

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОЙ ПРЕЦЕССИИ СПИНА В *B*-ФАЗЕ ЧИСТОГО ^3He И ^3He В АЭРОГЕЛЕ

*E. V. Суровцев^a, И. А. Фомин^{a,b}***

^a*Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия*

^b*Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 30 октября 2009 г.

Для объемного механизма низкотемпературной неустойчивости однородной прецессии спина в чистом $^3\text{He}-B$ и $^3\text{He}-B$ в аэрогеле найдены зависимости пороговой температуры неустойчивости от магнитного поля. Эти зависимости оказываются разными. Для чистого случая проведено сравнение теоретической зависимости пороговой температуры с наблюдаемой в эксперименте. Сделана оценка пороговой температуры неустойчивости для ^3He в аэрогеле для типичных условий эксперимента.

Одним из основных инструментов изучения сверхтекущего $^3\text{He}-B$ является метод импульсного ЯМР. Применение данного метода основано на исследовании однородной прецессии намагниченности. При температурах ниже $0.4T_c$ однородная прецессия в $^3\text{He}-B$ быстро распадается. Этот быстрый распад впервые наблюдался в работе [1] и был назван катастрофической релаксацией. Таким образом, катастрофическая релаксация ограничивает возможность применения импульсного ЯМР в ^3He при самых низких температурах.

В наших предыдущих работах [2, 3] мы предложили объяснение катастрофической релаксации, основанное на неустойчивости однородной прецессии спина по отношению к распаду на параметрически возбуждаемые спиновые волны с противоположными волновыми векторами (соловская неустойчивость [4]). Особенностью неустойчивости в $^3\text{He}-B$ является то, что речь идет о свободной прецессии намагниченности с большими начальными углами отклонения $\beta \sim 100^\circ$. Под спиновыми волнами в этом случае следует понимать малые пространственные возмущения прецессии. Уравнения, описывающие динамику таких возмущений, получаются линеаризацией полной системы уравнений спиновой

динамики $^3\text{He}-B$ около решения, соответствующего стационарной прецессии. Коэффициенты перед пространственными производными переменных пропорциональны членам, изменяющимся со временем как $\cos \omega_p t$ или $\cos 2\omega_p t$, где ω_p — частота прецессии. Благодаря этим членам прецессия может параметрически возбуждать спиновые волны, удовлетворяющие законам сохранения энергии и импульса. Амплитуда таких волн экспоненциально растет со временем. Рост возмущений происходит за счет энергии прецессирующего спина, что обеспечивает быструю релаксацию прецессии. Периодически меняющиеся члены в уравнениях движения обеспечивают возможность возникновения неустойчивости. Ее количественные характеристики, в частности инкремент нарастания возмущений, можно определить, если эти члены входят в уравнения движения с малой амплитудой [5]. В случае $^3\text{He}-B$ такие члены возникают из-за анизотропии скоростей спиновых волн и их амплитуда пропорциональна анизотропии

$$\mu = 1 - c_\perp^2 / c_\parallel^2,$$

где c_\parallel и c_\perp — продольная и поперечная скорости спиновых волн. Вблизи температуры T_c перехода в сверхтекущее состояние $\mu \approx 1/4$. Будем считать μ малым параметром. В рассматриваемой задаче имеется еще один малый параметр. Это — отношение дипольной энергии к зеемановской, которое харак-

*E-mail: letterdlyazheni@mail.ru

**E-mail: fomin@kapitza.ras.ru

теризуется квадратом отношения частоты продольного резонанса к лармировской Ω_B^2/ω_L^2 . В типичных условиях эксперимента $\Omega_B^2/\omega_L^2 \sim 10^{-1}-10^{-2}$, т. е. действительно этот параметр мал. В нулевом приближении по μ и Ω_B^2/ω_L^2 линеаризованные уравнения для возмущений имеют гармонические решения $\propto \exp(i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega(\mathbf{k})t])$, причем существуют три ветви волн с законами дисперсии [2, 3]

$$\omega_1(k) = c_{\parallel}k, \quad (1)$$

$$\omega_2(k) = \sqrt{\frac{\omega_L^2}{4} + (c_{\parallel}k)^2} - \frac{\omega_L}{2}, \quad (2)$$

$$\omega_3(k) = \sqrt{\frac{\omega_L^2}{4} + (c_{\parallel}k)^2} + \frac{\omega_L}{2}. \quad (3)$$

