ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 6, стр. 1052–1069

ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ В МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЕГО В ПЛАЗМЕННОЙ МАГНИТОМЕТРИИ

В. В. Вдовин**, М. Д. Токман

Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 18 сентября 2009 г.

Анализируются перспективы создания схемы локальных измерений полоидального магнитного поля в тороидальных магнитных ловушках программы УТС при помощи явления когерентного пленения населенностей (КПН) в тестовых водородоподобных атомах. Исследуется схема измерений, основанная на подавлении сигнала резонансной флуоресценции от диагностических пучков легких нейтралов с зеемановской структурой уровней за счет эффекта КПН. Обсуждаются условия реализации эффекта КПН для трех- и пятиуровневых систем. В результате развита теория КПН-магнитометрии для системы, существенно более сложной, чем традиционная трехуровневая Λ-схема. Проведенный теоретический анализ показал, что в тороидальных системах точность локальных измерений коэффициента запаса устойчивости при помощи данной методики может достигать нескольких процентов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффект когерентного пленения населенностей (КПН) в атомах является основой целого семейства магнитометрических схем [1–10]. В частности, КПН-схема в тестовых нейтральных атомах, построенная на зеемановских уровнях, позволяет измерять как величину, так и направление магнитного поля в плазме в широком диапазоне величин магнитного поля, плотностей и температур плазмы [9]. Экспериментально данная схема измерений была реализована в работе [9] с использованием электродипольного перехода в неоне $2p^5 3s$ $^3P_1(J=1) \to 2p^5 3p$ $^3P_0(J=0)$. В магнитном поле этот переход трансформируется в структуру Зеемана (рис. 1), в которой при учете правил отбора по поляризации излучения может быть выделена стандартная трехуровневая Λ-схема [11, 12]. В работе [10] был предложен и проанализирован один из вариантов разработанной в работе [9] методики, оптимизированный для измерений в тороидальных установках программы УТС. Речь идет о локальных измерениях отношения полоидального магнитного поля к тороидальному B_θ/B_φ и, тем самым, коэффициента запаса устойчивости $q = rB_\varphi/RB_\theta$ (здесь r — эффективный малый радиус магнитной поверхности, R — большой радиус тора).

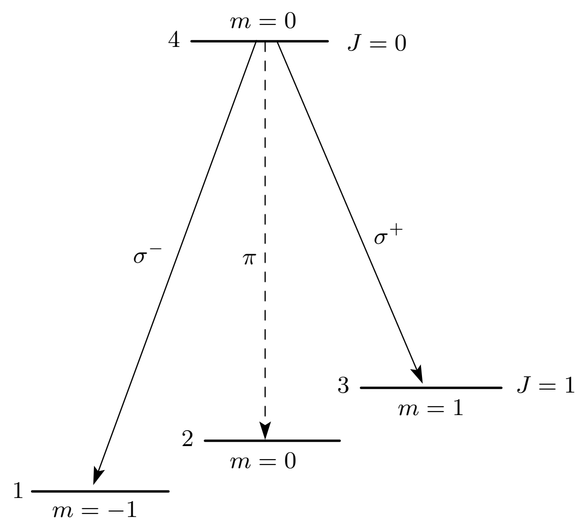

Рис. 1. Четырехуровневая структура в атоме неона

Для иллюстрации основной идеи подобных измерений обратимся к стандартной Λ-схеме [11, 12], см. рис. 2. Рассмотрим взаимодействие трехуровневой системы с бихроматическим электромагнитным полем

*E-mail: ValeryVdo@mail.ru

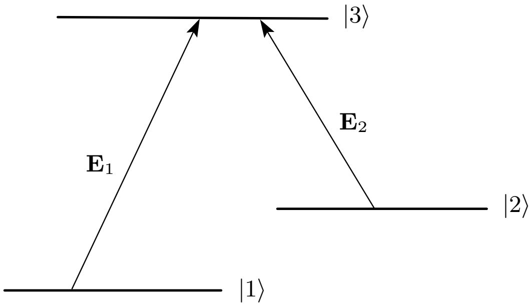

Рис. 2. Стандартная Λ-схема

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}_1 \exp(-i\omega_1 t) + \mathbf{E}_2 \exp(-i\omega_2 t) + \text{c.c.}). \quad (1a)$$

Пусть парциальные частоты равны собственным частотам высокочастотных переходов $\omega_{1,2} = (W_3 - W_{1,2})/\hbar$, а частота биений соответственно собственной частоте низкочастотного перехода $\omega_1 - \omega_2 = (W_2 - W_1)/\hbar$ (здесь $W_3 > W_2 > W_1$ — энергии состояний). Известно, что всегда существует такая «суперпозиционная» композиция собственных состояний нижних уровней $\psi = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle$, при которой вероятность перехода системы на верхний уровень в бихроматическом поле равна нулю в результате деструктивной интерференции:

$$c_1 \mathbf{d}_{13} \mathbf{E}_1^* + c_2 \mathbf{d}_{23} \mathbf{E}_2^* = 0 \quad (1b)$$

($\mathbf{d}_{mn}$ — матричный элемент оператора дипольного момента $\hat{\mathbf{d}}$). Такое состояние называется «темным», причем система самопроизвольно переходит в него под действием бихроматического поля (1a) при условии [11, 12]

$$\gamma \le \Omega, \quad (2)$$

где γ — характерное обратное время релаксации для оптических переходов, $\Omega \approx \mathbf{dE}/2\hbar$ — характерная величина частоты Раби (здесь $\mathbf{d}$ и $\mathbf{E}$ — характерные величины дипольных моментов оптических переходов и амплитуд полей). Представим теперь, что пучок лазерного излучения на частоте ω_1 возбуждает переход $1 \to 3$, стимулируя резонансную флуоресценцию с верхнего уровня, а по частоте ω_2 происходит сканирование (например, при помощи акустооптического модулятора, «расщепляющего» полную мощность на две спектральные компоненты). Пока частота биений $\omega_1 - \omega_2$ не соответствует условию двухфотонного резонанса $\omega_1 - \omega_2 \approx (W_2 - W_1)/\hbar$, вклад разночастотных компонент можно считать аддитивным, однако при выполнении последнего условия и условия (2) система переводится в темное состояние, что приводит к подавлению сигнала резонансной флуоресценции. Полученный в эксперименте спектр флуоресценции с соответствующими «провалами» приведен в работе [9]. Глубина «провала» в интенсивности флуоресценции зависит, очевидно, от соотношения амплитуд полей $\mathbf{E}_{1,2}$. Обратимся теперь к рис. 1. Пусть лазерное излучение циркулярно поляризовано (т. е. $\mathbf{E}_{1,2} \equiv \mathbf{E}_{1,2}^{(\sigma^-)}$ в системе координат, связанной с волновым вектором) и распространяется под малым углом β к направлению магнитного поля. Нетрудно убедиться, что в системе координат, где ось квантования выбрана вдоль магнитного поля, получим

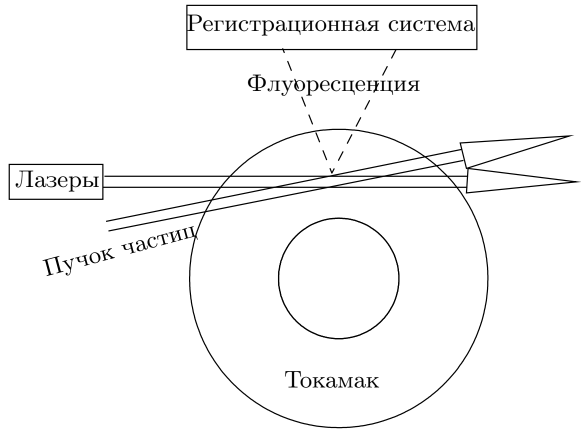

Рис. 3. Схема измерений

$$\begin{aligned} \left|\mathbf{E}_{1,2}^{(\sigma^-)}\right| &= |\mathbf{E}_{1,2}| \cos^2(\beta/2) \approx |\mathbf{E}_{1,2}|, \\ \left|\mathbf{E}_{1,2}^{(\pi)}\right| &= \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{E}_{1,2}| \sin\beta \approx |\mathbf{E}_{1,2}| \frac{\beta}{\sqrt{2}}, \\ \left|\mathbf{E}_{1,2}^{(\sigma^+)}\right| &= |\mathbf{E}_{1,2}| \sin^2(\beta/2) \approx 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате имеем Λ-схему для уровней, соответствующих состояниям $|1\rangle \to m = 0$, $J = 1$; $|2\rangle \to m = +1$, $J = 1$; $|3\rangle \to m = 0$, $J = 0$, причем переход $1 \to 3$ взаимодействует только с компонентой $\mathbf{E}_2^{(\pi)} \propto \beta$, а переход $2 \to 3$ — только с компонентой $\mathbf{E}_1^{(\sigma^-)} \approx \mathbf{E}_1$ (см. рис. 1), так что глубина «провала» сигнала резонансной флуоресценции зависит от угла β.

В работе [10] было предложено использовать лазерное излучение, распространяющееся вдоль тороидального магнитного поля — в этом случае измеряемый угол равен отношению полоидального и тороидального полей: $\beta = B_\theta/B_\varphi$. В качестве источника тестовых нейтральных атомов предполагается использовать часто применяемые в настоящее время для различных диагностик пучки нейтральных частиц (см. рис. 3). В частности, эти пучки используются для измерения профиля параметра q при помощи динамического эффекта Штарка (ДЭШ). Теоретический предел точности измерений при помощи ДЭШ определяется отношением радиального электрического поля в тороидальной установке $\mathbf{E}_r$ к электрическому полю, возникающему в сопровождающей атом системе отсчета, (ДЭШ-поле)

$$\mathbf{E}_{MSE} = \frac{\mathbf{v}_{NB}}{c} \times \mathbf{B}_\theta$$

(здесь $\mathbf{v}_{NB}$ — скорость атома). В типичных условиях это соответствует предельной точности 10–15 % (см. [13]); эффект неоднородного уширения линии приводит к дополнительному снижению точности. КПН-методика, как показывают проведенные в работе [10] предварительные расчеты, может обеспечить существенно более высокую точность измерений. Основное удобство КПН-метода состоит в его нечувствительности к неоднородному уширению резонанса. Действительно, пусть зеемановское расщепление $\Delta\omega_Z$ соответствует магнитному полю исследовательского токамака $B_\varphi \approx 2$–3 Тл, мощность лазерного излучения — несколько киловатт, диаметр фокусировки порядка 1 см, разброс тестовых атомов (водород или дейтерий) по энергиям — около 1 кэВ. В этом случае доплеровское уширение двухфотонного резонанса (КПН-резонанса)

$$\Delta\omega_D^{CPT} \equiv \Delta^{(2)}\omega_D \approx |\omega_1 - \omega_2| \frac{\Delta v}{c}$$

(здесь Δv — разброс тестовых нейтралов по скоростям) составляет примерно 10 % от частоты Раби $\Omega \approx 1$ ГГц (хотя уширение однофотонных резонансов $\Delta^{(1)}\omega_D \approx \omega_{1,2}\Delta v/c$, напротив, существенно превышает частоту Раби).

Как отмечено в работе [10], в случае водородоподобных атомов КПН-методика несколько усложняется. Дело в том, что в сильных магнитных полях зееманова энергетическая структура водородоподобных атомов оказывается «квазивырожденной» по квантовому числу орбитального момента L. Хотя вырождение по квантовому числу L, строго говоря, имеет место лишь без учета спин-орбитального взаимодействия и сдвига Лэмба[1)], в достаточно сильных магнитных полях такое взаимодействие проявляется в условиях реализации эффекта Пашена–Бака [14] и является в этом смысле слабым. Вследствие упомянутого выше «квазивырождения» в процесс КПН могут быть вовлечены несколько уровней, образуя куда более сложную систему, чем стандартная трехуровневая Λ-схема. Другой особенностью таких измерений в токамаках является существенное влияние радиального электрического поля на точность измерений (см. [10]).

