

# О ГЕНЕРАЦИИ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОПТИЧЕСКОМ ПРОБОЕ В ПОЛЕ БИХРОМАТИЧЕСКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*P. A. Ахмеджанов, И. Е. Иляков, В. А. Миронов,  
Е. В. Суворов, Д. А. Фадеев\*, Б. В. Шишкин*

*Институт прикладной физики Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 3 апреля 2009 г.

Представлены экспериментальные результаты по генерации терагерцевого излучения при пробое воздуха мощными лазерными импульсами, содержащими, наряду с основной, вторую гармонику лазерного поля. Предложена интерпретация экспериментальных данных на основе теоретической модели ионизации газа в поле бихроматического излучения.

PACS: 41.60.-m, 52.38.-r

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Важность исследований в области создания эффективных, недорогих, компактных источников терагерцевого излучения (ТИ) определяется уникальными возможностями его использования в разнообразных приложениях, таких как диагностика и идентификация различных материалов (полупроводниковых структур, взрывчатых и опасных химических веществ, биологических объектов), формирование изображений (для целей медицины, биологии, безопасности), контроль состояния окружающей среды и т.д. [1, 2]. Один из перспективных методов генерации ТИ основан на оптическом пробое газов при фокусировке фемтосекундных лазерных импульсов [3–14]. Первоначально ТИ было зарегистрировано на малых уровнях мощности в экспериментах [3] по плазменным механизмам ускорения заряженных частиц, где ТИ рассматривалось как диагностическое средство для оценки ускоряющего электрического поля в кильватерной плазменной волне. ТИ наблюдалось также в условиях филаментации лазерного излучения при ионизации в газах [4–7]. Было продемонстрировано, что интенсивность ТИ значительно возрастает при наложении постоянного

электрического поля (продольного или поперечного) в области пробоя газа [4, 6]. Наиболее успешными оказались эксперименты по генерации ТИ при пробое газа бихроматическими лазерными импульсами, содержащими основную и вторую гармонику лазерного излучения [8–14], в которых была продемонстрирована еще более высокая эффективность генерации ТИ. Результаты теоретических исследований [7, 10, 14–17] на настоящий момент недостаточны для интерпретации всего объема накопленных экспериментальных данных. В настоящей работе приводятся результаты более детальных экспериментальных исследований генерации ТИ при пробое воздуха фемтосекундным излучением и его второй гармоникой, предложена более продвинутая теоретическая интерпретация экспериментальных данных.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Для генерации ТИ использовалась фемтосекундная лазерная система «Spitfire-Pro» со следующими параметрами: энергия импульсов — 2.5 мДж, длительность — 50 фс, центральная длина волны — 780 нм, частота следования импульсов — 1 кГц, диаметр лазерного пучка — 7 мм. Фемтосекундные лазерные импульсы фокусировались в ат-

\*E-mail: fadey@appl.sci-nnov.ru

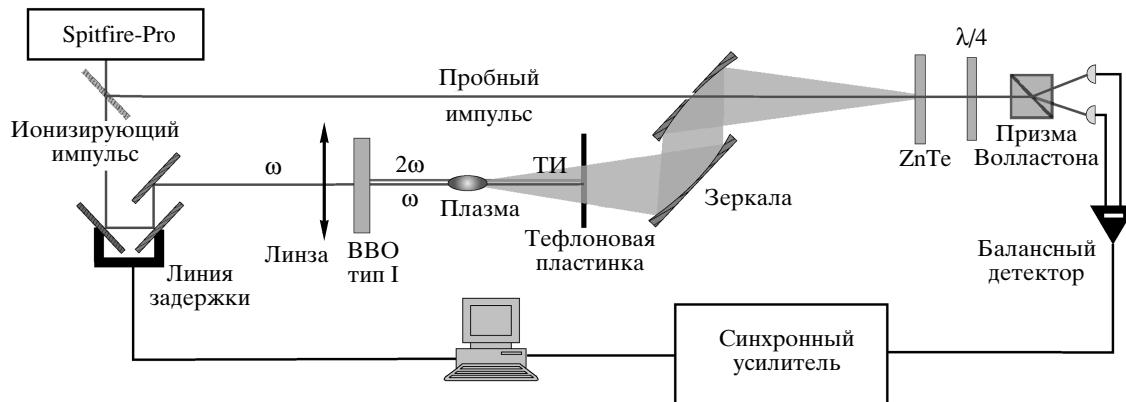


Рис. 1. Схема измерения временного профиля терагерцевых импульсов

мосферном воздухе параболической линзой. В области фокуса возникал оптический разряд. Для генерации второй гармоники использовался нелинейный кристалл ВВО (бета-борат бария) толщиной 100 мкм, вырезанный под синхронизм первого типа, расположенный после параболической линзы. Это означает, что поляризация генерируемого в кристалле излучения второй гармоники ортогональна некоторой выделенной оси кристалла, а его интенсивность при малом уровне мощности пропорциональна квадрату интенсивности первой гармоники, линейно поляризованной вдоль этой оси; первая гармоника с ортогональной поляризацией не приводит к генерации второй гармоники. Перемещение кристалла ВВО вдоль оси системы в сходящемся волновом пучке первой гармоники сопровождалось изменением мощности излучения второй гармоники; при этом меняется также и сдвиг фаз между оптическими полями первой и второй гармоник в силу различия их показателей преломления в воздухе и изменения длины пути от нелинейного кристалла до области разряда. В наших экспериментах максимальная интенсивность излучения второй гармоники составляла величину порядка 10 % от интенсивности первой гармоники. Низкочастотное излучение плазмы собиралось с помощью системы параболических зеркал и фокусировалось на электрооптический кристалл (ZnTe), который служил детектором терагерцевового излучения. Использовался метод электрооптического стробирования, при котором изменение поляризации пробного лазерного излучения под действием электрического поля низкочастотной волны анализируется при помощи фазовой пластинки  $\lambda/4$ , призмы Волластона и пары фотодиодов, включенных по балансной схеме (см. рис. 1). Пример временной зависимости напряженности низкочастотного поля

(так называемая «волновая форма») и ее амплитудный фурье-спектр приведены на рис. 2. Терагерцевый импульс представляет собой одну осцилляцию поля с характерным времененным масштабом 1–2 пс с плавно затухающими колебаниями меньшей амплитуды, дляящихися более 10 пс. Эти осцилляции, так же как и узкие провалы в спектре ТИ, обусловлены парами воды, содержащимися в окружающей атмосфере, которые определяют дисперсию и поглощение в терагерцевом диапазоне.

