{l}}{v_F} = \frac{l'}{v_F} \pm i \frac{l''}{v_F} = \frac{1}{\tilde{\omega}_k} = \frac{1}{\omega'_k \mp i\omega''_k} = \\ &= \frac{\omega'_k \pm i\omega''_k}{(\omega'_k)^2 + (\omega''_k)^2} = \frac{\omega'_k}{(\omega'_k)^2 + (\omega''_k)^2} \pm \\ &\pm i \frac{\omega''_k}{(\omega'_k)^2 + (\omega''_k)^2} = \frac{1}{\tilde{k}v_F} = \frac{1}{(k' \mp ik'')v_F}. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда решением, например, первого из уравнений (1) при  $E = 0$  и комплексных параметрах (2) является выражение

$$\begin{aligned} j(\theta, r, t) &= j_0(\theta, r)e^{-\tilde{\omega}_k t} = \\ &= j_0(\theta, r)e^{-\omega'_k t}(\cos \omega''_k t \pm i \sin \omega''_k t), \end{aligned} \quad (3)$$

в котором учитываются как столкновения (затухающая экспонента), так и влияние осциллирующего поля (периодический множитель) за время пролета частицы по траектории. Для общности здесь и далее рассмотрены решения для двух знаков мнимых частей параметров рассеяния (2), причем нижний знак соответствует испусканию волны: подставляя в уравнение (3)  $j_0(\theta, r) = j_0(\theta)e^{i\kappa r}$ , получим

$$j(\theta, r, t) = j_0(\theta)e^{-\omega'_k t}e^{i(\kappa r \pm \omega''_k t)}$$

после выключения поля  $E = E_0 e^{i(kr + \omega t)}$ , где  $\kappa$  — волновое число в проводнике. Примечательно, что длина свободного пробега носителей тока в виде, аналогичном (2),  $\tilde{l} = v_F(\tau^{-1} - i\omega)^{-1}$  уже использовалась ранее [5, 13] для описания пространственных эффектов при рассмотрении добавки к поверхностному импедансу из-за рассеяния электронов от шероховатой поверхности.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

### 3.1. Проводимость

Уравнения движения (1) для комплексного рассеяния (2) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dj_n}{dt} &= \frac{n_n(\theta)}{n} \frac{1}{\lambda_0^2 \mu_0} E - \tilde{\omega}_k j_n, \\ \frac{djs}{dt} &= \frac{n_s(\theta)}{n} \frac{1}{\lambda_0^2 \mu_0} E \pm i\omega''_k j_s, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\lambda_0 = \sqrt{m/\mu_0 n e^2}$ , плазменная частота  $\omega_p = c/\lambda_0 = (\lambda_0 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})^{-1}$ , и определяют проводимость из выражения  $j = \tilde{\sigma}(\theta, \omega, k)E$  для  $j = j_0(\theta, r)e^{i\omega t}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(\theta, \omega, k) &= \sigma'_n(\theta, \omega, k) - \\ &- i(\sigma_s(\theta, \omega, k) + \sigma''_n(\theta, \omega, k)). \end{aligned} \quad (5)$$

Дифференцируя  $j$  в уравнении (4) и перенося члены, содержащие  $j$ , в левую часть,

$$i\omega j_n + \tilde{\omega}_k j_n = \frac{n_n(\theta)}{n \lambda_0^2 \mu_0} E, \quad i\omega j_s \mp i\omega''_k j_s = \frac{n_s(\theta)}{n \lambda_0^2 \mu_0} E,$$

получим

$$\begin{aligned} j_n &= \frac{n_n(\theta)/n}{\lambda_0^2 \mu_0} \frac{1}{\omega'_k + i(\omega \mp \omega''_k)} E = \\ &= \frac{n_n(\theta)/n}{\lambda_0^2 \mu_0} \frac{\omega'_k - i(\omega \mp \omega''_k)}{(\omega'_k)^2 + (\omega \mp \omega''_k)^2} E, \end{aligned} \quad (6)$$

