ЖЭТФ, 2009, том 136, вып. 6 (12), стр. 1127–1133

ОПТИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ В СРЕДАХ С НЕКОМПЛАНАРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Е. А. Караштин[*], *О. Г. Удалов, А. А. Фраерман*

Институт физики микроструктур Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 5 мая 2009 г.

Теоретически исследовано явление естественной оптической активности в магнитных средах, для которых обменное взаимодействие является доминирующим. В рамках феноменологической теории показано, что явление оптической активности может возникать в среде с неоднородным некомпланарным распределением намагниченности, не обладающим центром инверсии. Построена микроскопическая теория оптической активности среды с геликоидальной магнитной структурой.

PACS: 78.20.Jq, 78.20.Bh, 75.75.+a, 75.50.Cc

1. ВВЕДЕНИЕ

В случае слабой пространственной дисперсии диэлектрическую проницаемость вещества $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ можно представить в виде ряда по степеням волнового вектора электромагнитной волны $\mathbf{k}$ [1, 2]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) \approx \varepsilon_{ij}^{(0)}(\omega) + \gamma_{ijl}(\omega) k_l + \dots, \qquad (1)$$

ω — частота электромагнитной волны. Первое слагаемое в формуле (1) — диэлектрическая проницаемость без учета пространственной дисперсии. Второе слагаемое отвечает за явление естественной оптической активности в кристаллах без центра инверсии, проявляющееся в изменении свойств среды при изменении направления распространения света на противоположное. Из принципа симметрии кинетических коэффициентов следует, что вклад естественной оптической активности в диагональные компоненты тензора проницаемости в отсутствие внешнего магнитного поля или намагниченности среды равен нулю ($\gamma_{ijl} = -\gamma_{jil}$). Отличие от нуля диагональных элементов тензора оптической активности возможно только в средах без центра инверсии, которые обладают спонтанным магнитным моментом $\mathbf{M}$ или находятся во внешнем магнитном поле. Диагональные элементы, линейные по $\mathbf{M}$, при этом имеют вид [3]

$$\gamma(\omega)\delta_{ij}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{M}), \qquad (2)$$

δ_{ij} — символ Кронекера. Из формулы (2) следует, что диэлектрическая проницаемость не инвариантна относительно вращения магнитного момента как целого и не удовлетворяет принципу обменной симметрии [4]. Таким образом, описываемый выражением (2) магнитно-киральный эффект имеет релятивистскую природу. Оценка величины этого эффекта, полученная в работе [3], показывает, что он крайне мал. Данная работа посвящена изучению эффекта естественной оптической активности, обусловленного обменным взаимодействием.

В разд. 2 изложена феноменологическая теория явления оптической активности в среде с неоднородным распределением намагниченности и на примере простейшей микроскопической модели рассмотрены причины возникновения этого эффекта. В разд. 3 на основе s–d-модели рассчитан тензор диэлектрической проницаемости среды с геликоидальным распределением намагниченности с учетом пространственной дисперсии.

[*] E-mail: notfromme@yandex.ru

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Запишем связь между векторами электрической индукции $\mathbf{D}$ и напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$ в ферромагнетике с неоднородным распределением магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ в виде

$$D_i(\omega,\mathbf{r}) = \varepsilon^0_{ij}\left(\omega, \mathbf{M}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_m \partial x_k}, \dots\right) E_j + \\ + \gamma_{ijk}\left(\omega, \mathbf{M}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_m \partial x_k}, \dots\right) \frac{\partial}{\partial x_k} E_j. \quad (3)$$

Второй член данного выражения отвечает за явление оптической активности в среде. Отметим, что переход в этом выражении от пространственной производной электрического поля к волновому вектору электромагнитной волны не всегда правомерен, так как тензор $\hat{\gamma}$ зависит от координат. Сделаем ряд предположений относительно свойств среды и природы эффекта оптической активности. Будем полагать, что этот эффект связан именно с неоднородностью распределения намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. Тогда тензор $\hat{\gamma}$, описывающий оптическую активность, должен состоять из векторов намагниченности и их пространственных производных. Амплитуда намагниченности одинакова во всех точках пространства и $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ может только поворачиваться при переходе из одной точки в другую. При этом намагниченность вращается в пространстве медленно, т. е. поворот на угол порядка π происходит на расстояниях существенно больших, чем постоянная решетки и длина свободного пробега электрона. Из последнего следует, что при построении тензора диэлектрической проницаемости можно ограничиться низшими пространственными производными $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. В отличие от формул (1), (2), будем рассматривать кристаллы с центром инверсии, полагая при этом, что центром инверсии не обладает магнитная структура, поэтому количество пространственных производных в $\hat{\gamma}$ должно быть нечетным. Основное предположение относительно исследуемой среды состоит в том, что обменное взаимодействие является в ней доминирующим и всеми релятивистскими взаимодействиями можно пренебречь. В этом случае система обладает обменной симметрией [2,4], т. е. при повороте всех магнитных моментов в системе на один и тот же угол гамильтониан системы и, соответственно, любые физические величины (кроме направления вектора намагниченности) не должны меняться. Таким образом, тензор $\hat{\gamma}$ должен быть инвариантен относительно вращения намагниченности. Кроме того, на тензор накладываются стандартные ограничения, связанные с необходимостью выполнения соотношений Онзагера [2]. Ограничиваясь случаем, когда эффект естественной оптической активности возникает вследствие термодинамически обратимых процессов, для тензора $\hat{\gamma}$ получим