На рис. 3 представлены амплитудные спектры ТИ, полученные: в присутствии лазерного поля на второй гармонике на уровне 7 % от интенсивности первой гармоники (a), для квазимохроматического лазерного импульса (б). Видно уширение спектра терагерцевого импульса, излученного из разряда в бихроматическом поле, по сравнению с аналогичным спектром при пробое в монохроматическом лазерном поле. Максимальное увеличение эффективности генерации, полученное в экспериментах при добавлении второй гармоники оптического излучения, составляет примерно пять порядков по энергии.

При перемещении нелинейного кристалла вдоль оптической оси, т. е. при изменении сдвига фаз между излучением первой и второй гармоник в области разряда:  $\phi = 2\omega(n_{2\omega} - n_\omega)d/c$ , ( $n_{2\omega}$  и  $n_\omega$  — показатели преломления воздуха для удвоенной и основной частот,  $d$  — величина смещения нелинейного кристалла,  $c$  — скорость света) как и в ряде других экспериментов, наблюдалось немонотонное (в [8–14] — периодическое) изменение эффективности генерации (см. рис. 3б)).

Для измерения пространственного распределения энергии и поляризации терагерцевого излучения использовалась система регистрации, основанная на применении InSb-болометра (рис. 4). Про-

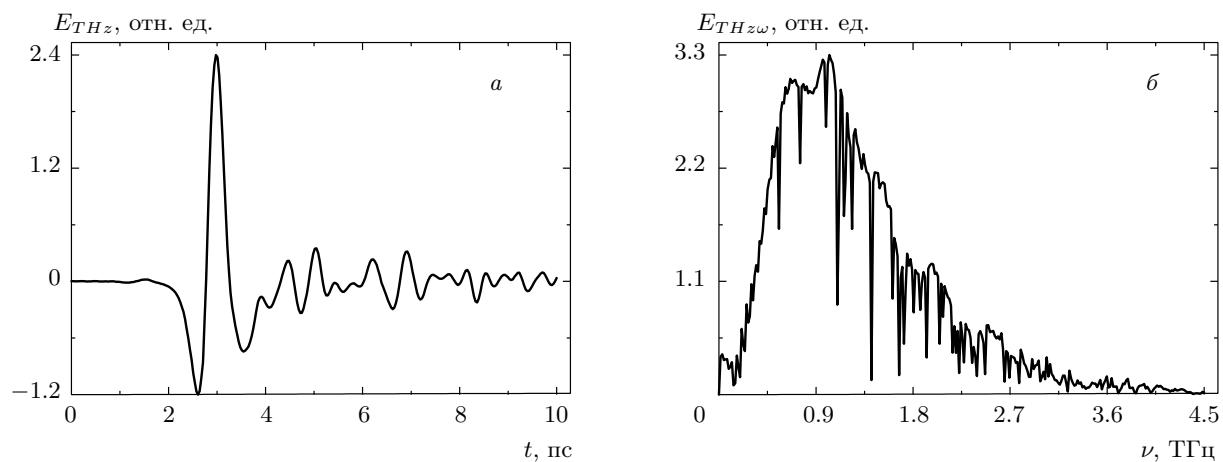


Рис. 2. а) Пример зависимости электрического поля терагерцевого импульса от времени. б) Спектр терагерцевого сигнала

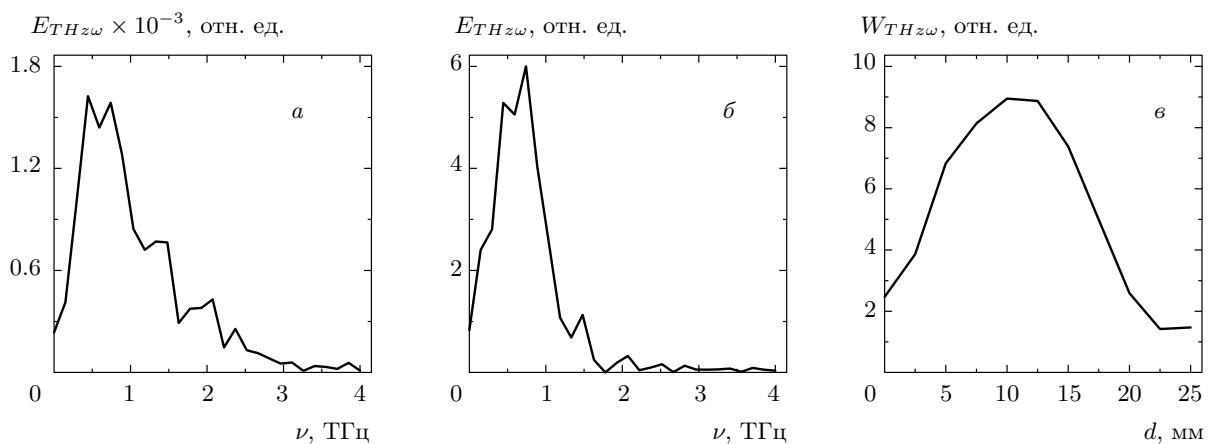


Рис. 3. Спектры терагерцевого сигнала: а — в присутствии второй гармоники лазерного поля (с интенсивностью приблизительно 7 % от интенсивности первой гармоники), б — в отсутствие второй гармоники. Относительные единицы на рис. а и б приведены к одному масштабу. в — Зависимость мощности терагерцевого излучения от смещения  $d$  кристалла ВВО, определяющего разность фаз между оптическими полями первой и второй гармоник