В данной работе мы исследуем особенности КПН-диагностики при использовании пучков водородоподобных тестовых атомов, учитывая специфику тороидальной установки.

План статьи следующий. В разд. 2 мы кратко приводим основные (важные для последующего изложения) результаты работы [10], посвященные анализу процесса формирования сигнала резонансной флуоресценции для трехуровневой Λ-системы с сильным неоднородным уширением оптических резонансных линий. В разд. 3 исследуется влияние радиального электрического поля тороидальной системы на формирование системы рабочих уровней. В разд. 4 мы определяем область параметров, в которой могут быть важными спин-орбитальное взаимодействие и лэмбовский сдвиг. В разд. 5 обсуждается возможность реализации упрощенных КПН-схем. В разд. 6 более подробно рассматривается случай, в котором адекватной является пятиуровневая M/W-схема. В разд. 7 формулируются исходные уравнения, в разд. 8 приводятся результаты численного моделирования, разд. 9 посвящен обсуждению результатов и формулировке основных выводов.

2. ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА КПН НА ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛА РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ В СЛУЧАЕ СИЛЬНОГО НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ ОДНОФОТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Рассмотрим взаимодействие трехуровневого атома (рис. 2), движущегося со скоростью $\mathbf{v}$ в направлении волновых векторов двух спутных волн с частотами ω_1 и ω_2; в сопровождающей атом системе отсчета частоты волн равны $\omega'_{1,2} \approx \omega_{1,2}(1 - v/c)$. Как отмечено во Введении, в рассматриваемой области параметров частоту биений в сопровождающей системе отсчета можно считать не зависящей от скорости атома: $\omega'_1 - \omega'_2 \approx \omega_1 - \omega_2 = \mathrm{const}$. В этом случае расстройки двухфотонного и однофотонных резонансов можно представить в следующем виде:

[1)] Что касается взаимодействия спина с внешним магнитным полем, то оно приводит к существованию двух «параллельных» энергетических структур (для двух возможных ориентаций спина) с идентичными условиями как двухфотонного, так и однофотонного резонансов, что совершенно несущественно.

$$\omega_1' - \omega_2' - \frac{W_2 - W_1}{\hbar} \approx \omega_1 - \omega_2 - \frac{W_2 - W_1}{\hbar} = \eta,$$

$$\omega_{1,2}' - \frac{W_3 - W_{1,2}}{\hbar} \approx \omega \pm \frac{\eta}{2},$$

где η — «внешний» параметр, определяемый параметрами лазерной системы (например, частотой акустооптического модулятора),

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \frac{v(\omega_1 + \omega_2)}{2c} - \frac{1}{\hbar}\left(W_3 - \frac{W_1 + W_2}{2}\right)$$

— определяемая эффектом Доплера расстройка для «центральной» частоты (см. рис. 4).

Используя введенные выше параметры η и ω, в рамках приближения «вращающегося поля» [15] можно представить систему уравнений для матрицы плотности трехуровневой системы в следующем виде (см. [10]):

$$\frac{dn_1}{dt} + \Gamma(n_1 - n_2) - \gamma n_3 = 2\,\mathrm{Re}(\Omega_1\sigma_{13}^*), \tag{4}$$

$$\frac{dn_2}{dt} + \Gamma(n_2 - n_1) - \gamma n_3 = 2\,\mathrm{Re}(\Omega_2\sigma_{23}^*), \tag{5}$$

$$\frac{dn_3}{dt} + 2\gamma n_3 = -2\,\mathrm{Re}(\Omega_2\sigma_{23}^*) - 2\,\mathrm{Re}(\Omega_2\sigma_{13}^*), \tag{6}$$

$$\frac{d\sigma_{13}}{dt} + \left(\gamma + i\omega + i\frac{\eta}{2}\right)\sigma_{13} = (n_3 - n_1)\Omega_1 - \Omega_2\sigma_{12}, \tag{7}$$

$$\frac{d\sigma_{23}}{dt} + \left(\gamma + i\omega - i\frac{\eta}{2}\right)\sigma_{23} = (n_3 - n_2)\Omega_2 - \Omega_1\sigma_{12}^*, \tag{8}$$

$$\frac{d\sigma_{12}}{dt} + (2\Gamma + i\eta)\sigma_{12} = \Omega_1\sigma_{23}^* + \Omega_2^*\sigma_{13}. \tag{9}$$

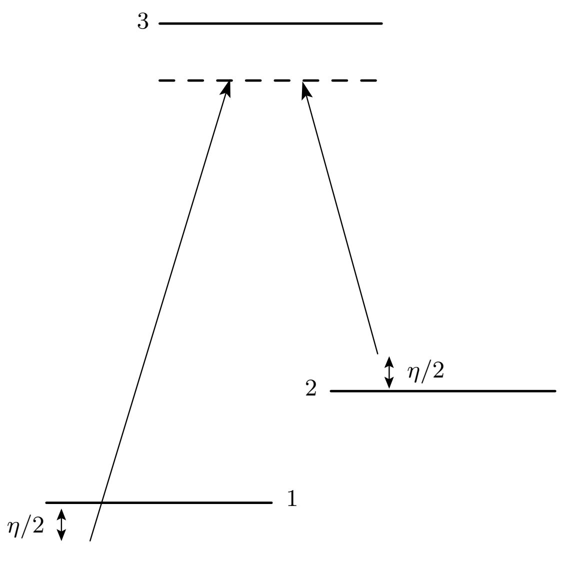

Рис. 4. Частотные расстройки в движущейся Λ-системе

Здесь $\Omega_1 = |\mathbf{d}_{13}\mathbf{E}_1^*|/2\hbar$, $\Omega_2 = |\mathbf{d}_{23}\mathbf{E}_2^*|/2\hbar$ — частоты Раби для амплитуд разночастотных волн, γ — релаксационная константа высокочастотных оптических переходов, Γ — релаксационная константа для низкочастотного перехода $1 \to 2$. Для элементов матрицы плотности использованы обозначения: $\rho_{ii} = n_i$ — населенности уровней (диагональные элементы матрицы плотности), σ_{ij} — амплитуды квантовых когерентностей (недиагональных элементов матрицы плотности)

$$\rho_{13,23} = \sigma_{13,23}e^{i\omega_{1,2}'t}, \quad \rho_{12} = \sigma_{12}e^{i(\omega_1' - \omega_2')t} = \sigma_{12}e^{i\eta t}.$$

Сигнал резонансной флуоресценции пропорционален, очевидно, полученной из решения системы (4)–(9) населенности $n_3(\omega,\eta)$, просуммированной по функции распределения атомов по скоростям. Это распределение в свою очередь можно представить как функцию, определяющую контур неоднородного уширения $f(\omega)$. В результате получаем

$$N_3(\eta) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_3(\omega,\eta) f(\omega)\, d\omega. \tag{10}$$

Проведенный в работе [10] анализ показал, что, поскольку определяемая доплеровским сдвигом характерная ширина контура $f(\omega)$ существенно превышает частоты Раби и константы однородного уширения (т. е. $\Delta^{(1)}\omega_D \gg \gamma, \Gamma, \Omega_{1,2}$), соотношение (10) можно упростить:

$$N_3(\eta) = C\int\limits_{-\infty}^{\infty} n_3(\omega,\eta)\, d\omega, \tag{11}$$

где $C = f_{\omega\to 0}(\omega)$. Если величины γ и Γ одного порядка, а также выполнено условие (2), то при достаточно большой двухфотонной расстройке (но, конечно, малой по сравнению с шириной доплеровского контура), когда

$$\Delta^{(1)}\omega_D \gg \eta \gg \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}\,,$$

результат интегрирования в (11) эквивалентен сумме независимых вкладов двух оптических переходов. Для этого случая в работе [10] получено следующее выражение для населенности:

$$N_3 = N_3(\Omega_2 = 0) + N_3(\Omega_1 = 0) = C\pi \times \\ \times\sqrt{\frac{\Gamma}{2(3\Gamma+\gamma)}}\left(\frac{|\Omega_1|^2}{\sqrt{|\Omega_1|^2+\Omega_0^2}} + \frac{|\Omega_2|^2}{\sqrt{|\Omega_2|^2+\Omega_0^2}}\right), \tag{12}$$

где

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{2\Gamma\gamma^2}{3\Gamma+\gamma}}\,.$$

При условии $\eta \to 0$ из полученного в работе [10] решения для функции $n_3(\omega, \eta = 0)$ следует выражение

$$N_3(\eta = 0) = C\pi\sqrt{\frac{\Gamma}{2(3\Gamma+\gamma)}}\,\frac{|\Omega_1|^2+|\Omega_2|^2}{\sqrt{|\Omega_1|^2+|\Omega_2|^2+\Omega_0^2}} <$$

$$< N_3(\Omega_2 = 0) + N_3(\Omega_1 = 0), \quad (13)$$

описывающее эффект деструктивной интерференции в Λ-системе. Таким образом, сканируя по расстройке $\eta = \omega_1 - \omega_2$, за счет эффекта КПН мы получим «провал» с характерной частотной шириной $\sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}$ и определяемой соотношениями (12) и (13) глубиной, которая при условиях $\Omega_0^2 \ll |\Omega_1|^2 \ll |\Omega_2|^2$ равна

$$\Delta N_3 = N_3(\Omega_2 = 0) + N_3(\Omega_1 = 0) - N_3(\eta = 0) \approx$$

$$\approx C\pi\sqrt{\frac{\Gamma}{2(3\Gamma+\gamma)}}\,\left(|\Omega_1| - \frac{|\Omega_1|^2}{2|\Omega_2|}\right). \quad (14)$$

Предполагая пропорциональную связь сигнала резонансной флуоресценции I с интегральной населенностью на верхнем уровне ($I = \gamma_r N_3$, γ_r — соответствующая «радиационная» константа), из выражений (12)–(14) получаем выражение для изменения сигнала резонансной флуоресценции при условии $\Omega_0^2 \ll |\Omega_1|^2 \ll |\Omega_2|^2$:

$$\frac{I_{nr} - I_r}{I_{nr}} \approx \frac{|\Omega_1|}{|\Omega_2|}\left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{|\Omega_1|}{|\Omega_2|}\right). \quad (15a)$$

Здесь I_r — минимальный сигнал, получаемый при достижении условия КПН, т. е. при $\eta = 0$, I_{nr} — «нерезонансный» фон, существующий в области расстроек $\Delta^{(1)}\omega_D \gg \eta \gg \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}$. Важно отметить, что доплеровское уширение линии никак не влияет на итоговые соотношения.

Вернемся теперь к Λ-системе, образованной уровнями $|1\rangle \to m = 0,\ J = 1$; $|2\rangle \to m = +1,\ J = 1$; $|3\rangle \to m = 0,\ J = 0$ (рис. 1). В бихроматическом поле (1a) с циркулярной поляризацией в рамках упрощающего предположения[2)] $|\mathbf{E}_1| = |\mathbf{E}_2|$, учитывая также соотношения (3) и (15a), нетрудно получить соотношение, связывающее величину малого угла β с изменением сигнала резонансной флуоресценции:

$$\frac{I_{nr} - I_r}{I_{nr}} \approx \frac{|\mathbf{d}_{13}|}{\sqrt{2}|\mathbf{d}_{23}|}\left(\beta - \frac{3\sqrt{2}}{4}\,\frac{|\mathbf{d}_{13}|}{|\mathbf{d}_{23}|}\,\beta^2\right). \quad (15b)$$

По сравнению с работой [10] мы учли в выражении (15b) возможное различие дипольных моментов $|\mathbf{d}_{13}| \neq |\mathbf{d}_{23}|$ и квадратичную по углу β поправку, которая, как мы покажем далее, может оказаться довольно важной.