$$\gamma_{ijk} = \hat{\alpha}_{ijklmn}\left(\mathbf{M}\cdot\left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_l} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_m \partial x_n}\right]\right). \quad (4)$$

Симметрия тензора шестого ранга $\hat{\alpha}$ определяется симметрией кристаллической решетки. В изотропной среде $\hat{\alpha}$ имеет вид

$$\hat{\alpha}_{ijklmn} = K_1\delta_{il}\delta_{jm}\delta_{kn} + K_2\delta_{ij}\delta_{kl}\delta_{mn} + \dots \\ \dots + K_8\delta_{jk}\delta_{il}\delta_{mn} + K_9 e_{ijk}e_{lmn} + \dots \\ \dots + K_{12}e_{imk}e_{ljn}, \quad (5)$$

e_{ijk} — полностью антисимметричный тензор 3-го ранга (тензор Леви–Чивита). Отметим, что тензор (4) отличен от нуля только для некомпланарного распределения намагниченности, для которого отличны от нуля все три компоненты магнитного момента. Примером такого распределения является конусная магнитная спираль, реализующаяся в редкоземельных металлах Ho, Er, Dy [5,6], ряде соединений (MnSi, FeGe) [7], а также в ферромагнитных наноструктурах [8,9]. Спиральное распределение намагниченности дается выражением

$$\mathbf{M} = \left(\sqrt{1-m_z^2}\,\cos(qz), \sqrt{1-m_z^2}\,\sin(qz), m_z\right). \quad (6)$$

Нетрудно показать, что для геликоидальной магнитной структуры тензор $\hat{\gamma}$ не зависит от координат, поэтому в выражении (3) можно перейти от пространственной производной электрического поля к волновому вектору электромагнитной волны κ. Подставляя выражение (6) в (4), получим следующие ненулевые компоненты тензора:

$$\varepsilon^{OA}_{ii} = K_{ii}\left(\mathbf{M}\cdot\left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial z^2}\right]\right)\kappa_z = \\ = K_{ii}m_z(1-m_z^2)q^3\kappa_z, \quad (7)$$

$$\varepsilon^{OA}_{iz} = K_{iz}\left(\mathbf{M}\cdot\left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \times \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial z^2}\right]\right)\kappa_i = \\ = K_{iz}m_z(1-m_z^2)q^3\kappa_i. \quad (8)$$

Подчеркивая отличие эффекта, описываемого формулой (4), от рассмотренного ранее (2), заметим, что эффект «обменной» оптической активности стремится к нулю при переходе к состоянию с однородной намагниченностью ($m_z = 1$).

Для понимания микроскопической природы данного эффекта рассмотрим простую классическую модель движения заряженной частицы (электрона) с собственным магнитным моментом в неоднородном магнитном поле, характеризующемся единичным вектором $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + J\left(\mathbf{l}\cdot\mathbf{M}(\mathbf{r})\right) + U_{ext}(\mathbf{r},t). \qquad (9)$$

Здесь $\mathbf{l}$ — собственный механический момент частицы, J — константа взаимодействия магнитного поля с частицей (размерности частоты), m_e — масса частицы, $\mathbf{M}$ — единичный вектор, направленный вдоль магнитного поля. Первое слагаемое в формуле (9) есть кинетическая энергия. Второе слагаемое описывает взаимодействие частицы с полем. Третье слагаемое — внешнее воздействие. Предполагается, что взаимодействие магнитного поля с зарядом частицы слабое и его можно не учитывать.