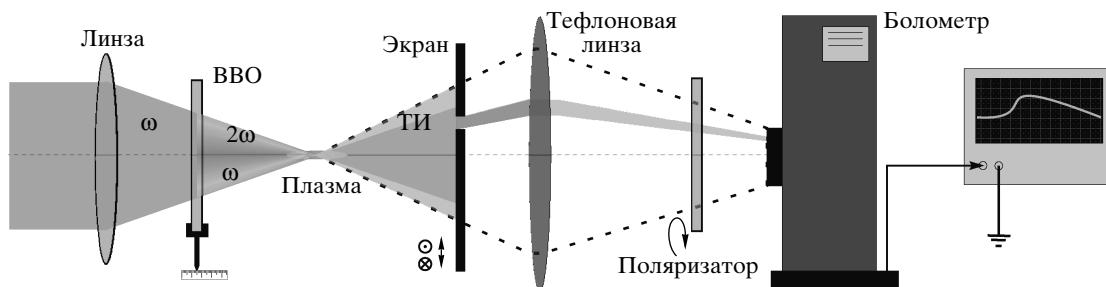
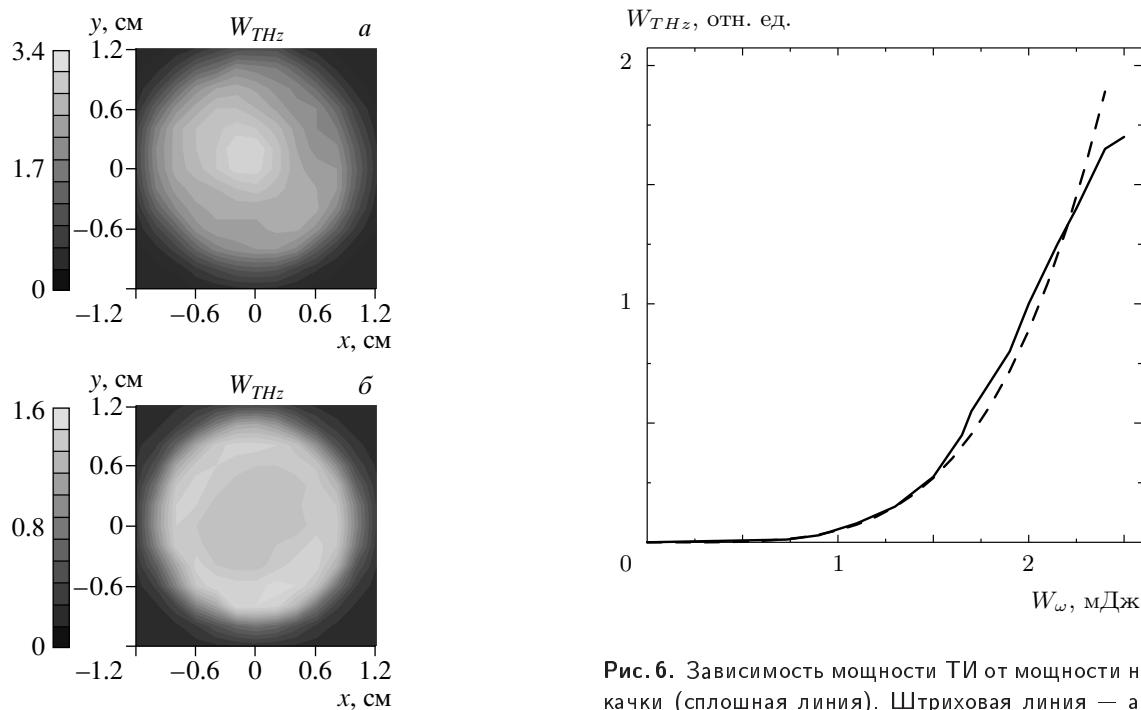


Рис. 4. Экспериментальная установка в режиме измерения поляризационных характеристик и распределения интенсивности ТИ в плоскости, перпендикулярной оси системы



**Рис. 5.** Распределение мощности ТИ в перпендикулярной оси распространения плоскости (на расстоянии 5 см от искры) в случае линз с фокусными расстояниями 400 (а), 80 (б) мм. Энергия оптических импульсов на первой гармонике приблизительно равна 2.5 мДж, интенсивность второй гармоники порядка 7 % от интенсивности первой

пространственное распределение энергии ТИ определялось при помощи непроницаемого экрана с отверстием, который перемещался в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения. Измерение поляризационных характеристик тегерцевого излучения проводилось с использованием полиэтиленового решеточного поляризатора. Угловое распределение интенсивности при использовании длиннофокусных линз является колоколообразным с максимумом в направлении оси разряда (рис. 5а). При уменьшении фокусного расстояния до 80 мм на фоне похожего максимума в центре наблюдался небольшой спад интенсивности (порядка 10 % — см. рис. 5б), что, возможно, объясняется самомодуляцией фазы интенсивного лазерного импульса в плазме [18].

На рис. 6 представлена зависимость энергии тегерцевых импульсов от энергии оптических импульсов на первой гармонике при фокусном расстоянии 80 мм и фиксированном положении кристалла ВВО, которая хорошо аппроксимируется степен-

**Рис. 6.** Зависимость мощности ТИ от мощности на-  
качки (сплошная линия). Штриховая линия — ап-  
проксимационная зависимость  $W_{THz} \propto W_{\omega}^{4.14}$

ной зависимостью с показателем, близким к четырем. Это укладывается в модель четырехвольнового процесса, в котором интенсивность низкочастотного тока пропорциональна интенсивности излучения на второй гармонике и квадрату интенсивности излучения на основной гармонике, а интенсивность генерируемой кристаллом ВВО второй гармоники при ее низком уровне пропорциональна квадрату интенсивности первой гармоники.

Эффективность генерации ТИ значительно менялась при вращении кристалла ВВО вокруг оси, совпадающей с направлением распространения лазерного излучения. При этом угол, соответствующий оптимальной генерации ТИ, не совпадал с углом, оптимальным для генерации второй гармоники оптического излучения. Это объясняется тем, что при оптимальной генерации второй гармоники ее поляризация перпендикулярна поляризации основной гармоники. Как показано в работе [9], такое сочетание поляризаций соответствует существенно менее эффективной генерации ТИ, чем при параллельных поляризациях первой и второй гармоник. Таким образом, оптимальный угол соответствует некоторому «компромиссу» между эффективностями генерации второй гармоники и тегерцевого излучения.

Поляризация ТИ во всех случаях была линейной. При ориентации ВВО, соответствующей оптимальной генерации ТИ, при перемещении кристал-

ла вдоль оси системы наряду с модуляцией интенсивности наблюдалось также периодическое изменение направления поляризации генерируемого ТИ с тем же пространственным масштабом. Для интерпретации результатов эксперимента важно отметить возникновение в общем случае эллиптической поляризации у лазерного импульса на основной частоте после прохождения кристалла ВВО (см. подробнее разд. 4).

### 3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Экспериментальные исследования показывают, что порог генерации терагерцевого излучения связан с образованием плазмы в области фокальной петяжки лазерного импульса накачки (см., например, [8, 9]). Длительность импульса ТИ оказывается существенно больше длительности лазерного импульса. В этих условиях в процессе генерации терагерцевого излучения в лазерной искре удобно выделить три этапа: формирование плазменного шнура в результате самосогласованной динамики взаимодействия лазерного излучения с нестационарной плазмой оптического разряда (первый этап), возбуждение низкочастотных колебаний плазменного столба (второй этап), высвечивание энергии этих колебаний в виде терагерцевого излучения (третий этап). В настоящем разделе мы остановимся на исследовании процесса генерации низкочастотного тока в плазме (что соответствует второму этапу), причем рассмотрение будет проведено в нуль-мерном (локальном) приближении, в рамках которого в каждой точке нейтральной среды происходит тунNELьная ионизация, обусловленная наличием бихроматического поля лазерного излучения, и одновременно генерация низкочастотного тока.