Характерная точность измерений величины β для трехуровневой модели оценивалась в работе [10]. Отношение сигнал/шум, необходимое для измерения величины $\beta = B_\theta/B_\varphi$ с относительной погрешностью около 1 %, может быть достигнуто, например, в следующих условиях:

диаметры лазерных пучков и пучка нейтральных частиц $l \approx 1$ см,

мощность лазерного излучения $P_{opt} \approx 1$–3 кВт,

время усреднения сигнала $\tau \approx 1$ мс,

мощность пучка нейтралов $P_{NB} \approx 10$–100 кВт,

энергия частиц (легких атомов) в пучке $E_{NB} \approx$ ≈ 50 кэВ при энергетическом разбросе $\Delta E_{NB} \approx$ ≈ 1 кэВ.

Отметим, однако, что для достижения такой точности необходимо отказаться от использованной в работе [10] для оценок удобной аппроксимации измеряемой величины $(I_{nr} - I_r)/I_{nr}$ линейной функцией угла[3)] $\beta = B_\theta/B_\varphi$ (из формулы (15b) видно, что использование линейной аппроксимации дает ошибку порядка 10 % при характерном для тороидальной системы значении $B_\theta/B_\varphi \approx 0.1$).

В заключение этого раздела отметим, что использованное здесь приближение «вращающегося поля» не учитывает эффекта некоторого возрастания «нерезонансного» фона[4)] I_{nr} за счет возможности возбуждения одного и того же перехода в разных атомах полями на разных частотах при сильном доплеровском уширении. При условии $|\mathbf{d}_{13}| \approx |\mathbf{d}_{23}|$, например, этот эффект приводит к появлению численного множителя 0.5 перед правой частью (15b). Это обстоятельство, однако, можно не учитывать при анализе обсуждаемых в этой работе принципиальных моментов.

3. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ «РАБОЧЕЙ ГРУППЫ» УРОВНЕЙ ДЛЯ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ ТЕСТОВЫХ АТОМОВ В МАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

В случае водородоподобных атомов описанная выше трехуровневая модель (использованная, в

[2)] Соответствующее уточнение тривиально.

[3)] Кроме того, относительная погрешность в 1 % вряд ли достижима уже в силу изменения направления тороидального поля B_φ в области измерений. Например, для токамака с большим радиусом R метров при $l \approx 1$ см и $B_\theta/B_\varphi \approx 0.1$ получаем за счет этого фактора относительную ошибку $(10/R)$ %.

[4)] Нерезонансного в смысле отсутствия двухфотонного резонанса.

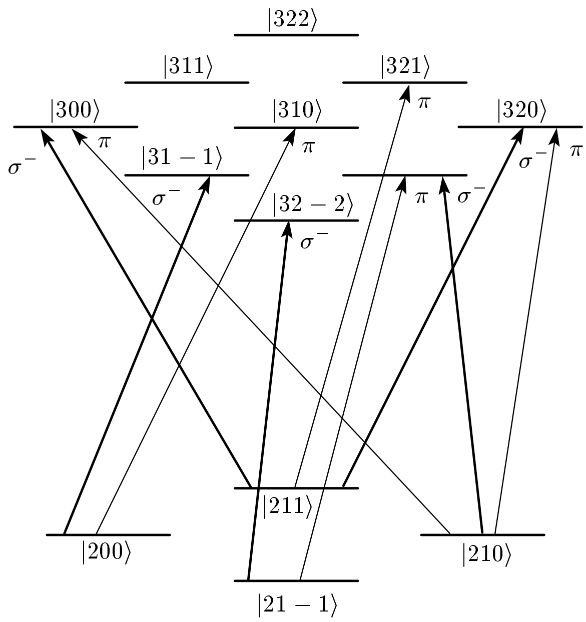

Рис. 5. Многоуровневая КПН-система при эквидистантном зеемановском расщеплении

частности, в работе [9] для неона) отнюдь не всегда является адекватной. В качестве простого примера рассмотрим предельный случай, в котором сдвиги уровней из-за спин-орбитального взаимодействия, релятивистских поправок и лэмбовского сдвига (см. [14, 16]) меньше характерной частоты Раби. В этой ситуации для оценок возможности КПН-магнитометрии можно ограничиться «бесспиновой» моделью атома. В рамках данного приближения рабочая КПН-схема за счет эквидистантности зеемановского расщепления включает в себя 11 состояний[5)] $|nLm\rangle$ для оптимальной с точки зрения современной лазерной техники группы уровней $n = 2, 3$ (см. рис. 5). Столь большое число рабочих уровней обусловлено, очевидно, тем фактом, что в водородоподобном атоме магнитное поле снимает вырождение по m (т. е. по проекции магнитного момента на магнитное поле), но не снимает вырождения по L. Ситуация, однако, несколько упрощается из-за влияния электрических полей. Как отмечено во Введении, необходимо учесть радиальное (ортогональное к магнитной поверхности) амбиполярное поле $\mathbf{E}_r$ (20–30 кВ/м $\sim$ 1 СГСЭ— см., например, [13]) и так называемое поле динамического эффекта Штарка (ДЭШ-поле)

$$\mathbf{E}_{MSE} = \frac{\mathbf{v}_{NB}}{c} \times \mathbf{B}_\theta.$$

[5)] Мы используем стандартные обозначения — см. [14].

При энергии атомов около 50 кэВ ДЭШ-поле примерно на порядок сильнее радиального амбиполярного поля, хотя основная погрешность измерений величины β, как указано в работе [10], связана именно с полем $\mathbf{E}_r$.

Рассмотрим формирование энергетической структуры водородоподобного атома в электрическом и магнитном полях, таких что $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. В принципе, близкая задача о зеемановском расщеплении уровней в быстродвижущемся атоме водорода рассматривалась в работах [17, 18]. Результаты нашего анализа совпадают с выводами цитируемых работ; мы приведем важные для дальнейшего изложения элементы расчета и полученные результаты.

Будем рассматривать расщепление внутри групп уровней с заданным значением n, поскольку (см., например, [14]) влияние уровней с другими номерами n будет ослаблено примерно на величину

$$\left|\frac{W_{ZEE}}{W_{n_1} - W_{n_2}}\right| \sim 10^{-4},$$

где $\mu_B = e\hbar/2mc$ — магнетон Бора, $W_{ZEE} = \mu_B B_\varphi$ — величина зеемановского расщепления без учета электрического поля, $W_n = -mZ^2e^4/2\hbar^2n^2$ — энергии водородоподобных уровней без учета внешних полей. Воспользуемся базисом, образованным собственными функциями гамильтониана

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - eU(r) + \mu_B\hat{\mathbf{L}}\mathbf{B},$$

где $\hat{\mathbf{L}}$ — оператор момента импульса электрона, $U(r)$ — потенциал, создаваемый ядром. Учитывая воздействие «внешнего» электрического поля $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$, из стационарного уравнения Шредингера в таком представлении получаем

$$(W - W_k^0)C_k = \sum_{p=1}^{n^2} V_{kp}C_p. \qquad (16)$$

Здесь индексы k и p изменяются от 1 до n^2, номер n равен 2 или 3 в зависимости от рассматриваемой группы зеемановых подуровней, V_{kp} — матричные элементы оператора энергии взаимодействия с внешним электрическим полем $\hat{V} = e\mathbf{E}\cdot\mathbf{r}$, W — искомые собственные значения энергии, W_k^0 — собственные значения «невозмущенного» гамильтониана $\hat{H}_0$, C_p — коэффициенты разложения волновой функции, соответствующей энергии W, по известным (см., например, [14]) невозмущенным волновым функциям $|nLm\rangle$.

1. Пусть $n = 2$. Пронумеруем невозмущенные уровни: $1 \to |21{-}1\rangle$, $2 \to |200\rangle$, $3 \to |210\rangle$, $4 \to |211\rangle$. В этом случае имеем

$$W_2^0 = W_3^0 = W_{n=2}, \quad W_{4,1}^0 = W_{n=2} \pm W_{ZEE},$$

$$V_{24} = V_{42} = V_{12} = V_{21} = V = FeEr_B, \quad F = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

где $r_B = \hbar^2/me^2$ — радиус Бора. Остальные матричные элементы V_{mn} равны нулю. Приравнивая нулю определитель системы (16) (это матрица 4×4) определим значения энергии W:

$$\begin{gathered} W_{2,3} = W_{2,3}^0 = W_{n=2}, \\ W_{4,1} = W_{n=2} \pm \Delta W_{n=2}, \\ \Delta W_{n=2} = \sqrt{W_{ZEE}^2 + 2V^2}\,. \end{gathered} \tag{17}$$

Видно, что наложение радиального электрического поля не приводит к дополнительному расщеплению зеемановой структуры, но влияет на расстояние между уровнями:

$$\Delta W_{n=2} = W_{ZEE}\sqrt{1 + 9\left(\frac{er_BE}{W_{ZEE}}\right)^2}\,. \tag{18}$$

2. Для группы уровней $n = 3$ пронумеруем уровни следующим образом: $1 \to |32\,{-}2\rangle$, $2 \to |31\,{-}1\rangle$, $3 \to |32\,{-}1\rangle$, $4 \to |300\rangle$, $5 \to |310\rangle$, $6 \to |320\rangle$, $7 \to |311\rangle$, $8 \to |321\rangle$, $9 \to |322\rangle$. В этом случае имеем

$$W_{9,1}^0 = W_{n=3} \pm 2W_{ZEE},$$

$$W_{8,2}^0 = W_{7,3}^0 = W_{n=3} \pm W_{ZEE},$$

$$W_4^0 = W_5^0 = W_6^0 = W_{n=3},$$

$$V_{97}^* = V_{79} = V_{21}^* = V_{12} = AeEr_B,$$

$$V_{85}^* = V_{58} = V_{53}^* = V_{35} = BeEr_B,$$

$$V_{62}^* = V_{26} = V_{76}^* = V_{67} = CeEr_B,$$

$$V_{74}^* = V_{47} = V_{42}^* = V_{24} = DeEr_B,$$

остальные матричные элементы V_{mn} равны нулю. Здесь

$$A = \frac{9}{2}, \quad B = \frac{9\sqrt{2}}{4}, \quad C = \frac{3\sqrt{6}}{4}, \quad D = 3\sqrt{3}$$

— численные коэффициенты, определяемые при помощи известных (см. [14]) собственных функций стационарных состояний водородоподобных систем $|nLm\rangle$. Приравнивая нулю соответствующий определитель системы (16) (теперь это матрица 9×9), получаем следующие значения энергии W:

$$\begin{gathered} W_{9,1} = W_{n=3} \pm 2\Delta W_{n=3}, \\ W_{8,2} = W_{7,3} = W_{n=3} \pm \Delta W_{n=3}, \\ W_4 = W_5 = W_6 = W_{n=3}, \end{gathered} \tag{19}$$

где

$$\Delta W_{n=3} = W_{ZEE}\sqrt{1 + \frac{81}{4}\left(\frac{er_BE}{W_{ZEE}}\right)^2}\,. \tag{20}$$

Как и в предыдущем случае, число уровней осталось неизменным, но расстояние между ними изменилось. Таким образом, хотя электрическое поле не изменяет числа уровней, соответствующих «чистому» эффекту Зеемана[6)], его наличие приводит к различию величин расщепления в группах $n = 2$ и $n = 3$:

$$\begin{aligned} (\Delta\omega_Z)_{n=3} - (\Delta\omega_Z)_{n=2} &= \frac{\Delta W_{n=3} - \Delta W_{n=2}}{\hbar} = \\ &= \frac{\mu_B B_\varphi}{\hbar}\left(\sqrt{1 + \frac{81}{4}\left(\frac{er_BE}{\mu_B B_\varphi}\right)^2} - \right. \\ &\qquad \left. - \sqrt{1 + 9\left(\frac{er_BE}{\mu_B B_\varphi}\right)^2}\right) \approx \\ &\approx \frac{45}{8}\,\frac{\mu_B B_\varphi}{\hbar}\left(\frac{er_BE}{\mu_B B_\varphi}\right)^2. \end{aligned} \tag{21}$$

Для указанных здесь и в разд. 1, 2 характерных параметров получаем

$$E_{MSE} \approx 10E_r, \quad \frac{er_BE_{MSE}}{\mu_B B_\varphi} = \frac{er_Bv_{NB}}{\mu_B c}\,\frac{B_\theta}{B_\varphi} \approx 1.3\frac{B_\theta}{B_\varphi},$$

так что разность $(\Delta\omega_Z)_{n=3} - (\Delta\omega_Z)_{n=2}$ примерно в десять раз превышает характерную частоту Раби для характерных значений $\mu_B B_\varphi/\hbar \approx 100$ ГГц и $\Omega \approx 1$ ГГц.