$$j_s = \frac{n_s(\theta)/n}{\lambda_0^2 \mu_0} \frac{-i}{\omega \mp \omega''_k} E. \quad (7)$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_n(\theta, \omega, k) &= \frac{n_n(\theta)}{n} \epsilon_0 \omega_p^2 \frac{\omega'_k}{(\omega'_k)^2 + (\omega \mp \omega''_k)^2} - \\ &- i \frac{n_n(\theta)}{n} \epsilon_0 \omega_p^2 \frac{\omega \mp \omega''_k}{(\omega'_k)^2 + (\omega \mp \omega''_k)^2}, \\ \tilde{\sigma}_s(\theta, \omega, k) &= -i \sigma_s(\theta, \omega, k) = \end{aligned} \quad (8)$$

$$= -i \frac{n_s(\theta)}{n} \epsilon_0 \omega_p^2 \frac{1}{\omega \mp \omega''_k}.$$

### 3.2. Проницаемость

Выражение для абсолютной проницаемости следует из соотношения  $\tilde{\varepsilon}_a = \tilde{\varepsilon}_p \varepsilon_0 - i\tilde{\sigma}/\omega$  (следствия уравнений Максвелла):

$$\begin{aligned}\varepsilon'_a &= \operatorname{Re} \tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon'_p \varepsilon_0 + \frac{n_s(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 \pm \omega \omega_k''} + \\ &+ \frac{n_n(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2 (\omega \mp \omega_k'')}{-\omega [(\omega_k')^2 + (\omega \mp \omega_k'')^2]}, \quad (9) \\ \varepsilon''_a &= -\operatorname{Im} \tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon''_p(\theta, \omega, k) \varepsilon_0 + \\ &+ \frac{n_n(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_k'}{\omega [(\omega_k')^2 + (\omega \mp \omega_k'')^2]},\end{aligned}$$

где  $\tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon'_p - i\varepsilon''_p$  — относительная диэлектрическая проницаемость решетки (связанных зарядов).

Использование комплексных параметров (2) приводит к появлению возможности смены знака  $\operatorname{Im} \tilde{\sigma}$  с индуктивного «—» на емкостной «+» и соответственно к появлению еще одной, кроме  $\omega_p$ , характерной частоты  $\omega_k''$ , допускающей такую же смену знака  $\operatorname{Re} \tilde{\varepsilon}_a$  при  $\omega < \omega_k''$ . Длина волны электромагнитного излучения  $\lambda = 2\pi/k_\omega$  играет роль одной из длин, определяемых механизмами, нарушающими свободное движение по траектории: характерной длины  $l''$  усреднения осциллирующего поля за время пролета частицы по траектории [4]. В микрополосковых замедляющих системах фазовая скорость электромагнитной волны  $v_{ph} = \omega/k_\omega$  может уменьшаться до значений, меньших фермиевской скорости электронов  $v_F$  [1, 2], и, согласно соотношениям (2), частота  $\omega = v_{ph} k_\omega = v_{ph} 2\pi/\lambda$  становится меньше  $\omega_k'' = v_F/l'' = v_F 2\pi/\lambda = v_F k_\omega$ . Для сверхпроводящего компонента в двухжидкостной модели изменение знака действительной части диэлектрической проницаемости должно сопровождаться бесконечным возрастанием абсолютной величины  $\varepsilon'_a$  и прохождением через точку разрыва (уравнения (9)). Однако нелинейные свойства сверхпроводящего состояния, а именно наличие критического тока (см. (7)), устраняют расходимость в точке разрыва за счет перехода сверхпроводника в нормальное состояние. Для нормальных металлов разрыв слаживается за счет наличия затухания ( $\omega_k'$  в уравнениях (8) и (9)).

Для иллюстрации функциональной зависимости, полученной в уравнениях (9), на рис. 1 показаны зависимости приведенных действительной ( $a, \alpha$ ) и мнимой ( $b, \beta$ ) частей диэлектрической проницаемости нормально-жидкостного компонента от частоты, измеряемой в единицах  $\omega_k''$  ( $a, b$ ) или  $\omega_k'$  ( $\alpha, \beta$ ) для различных значений параметров  $(\omega_k'/\omega_k'')^2$  и  $v_F/v_{ph}$ .