В основной части работ, посвященных исследованию терагерцевого излучения из лазерной искры, создаваемой бихроматическим полем, механизм генерации низкочастотного тока в плазме привязывается к процессу четырехвольнового взаимодействия, при котором отклик на низкой частоте определяется соответствующей нелинейной восприимчивостью. Вычисление всех компонент этой восприимчивости, имеющей вид тензора четвертого ранга, представляют собой громоздкую неблагодарную задачу; на этом пути достигнуты лишь некоторые частные успехи. Мы здесь используем несколько иной подход (см. также [8, 10, 14]), который позволяет более определенно вычислить низкочастотный ток в плазме при наличии в ней бихроматического поля.

Для решения поставленной задачи воспользуемся уравнением Больцмана для электронной функции распределения:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e}{m} \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \delta(\mathbf{v}) w(|\mathbf{E}|), \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле лазерного импульса,  $w$  — скорость ионизации. Здесь мы предположили, что заряженные частицы рождаются с нулевой начальной скоростью. Тогда для плотности тока  $\mathbf{j} = e \int f \mathbf{v} d\mathbf{v}$  получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2}{m} n \mathbf{E}. \quad (2)$$

В линейном приближении концентрацию электронов  $n$  в формуле (2) можно заменить на концентрацию ионов  $n_i$ . Для определения зависимости плотности ионов от времени воспользуемся формулой Кельдыша для скорости ионизации  $w(t)$  в туннельном пределе [19, 20]:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = 8\omega_H n_0 \exp\left(-\frac{2E_H}{3|\mathbf{E}|}\right), \quad (3)$$

где  $\omega_H$ ,  $E_H$  — атомная частота и электрическое поле на первой боровской орбите,  $n_0$  — концентрация нейтральных частиц<sup>1)</sup>,  $\mathbf{E}$  — мгновенное значение электрического поля лазерного импульса.

Уравнение для плотности низкочастотного тока в соответствии с формулой (2) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \mathbf{S} = \frac{e^2}{m} \overline{n_i \mathbf{E}}, \quad (4)$$

где в качестве источника  $\mathbf{S}$  выступает усредненное по периоду оптического поля произведение ионной концентрации на электрическое поле лазерного импульса.

Представим электрическое поле лазерного импульса в виде суммы полей гармонических сигналов на основной и удвоенной частотах:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_\omega \sin(\omega t) + \mathbf{E}_{2\omega} \sin(2\omega t + \phi). \quad (5)$$

Будем считать, что первая и вторая гармоники излучения поляризованы линейно (обобщение на случай реальной ситуации, имеющей место в эксперименте, будет приведено ниже). Ясно, что в случае отсутствия поля на второй гармонике скорость

<sup>1)</sup> В воздухе в качестве  $n_0$  следует взять концентрацию молекул кислорода в силу меньшего по сравнению с азотом потенциала ионизации.

ионизации (3) и соответственно концентрация плазмы содержат лишь четные гармоники в силу зависимости скорости ионизации лишь от модуля поля. При этом очевидно, что в отклике плазмы возникают лишь нечетные гармоники тока. Присутствие второй гармоники поля делает возможным генерацию низкочастотного тока. Для бихроматического поля (5) речь пойдет об источнике тока (4) на нулевой частоте. Когда поляризации первой и второй гармоник параллельны, модуль электрического поля определяется выражением

$$\begin{aligned} |E_\omega \sin(\omega t) + E_{2\omega} \sin(2\omega t + \phi)| = \\ = \left[ E_\omega^2 \sin^2(\omega t) + E_{2\omega}^2 \sin^2(2\omega t + \phi) + \right. \\ \left. + E_\omega E_{2\omega} (\cos(\omega t - \phi) - \cos(3\omega t + \phi)) \right]^{0.5}; \end{aligned}$$

при этом скорость ионизации и, как следствие, плотность ионов содержат первую гармонику.

Таким образом, в источнике низкочастотного тока (4) появляются два слагаемых, связанных со смешиванием как первых ( $\overline{n_\omega E_\omega}$ ), так и вторых ( $\overline{n_{2\omega} E_{2\omega}}$ ) гармоник концентрации и поля.

Рассмотрим зависимость скорости ионизации на одном периоде лазерного поля основной гармоники. На рис. 7 представлены временные зависимости темпа ионизации для двух фазовых соотношений между полями первой и второй гармоник. Видно, что при  $\phi = 0$  скорость ионизации  $w(t)$  содержит первую гармонику, пропорциональную  $\cos(\omega t)$ , и вторую, пропорциональную  $\cos(2\omega t)$ . Это означает, что возмущения концентрации, сдвинутые по фазе относительно источника на  $\pi/2$ , «синхронны» с полем и, следовательно, можно ожидать заметной генерации низкочастотного тока. В случае  $\phi = \pi/2$  возмущения концентрации содержат гармоники вида  $\cos(\omega t)$  и  $\sin(2\omega t)$ . Ясно, что в этом случае низкочастотный ток не возбуждается, поскольку  $n_i$  и  $\mathbf{E}$  сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ . Отметим, что нарушение симметрии (периодичности  $2\omega$ ) функции «рождения» частиц при  $\phi = \pi/2$  оказывается более существенным, чем при  $\phi = 0$ . Естественно предполагать появление максимума эффективности возбуждения квазистационарной плотности тока при некотором промежуточном значении сдвига фаз  $\phi$ .

Рассмотрим зависимость низкочастотной плотности тока от амплитуд первой и второй гармоник лазерного поля и разности фаз между ними. Для определения гармоник концентрации необходимо вычислить интегралы Фурье:

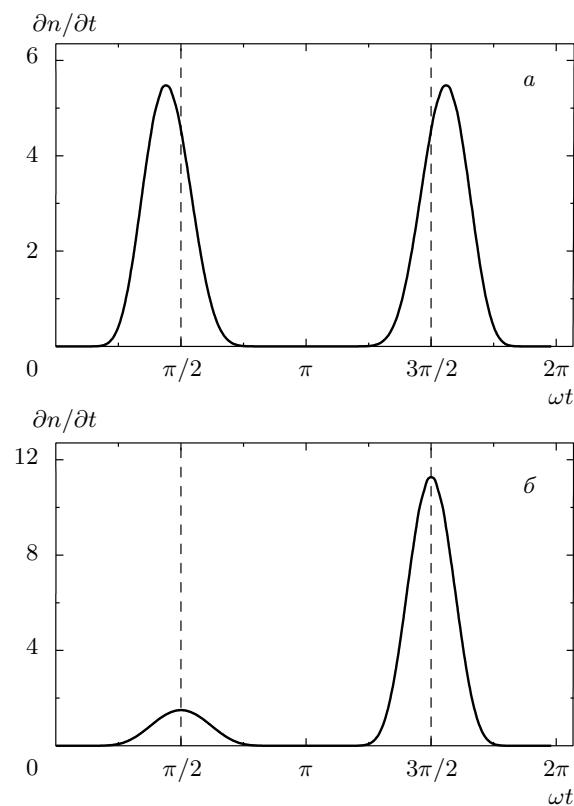


Рис. 7. Зависимости скорости ионизации на одном периоде лазерного поля для случая коллинеарных поляризаций  $\mathbf{E}_\omega \parallel \mathbf{E}_{2\omega}$  при  $\phi = 0$  (а),  $\pi/2$  (б)

$$\left( \frac{\partial n}{\partial t} \right)_{k\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left( -\frac{1}{|\mathbf{E}(t)|} \right) e^{ik\omega t} dt, \quad (6)$$

$$k = 1, 2.$$

Здесь и далее электрическое поле лазерного импульса приведено к безразмерному виду путем нормировки на атомное значение  $(2/3)E_H$ , концентрация  $n$  — на  $16\pi n_0 \rho_0 / \omega$ , а плотность тока — на  $4\pi e^2 n_0 E_H / 3m\omega$ . В случае полей, значительно меньших атомного ( $E_\omega \ll E_H$ ), и малой амплитуды второй гармоники ( $E_{2\omega} \ll E_\omega$ ) для действительной (т. е. находящейся в синхронизме с первой гармоникой лазерного поля) части первой гармоники скорости ионизации методом перевала можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\omega} &= 4\sqrt{2\pi} \frac{E_{2\omega}}{\sqrt{E_\omega}} \times \\ &\times \exp \left( -\frac{1}{E_\omega} + 2 \frac{E_{2\omega}^2}{E_\omega^3} \cos^2 \phi - \frac{E_\omega}{2} \right) \times \\ &\times \operatorname{ch} \left( \frac{E_{2\omega}}{E_\omega^2} \sin \phi \right) \cos \phi. \quad (7) \end{aligned}$$

Аналогично можно найти выражения для второй гармоники скорости ионизации. Ясно, что в рассматриваемых полях преобладающей является вторая гармоника вида  $\cos(2\omega t)$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{2\omega} &= 2\sqrt{2\pi} \sqrt{E_\omega} \times \\ &\times \exp \left( -\frac{1}{E_\omega} + 2 \frac{E_{2\omega}^2}{E_\omega^3} \cos^2 \phi - 2E_\omega \right) \times \\ &\times \operatorname{ch} \left( \frac{E_{2\omega}}{E_\omega^2} \sin \phi \right) \cos \phi. \quad (8) \end{aligned}$$

Окончательно выражения для источника низкочастотного тока (4) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} S_{\parallel\omega,\omega} &= 4\sqrt{2\pi E_\omega} E_{2\omega} \times \\ &\times \exp \left( -\frac{1}{E_\omega} + 2 \frac{E_{2\omega}^2}{E_\omega^3} \cos^2 \phi - \frac{E_\omega}{2} \right) \times \\ &\times \operatorname{ch} \left( \frac{E_{2\omega}}{E_\omega^2} \sin \phi \right) \cos \phi, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\parallel 2\omega, 2\omega} &= \sqrt{2\pi E_\omega} E_{2\omega} \times \\ &\times \exp \left( -\frac{1}{E_\omega} + 2 \frac{E_{2\omega}^2}{E_\omega^3} \cos^2 \phi - 2E_\omega \right) \times \\ &\times \operatorname{ch} \left( \frac{E_{2\omega}}{E_\omega^2} \sin \phi \right) \cos \phi. \quad (10) \end{aligned}$$

Из выражений (9), (10) следует, что источник низкочастотного тока, связанный со смешением первых гармоник поля и концентрации, примерно в четыре раза более эффективен, чем источник, связанный со смешением вторых гармоник.

В случае ортогональных поляризаций первой и второй гармоник модуль бихроматического лазерного поля содержит лишь четные гармоники:

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}_\omega \sin(\omega t) + \mathbf{E}_{2\omega} \sin(2\omega t + \phi)| &= \\ &= \sqrt{E_\omega^2 \sin^2(\omega t) + E_{2\omega}^2 \sin^2(2\omega t + \phi)}. \end{aligned}$$

Это означает, что низкочастотный ток возбуждается только в результате смешения вторых гармоник концентрации и лазерного поля ( $n_{2\omega} \mathbf{E}_{2\omega}$ ) (см. (4)). Важно отметить, что направление низкочастотного

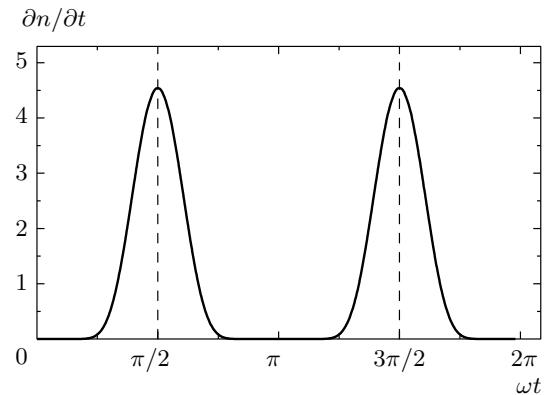


Рис. 8. Зависимость скорости ионизации на одном периоде лазерного поля для случая ортогональных поляризаций  $\mathbf{E}_\omega \perp \mathbf{E}_{2\omega}$