Фактически разница в величине расщепления в группах $n = 2$ и $n = 3$ (неэквидистантность) в случае скрещенных полей приводит к тому, что мы имеем два сорта двухфотонных резонансов с разными «комбинационными» частотами в трехуровневых схемах. Это резонансы в Λ-схемах (т. е. с парами «близких» уровней внутри группы $n = 2$) и резонансы в так называемых V-схемах (с «близкими» парами внутри группы $n = 3$), что позволяет нам разделить Λ- и V-схемы, так как V-схемы не будут

[6)] Или «чистому» эффекту Штарка.

действовать при настройке акустооптического модулятора в резонанс с Λ-схемами и наоборот (в принципе, V-схемы можно рассмотреть отдельно). Кроме того, указанная неэквидистантность делает различными и соответствующие частоты однофотонных резонансов. При этом, если пара лазеров достаточно точно настроена на двухфотонный резонанс, а средняя частота лазеров достаточно точно соответствует переходам с $n = 3$ на $n = 2$, то за счет доплеровского уширения действуют все возможные в системе Λ-схемы, но для атома с заданной скоростью возможных комбинаций связанных Λ-схем существенно меньше. При этом каждая группа атомов дает аддитивный вклад в формирование сигнала резонансной флуоресценции. В силу упомянутой выше неэквидистантности расщепления различные уровни группы $n = 3$ будут флуоресцировать на разных частотах. Поэтому, настроившись на конкретную частоту сигнала резонансной флуоресценции, мы фактически выделим «нужные» верхние уровни, и, тем самым, конкретные КПН-схемы.

4. РОЛЬ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ЛЭМБОВСКОГО СДВИГА

Наличие спина приведет, во-первых, к сдвигу уровней на величину $\pm\mu_B B$ для электронов с проекцией спина соответственно по или против поля. Однако, поскольку все электродипольные переходы происходят с сохранением проекции спина на ось квантования, наличие этого эффекта совершенно не важно. Рассмотрим далее тонкую структуру, обусловленную спин-орбитальным взаимодействием и сдвигом Лэмба.

Спин-орбитальное взаимодействие можно учесть с помощью члена

$$\frac{Ze^2}{2r^3 m_e^2 c^2}\,\mathbf{LS}$$

в гамильтониане (см. [14]). В сильном магнитном поле, когда зеемановское расщепление существенно превосходит интервалы тонкой структуры для атома в отсутствие магнитного поля —

$$\frac{\mu_B B}{\hbar} \gg \frac{m_e c^2 (Z\alpha_{fine})^4}{2n^3}$$

— (так называемый режим Пашена–Бака [14]) — LS-связь почти полностью «разрывается» в том смысле, что влияние спин-орбитального взаимодействия в этом случае приводит к малой добавке в гамильтониане [14]

$$\Delta\varepsilon^{ls} = \frac{m_e c^2 (\alpha_{fine} Z)^4}{2n^3 L(L+0.5)(L+1)}\, m m_S.$$

Здесь Z — зарядовое число водородоподобного иона, $\alpha_{fine} \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры, m_e — масса электрона, m — проекция орбитального момента электрона (магнитное квантовое число), m_S — проекция спинового момента электрона (спиновое магнитное квантовое число).

Данное возмущение снимает вырождение по L для $m = \pm 1$, но не снимает вырождение по L для $m = 0$. Вырождение по L для $m = 0$ снимает лэмбовский сдвиг. Важно, что спин-орбитальный сдвиг зависит от знака магнитного квантового числа m и знака проекции спина, так что уровни с $m \neq 0$ «раздваиваются», увеличивая число двухфотонных резонансов (при этом направление проекции спина не влияет на дипольные моменты переходов и т. д.). Для атома водорода спин-орбитальное взаимодействие дает

$$\begin{aligned}
&|\Delta\varepsilon^{ls}|(n=2, L=1, m) \approx 3.6|m| \text{ ГГц},\\
&|\Delta\varepsilon^{ls}|(n=3, L=1, m) \approx 1.1|m| \text{ ГГц},\\
&|\Delta\varepsilon^{ls}|(n=3, L=2, m) \approx 0.36|m| \text{ ГГц}
\end{aligned} \tag{22}$$

(заметим, что частоты двухфотонных резонансов в Λ-схемах при смене направления проекции спина изменятся примерно на 7.2 ГГц). Ясно, что в режиме Пашена–Бака возмущения под действием LS-связи и под действием электрического поля являются аддитивными добавками.

Лэмбовский сдвиг связан с радиационными поправками (см., например, [16]). Одной из особенностей этого эффекта является то, что сдвиг уровней с $L = 0$ (s-орбитали) больше сдвига остальных уровней в $\ln(1/Z\alpha_{fine}) \approx 5$ раз. Величина сдвига равна

$$\delta W_{n0} = \frac{4 m_e c^2 Z^4 \alpha_{fine}^5}{3\pi n^3} \times \\ \times \left(\ln\frac{1}{(Z\alpha_{fine})^2} + C_{n0} + \frac{19}{30}\right) \tag{23}$$

для $L = 0$,

$$\delta W_{nLj} = \frac{4 m_e c^2 Z^4 \alpha_{fine}^5}{3\pi n^3} \times \\ \times \left(C_{nL} + \frac{3}{8}\,\frac{j(j+1) - L(L+1) - 3/4}{L(L+1)(2L+1)}\right) \tag{24}$$

для $L \neq 0$.

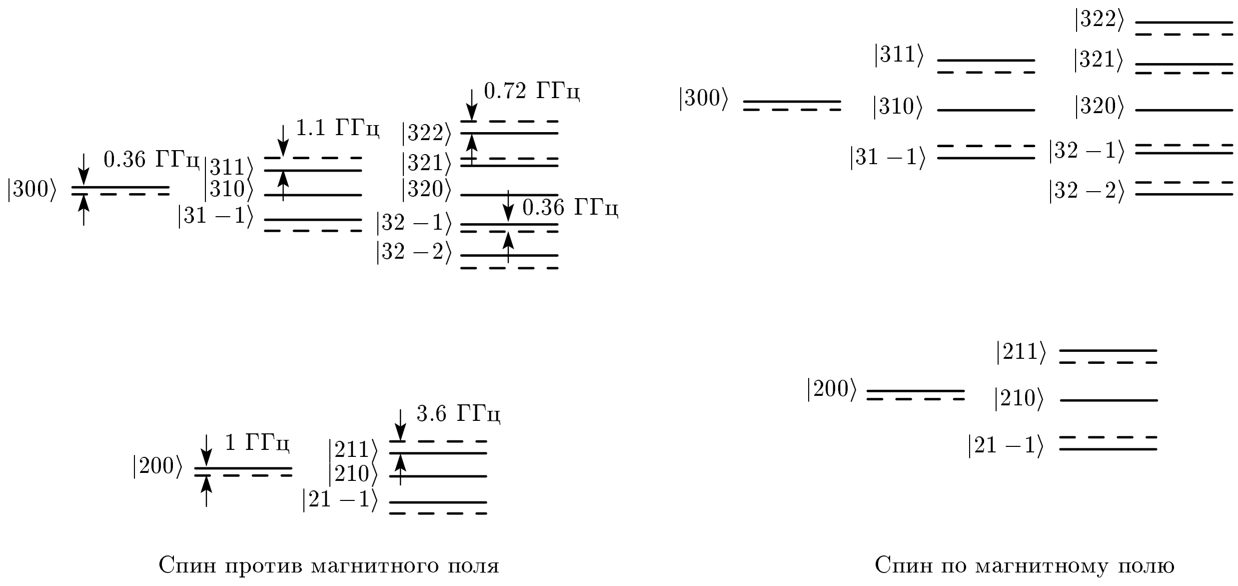

Рис. 6. Тонкое расщепление в водородоподобном атоме

Таким образом, вырождение по L полностью снято. Здесь $C_{n0} \approx -2.8$ для $n = 2$, $n = 3$, т. е. от n практически не зависит. Для уровней $2s_{1/2}$ и $2p_{1/2}$ расщепление составит 1.064 ГГц, причем уровень $2s_{1/2}$ будет выше. Поскольку сдвиги имеют порядок n^{-3}, расщепление уровней $3s_{1/2}$ и $3p_{1/2}$ будет порядка 0.3 ГГц, а расщепление уровней $3p_{3/2}$ и $3d_{3/2}$ будет не более 0.06 ГГц из-за отсутствия логарифмического фактора (на рис. 6 этот малый сдвиг не показан). Применительно к задаче о Λ-системах важно снятие вырождения именно в группе уровней $n = 2$.

Спиновые эффекты очень существенны, если частота Раби меньше лэмбовского сдвига. При этом частота Раби заведомо меньше также и спин-орбитального расщепления, поэтому условие двухфотонного резонанса может быть выполнено одновременно только для одной или двух пар нижних уровней. В этом случае возможны ситуации, в которых все Λ-схемы работают независимо и описание эффекта КПН сводится к рассмотрению, проведенному в работе [9].

Если частота Раби велика по сравнению с характерным спин-орбитальным расщеплением, то спиновые эффекты можно, очевидно, вообще не рассматривать. При этом, однако, приходится иметь дело с многоуровневыми КПН-схемами, существенно более сложными, чем Λ-схема. В известном смысле аналогичной является и ситуация, в которой частота Раби велика по сравнению с лэмбовским сдвигом (и соответственно со спин-орбитальным расщеплением для $n = 3$), но мала по сравнению со спин-орбитальным расщеплением для $n = 2$. При этом двум возможным ориентациям спина соответствуют две невзаимодействующие[7] КПН-схемы, которые будут уверенно различаться при наблюдении, так как им соответствует разность частот двухфотонного резонанса, существенно большая частоты Раби. Понятно, что с точки зрения теоретического анализа эффекта КПН два последних случая практически идентичны.

Случай «сильных» спиновых эффектов может быть реализован, например, в атомах дейтерия при мощности лазерного излучения $I \approx 0.1$ кВт, диаметре фокусировки $l \approx 1$ см, релаксационном параметре $\Gamma \approx \gamma \approx 10$ МГц, магнитном поле $B \approx 2$–3 Тл и отношении $\beta = B_\theta/B_\varphi \approx 10^{-1}$. В этом случае частота Раби $\Omega \approx 0.3$ ГГц примерно в три раза меньше лэмбовского сдвига и более чем в 20 раз меньше величины спин-орбитального расщепления для $n = 2$. При этом условие когерентного пленения населенностей (2) принимает вид $\Omega\beta \gg \Gamma_r$ и выполняется с запасом в три раза для характерного значения $\beta \sim 0.1$. Поскольку все «тонкие» эффекты имеют порядок Z^4, переход к однократно ионизованному иону гелия может существенно увеличить допустимую частоту Раби (чем больше

[7] Поскольку все электродипольные переходы происходят с сохранением проекции спина на ось квантования.