Рассмотрим движение электрона классически, как это сделано в работе [10]. Из формулы (9) получим следующие уравнения для координаты электрона и его момента:

$$m_e\ddot{r}_i = -J\left(\mathbf{l}\cdot\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial r_i}\right) + eE_i(\mathbf{r},t), \qquad (10)$$

$$\dot{\mathbf{l}} = -J\left[\mathbf{l}\times\mathbf{M}(\mathbf{r})\right]. \qquad (11)$$

Здесь $\mathbf{r}$ — координата электрона, e — его заряд, $\mathbf{E}$ — внешнее электрическое поле. Данная система уравнений может быть решена в рамках квазиадиабатического приближения, описанного в работах [10, 11]. В этом приближении предполагается, что электрон движется достаточно медленно и выполняется условие $\beta = |\dot{\mathbf{M}}|/J \ll 1$ (β — параметр адиабатичности). В таком случае направление магнитного момента электрона почти совпадает с направлением намагниченности решетки. Вектор $\mathbf{l}$ может быть представлен в виде

$$\mathbf{l} = \alpha_0\left(\mathbf{M} + \frac{1}{J}[\mathbf{M}\times\dot{\mathbf{M}}] - \frac{1}{J^2}\ddot{\mathbf{M}} - \frac{1}{J^3}[\mathbf{M}\times\dddot{\mathbf{M}}] + \ldots\right), \qquad (12)$$

где α_0 имеет размерность механического момента.

Для простоты будем рассматривать одномерные магнитные системы ($\mathbf{M} = \mathbf{M}(z)$). Пусть внешнее электрическое поле представляет собой плоскую продольную монохроматическую волну

$$\mathbf{E} = E\mathbf{e}_z\exp(i\omega t - i\kappa_z z), \qquad (13)$$

где ω, κ_z, E — частота, волновой вектор и амплитуда электромагнитной волны, $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор в направлении z.

Тогда с учетом (12) уравнение (10) принимает вид

$$m_e\ddot{z}(1+\eta\dot{z}) = eE\exp\left(i(\kappa_z z - \omega t)\right), \qquad (14)$$

$$\eta = \frac{3\alpha_0}{J^2 m_e}\left(\mathbf{M}\cdot\left[\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial z}\times\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial z^2}\right]\right). \qquad (15)$$

Для среды с геликоидальной магнитной структурой $\eta = 3\alpha_0 m_z(1-m_z^2)q^3/J^2 m_e$.

В отсутствие электрического поля решением уравнения (14) является функция

$$z_0 = v_0 t + z^0, \qquad (16)$$

z^0, v_0 — координата и скорость электрона в начальный момент времени. Положим для простоты $z^0 = 0$. Линейная по электрическому полю поправка к решению (16) Δz определяется из уравнения

$$m_e\Delta\ddot{z}(1+\eta v_0) = eE\exp\left(i(\kappa_z v_0 - \omega)t\right). \qquad (17)$$

Решив уравнение (17), получим

$$\Delta z = -\frac{eE}{(\kappa_z v_0 - \omega)^2(1+\eta v_0)m_e}\times \exp\left(i(\kappa_z v_0 - \omega)t\right). \qquad (18)$$

Скорость электрона, соответственно, определяется выражением

$$\dot{z} = v_0 - i\frac{eE}{(\kappa_z v_0 - \omega)(1+\eta v_0)m_e}\times \exp\left(i(\kappa_z v_0 - \omega)t\right). \qquad (19)$$

Выражение для тока в среде получается усреднением уравнения (19) по равновесной функции распределения

$$j_z = e\frac{eE\sin(\omega t)}{m_e\omega}n_e\left(\langle 1\rangle + \frac{\eta\kappa_z}{\omega}\langle v_0^2\rangle\right). \qquad (20)$$

Таким образом, ток содержит линейную по волновому вектору компоненту, что и означает существование оптической активности. Возникновение линейной по волновому вектору поправки к току обусловлено двумя причинами. Во-первых, это сдвиг частоты внешнего поля в системе координат, связанной с электроном. Этот сдвиг составляет величину $\kappa_z v_0$, поэтому величина оптической активности будет пропорциональна отношению скорости электрона к скорости распространения электромагнитной волны. Второй фактор — различие массы электрона для противоположных направлений его движения $m_e(1+\eta v_0)$. Величина η, а значит, и величина оптической активности, отлична от нуля, если распределение намагниченности некомпланарно (для геликоидальной магнитной структуры $m_z(1-m_z^2)q \neq 0$).

3. ЯВЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ В СРЕДЕ С ГЕЛИКОИДАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НАМАГНИЧЕННОСТИ

В рамках s–d-модели уравнение Шредингера для делокализованных электронов в среде с геликоидальным распределением намагниченности будет иметь вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta\psi + J(\hat{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\mathbf{M})\psi = \varepsilon_e\psi. \tag{21}$$

Здесь $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ — вектор матриц Паули, $\mathbf{M}$ — единичный вектор, сонаправленный с намагниченностью локализованных электронов, ε_e — энергия электрона, J — обменная энергия, характеризующая взаимодействие электрона проводимости и локализованных электронов. Волновые функции электронов и их энергетический спектр в такой задаче могут быть найдены точно. В работах [12–14] показано, что состояние электрона в магнитной спирали описывается квазиимпульсом и индексом спиновой подзоны.

Разложение спектра в ряд по параметру адиабатичности, который в «квантово-механическом» случае принимает вид $\beta = \hbar q/J\sqrt{\varepsilon_F/2m_e}$ (ε_F — энергия Ферми), описывается выражением

$$\begin{aligned}\varepsilon_e^{\pm} = \frac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2m_e} + \frac{(\hbar q)^2}{8m_e} \pm \\ \pm J\left(1 - m\frac{p_z}{p_F}\beta + \frac{1-m^2}{2}\,\frac{p_z^2}{p_F^2}\beta^2 + \right. \\ \left. + \frac{m(1-m^2)}{2}\,\frac{p_z^3}{p_F^3}\beta^3\right) + \ldots\end{aligned} \tag{22}$$

Здесь $p_{x,y,z}$ — компоненты квазиимпульса электрона, $p_F = \sqrt{2m_e\varepsilon_F}$ — характерное значение импульса вдоль оси геликоида, «$+$» и «$-$» соответствуют двум спиновым веткам. Спектр электронов содержит кубическое по квазиимпульсу слагаемое, что соответствует зависимости массы частицы от величины и знака скорости. Возникновение этого слагаемого в спектре электронов обусловлено нарушением симметрии по отношению к инверсии пространства и обращению времени в среде с некомпланарным распределением намагниченности (см. работы [15, 16]).

Найдем линейный отклик электронного газа в среде с геликоидальным распределением намагниченности на воздействие плоской продольной электромагнитной волны $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_z\exp(i\omega t - i\kappa_z z)$. Отметим, что под $\mathbf{E}$ здесь подразумевается поле, действующее на электрон проводимости в металле, которое включает и поле внешней электромагнитной волны, и поле, создаваемое электронным газом. Будем описывать поведение электронного газа в среде с помощью уравнения Больцмана. Представим функцию распределения как сумму невозмущенной функции Ферми $f_{0\pm}$ и осциллирующей поправки $f_\pm = f_{0\pm} + \delta f_\pm \exp(i\omega t - i\kappa\mathbf{r})$ (нижний индекс обозначает номер спиновой подзоны). Тогда для $\delta f_\pm$ имеем

$$\begin{aligned}(i\omega - i\mathbf{v}_{gr}\kappa)\delta f_\pm - e\mathbf{E}\frac{\partial f_{0\pm}}{\partial\mathbf{p}} = \\ = \int d^3p' W_{\pm\pm}(\mathbf{p},\mathbf{p}')\left(f^\pm(\mathbf{p}) - f^\pm(\mathbf{p}')\right) + \\ + \int d^3p' W_{\pm\mp}(\mathbf{p},\mathbf{p}')\left(f^\pm(\mathbf{p}) - f^\mp(\mathbf{p}')\right).\end{aligned} \tag{23}$$

Здесь $\mathbf{v}_{gr} = \partial\varepsilon_e^\pm/\partial\mathbf{p}$ — групповая скорость электронов. В правой части уравнения стоит интеграл столкновений. При решении данной задачи полагалось, что рассеяние происходит на немагнитных примесях. Интеграл столкновений содержит два слагаемых. Первое описывает рассеяние электрона без изменения спинового состояния, и $W_{\pm\pm}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ — вероятность перехода из состояния с импульсом $\mathbf{p}$ в состояние $\mathbf{p}'$ на той же ветке. Второе слагаемое описывает рассеяние с изменением спинового состояния, и $W_{\pm\mp}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ — вероятность перехода из состояния с импульсом $\mathbf{p}$ в состояние $\mathbf{p}'$ на другой ветке спектра. Разложение вероятностей перехода по параметру адиабатичности имеет вид

$$\begin{aligned}&W_{++}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} w_{jk}^{++} p_z^j p_z'^k \delta\left(\varepsilon_e^+(\mathbf{p}) - \varepsilon_e^+(\mathbf{p}')\right), \\ &W_{--}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} w_{jk}^{--} p_z^j p_z'^k \delta\left(\varepsilon_e^-(\mathbf{p}) - \varepsilon_e^-(\mathbf{p}')\right), \\ &W_{+-}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} w_{jk}^{+-} p_z^j p_z'^k \delta\left(\varepsilon_e^+(\mathbf{p}) - \varepsilon_e^-(\mathbf{p}')\right).\end{aligned} \tag{24}$$