Осциллирующие члены могут приводить к возбуждению пар спиновых волн с противоположно направленными импульсами. Однако для леггетовской конфигурации параметра порядка, т. е. когда орбитальный вектор \mathbf{L} параллелен магнитному полю, в нулевом приближении по Ω_B^2/ω_L^2 проекции зависящего от времени возмущения на собственные векторы, соответствующие спиновым волнам, оказываются равными нулю. В первом порядке по Ω_B^2/ω_L^2 ненулевые проекции возмущений возникают для следующих резонансов:

$$\omega_1(k) + \omega_1(-k) = \omega_p, \quad k = \omega_p/2c_{\parallel}, \quad \beta \leq \theta_0, \quad (4)$$

$$\omega_1(k) + \omega_2(-k) = \omega_p, \quad k = 2\omega_p/3c_{\parallel}, \quad (5)$$

$$\omega_1(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p, \quad k = 2\omega_p/3c_{\parallel}, \quad (6)$$

$$\omega_2(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p, \quad k = \sqrt{3}\omega_p/2c_{\parallel}. \quad (7)$$

Инкременты, соответствующие указанным резонансам, пропорциональны произведению $\mu\Omega_B^2/\omega_L^2$ и зависят от угла отклонения намагниченности β , а также угла δ между направлением магнитного поля и волновым вектором возбуждаемой волны, они были найдены раньше [3]. На рис. 1 представлены зависимости всех инкрементов от угла отклонения намагниченности β . Угол δ выбран таким, чтобы инкремент был максимальным. Отметим особенность при $\beta = 104^\circ$, которая возникает из-за того, что прецессия спина при $\beta > \theta_0$ и $\beta < \theta_0$ описывается разными стационарными решениями. Интересным является тот факт, что существенный вклад в неустойчивость вносят комбинированные резонансы, при которых одновременно возбуждаются спиновые волны принадлежащие разным ветвям спектра. При каждом значении β имеется максимальный инкремент, который можно записать как

$$\lambda_{max}(\beta) = a(\beta)\mu \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}. \quad (8)$$

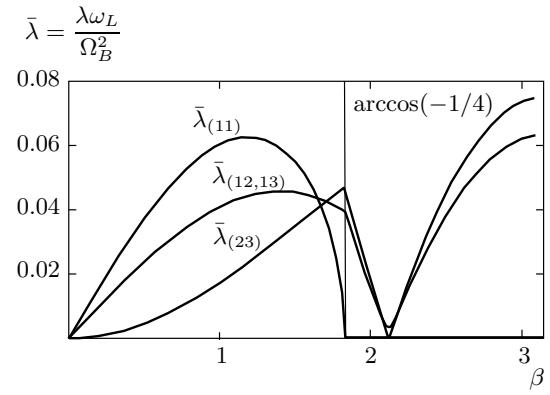


Рис. 1. Зависимость инкрементов нарастания амплитуд спиновых волн от угла отклонения намагниченности β . Цифры в скобках обозначают номера ветвей спиновых волн, на которые распадается прецессия. $\delta = \pi/4$ для процессов (11) и (12, 13); $\delta = \pi/2$ для процесса (23)

Именно максимальный инкремент определяет порог неустойчивости для каждого из углов β . В экспериментально важной окрестности угла 104° максимальный инкремент соответствует комбинированному резонансу

$$\omega_2(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p.$$

Для проверки аналитически полученных инкрементов была проведена численная симуляция линеаризованных уравнений Леггетта для волновых векторов k , удовлетворяющих условиям резонанса. Для всех выбранных углов отклонения намагниченности и направлений \mathbf{k} было получено хорошее согласие с аналитическими результатами, см., например, рис. 2.