частота Раби, тем надежнее будут выполнены условия когерентного захвата населенности и независимости от эффекта неоднородного уширения линий). При этом, однако, усиливаются условия реализации режима Пашена–Бака. Следовательно, использование ионов гелия имеет смысл при достаточно большом магнитном поле. Например, при параметрах $I \approx 1$ кВт, $l \approx 1$ см, $\Gamma_r \approx 10$ МГц, $B \approx 4$–6 Тл и $\beta = B_\theta/B_\varphi \approx 10^{-1}$ лэмбовский сдвиг в однократно ионизованном гелии для $n = 2$ в 16 раз больше частоты Раби $\Omega \approx 1$ ГГц (для спин-орбитального сдвига запас составляет около 100 раз); условие $\Omega\beta \gg \Gamma_r$ выполняется с запасом в 10 раз, критерий реализации режима Пашена–Бака выполняется с запасом в четыре раза.

Для характерных параметров $I \approx 2$ кВт, $l \approx 0.5$ см, $B \approx 2$–3 Тл (дейтерий) частота Раби $\Omega \approx 3$ ГГц в три раза больше лэмбовского сдвига (а также спин-орбитального расщепления в группе уровней $n = 3$), но в два раза меньше величины спин-орбитального расщепления в группе уровней $n = 2$. Как отмечено выше, в этом случае учет спиновых эффектов по сравнению с «бесспиновой» моделью приводит лишь к появлению у каждой мыслимой КПН-схемы независимой «контрпары» с противоположным направлением спина.

5. ВЫДЕЛЕНИЕ «СИЛЬНЫХ» Λ-СХЕМ; СВЯЗЬ ИХ ПАРАМЕТРОВ С НАБЛЮДАЕМЫМИ «КПН-ЯМАМИ»

Как было показано в разд. 3, влияние электрического поля не приводит к дополнительному расщеплению уровней. Однако оно приведет к изменению собственных функций стационарных состояний и, как следствие, к изменению правил отбора рабочих переходов по поляризации. Мы приведем основные результаты соответствующего расчета без подробного вывода (основные исходные соотношения можно найти в работе [10]).

Пренебрегая перенормировкой и другими поправками второго и более высоких порядков теории возмущений, стандартными методами (см. [14]) получим следующие выражения для модифицированных собственных функций в первом порядке теории возмущений:

$$
\begin{aligned}
&|322\rangle' = |322\rangle + A\alpha|311\rangle,\\
&|321\rangle' = |321\rangle + B\alpha|310\rangle,\\
&|320\rangle' = |320\rangle + C\alpha|31{-1}\rangle + C\alpha|311\rangle,\\
&|32\,{-1}\rangle' = |32\,{-1}\rangle + B\alpha|310\rangle,\\
&|32\,{-2}\rangle' = |32\,{-2}\rangle + A\alpha|31\,{-1}\rangle,\\
&|311\rangle' = |311\rangle + D\alpha|300\rangle + C\alpha|320\rangle + A\alpha|322\rangle,\\
&|310\rangle' = |310\rangle + B\alpha|321\rangle + B\alpha|32\,{-1}\rangle,\\
&|31\,{-1}\rangle' = |31\,{-1}\rangle + D\alpha|300\rangle + C\alpha|320\rangle + A\alpha|32\,{-2}\rangle,\\
&|300\rangle' = |300\rangle + D\alpha|311\rangle + D\alpha|31\,{-1}\rangle,\\
&|211\rangle' = |211\rangle + F\alpha|200\rangle,\\
&|210\rangle' = |210\rangle,\\
&|21\,{-1}\rangle' = |21\,{-1}\rangle + F\alpha|200\rangle,\\
&|200\rangle' = |200\rangle + F\alpha|211\rangle + F\alpha|21\,{-1}\rangle.
\end{aligned}
$$

Выше использованы следующие обозначения: $|nLm\rangle'$ — возмущенная Ψ-функция, наиболее близкая к «старой» собственной функции $|nLm\rangle$, $\alpha = er_BE/\mu_BB$ — малый параметр теории возмущений. Численные коэффициенты A, B, C, D и F введены выше.

Для невозмущенных функций $|nLm\rangle$ разрешенные электродипольные переходы в поляризациях π и σ^- показаны на рис. 5.

Эффект «перемешивания» волновых функций приводит к появлению так называемых «наведенных» переходов, которые для невозмущенных состояний $|nLm\rangle$ были запрещены правилами отбора. Важно отметить, что силы «наведенных» переходов (реализуемых исключительно за счет эффекта «перемешивания») содержат малый параметр α ($\alpha \sim \beta \sim 0.1$). В то же время частоты Раби π-переходов всегда содержат малый параметр β по сравнению с σ^--переходами. Таким образом, наиболее важны «сильные» Λ-схемы, т. е. такие, в которых одно плечо — «обычный» (существующий в «старой» системе собственных функций $|nLm\rangle$) σ^--переход, а другое плечо — либо «обычный» π-переход, либо «наведенный» σ^--переход, сила которого пропорциональна первой степени α. Соответственно, мы будем различать «обычные» Λ-схемы и «наведенные»; именно эффект связи «обычных» и «наведенных» схем приводит к влиянию электрического поля на точность КПН-магнитометрии (см. [10]).

Отбор работающих «сильных» схем происходит, в первую очередь, по частоте сигнала резонансной флуоресценции. Ясно, что резонансная флуоресценция с верхнего уровня (уровней) рабочей схемы в основном будет соответствовать частоте накачки, т. е. частоте одного из «обычных» σ^--переходов, соответствующего частоте излучения одного из двух используемых лазеров[8] ω_1 или ω_2. Выбирая одну из этих частот, мы фиксируем флуоресцирую-

[8] С точностью до доплеровского сдвига в силу неколлинеарности луча накачки и диагностического луча.

щие переходы (в атоме с заданной скоростью). В силу эффекта неоднородного уширения некоторые различные переходы могут флуоресцировать на одной частоте, однако, поскольку речь идет о разных атомах, соответствующие им КПН-системы дают в сигнал резонансной флуоресценции аддитивный вклад и их можно рассматривать независимо. Увеличивая затем расстройку двухфотонного резонанса $\eta = \omega_1 - \omega_2$ от нуля (например, перестраивая акустооптический модулятор), мы последовательно реализуем эффект КПН для разных значений величины $\eta = \omega_1 - \omega_2$, соответствующих различным комбинациям флуоресцирующих переходов с прочими. Разным двухфотонным резонансам будет соответствовать последовательный ряд «провалов» сигнала резонансной флуоресценции. На рис. 14 (см. далее) показана характерная картина участка спектра флуоресценции с такими провалами; модель, в рамках которой построен этот иллюстративный график, описана в разд. 8(4).

Рассмотрим вначале случай слабых лазерных полей, когда частота Раби меньше лэмбовского сдвига. При приеме сигнала резонансной флуоресценции на переходе $|32\,{-1}\rangle' \to |210\rangle'$, при увеличении расстройки $\omega_1 - \omega_2$ от нуля второму КПН-провалу в сигнале будет соответствовать простая трехуровневая схема $|21\,{-1}\rangle'$, $|210\rangle'$, $|32\,{-1}\rangle'$ (см. рис. 6). На той же частоте из-за эффекта неоднородного уширения другие атомы будут флуоресцировать на переходе $|320\rangle' \to |211\rangle'$ в рамках четырехуровневой КПН-системы $|210\rangle'$, $|211\rangle'$, $|300\rangle'$, $|320\rangle'$. Поскольку речь идет о разных атомах, эти две КПН-схемы аддитивны[9]. Важно отметить, что все рассматриваемые схемы являются «обычными», т. е. нечувствительными к влиянию электрического поля.

Рассмотрим теперь случай достаточно сильных полей, когда частота Раби превосходит лэмбовский сдвиг (но, возможно, меньше спин-орбитального расщепления в группе уровней с $n = 2$ — это в данном случае не важно). С учетом описанной в разд. 3 «неэквидистантности» зеемановского расщепления в группах уровней $n = 2$ и $n = 3$ можно выделить следующие две «сильные» КПН-схемы, дающие сигнал резонансной флуоресценции на частоте ω_2 (меньшей из двух лазерных частот).

1. См. рис. 7. $|21\,{-1}\rangle'$, $|210\rangle'$, $|32\,{-1}\rangle'$ — «обычная» Λ-система, $|200\rangle'$, $|21\,{-1}\rangle'$, $|31\,{-1}\rangle'$ — «наведенная» система. Частоты излучения лазеров равны

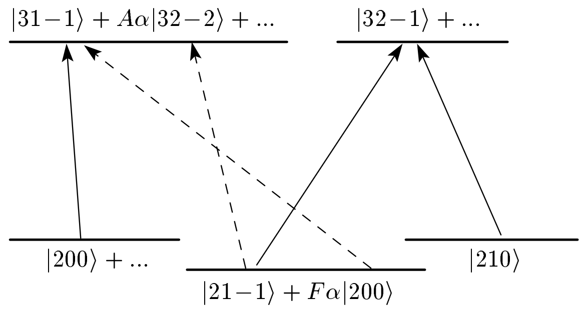

Рис. 7. Первая «сильная» КПН-схема

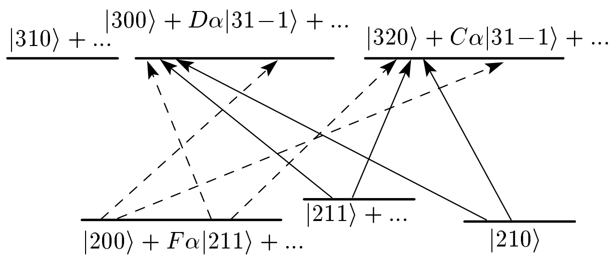

Рис. 8. Вторая «сильная» КПН-схема

$$\omega_1 = \frac{1}{\hbar}(W_{n=3} - \Delta W_{n=3} - W_{n=2} + \Delta W_{n=2}),$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\hbar}(W_{n=3} - \Delta W_{n=3} - W_{n=2}).$$

2. См. рис. 8. $|200\rangle'$, $|211\rangle'$, $|300\rangle'$ и $|200\rangle'$, $|211\rangle'$, $|320\rangle'$ — «наведенные» Λ-системы, $|210\rangle'$, $|211\rangle'$, $|300\rangle'$ и $|210\rangle'$, $|211\rangle'$, $|320\rangle'$ — «обычные» Λ-системы. Частоты излучения лазеров равны

$$\omega_1 = \frac{1}{\hbar}(W_{n=3} - W_{n=2}),$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\hbar}(W_{n=3} - W_{n=2} - \Delta W_{n=2}).$$

Показанные на рис. 7, 8 пятиуровневые КПН-схемы будем называть M/W-схемами. Они независимы друг от друга (реализуются в разных группах атомов), поэтому эффект когерентного захвата населенностей может быть рассмотрен в них по отдельности. Далее мы ограничимся анализом показанной на рис. 7 M/W-системы.

6. МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ (M/W-СХЕМА)

Рассмотрим эффект КПН в многоуровневой модели на примере M/W-схемы, изображенной на рис. 7. При этом мы учтем также и переходы, не

[9] Точно также, как и «контрпары» данных схем с противоположным направлением спина — см. рис. 6.