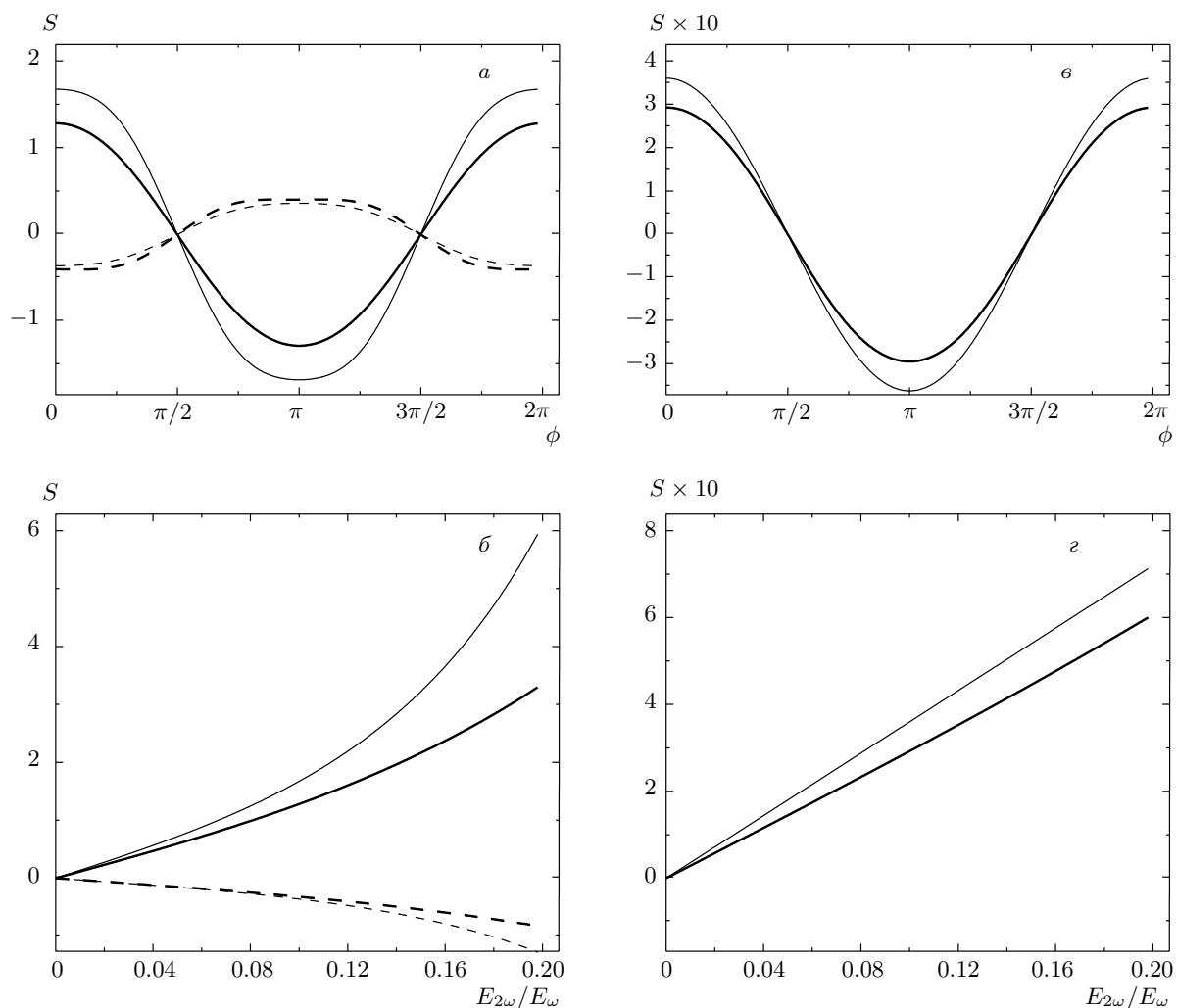
тока при этом коллинеарно поляризации второй гармоники.

На рис. 8 представлена временная зависимость темпа ионизации для случая  $\mathbf{E}_\omega \perp \mathbf{E}_{2\omega}$ . В данном случае в основном появляется гармоника концентрации вида  $\sin(2\omega t)$ , что приводит к синхронизму со второй гармоникой лазерного поля при  $\phi = 0$ . Расчет источника для плотности низкочастотного тока в том же приближении ( $E_\omega \ll E_H$ ,  $E_{2\omega} \ll E_\omega$ ) дает следующий результат:

$$S_{\perp 2\omega, 2\omega} = \sqrt{2\pi E_\omega} E_{2\omega} \exp \left( -\frac{1}{E_\omega} \right) \cos \phi. \quad (11)$$

Здесь в показателе экспоненты не учтены малые поправки, которые пренебрежимо малы по сравнению с учтенными в формулах (9), (10).

Сравнительные графики построены на рис. 9. Жирными линиями нанесены зависимости, полученные при непосредственном численном усреднении выражения (4), а тонкими линиями — зависимости, построенные по аналитическим оценкам (9)–(11). Видно, что в достаточно широкой области параметров аналитические выражения находятся в хорошем соответствии с результатами численного расчета. Периодическая зависимость эффективности генерации от фазы между гармониками лазерного поля  $\phi$ , схожая с представленной на рис. 9a, b, наблюдалась во многих экспериментальных работах [8–14]. Важно отметить, что существует оптимальный сдвиг фаз ( $\phi = 0$ ), при котором низкочастотный ток максимален. Зависимость источника низкочастотного тока  $S$  от относительной амплитуды второй гармоники приведена при  $E_\omega = 0.1$  для случая параллельных поляризаций первой и второй гармоник на рис. 9b, а для



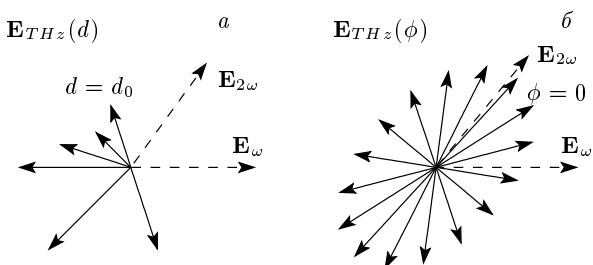
**Рис. 9.** Аналитические (тонкие линии) и численные (жирные линии) зависимости плотности низкочастотного тока: от сдвига фаз при  $E_\omega = 0.1$  и  $E_{2\omega} = 0.1E_\omega$  для параллельных (а) и ортогональных (б) поляризаций первой и второй гармоник (на рис. 9а отдельно показан вклад от смешения первых гармоник плотности и поля (сплошные линии) и от смешения вторых гармоник (штриховые)); от амплитуды второй гармоники  $E_{2\omega}$  при  $E_\omega = 0.1$  и  $\phi = 0$  при параллельных (б) и ортогональных (г) поляризациях первой и второй гармоник

случае ортогональных поляризаций — на рис. 9г. Зависимость источника  $S$  от амплитуды второй гармоники линейна с некоторым отклонением на больших амплитудах при параллельных поляризациях. Подобная зависимость терагерцевого поля от амплитуды второй гармоники наблюдалась в одном из немногих экспериментов [9], где была возможность отдельно контролировать амплитуду и фазу второй гармоники. Сравнивая штриховые кривые (вклад от смешения вторых гармоник) и сплошные (вклад от смешения первых гармоник) на рис. 9а, можно отметить явное преобладание механизма генерации плотности низкочастотного тока, связанного со смеси-