### 3.3. Дополнительные волны в сверхпроводниках

Добавление в выражение для диэлектрической проницаемости членов со степенями  $k$  повышает порядок алгебраического дисперсионного уравнения, определяющего зависимость  $k(\omega)$  [8]. Поэтому при формальном его решении возникают дополнительные корни. Вблизи линии поглощения, такой, например, как возникает на рис. 1б при учете пространственной дисперсии, проницаемость меняется при относительно малых  $k$ , лежащих в области применимости теории, и могут возникнуть дополнительные корни, имеющие реальный физический смысл, т. е. возникают новые дополнительные волны.

Для оценки этих возможностей в системах с металлической проводимостью запишем частоту электромагнитной волны в виде  $\omega = v_{ph} k_\omega$ . Тогда мнимые части волнового числа и частоты рассеяния (см. (2)) равны  $k'' = k_\omega = \omega/v_{ph}$  и  $\omega_k'' = k'' v_F = k_\omega v_F = \omega v_F/v_{ph}$ . С целью упрощения дальнейших выкладок запишем  $v_{ph} = 1/\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = c/\sqrt{\varepsilon'}$ , считая, что  $\mu_a' = \mu_0$  и  $\varepsilon'_a > \varepsilon''_a$ , откуда получим

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon'_a}{\varepsilon_0} = \left( \frac{c}{v_{ph}} \right)^2. \quad (10)$$

Записав с помощью (9) абсолютную диэлектрическую проницаемость для сверхпроводящего компонента,

$$\varepsilon'_{as} = \varepsilon'_p \varepsilon_0 + \frac{n_s(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 \pm \omega \omega_k''}, \quad (11)$$

перепишем ее с учетом рассмотренных соотношений как

$$\begin{aligned}\varepsilon'_{as} &= \varepsilon'_p \varepsilon_0 + \frac{n_s(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{-(v_{ph} k_\omega)^2 \pm v_{ph} k_\omega v_F k_\omega} = \\ &= \varepsilon'_p \varepsilon_0 + \frac{n_s(\theta)}{n} \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{v_{ph} k_\omega^2 (-v_{ph} \pm v_F)}, \quad (12)\end{aligned}$$

или, полагая  $n_s \approx n$ , получим относительную проницаемость сверхпроводника в виде

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon'_{as}}{\varepsilon_0} = \varepsilon'_p - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 \mp (v_F/v_{ph}))}. \quad (13)$$

Подставляя (10) в (13) и домножая полученное равенство на его знаменатель  $(1 \mp (v_F/c)\sqrt{\varepsilon'_s}) \omega^2$ , получим квадратное уравнение для частоты:

$$\varepsilon'_s \omega^2 \mp (\varepsilon'_s)^{3/2} \omega^2 \frac{v_F}{c} = \varepsilon'_p \omega^2 \mp \varepsilon'_p \omega^2 \frac{v_F}{c} \sqrt{\varepsilon'_s} - \omega_p^2, \quad (14)$$