Объемный механизм катастрофической релаксации не является единственным. В работах [6, 7] рассмотрен поверхностный механизм, основанный на том, что связь между спиновыми волнами и однородной прецессией усиливается вблизи стенок ячейки из-за отклонения орбитального вектора \mathbf{L} от равновесной ориентации в объеме жидкости. Для углов отклонения намагниченности меньших чем $\theta_0 = \arccos(-1/4)$ и для размера ячейки 6 мм, рассмотренной в [6], оба механизма, объемный и поверхностный, дают примерно одинаковые вклады в неустойчивость [3]. Когда угол отклонения намагниченности превышает θ_0 и формируется однородно-прецессирующий домен (ОПД), вклад объемного механизма оказывается существенно больше поверхностного. Это происходит из-за того, что для ОПД

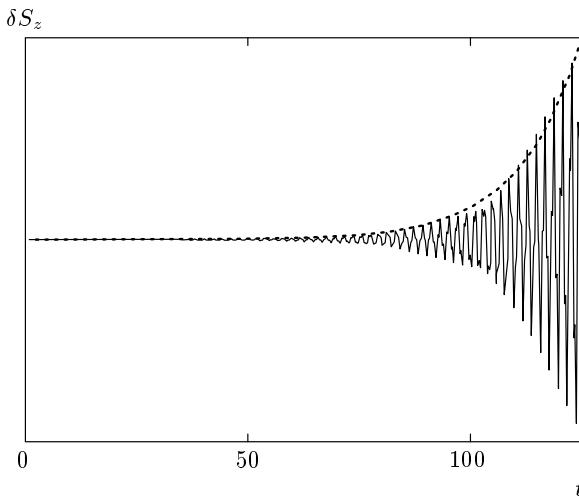


Рис. 2. Численное решение линеаризованных уравнений Леггетта для $\beta_0 = \arccos(-1/4)$. Найденный экспоненциальный рост амплитуды δS_z (сплошная линия) соответствует резонансу при $k = \sqrt{3}\omega_p/2c_{\parallel}$, $\delta = \pi/2$, $\omega_L = 1$, $\Omega_B = 1/2$, $c_{\parallel} = 1$. По оси абсцисс отложено время в ларморовских периодах. Пунктирная линия ($\propto \exp(\lambda_{23}t)$) соответствует аналитически найденному инкременту $\lambda_{(23)}$ для данных значений параметров

объем пристеночной области, где конфигурация параметра порядка отличается от объемной, составляя малую часть полного объема.

Порог неустойчивости прецессии определяется равенством максимального инкремента нарастания декременту затухания соответствующих волн [3]. На основании имеющихся данных [8] будем считать, что основным механизмом затухания спиновых волн является спиновая диффузия. Минимальная температура, до которой прецессия все еще устойчива, находится тогда из уравнения

$$\frac{D(T)k^2}{2} = \lambda_{max}(T), \quad (9)$$

где $D(T)$ — комбинация компонент тензора спиновой диффузии, определяющая затухание рассматриваемого типа спиновых волн. При температурах $T \leq 0.4T_c$, о которых идет речь, инкремент слабо зависит от температуры и можно пользоваться его значением при $T = 0$. Спиновая диффузия при $T \rightarrow 0$ ведет себя как

$$D(T, \omega_L) \propto \frac{1}{\omega_L} \sqrt{\frac{T}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right), \quad (10)$$

где Δ — щель в спектре возбуждений [9]. Зависимость $D(T)$ определяет температурную зависимость порога неустойчивости.

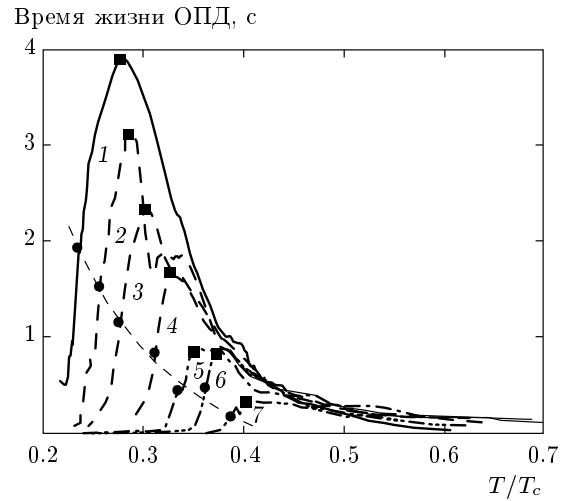


Рис. 3. Определение пороговой температуры неустойчивости прецессии спина из экспериментальных данных по времени жизни ОПД [10]. Кружки — определение, используемое авторами [10]. Квадраты — наше определение, по которому T_{inst} задается как температура, при которой время жизни ОПД начинает уменьшаться. $H = 951$ (1), 807 (2), 675 (3), 519 (4), 404 (5), 344 (6), 207 (7) Э