шением первых гармоник концентрации и скорости ионизации при параллельных поляризациях в обеих гармониках. Следует отметить, что низкочастотные токи, получающиеся в результате смешения первых гармоник и вторых гармоник, противофазны, поэтому эффективность генерации по амплитуде при параллельных поляризациях превышает соответствующую эффективность при ортогональных поляризациях примерно в три раза.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, результаты аналитических оценок и численных расчетов позволяют сделать вывод



**Рис. 10.** Множество векторов амплитуды ТИ  $\mathbf{E}_{THz}$  для эквидистантного набора величин сдвига кристалла ВВО  $d = d_0 + (0, 0.5, \dots, 2.5)$  см в эксперименте (а) и фаз между первой и второй гармониками  $\phi = 0, \pi/8, \dots, 2\pi$  в теории (б) (сдвиг кристалла  $d = 2.5$  см соответствует изменению фазы  $\phi$  на  $\pi$ ). Штрихами отмечены направления поляризации второй гармоники  $\mathbf{E}_{2\omega}$  и первой гармоники до прохождения через кристалл ВВО  $\mathbf{E}_\omega$  (угол между которыми равен оптимальному углу поворота кристалла вокруг оси системы). На диаграмме б отмечен вектор  $\mathbf{E}_{THz}$ , соответствующий фазе  $\phi = 0$ , на диаграмме а — соответствующий значению  $d = d_0$  (сдвиг фаз  $\pi/4$ )

о том, что эффективность генерации ТИ при параллельных поляризациях первой и второй гармоник существенно выше, чем при ортогональных поляризациях, что и наблюдалось в ряде экспериментов [8–10]. При этом основной вклад в источник низкочастотного тока дает смещение первых гармоник электронной плотности и оптического поля; естественно этот эффект учитывается при корректном расчете нелинейной восприимчивости среды. В наших экспериментах, где использовался кристалл ВВО, вырезанный под синхронизм первого типа, возникает некоторый оптимальный с точки зрения эффективности генерации ТИ угол поворота кристалла, при котором заметная часть излучения первой гармоники имеет составляющую электрического поля, параллельную поляризации второй гармоники.

В этом случае первая гармоника лазерного поля становится эллиптически поляризованной вследствие дополнительной разности фаз  $\theta$  между составляющими электрического поля (параллельной и ортогональной оси кристалла), приобретаемой при распространении оптического импульса внутри кристалла, а при продольном перемещении кристалла происходит не только модуляция интенсивности, но и поворот плоскости поляризации с тем же периодом. На рис. 10а представлен набор векторов амплитуды терагерцевого поля (длина вектора определялась как корень из показаний болометра) для экви-

дistantного набора положений кристалла вдоль оси системы  $d = d_0 + (0, 0.5, \dots, 2.5)$  см, соответствующего изменению фазы  $\phi$  от 0 до  $\pi$ , в качестве опорных введены направления поляризации первой гармоники до прохождения через кристалл ВВО и поляризации второй гармоники. Развитый выше аналитический подход при этом неприменим, так как существенно не выполняется принцип суперпозиции для источника  $\mathbf{S}$  по первой гармонике. Для интерпретации эффекта поворота вектора поляризации терагерцевого излучения проведем непосредственное вычисление источника низкочастотного тока, пользуясь формулой (4). При этом в соответствии с условиями эксперимента примем, что кристалл повернут на угол  $\pi/5$  от положения синхронизма, в котором ось кристалла параллельна поляризации фундаментальной гармоники. Будем считать, что относительно составляющей первой гармоники, параллельной оси кристалла, ортогональная ей поляризация приобретает фазу  $\theta$  при распространении в кристалле, а вторая гармоника приобретает фазу  $\phi$  при распространении от кристалла до искры. На рис. 10б представлен набор рассчитанных векторов амплитуд терагерцевого поля  $\mathbf{E}_{THz}$  (считаем, что вектор  $\mathbf{E}_{THz}$  пропорционален вектору источника тока  $\mathbf{S}$ ) для эквидистантного набора фаз  $\phi = 0, \pi/8, \dots, 2\pi$ . Подгночным параметром при получении теоретической диаграммы был неизвестный набег фазы  $\theta$ , который в результате был выбран равным  $\pi/10$ . Для наилучшего подобия величина  $d_0$  на рис. 10а выбрана соответствующей фазе  $\phi = \pi/4$  на теоретической диаграмме рис. 10б. Можно отметить неплохое качественное соответствие, однако в деталях имеются некоторые расхождения, часть из которых возможно объясняется изменением эффективности генерации второй гармоники при сдвиге кристалла. Предложенный механизм возбуждения низкочастотного тока, несмотря на свою ограниченность нуль-мерной моделью, позволяет довольно успешно интерпретировать экспериментальные данные. В рамках развитого подхода, связанного с туннельной ионизацией воздуха в поле бихроматического лазерного излучения, удалось единобразно объяснить результаты различных по постановке экспериментов. В частности, из развитой теории следует, что эффективность генерации ТИ существенно выше при параллельных поляризациях первой и второй гармоник, нежели в случае ортогональных поляризаций. Кроме того, она позволяет интерпретировать поляризационные особенности генерируемого терагерцевого излучения, а также объяснить повышенную эффективность генерации ТИ при определенных фазовых

соотношениях между первой и второй гармониками.

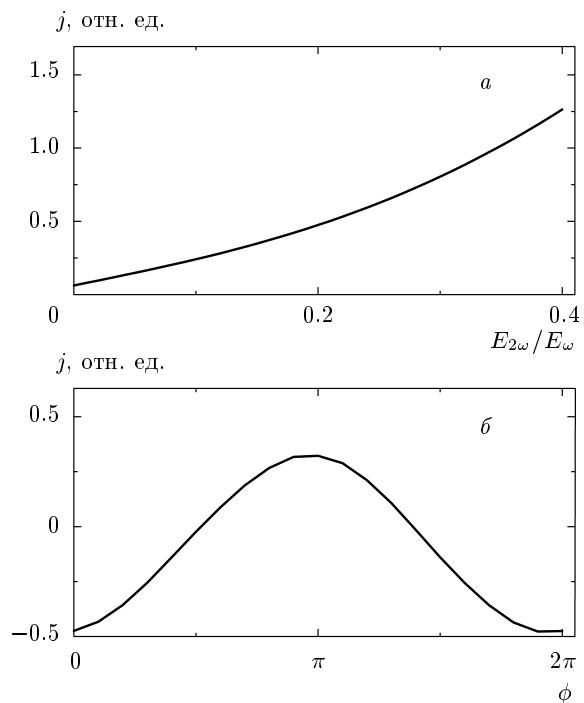
Сделанные выше выводы существенно основаны на формуле для мгновенной скорости ионизации атома. Однако с уменьшением электрического поля время туннелирования электрона через потенциальный барьер, оцениваемое по формуле [19]  $t_{tun} = 2\pi E_H/E\omega_H$ , возрастает и при интенсивности излучения  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> оказывается порядка периода поля. В этих условиях аналитическое выражение для вероятности ионизации атома заметно усложняется, особенно в бихроматическом поле, и приходится обращаться к непосредственному численному решению уравнения Шредингера [21]. Рассмотрим возбуждение низкочастотного тока на основе (приведенного к безразмерному виду в атомных единицах [20]) одномерного уравнения Шредингера:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + (V(x) + xE)\Psi = 0. \quad (12)$$