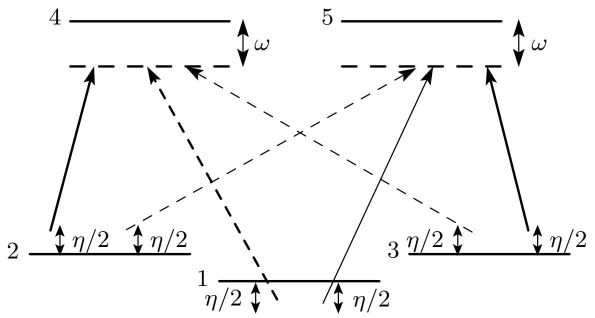

Рис. 9. Пятиуровневая КПН-система

входящие в «сильные» Λ-схемы — это позволит нам убедиться в малости вклада отброшенных нами ранее переходов.

Введем новые обозначения, более удобные для обсуждения конкретной пятиуровневой схемы (см. рис. 9):

$$|1\rangle \to |2,1,-1\rangle', \quad |2\rangle \to |2,0,0\rangle',$$

$$|3\rangle \to |2,1,0\rangle', \quad |4\rangle \to |3,1,-1\rangle', \quad |5\rangle \to |3,2,-1\rangle'.$$

Учитывая наиболее важные поправки, получаем

$$\begin{aligned} &|1\rangle \approx |21\,{-1}\rangle + S_1|200\rangle,\\ &|2\rangle \approx |200\rangle,\\ &|3\rangle \approx |210\rangle,\\ &|4\rangle \approx |31\,{-1}\rangle + S_2|320\rangle + S_3|300\rangle + S_4|32\,{-2}\rangle,\\ &|5\rangle \approx |32\,{-1}\rangle + S_5|310\rangle. \end{aligned} \tag{25}$$

Все коэффициенты S_p можно представить в виде

$$S_p = C_p \frac{er_B}{\mu_B B_\varphi}(E_r + E_{MSE}) =$$

$$= C_p\left(\frac{er_B E_r}{\mu_B B_\varphi} + \frac{er_B v_{NB}}{c\mu_B}\,\frac{B_\theta}{B_\varphi}\right),$$

где коэффициенты C_p фактически определены ранее: $C_1 = F$, $C_2 = C$, $C_3 = D$, $C_4 = A$, $C_5 = B$.

Для такой системы собственных функций уровней следует учесть взаимодействие со следующими компонентами лазерного поля с частотами $\omega_1 - \omega_2 \approx \approx \Delta\omega_Z$:

ω_1, π-компонента: переход $1 \to 5$;

ω_2, σ^--компонента: переход $3 \to 5$;

ω_2, σ^--компонента: переход $2 \to 4$;

ω_1, σ^--компонента: переход $1 \to 4$;

ω_2, π-компонента: переход $2 \to 5$;

ω_2, π-компонента: переход $3 \to 4$.

Последние три перехода обусловлены исключительно эффектом «перемешивания» состояний зеемановской структуры $|nLm\rangle$; без этого эффекта рассматриваемая пятиуровневая система разделилась бы на две независимые: Λ-систему $1 \to 5 \to 3$ и двухуровневый переход $2 \to 4$.

В заключение этого раздела проанализируем возможность пренебрежения взаимодействием системы с σ^+-компонентой лазерного поля. В принципе, учет данного эффекта соответствовал бы поправкам порядка $(B_\theta/B_\varphi)^2$, о важности которых упоминалось в разд. 2. Однако в рассматриваемой схеме σ^+-переходы, существующие в отсутствие «перемешивающего» зеемановские состояния электрического поля, не могут удовлетворять энергетическим правилам отбора одновременно с σ^-- и π-переходами. «Слабые» же переходы, появляющиеся только при учете электрического поля, для σ^+-компонент могут дать поправки, фактически пропорциональные в лучшем случае $(B_\theta/B_\varphi)^3$.

7. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ ПЯТИУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим взаимодействие описанной в предыдущем разделе пятиуровневой системы с бихроматическим излучением в сопровождающей атом системе отсчета:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{e}\sum_{\alpha=1,2} E_\alpha e^{-i\omega'_\alpha t} + \text{c.c.}\right), \tag{26}$$

где $\mathbf{e}$ — единичный вектор поляризации (в общем случае комплексный), E_α — скалярные комплексные амплитуды. Гамильтониан системы имеет вид $H_{mn} = \delta_{mn}W_n - (\hat{\mathbf{d}}\mathbf{E})_{mn}$, где $m,n = 1,2,\ldots,5$, $W_5 = W_4 \gg W_3 = W_2 > W_1$. Для простейшей модели релаксации [15], когда в отсутствие внешнего поля стационарные населенности нижних уровней 1, 2 и 3 равны, а населенности верхних уровней 4 и 5 равны нулю, в рамках приближения «вращающегося поля» получаем следующие уравнения для компонент матрицы плотности.

Уравнения для населенностей:

$$\begin{gathered}
\dot\rho_{11} - \Gamma(\rho_{22}+\rho_{33}-2\rho_{11}) - \gamma(\rho_{44}+\rho_{55}) = \\
= 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{14}^{(1)}\sigma_{14}^*) + 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{15}^{(1)}\sigma_{15}^*), \\
\dot\rho_{22} - \Gamma(\rho_{11}+\rho_{33}-2\rho_{22}) - \gamma(\rho_{44}+\rho_{55}) = \\
= 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{24}^{(2)}\sigma_{24}^*) + 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{25}^{(2)}\sigma_{25}^*), \\
\dot\rho_{33} - \Gamma(\rho_{11}+\rho_{22}-2\rho_{33}) - \gamma(\rho_{44}+\rho_{55}) = \\
= 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{34}^{(2)}\sigma_{34}^*) + 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{35}^{(2)}\sigma_{35}^*), \\
\dot\rho_{44} - \Gamma(\rho_{55}-\rho_{44}) + 3\gamma\rho_{44} = -2\,\mathrm{Re}(\Omega_{14}^{(1)}\sigma_{14}^*) - \\
- 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{24}^{(2)}\sigma_{24}^*) - 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{34}^{(2)}\sigma_{34}^*), \\
\dot\rho_{55} - \Gamma(\rho_{44}-\rho_{55}) + 3\gamma\rho_{55} = -2\,\mathrm{Re}(\Omega_{15}^{(1)}\sigma_{15}^*) - \\
- 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{25}^{(2)}\sigma_{25}^*) - 2\,\mathrm{Re}(\Omega_{35}^{(2)}\sigma_{35}^*).
\end{gathered} \tag{27}$$

Уравнения для оптических когерентностей на наиболее высокочастотных переходах (переходы между уровнем 1 и уровнями 4 и 5):

$$\begin{gathered}
\dot\sigma_{14} + i\left(\omega + \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{14} = \\
= \Omega_{14}^{(1)}(\rho_{44}-\rho_{11}) + \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{45}^* - \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{12} - \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{13}, \\
\dot\sigma_{15} + i\left(\omega + \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{15} = \\
= \Omega_{15}^{(1)}(\rho_{55}-\rho_{11}) + \Omega_{14}^{(1)}\sigma_{45} - \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{12} - \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{13}.
\end{gathered} \tag{28}$$

Уравнения для оптических когерентностей на меньших частотах (переходы между уровнями 2, 3 и 4, 5):

$$\begin{gathered}
\dot\sigma_{24} + i\left(\omega - \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{24} = \\
= \Omega_{24}^{(2)}(\rho_{44}-\rho_{22}) + \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{45}^* - \Omega_{14}^{(1)}\sigma_{12}^* - \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{23}, \\
\dot\sigma_{25} + i\left(\omega - \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{25} = \\
= \Omega_{25}^{(2)}(\rho_{55}-\rho_{22}) + \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{45} - \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{12}^* - \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{23}, \\
\dot\sigma_{34} + i\left(\omega - \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{34} = \\
= \Omega_{34}^{(2)}(\rho_{44}-\rho_{33}) + \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{45}^* - \Omega_{14}^{(1)}\sigma_{13}^* - \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{23}^*, \\
\dot\sigma_{35} + i\left(\omega - \frac{\eta}{2} + \frac{3}{2}(\Gamma+\gamma)\right)\sigma_{35} = \\
= \Omega_{35}^{(2)}(\rho_{55}-\rho_{33}) + \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{45} - \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{13}^* - \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{23}^*.
\end{gathered} \tag{29}$$

Уравнения для низкочастотных (радиочастотных) когерентностей (переходы между уровнями 1, 2 и 3):

$$\begin{gathered}
\dot\sigma_{12} + i(\eta + 2\Gamma)\sigma_{12} = \Omega_{14}^{(1)}\sigma_{24}^* + \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{25}^* + \\
+ \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{14} + \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{15}, \\
\dot\sigma_{13} + i(\eta + 2\Gamma)\sigma_{13} = \Omega_{14}^{(1)}\sigma_{34}^* + \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{35}^* + \\
+ \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{14} + \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{15}.
\end{gathered} \tag{30}$$

Уравнения для квазистатических когерентностей (переходы между состояниями с одинаковой энергией $2 \to 3$ и $4 \to 5$):

$$\begin{gathered}
\dot\sigma_{23} + 2\Gamma\sigma_{23} = \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{34}^* + \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{35}^* + \\
+ \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{24} + \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{25}, \\
\dot\sigma_{45} + (\Gamma + 3\gamma)\sigma_{45} = -\Omega_{14}^{(1)}\sigma_{15} - \Omega_{24}^{(2)}\sigma_{25} - \\
- \Omega_{34}^{(2)}\sigma_{35} - \Omega_{15}^{(1)}\sigma_{14}^* - \Omega_{25}^{(2)}\sigma_{24}^* - \Omega_{35}^{(2)}\sigma_{34}^*.
\end{gathered} \tag{31}$$

В уравнениях (27)–(31) введены следующие обозначения:

$$\frac{i(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{mn}E_{1,2}^*}{2\hbar} = \Omega_{mn}^{(1,2)}\exp(i\psi_{1,2})$$

(здесь $\Omega_{mn}^{(1,2)} \equiv |\Omega_{mn}^{(1,2)}|$);

$$\rho_{mn} = \sigma_{mn}\exp\{i(\omega_1' t + \psi_1)\}$$

для наиболее высокочастотных оптических когерентностей (переходы между уровнем 1 и уровнями 4 и 5);

$$\rho_{mn} = \sigma_{mn}\exp\{i(\omega_2' t + \psi_2)\}$$

для оптических когерентностей на меньших частотах (переходы между уровнями 2, 3 и 4, 5);

$$\rho_{mn} = \sigma_{mn}\exp\{i(\omega_1' - \omega_2')t + i(\psi_1 - \psi_2)\}$$

для низкочастотных когерентностей (переходы между уровнями 1, 2 и 3);

$$\rho_{mn} \equiv \sigma_{mn}$$

для квазистатических когерентностей (переходы $2 \to 3$ и $4 \to 5$); γ и Γ — релаксационные константы соответственно оптических и низкочастотных переходов. Как и ранее, здесь η — «внешняя» расстройка, определяемая параметрами лазерной системы (в частности, частотой акустооптического модулятора), а ω — доплеровская расстройка, зависящая от скорости данного конкретного атома (см. рис. 9), причем

$$\eta = \omega_1' - \omega_2' - \frac{W_{2,3} - W_1}{\hbar}, \quad \omega - \frac{\eta}{2} = \frac{W_{4,5} - W_1}{\hbar} - \omega_1',$$

$$\omega + \frac{\eta}{2} = \frac{W_{4,5} - W_{2,3}}{\hbar} - \omega_2'.$$

Введем параметры

$$c_r = \frac{e r_B E_r}{\mu_B B_\varphi}, \quad c_{MSE} = \frac{e r_B v_{NB}}{c\mu_B},$$

характеризующие эффект «перемешивания» собственных функций зеемановской структуры.