Несмотря на то что значение коэффициента диффузии при низких температурах неизвестно, мы можем проверить правильность зависимости пороговой температуры неустойчивости T_{inst} от параметра ω_L/Ω_B в пределе низких температур. Используя уравнение (9) для резонанса

$$\omega_2(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p$$

и низкотемпературную зависимость коэффициента диффузии (10), можно получить

$$\frac{\Delta}{T_{inst}} = 2 \ln \frac{\omega_L}{\Omega_B} + C, \quad (11)$$

где C — неизвестная постоянная. Левая часть равенства (11) может быть взята из эксперимента [10]. Авторы этой работы считают пороговой ту температуру, при которой время жизни ОПД равняется половине от максимального. Уравнение (9) предполагает другое определение, а именно, температуру, при которой время жизни ОПД начинает уменьшаться (рис. 3). Эксперимент [10] проводился при давлении $P = 31$ бар, поэтому в левой части (11) можно положить $\Delta = \Delta(0) = 2.1k_B T_c$, а в правой части $\Omega_B = 2\pi \cdot 300 \cdot 10^3$ 1/с. Результат сравнения теоретической зависимости T_{inst} от ω_L/Ω_B с экспериментальными данными представлен на рис. 4, из кото-

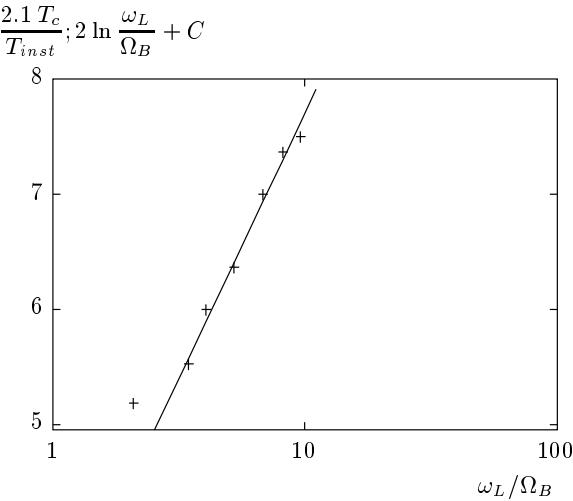


Рис. 4. Сравнение полученной в пределе низких температур зависимости T_{inst} от параметра ω_L / Ω_B с экспериментальными данными. По оси абсцисс использован логарифмический (с основанием 10) масштаб. Сплошная линия — теоретическая кривая $2 \ln(\omega_L / \Omega_B) + C$, $C = 3.1$. Крестики — экспериментальные точки, вычисленные на основании данных рис. 3 ($2.1T_c/T_{inst}$)

рого видно, что теоретическая зависимость в пределе низких температур достаточно хорошо согла- суется с экспериментом. Несоответствие для самой нижней экспериментальной точки может объясняться тем, что эта точка получена для самой высокой температуры ($0.38T_c$) и для нее уже возможно отклонение зависимости $D(T)$ от низкотемпературной асимптотики (10). Полученная в ходе подгонки константа $C = 3.1$ позволяет находить численные значения $D(T)$ в низкотемпературном пределе. Так, для поля 142 Э и давления 31 бар при экстраполяции к $T = 0.4T_c$ получается $D = 0.015 \text{ см}^2/\text{с}$.