Модельный локализующий потенциал был задан в виде  $V(x) = V_0 \operatorname{ch}^{-1}(x/a)$ . Параметры потенциальной ямы ( $V_0$ ,  $a$ ) и бихроматического лазерного поля (5) выбирались так, чтобы отношение времени туннелирования к периоду поля было порядка единицы. Решалась задача с начальными условиями, соответствующими локализации электрона в основном состоянии и включению (при  $t > 0$ ) бихроматического поля. Плотность тока вычислялась по формуле

$$j = en_0 i \int \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \right) dx, \quad (13)$$

где интегрирование проводилось по области вне потенциального барьера («свободного» движения электронного волнового пакета). Результаты исследования генерации низкочастотного тока на одном периоде оптического поля представлены на рис. 11. Видно, что и в случае времени туннелирования, сравнимого с периодом поля, зависимость низкочастотного тока от разности фаз между первой и второй гармониками остается такой же, как и при мгновенной ионизации (см. рис. 9a). Качественно сохраняет вид и зависимость от амплитуды второй гармоники (см. рис. 11a и рис. 9b). Видно хорошее соответствие зависимостей низкочастотной плотности тока от амплитуды второй гармоники и фазы между гармониками оптического поля, полученных в квантовом подходе и на основе простой квазиклассической модели (4). Таким образом, исходя из решения одномерного уравнения Шредингера, можно надеяться, что использованная в разд. 3 модель является адекватной вплоть до времен туннелирования  $t_{tun} \sim T_{opt}$ , где  $T_{opt}$  — период лазерного поля.



**Рис. 11.** Зависимости плотности низкочастотного тока от амплитуды второй гармоники при  $E_\omega = 0.1$ ,  $\phi = 0$  (a) и от разности фаз  $\phi$  между гармониками импульсов накачки при  $E_\omega = 0.1$ ,  $E_{2\omega} = 0.1E_\omega$  (b)

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты экспериментального и теоретического исследования генерации терагерцевого излучения при пробое воздуха фемтосекундными лазерными импульсами, содержащими вторую гармонику поля. Измерены диаграммы направленности генерируемого излучения, форма сигнала, зависимость мощности ТИ от мощности импульса накачки; показано, что существует оптимальный угол поворота кристалла (ВВО, тип I) для генерации второй гармоники, при котором достигается максимальная эффективность. Обнаружено, что при оптимальном угле имеет место эффект поворота поляризации терагерцевого импульса при сдвиге кристалла вдоль оси системы. Предложена теоретическая интерпретация полученных данных, основанная на вычислении источника низкочастотного тока, возникающего при туннельной ионизации нейтральных атомов сфокусированным фемтосекундным лазерным полем, содержащим первую и вторую гармоники. Показано, что наиболее эффективным является

механизм генерации ТИ, связанный со смешением первых гармоник концентрации и лазерного поля при коллинеарных поляризациях основной и второй гармоник лазерного излучения. В случае ортогональных поляризаций гармоник лазерного поля эффективность оказывается существенно ниже (примерно в три раза по амплитуде). Получены аналитические соотношения, описывающие зависимости наблюдаемых амплитудных характеристик выходного терагерцевого излучения от различных параметров (амплитуды второй и первой гармоник, разности фаз, поляризаций лазерных импульсов), которые качественно соответствуют полученным экспериментальным результатам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00978, 08-02-01260, 08-02-97045).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. Tonouchi, *Nature Photonics* **1**, 97 (2007).
2. K. Reimann, *Rep. Progr. Phys.* **70**, 1597 (2007).
3. H. Hamster, A. Sullivan, S. Gordon, and R. W. Falcone, *Rhys. Rev. E* **49**, 671 (1994).
4. Y. Liu, A. Houard, B. Prade, A. Mysyrowicz, B. Diaw, and V. T. Tikhonchuk, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 1 (2008).
5. C. D'Amico, A. Houard, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz, A. Couairon, and V. T. Tikhonchuk, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 235002 (2007).
6. A. Houard, Y. Liu, B. Prade, V. T. Tikhonchuk, and A. Mysyrowicz, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 255006 (2008).
7. C. D. Amico, A. Houard, and A. Mysyrowicz, *New J. Phys.* **10**, 013015 (2008).
8. M. D. Tomson, M. Kreß, T. Löffler, and H. G. Roskos, *Laser Photon Rev.* **1**, 349 (2007).
9. Xu Xie, Jianming Dai, and X.-C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 075005 (2006).
10. K. Y. Kim, J. H. Glownia, A. J. Taylor, and G. Rodriguez, *Opt. Express* **15**, 4557 (2007).
11. H. Zhong, N. Kaprowicz, and X.-C. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 261103 (2006).
12. T. Löffler and H. G. Roskos, *J. Appl. Phys.* **91**, 2611 (2002).
13. T. Bartel, P. Gaal, K. Reimann et al., *Opt. Lett.* **30**, 2805 (2005).
14. K. Y. Kim, A. J. Taylor, J. H. Glownia, and G. Rodriguez, *Nature Photonics* **2**, 605 (2008).
15. P. Sprangle, J. R. Peñano, B. Hafizi et al., *Phys. Rev. E* **69**, 066415 (2004).
16. С. В. Голубев, Е. В. Суровов, А. Г. Шалашов, Письма в ЖЭТФ **79**, 443 (2004).
17. А. М. Быстров, Н. В. Введенский, В. Б. Гильденбург, Письма в ЖЭТФ **82**, 852 (2005).
18. M. Fox, *Optical Properties of Solids*, Oxford Univ. Press, New York (2001).
19. В. С. Попов, УФН **174**, 921 (2004).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 3, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
21. N. Kaprowicz and X.-C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 093001 (2009).