Учитывая соотношения (3), введем вектор поляризации лазерного поля в системе координат, связанной с магнитным полем:

$$\mathbf{e} \approx \mathbf{e}_{(\sigma^-)} + \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \mathbf{e}_{(\pi)} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{x} - i\mathbf{y}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \mathbf{z}.$$

Учитывая также соотношение (25) и явный вид волновых функций атома водорода (см. [14]), выпишем матричные элементы $(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{mn}$:

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{24} = \langle 200|ex|31-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \\ + i\langle 200|ey|31-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \sqrt{2}\cdot 1.25 er_B \approx 1.77 er_B,$$

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{35} = \langle 210|ex|32-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \\ + i\langle 210|ey|32-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \sqrt{2}\cdot 1.5 er_B \approx 2.12 er_B,$$

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{14} = S_1\langle 200|ex|31-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \\ + iS_1\langle 200|ey|31-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \\ + S_4\langle 21-1|ex|32-2\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \\ + iS_4\langle 21-1|ey|32-2\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 5.24\,[c_r + c_{MSE}\beta]\, er_B,$$

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{15} = \langle 21-1|ez|32-1\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \approx \\ \approx \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \cdot 2.12 er_B \approx 1.50\beta er_B,$$

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{25} = S_5\langle 200|ez|310\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \approx \\ \approx 3.98\beta\,[c_r + c_{MSE}\beta]\, er_B,$$

$$(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*)_{34} = S_2\langle 210|ez|320\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\beta + \\ + S_3\langle 210|ez|300\rangle \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \approx 2.62\beta\,[c_r + c_{MSE}\beta]\, er_B.$$

Используя соотношения (3), выразим входящие в уравнения (27)–(31) эффективные частоты Раби $\Omega_{mn}^{(1,2)}$ через характерную частоту Раби для оптических σ^--переходов:

$$\Omega^{(1,2)} = \frac{er_B E_{1,2}}{\hbar} \approx \left|\frac{(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*_{(\sigma^-)})_{24,35} E_{1,2}^{(\sigma^-)}}{2\hbar}\right|.$$

Учитывая соотношение

$$\kappa \approx \left|\frac{(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*_{(\pi)})_{15}}{(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}^*_{(\sigma^-)})_{24,35}}\right| \approx \sqrt{2}\,(0.85 \div 0.71)$$

и используя параметры

$$c_r = \frac{er_B E_r}{\mu_B B_\varphi}, \quad c_{MSE} = \frac{er_B v_{NB}}{c\mu_B},$$

получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{14}^{(1)} &= 2.62[c_r + c_{MSE}\beta]\Omega^{(1)}, \\ \Omega_{15}^{(1)} &= 0.75\beta\Omega^{(1)}, \\ \Omega_{24}^{(2)} &= 0.89\Omega^{(2)}, \\ \Omega_{25}^{(2)} &= 1.99\beta[c_r + c_{MSE}\beta]\Omega^{(2)}, \\ \Omega_{34}^{(2)} &= 1.31\beta[c_r + c_{MSE}\beta]\Omega^{(2)}, \\ \Omega_{35}^{(2)} &= 1.06\Omega^{(2)}. \end{aligned} \tag{32}$$

Далее рассмотрим численное решение системы (27)–(32) для параметров, соответствующих указанным в разд. 1–4 характерным величинам[10]: $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)} = \Omega = 10^2\gamma$ и $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)} = \Omega = 20\gamma$ $\gamma = \Gamma$, $c_{MSE} = 1.3$, $c_r = 1.4\cdot 10^{-2}$ для $E_r \approx 1$ СГСЭ и $c_r = 0$ для $E_r = 0$.

Отметим, что определяемые параметром c_{MSE} поправки за счет ДЭШ-поля линейны по измеряемой величине[11] $\beta = B_\theta/B_\varphi$, т. е. могут быть учтены как систематические. Более того, вклад ДЭШ-поля приводит к более глубокому «провалу» сигнала резонансной флуоресценции, улучшая условия фиксации эффекта КПН. В то же время поправки за счет радиального электрического поля E_r являются принципиальным источником погрешностей измерений. Что касается погрешности из-за разброса скоростей в нейтральном пучке, то это малый эффект по сравнению с таковым из-за радиального амбиполярного поля.

[10] Легко убедиться, что сама по себе абсолютная величина параметра Ω в уравнениях (27)–(31) несущественна, так как зависит от нормировки независимой переменной (времени).

[11] Чтобы не усложнять изложение, мы предполагаем, что лазерное излучение и пучок нейтральных частиц распространяются вдоль одной оси по касательной к данной магнитной поверхности. Фактически, конечно, оптический пучок и пучок нейтральных частиц пересекаются в точке измерения под некоторым небольшим углом (см. рис. 3). Однако для выяснения принципиальных моментов вполне достаточно ограничиться простой «коаксиальной» моделью; а при применении данной теории для конкретной системы учет соответствующего расхождения не сложен по существу, хотя и приводит к несколько более громоздким выражениям.

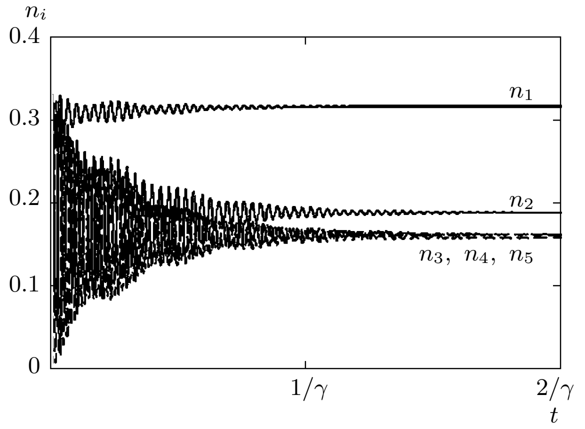

Рис. 10. Установление стационарных населенностей. $\beta = 0.1$, $\Omega = 100\gamma$, $\omega = \eta = 0$

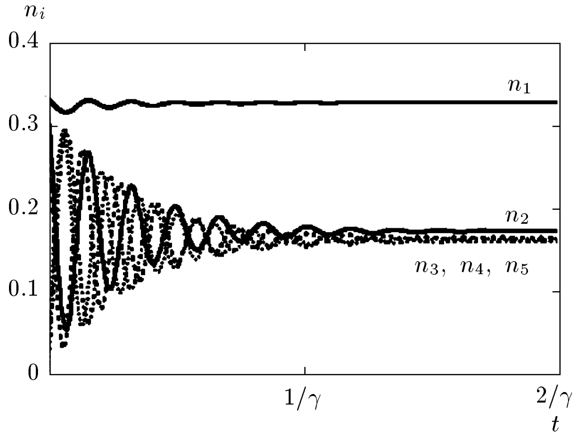

Рис. 11. Установление стационарных населенностей. $\beta = 0.05$, $\Omega = 20\gamma$, $\omega = \eta = 0$

8. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

1. Установление стационарных населенностей (рис. 10, 11). Начальные условия соответствуют равновесному для нашей модели[12)] состоянию в отсутствие внешних полей: $n_1 = n_2 = n_3 = 1/3$, $n_4 = n_5 = 0$. Впрочем, стационарные значения населенностей и характерное время их установления не зависят от начальных условий. На графиках видны осцилляции с характерным масштабом порядка

[12)] Фактически, населенности в отсутствие лазерной накачки будут определяться не только релаксационными константами, но также и механизмами заселения группы уровней $n = 2$ (например, источником ультрафиолетового излучения, см. [10]).

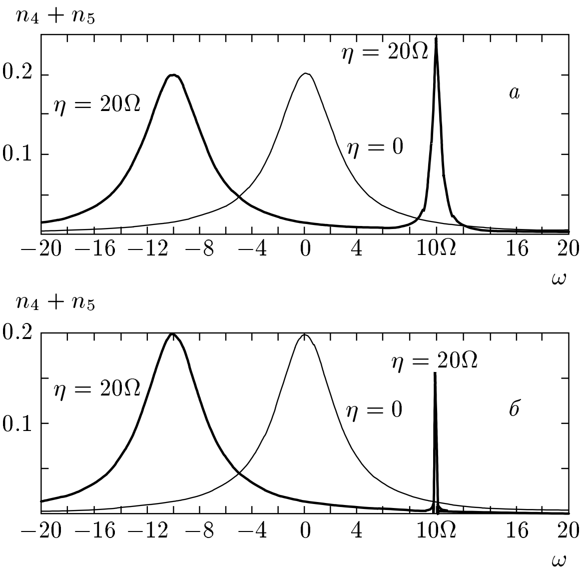

Рис. 12. Зависимости населенности верхних уровней от расстройки однофотонного резонанса ω. $\beta \approx 0.1$ (*а*), 0 (*б*)

большей частоты Раби. Время установления имеет порядок обратного коэффициента релаксации γ.

2. Далее рассмотрим зависимость относительной населенности верхних уровней (в нормировке $n_1+n_2+n_3+n_4+n_5 = 1$) от расстройки однофотонного резонанса ω (рис. 12). Величина ω изменяется от $-\omega_{max}$ до ω_{max}, где $\omega_{max} = 20\Omega$. В случае относительно большой расстройки двухфотонного резонанса ($\eta \gg \Omega$) видны два пика с центрами в точках $\omega = \pm\eta/2$ (что соответствует точному однофотонному резонансу для одного из лазеров) и шириной, пропорциональной частоте Раби для соответствующего лазера. Например, при $\beta = 0.1$ (см. рис. 12*а*) ширина пиков отличается примерно в 10 раз (оба «сильных» перехода соответствуют низкочастотному лазеру и дают вклад в один пик, тогда как в другой пик дают вклад лишь «слабые» переходы), а при $\beta = 0$ (см. рис. 12*б*) — в 100 раз.

Площадь под графиками на рис. 12 в соответствии с формулой (11) имеет смысл интегральной населенности. В соответствии с формулами (12) и (13) площадь под пиком в случае $\eta = 0$ больше, чем площадь под любым из двух пиков в случае $\eta \gg \Omega$, но меньше суммы их площадей. Уменьшение площади под графиком при уменьшении η от значения $\eta \gg \Omega$ до $\eta = 0$ обусловлено эффектом КПН.

3. В дальнейшем нас будут интересовать интегральные населенности верхних уровней

$$N_{upper}(\eta) = f_{\omega\to 0}(\omega)\int\limits_{-\infty}^{\infty} n_{upper}(\omega,\eta)\,d\omega$$

(см. (11)). Постоянный множитель $f_{\omega\to 0}(\omega)$ несуществен; в результате численного расчета мы находим величину

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(n_4(\omega,\eta)+n_5(\omega,\eta)\right)\,d\omega,$$

которая соответствует площади под графиком населенности от частоты (см., например, рис. 12*a*). В ходе дальнейших расчетов мы будем определять безразмерную величину

$$\left\{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(n_4(\omega,\eta=20\Omega)+n_5(\omega,\eta=20\Omega)\right)\,d\omega - \right.$$
$$\left. - \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(n_4(\omega,\eta=0)+n_5(\omega,\eta=0)\right)\,d\omega\right\}\times$$
$$\times\left\{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(n_4(\omega,\eta=20\Omega)+n_5(\omega,\eta=20\Omega)\right)\,d\omega\right\}^{-1},$$

которая соответствует относительной глубине провала в сигнале резонансной флуоресценции $(I_{nr}-I_r)/I_{nr}$ (см. (15)).

4. Были проведены две серии численных расчетов — в отсутствие радиального поля и для характерного значения $E_r \approx 1$ СГСЭ. Результаты представлены на рис. 13.