В связи с наблюдением ОПД в аэрогеле [11] полезно рассмотреть устойчивость ОПД также и для этого случая. В аэрогеле реализуется B -подобная фаза, параметр порядка которой такой же, как и у объемной фазы. Поэтому все вычисления, проделанные в работе [3], остаются в силе. Необходимо, однако, учесть две особенности, возникающие в присутствии аэрогеля. Во-первых, как было показано в работе [12], при достаточно низких температурах характерное время диффузионного рассеяния τ_D определяется исключительно рассеянием квазичастиц на нитях аэрогеля, $\tau_D \rightarrow l_{tr}/v_F$, где l_{tr} — средняя геометрическая длина свободного пробега, определяемая аэрогелем, v_F — скорость Фер-

ми. Из этого следует, что при низких температурах ($T \approx 2 \text{ мК}$) коэффициент спиновой диффузии перестает зависеть от температуры и равен некоторой константе. Для давления 29 бар эта константа равна $3 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$, а для нулевого давления примерно $7 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$. При этом реализуется гидродинамическая ситуация, так как длина свободного пробега $l_{tr} = 140 \text{ нм}$ гораздо меньше характерной длины спиновых волн $\lambda \sim 10^4 \text{ нм}$.

Во-вторых, из-за наличия примесей происходит частичное подавление щели Δ в спектре квазичастиц по сравнению с чистым случаем и изменяется ее температурная зависимость. В работе [13] было показано, что в достаточно широком интервале температур (вплоть до $0.5T_{ca}$, T_{ca} — температура сверхтекучего перехода в аэрогеле) температурные зависимости частоты продольного резонанса Ω_{Ba} и сверхтекущей плотности ρ_s имеют следующий вид:

$$\Omega_{Ba}^2 \approx \left(\Omega_{Ba}^{(0)} \right)^2 \left(1 - \frac{T}{T_{ca}} \right)^{1.38}, \quad (12)$$

$$\frac{\rho_s}{\rho} \approx 0.4 \left(1 - \frac{T}{T_{ca}} \right)^{1.45}. \quad (13)$$

Подгоночные формулы из [13] взяты при давлении $P = 20$ бар, для которого (см. [14])

$$\left(\Omega_{Ba}^{(0)} \right)^2 = 4.5 \cdot 10^{10} \cdot (2\pi)^2 \text{ 1/с},$$

$$T_{ca} \approx 1.7 \text{ мК}.$$

Так как коэффициент спиновой диффузии для ${}^3\text{He}$ в аэрогеле при низких температурах не зависит от температуры, в отличие от чистого случая зависимость от температуры содержит только в правой части уравнения (9)

$$D = \frac{8}{3} \mu a(\beta) \frac{\Omega_{Ba}^2(T_{inst}) c_{||}^2(T_{inst})}{\omega_L^3}. \quad (14)$$

Рассмотрим для примера возможность катастрофической релаксации в ${}^3\text{He}-B$ в аэрогеле при давлении 20 бар. Значение Ω_{Ba} может быть непосредственно найдено из формулы (12). Новое значение $c_{||}$ оценим, используя значение ρ_s . Так как по определению

$$c_{||}^2 \sim \frac{\rho_s}{m^2 N_F} \frac{\chi_N}{\chi},$$

где m — масса атомов ${}^3\text{He}$, N_F — плотность состояний на поверхности Ферми, χ — магнитная восприимчивость ${}^3\text{He}-B$, χ_N — магнитная восприимчивость нормальной фазы, получаем

$$\left(c'_{||} \right)^2 = c_{||}^2 \frac{\rho'_s}{\rho_s} \frac{\chi}{\chi'}, \quad (15)$$

(штрихи относятся к значениям параметров ${}^3\text{He}$ в аэрогеле). Магнитная восприимчивость ${}^3\text{He}-B$ в аэрогеле больше магнитной восприимчивости чистого ${}^3\text{He}-B$. Согласно [14], максимальное значение отношения χ'/χ (при давлении плавления) достигает при нуле температур и оно равно примерно 1.5. При температуре порядка $0.5T_{ca}$ оценим это отношение как 1.25. Для чистого ${}^3\text{He}-B$ вблизи T_c

$$c_{\parallel}(T) = 2050\sqrt{1 - T/T_c} \text{ см/с}$$

(см. [15]). Температурная зависимость $(c'_{\parallel})^2(T)$ в аэрогеле должна быть такой же, как и температурная зависимость $\Omega_{Ba}^2(T)$, так как оба параметра пропорциональны $\Delta(T)/\chi(T)$. Исходя из этого, температурную зависимость продольной скорости спиновых волн можно записать в виде

$$c'_{\parallel} \approx c_{\parallel}^{(0)} \left(1 - \frac{T}{T_{ca}}\right)^{0.69}, \quad (16)$$