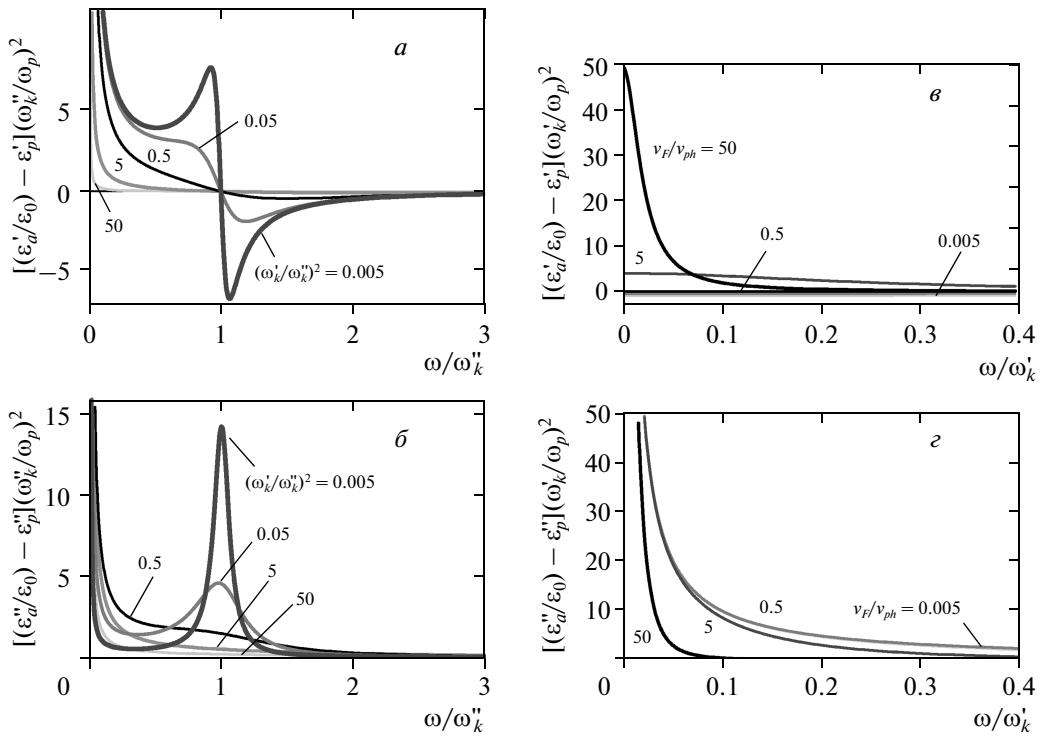


Рис. 1. Зависимости приведенных действительной (а, в) и мнимой (б, г) частей диэлектрической проницаемости нормально-жидкостного компонента от частоты для различных значений  $(\omega_k'/\omega_k'')^2$  (а, б) и  $v_F/v_{ph}$  (в, г)

самосогласованным решением которого является величина

$$\omega_{ds} = \pm \omega_p \sqrt{\frac{1}{(\epsilon'_s - \epsilon'_p) (\pm(v_F/c)\sqrt{\epsilon'_s} - 1)}}. \quad (15)$$

### 3.4. Дополнительные волны в нормальных металлах

В аналогичных предположениях  $n_n = n$ ,  $v_{ph} \approx c/\sqrt{\epsilon'_n}$ ,  $\epsilon'_a > \epsilon''_a$  для компонента нормальной жидкости получим относительную проницаемость

$$\epsilon'_n = \frac{\epsilon'_{an}}{\epsilon_0} \approx \epsilon'_p - \frac{\omega_p^2(\omega \mp \omega(v_F/v_{ph}))}{\omega[(\omega_k')^2 + \omega^2(1 \mp (v_F/v_{ph}))^2]} \quad (16)$$

или, подставляя (10),

$$\epsilon'_n \approx \epsilon'_p - \frac{\omega_p^2(1 \mp (v_F/c)\sqrt{\epsilon'_n})}{(\omega_k')^2 + \omega^2(1 \mp (v_F/c)\sqrt{\epsilon'_n})^2}. \quad (17)$$

Решая это уравнение относительно частоты, получим самосогласованное решение

$$\begin{aligned} \omega_{dn} = & \pm \omega_p \times \\ & \times \sqrt{\frac{(\pm(v_F/c)\sqrt{\epsilon'_n} - 1) - (\omega_k'/\omega_p)^2(\epsilon'_n - \epsilon'_p)}{(\epsilon'_n - \epsilon'_p)(\pm(v_F/c)\sqrt{\epsilon'_n} - 1)^2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для тангенса диэлектрических потерь из формул (9), (17), (18) получается соотношение

$$\operatorname{tg} \delta_n = \frac{\epsilon''_n}{\epsilon'_n} = \frac{\epsilon''_p}{\epsilon'_n} + \frac{\omega'_k}{\omega_{dn}} \frac{(\epsilon'_n - \epsilon'_p)/\epsilon'_n}{1 \mp (v_F/c)\sqrt{\epsilon'_n}}. \quad (19)$$

### 3.5. Расчеты для модельных систем

На рис. 2, 3 представлен закон дисперсии дополнительных волн в модельных средах (с одномерной проводимостью) с параметрами Nb и Cu при температурах от 300 до 4.2 К. Расчет проводился по формулам (13), (15), (17), (9) при  $n_n = n$  для рис. 2 и (18), (20) для рис. 3. Параметры для Nb и Cu [5, 14–17], содержащиеся в этих уравнениях, демонстрируют некоторый разброс экспериментальных данных и с учетом специфики используе-