Можно убедиться, что относительная погрешность из-за радиального поля приблизительно составляет около 3 % для $\beta \approx 0.1$ и нарастает при $\beta \to 0$ (при $\beta \sim 0.01$ она уже 30 %). Отметим, что для реализации измерений с точностью выше, чем 10 %, заведомо необходимо использовать нелинейную теоретическую зависимость от угла β. Расчеты показывают, что, как и для трехуровневой схемы, относительная глубина «ямы» задается соотношением

$$\frac{I_{nr}-I_r}{I_{nr}} \approx \kappa(\beta-\eta\beta^2). \qquad (33)$$

Коэффициент κ может заметно изменяться в зависимости от рассматриваемой комбинации уровней. В то же время коэффициент η при нелинейном члене изменяется несущественно и приблизительно равен $3\sqrt{2}/4$. Численный расчет для рассматриваемой здесь пятиуровневой модели дает значение коэффициента $\kappa \approx 1.4$. Полезно сопоставить этот результат с результатом для упрощенного описания

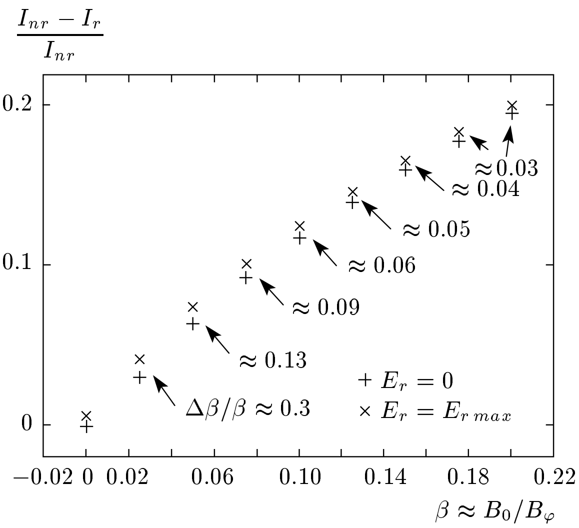

Рис. 13. Зависимость относительной глубины «провала» сигнала резонансной флуоресценции от угла β

данной системы как совокупности двух независимых «сильных» Λ-систем 2–4–1 и 1–5–3 (см. рис. 9). Для этого определим величину

$$\frac{I_{nr}-I_r}{I_{nr}} = \frac{I_{nr}^{(1)}+I_{nr}^{(2)}-I_r^{(1)}-I_r^{(2)}}{I_{nr}^{(1)}+I_{nr}^{(2)}},$$

где индексы «1» и «2» относятся к двум «парциальным» Λ-системам, величины $I_{nr}^{(1,2)}$ и $I_r^{(1,2)}$ задаются соотношениями (12)–(15), необходимые частоты Раби заданы первым, вторым, третьим и шестым из соотношений (32). В результате можно получить значение $\kappa \approx 2.1$, т. е. соответствующее различие около 30 %, что довольно существенно для интерпретации возможного эксперимента. Если же не учитывать эффект модификации правил отбора из-за воздействия электрического поля, то получим несвязанные между собой Λ-систему 1–5–3 и двухуровневую систему 2–4 (см. рис. 9), что соответствует коэффициенту $\kappa \approx 0.38$. Таким образом, рассматриваемые в данной работе эффекты влияния электрического поля и динамической связи разных Λ-систем действительно являются существенными. Отметим, что сам по себе эффект КПН, конечно, может быть адекватно описан при учете ограниченного числа переходов и в рамках используемого в данной работе приближения «вращающегося поля». Но на процесс формирования существующего вне области двухфотонного резонанса фона I_{nr} в случае сильного неоднородного уширения могут влиять процессы, лежащие

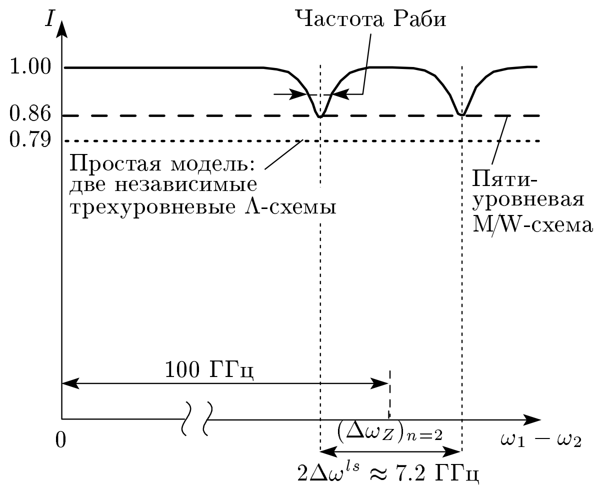

Рис. 14. Изменение сигнала резонансной флуоресценции при изменении двухфотонной расстройки $\omega_1 - \omega_2$

за рамками этой простой модели[13)] (см. обсуждение в конце разд. 2). Поэтому уточнение коэффициента κ для реальной ситуации является отдельной задачей, выходящей за рамки данной работы; возможно, впрочем, что более надежным подходом является экспериментальная калибровка, тем более, что существует также и проблема «вычитания» спонтанного фона (см. подробнее в работе [10]).

На рис. 14 в качестве иллюстрации приведена соответствующая рассматриваемой здесь модели зависимость интенсивности резонансной флуоресценции от двухфотонной расстройки $\eta = \omega_1 - \omega_2$ для $B \approx 2$ Тл, $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)} \approx 3$ ГГц $\gg \gamma \approx \Gamma$, $c_r = 1.4 \cdot 10^{-2}$, $c_{MSE} = 1.3$ и $\beta = B_\theta/B_\varphi \approx 0.1$. Предполагается, что сигнал флуоресценции I прямо пропорционален населенности на соответствующем верхнем уровне ($I = \gamma_r N_{up}$, γ_r — радиационная константа). Частота принимаемого излучения соответствует лазеру с меньшей частотой, т. е. переходам 2–4, 3–5, 2–5 и 3–4. Зависимость показана для интервала расстроек $\eta = \omega_1 - \omega_2$ от $\eta = 0$ до $\eta_{max} = (\Delta\omega_Z)_{n=2} + \Delta\omega^{ls}$, где

$$(\Delta\omega_Z)_{n=2} = \frac{1}{\hbar}\Delta W_{n=2} \approx 100 \text{ ГГц},$$

$$\Delta\omega^{ls} = \frac{1}{\hbar}|\Delta\varepsilon^{ls}|(n=2, L=1, |m|=1) \approx 3.6 \text{ ГГц},$$

энергии зеемановского расщепления $\Delta W_{n=2}$ и спин-орбитального взаимодействия $\Delta\varepsilon^{ls}$ определены соответственно выражениями (18) и (22). В этом интервале должны наблюдаться две идентичные КПН-«ямы», соответствующие различным знакам энергии спин-орбитального взаимодействия и сдвинутые друг относительно друга на частоту $2\Delta\omega^{ls} \approx 7.2$ ГГц. Отрезком пунктирной горизонтальной линии показана глубина «провалов» при упрощенном описании M/W-системы как совокупности двух независимых «сильных» аддитивных Λ-систем 2–4–1 и 1–5–3 (см. рис. 9).

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проанализированы возможности КПН-магнитометрии для системы, существенно более сложной, чем традиционная трехуровневая Λ-схема.

Показано, что соответствующее обобщение не приводит к каким-либо принципиальным трудностям для КПН-магнитометрии; основное достоинство и преимущество перед другими схемами — субдоплеровский режим измерений — сохраняется в полной мере. Следует отметить, что существенно упростить задачу о КПН-режиме в системе уровней водородоподобных атомов $n = 2$ и $n = 3$ удалось благодаря точному решению задачи об энергетической структуре уровней в скрещенных электрическом и магнитном полях. Это привело к разделению системы уровней на ряд «аддитивных» систем, которые оказались достаточно простыми для численного моделирования.

Задача фактически сводится к пятиуровневой схеме. Однако в тороидальной системе при использовании диагностических пучков водородоподобных атомов появляется новый источник неустранимой погрешности — это воздействие радиального электрического поля магнитной ловушки, «перемешивающего» зеемановы состояния. При этом минимальная погрешность для коэффициента запаса устойчивости составляет примерно 3 %, что меньше соответствующей «неустранимой» погрешности при применении ДЭШ-спектрометрии с использованием аналогичных пучков нейтральных частиц[14)] (10–15 % согласно [13]).

В некоторой области параметров (см. разд. 4, 5), а также при использовании пучков неводородоподобных атомов (например, пучков гелия) можно реали-

13) Что касается учета «аддитивного» вклада практически аналогичной пятиуровневой M/W-схемы, показанной на рис. 8, то из качественных соображений ясно, что при этом коэффициент κ не может существенно измениться, хотя, конечно, имеет смысл убедиться в этом путем дополнительных расчетов.

14) При этом основным источником погрешности также является радиальное электрическое поле.

зовать и КПН-схемы, которые нечувствительны к влиянию квазиэлектростатического поля в токамаке. В случае таких КПН-схем, в принципе, можно надеяться еще поднять точность измерений.

Как отмечено в работе [10], определенным недостатком КПН-схемы на группах уровней $n = 2 \to n = 3$ может оказаться необходимость использования источника некогерентного УФ-излучения с целью заселения уровней группы $n = 2$ (согласно приведенным в работе [10] расчетам, для обеспечения точности измерений в 1% при $B_\theta/B_\varphi \approx 0.1$ необходима относительная населенность соответствующих уровней не менее $2 \cdot 10^{-3}$). В принципе, от этого недостатка можно избавиться, реализовав КПН в V-схеме на уровнях $n = 1$ и $n = 2$, однако в настоящее время отсутствуют достаточно мощные источники когерентного излучения соответствующего диапазона длин волн. Тем не менее, имея в виду возможный прогресс развития лазерной техники, соответствующий теоретический анализ был бы интересен.

Авторы благодарны А. А. Бондарцеву за важные замечания, И. В. Зеленскому, Р. А. Ахмеджанову и С. А. Корягину за плодотворное обсуждение. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00978, 09-02-97041-р_поволжье_а) и NWO-RFBR Centre of Excellence on Fusion Physics and Technology (грант № 047.018.002).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Fleischhauer and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **69**, 1360 (1992).
2. D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester et al., Phys. Rev. A **62**, 043403 (2000).
3. I. Novikova and G. R. Welch, J. Mod. Opt. **49**, 349 (2002).
4. A. Nagel, L. Graf, A. Naumov et al., Europhys. Lett. **44**, 31 (1998).
5. R. Wynands and A. Nagel, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **68**, 1 (1999).
6. H. Asahi, K. Motomura, K. I. Harada et al., Opt. Lett. **28**, 1153 (2003).
7. Р. А. Ахмеджанов, И. В. Зеленский, Письма в ЖЭТФ **76**, 493 (2002).
8. P. M. Anisimov, R. A. Akhmedzhanov, I. V. Zelensky et al., JETP **124**, 973 (2003).
9. R. Akhmedzhanov, I. Zelensky, R. Kolesov et al., Phys. Rev. E **69**, 036409 (2004).
10. R. A. Akhmedzhanov, L. A. Gushchin, I. V. Zelensky et al., Phys. Plasmas **14**, 093505 (2007).
11. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, 1 (1993).
12. E. Arimondo, Progr. Opt. **35**, 257 (1996).
13. R. Jaspers, B. S. Q. Elzendoorn, A. J. H. Donne et al., Rev. Sci. Instr. **72**, 1018 (2001).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: Нерелятивистская теория, Теоретическая физика*, т. 3, Наука, Москва (1969).
15. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, Наука, Москва (1983).
16. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика, Теоретическая физика*, т. 4, Наука, Москва (1989).
17. Ю. Н. Демков и др., ЖЭТФ **57**, 1431 (1969).
18. В. С. Лисица, УФН **153**, 379 (1987).