где $c_{\parallel}^{(0)}$ определяется из значения c'_{\parallel} при $T = 0.65T_{ca}$. Для этой температуры $\rho_s'/\rho_s \approx 1/3$, значение ρ_s/ρ_n для чистого ${}^3\text{He}-B$ взято из работы [16]. Таким образом, с учетом оценочного значения $\chi'/\chi \approx 1.25$ получаем

$$c'_{\parallel}|_{T=0.65T_{ca}} \approx 700 \text{ см/с},$$

и, соответственно

$$c_{\parallel}^{(0)} \approx 1400 \text{ см/с.}$$

Зная $c_{\parallel}^{(0)}$, можно записать пороговую температуру неустойчивости как функцию магнитного поля:

$$\begin{aligned} \frac{T_{inst}}{T_{ca}} &= 1 - \left(\frac{3}{8\mu a(104^\circ)}\right)^{1/2.74} \times \\ &\times \left(\frac{D\omega_L^3}{\left(\Omega_{Ba}^{(0)}\right)^2 \left(c_{\parallel}^{(0)}\right)^2}\right)^{1/2.74}, \quad (17) \\ \mu a(104^\circ) &\approx 0.047. \end{aligned}$$

Для поля 142 Э и давления 20 бар, при котором $D \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$, формула (17) дает значение $T_{inst} \approx 0.4T_{ca}$. Однако из-за сильной зависимости T_{inst} от магнитного поля увеличение магнитного поля вдвое приведет к тому, что граница неустойчивости отодвинется в область значительно более низких температур. Если экстраполировать полученные в экспериментах [13] зависимости до нулевой температуры, то затухание оказывается большим, чем инкремент нарастания неустойчивости для всех температур и неустойчивость не возникает. При такой экстраполяции нормальная

компоненты ρ_n остается конечной при $T = 0$, вместе с ней остается конечным и затухание спиновых волн. Следует иметь в виду, однако, что экспериментальные данные для Ω_{Ba} и ρ_s/ρ имеются только для $T > 0.5T_c$. Отсутствует также теоретический анализ механизмов затухания спиновых волн при близких к нулю температурах, поэтому вопрос о спиновой динамике ${}^3\text{He}$ в аэрогеле при температурах порядка $0.1T_c$ требует дальнейшего изучения.

Мы благодарны В. В. Дмитриеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-02-12131-офи-м).

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharsky et al., *Europys. Lett.* **8**, 645 (1989).
2. Е. В. Суровцев, И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **83**, 479 (2006).
3. Е. В. Суровцев, И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **90**, 232 (2009).
4. H. Suhl, *J. Phys. Chem. Sol.* **1**, 209 (1957).
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).
6. Yu. M. Bunkov, V. S. Lvov, and G. E. Volovik, Письма в ЖЭТФ **83**, 624 (2006).
7. Yu. M. Bunkov, V. S. Lvov, and G. E. Volovik, Письма в ЖЭТФ **84**, 349 (2006).
8. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, A. V. Markelov et al., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 867 (1990).
9. D. Einzel, *J. Low Temp. Phys.* **84**, 321 (1991).
10. D. A. Geller and D. M. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1032 (2000).
11. В. В. Дмитриев, В. В. Завьялов, Д. Е. Змеев и др., Письма в ЖЭТФ **76**, 371 (2002).
12. J. A. Sauls, Yu. M. Bunkov, E. Collin et al., *Phys. Rev. B* **72**, 024507 (2005).
13. J. M. Parpia, A. D. Fefferman, J. V. Porto et al., *J. Low Temp. Phys.* **150**, 482 (2008).
14. W. P. Halperin and J. A. Sauls, arXiv:cond-mat/0408593.
15. Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, Письма в ЖЭТФ **43**, 131 (1985).
16. C. N. Archie, T. A. Anvesalo, J. D. Reppy et al., *Phys. Rev. Lett.* **43**, 139 (1979).