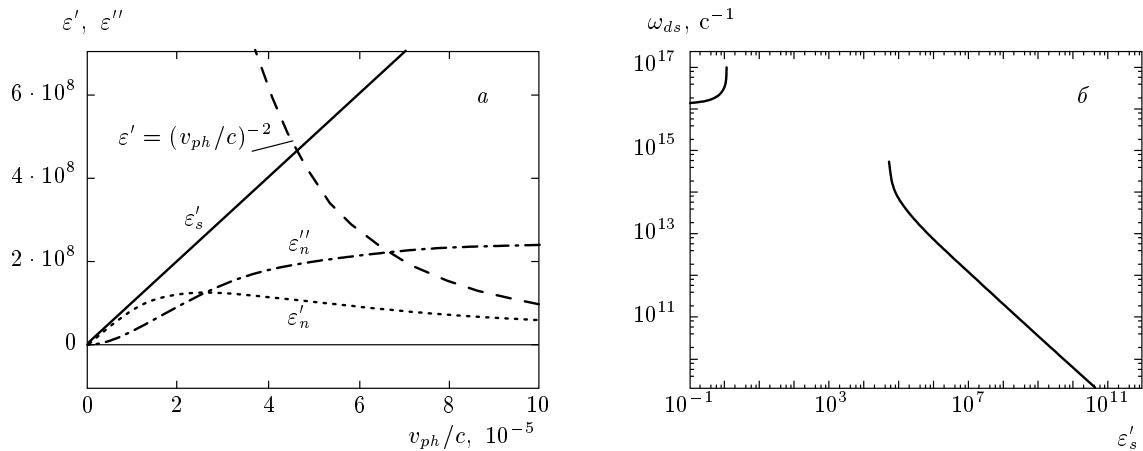


Рис.2. а) Зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости сверхпроводящего и нормально-жидкостного компонента модельной системы с одномерной проводимостью ниобия от фазовой скорости на частоте  $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ . б) Дисперсионная характеристика дополнительных волн в ниобии.  $T = 4.2 \text{ K}$

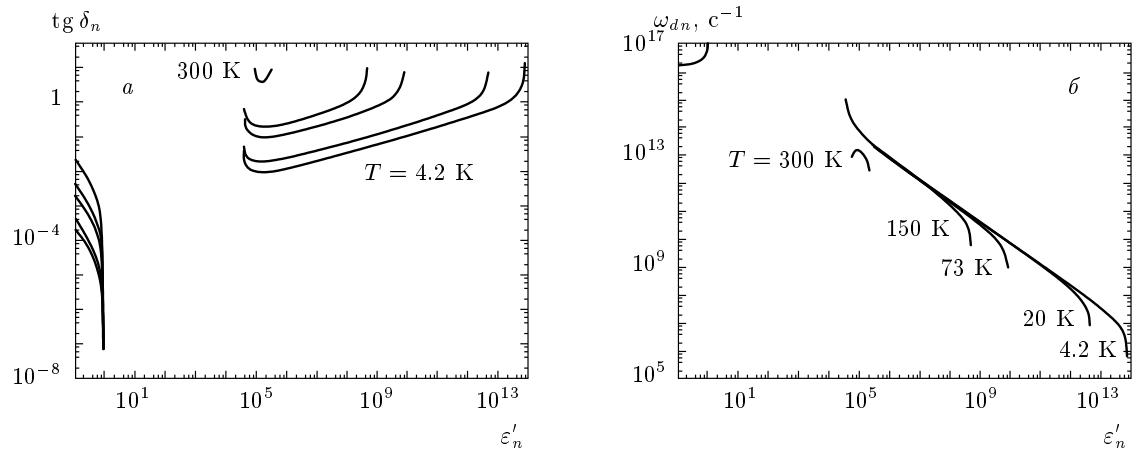


Рис.3. Дисперсионная характеристика (б) и тангенс потерь (а) дополнительных волн в нормально-жидкостном компоненте модельной системы с одномерной проводимостью меди при температурах от 4.2 до 300 К

мой полуклассической модели выбраны следующими:  $\omega_p = 13.3 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  для Nb ( $16.4 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  для Cu),  $\omega'_k(300 \text{ K}) = 21.96 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$  для Nb ( $4.05 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$  для Cu),  $v_F = 1.37 \cdot 10^8 \text{ см/с}$  для Nb ( $1.57 \cdot 10^8 \text{ см/с}$  для Cu). Отношение сопротивлений при 300 и 10 К для Nb бралось равным  $\Gamma_{10 \text{ K}} = 20$ , для Cu  $\Gamma_{150 \text{ K}} = 5$ ,  $\Gamma_{73 \text{ K}} = 10$ ,  $\Gamma_{20 \text{ K}} = 50$ ,  $\Gamma_{4.2 \text{ K}} = 100$ . Считалось, что  $\epsilon'_p - i\epsilon''_p = 1$ .

Соответствующие значения тангенса угла диэлектрических потерь (см. рис. 2а, 3а, причем для Nb  $\operatorname{tg} \delta = \epsilon''/\epsilon'_s$  и на порядок меньше, чем отношение, представленное на рис. 2, за счет экспоненциального уменьшения  $n_n$  ниже  $T_c$ ) при низких температурах  $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ , что свидетельствует о применимости

использованного приближения и демонстрирует возможность распространения дополнительных волн с малым затуханием в средах с металлической проводимостью. Из рис. 2 следует, что в случае Nb дополнительные волны на частоте  $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$  могут возникать только в сверхпроводящем состоянии, поскольку кривая  $\epsilon'_n$ , рассчитанная для  $n_n = n$ , не пересекается с кривой  $\epsilon' = (v_{ph}/c)^{-2}$  и самосогласованного дополнительного решения не возникает в отличие от случая Cu (см. рис. 3).

Сама возможность возникновения слабозатухающих волн в металлических средах является исключительно эффектом пространственной дисперсии. Она приводит к более быстрому квадратично-

му уменьшению  $\varepsilon_n''$  по сравнению с линейным уменьшением  $\varepsilon_n'$  при убывании  $v_{ph}/c$ , т. е. росте  $\omega_k''$ , (см. рис. 2а и уравнение (9)).

#### 4. ВЫВОДЫ

Представлены оценки, свидетельствующие о возможности появления дополнительных волн в металлах. Получен закон дисперсии дополнительных волн в модельных средах (с одномерной проводимостью) с параметрами Cu и Nb при температурах от 300 до 4.2 К. Соответствующие значения тангенса угла диэлектрических потерь при низких температурах демонстрируют возможность нового явления — распространения дополнительных СВЧ-волн с малым затуханием в металлических средах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00513, 09-02-12438).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Волчков, В. А. Дравин, А. Л. Карузский, В. Н. Мурзин, А. В. Пересторонин, А. П. Черняев, Изв. РАН, сер. физ. **71**, 1124 (2007).
2. A. P. Chernyaev, M. Chiba, A. L. Karuzskii, A. N. Lykov, V. N. Murzin, A. V. Perestorонин, and Yu. V. Vishnyakov, J. Phys. Chem. Sol. **69**, 3313 (2008).
3. P. Drude, Ann. Phys. **1**, 566; **3**, 369 (1900).
4. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика*, т. X, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979), с. 151.
5. Ф. Ф. Менде, А. И. Спицын, *Поверхностный импеданс сверхпроводников*, Наукова думка, Київ (1985).
6. А. И. Головашкин, А. Л. Карузский, А. В. Пересторонин, III Междунар. конф. «Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости» ФПС'08, Звенигород, Сборник трудов, ФИАН, Москва (2008), с. 129.
7. A. I. Golovashkin, O. M. Ivanenko, A. L. Karuzskii, A. N. Lykov, A. V. Perestorонин, and Yu. V. Vishnyakov, J. Phys.: Conf. Ser. **150**, 052096 (2009).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. VIII, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992), с. 536.
9. С. И. Пекар, ЖЭТФ **33**, 1022 (1957).
10. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **34**, 1593 (1958).
11. M. I. Strashnikova, Ukr. J. Phys. **52**(2), 754 (2007).
12. A. B. Pippard, Adv. Electron. **6**, 1 (1954).
13. Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **60**, 838 (1971).
14. Н. Ашкофт, Н. Мермин, *Физика твердого тела*, т. 1, Мир, Москва (1979).
15. А. И. Головашкин, И. Е. Лексина, Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ЖЭТФ **56**, 51 (1969).
16. А. И. Головашкин, А. Л. Шелехов, ЖЭТФ **84**, 2141 (1983).
17. P. B. Johnson and R. W. Christy, Phys. Rev. B **6**, 4370 (1972).