Множители $w_{jk}^{\pm\pm}$ не зависят от квазиимпульса электрона и имеют вид

$$\begin{aligned}
&w_{00}^{++} = w_{00}^{--} = w_0,\\
&w_{10}^{++} = w_{01}^{++} = w_{10}^{--} = w_{01}^{--} = 0,\\
&w_{20}^{++} = w_{02}^{++} = w_{20}^{--} = w_{02}^{--} = -\frac{1}{2}w_{11}^{++} =\\
&\qquad = -\frac{1}{2}w_{11}^{--} = -\frac{\beta^2}{4}(1-m^2)w_0,\\
&w_{30}^{++} = w_{03}^{++} = w_{30}^{--} = w_{03}^{--} = -w_{21}^{++} =\\
&\qquad = -w_{12}^{++} = -w_{21}^{--} = -w_{12}^{--} =\\
&\qquad = -\frac{\beta^3}{2}m(1-m^2)w_0,
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
&w_{00}^{+-} = w_{00}^{-+} = w_{10}^{+-} = w_{01}^{+-} =\\
&\qquad = w_{10}^{-+} = w_{01}^{-+} = 0,\\
&w_{20}^{+-} = w_{02}^{+-} = w_{20}^{-+} = w_{02}^{-+} = -\frac{1}{2}w_{11}^{+-} =\\
&\qquad = -\frac{1}{2}w_{11}^{-+} = \frac{\beta^2}{4}(1-m^2)w_0,\\
&w_{30}^{+-} = -w_{03}^{+-} = w_{30}^{-+} = w_{03}^{-+} = -\frac{1}{3}w_{21}^{+-} =\\
&\qquad = \frac{1}{3}w_{12}^{+-} = -\frac{1}{3}w_{21}^{-+} =\\
&\qquad = \frac{1}{3}w_{12}^{-+} = -\frac{\beta^3}{2}m(1-m^2)w_0,
\end{aligned} \tag{26}$$

w_0 — вероятность рассеяния электрона из состояния с импульсом $\mathbf{p}$ в состояние с импульсом $\mathbf{p}'$ в отсутствие магнитной структуры. Здесь приведены коэффициенты $w_{jk}^{\pm\pm}$ вплоть до кубических по β. Отметим, что рассеяние электронов на немагнитной примеси асимметрично. Асимметрия рассеяния заключается в том, что вероятности рассеяния электрона на примеси в прямом и обратном направлениях различны: $W(\mathbf{p},\mathbf{p}') \neq W(-\mathbf{p},-\mathbf{p}')$. Асимметрия рассеяния возникает также в третьем порядке по параметру адиабатичности, как и асимметрия спектра.

Из уравнения (23) найдем поправки к равновесным функциям распределения. Решение будем искать в виде

$$\delta f_\pm = \sum_{n=0}^{\infty} g_{n\pm}(\varepsilon_e)Ep_z^n + \sum_{i=0}^{\infty} h_{l\pm}(\varepsilon_e)Ep_z^l\kappa_z. \tag{27}$$

Отметим, что задача обладает цилиндрической симметрией, поэтому функции распределения зависят только от энергии электрона ε_e и z-компоненты его импульса p_z. С использованием разложения (27), а также разложения всех членов уравнения (23) по β до третьего порядка, уравнение (23) может быть представлено в виде бесконечной системы для коэффициентов $g_n(\varepsilon_e)$ и $h_l(\varepsilon_e)$:

$$\begin{aligned}
\frac{i\omega}{2\pi m_e}g_{n\pm} &= \frac{v_{n\pm}}{2\pi m_e}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} +\\
&+ \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} g_{j\pm}w_{nk}^{\pm\pm}\frac{p_{z2\pm}^{k+j+1} - p_{z1\pm}^{k+j+1}}{k+j+1} -\\
&- \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{n} g_{j\pm}w_{n-j,k}^{\pm\pm}\frac{p_{z2\pm}^{k+1} - p_{z1\pm}^{k+1}}{k+1} +\\
&+ \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} g_{j\mp}w_{nk}^{\pm\mp}\frac{p_{z2\mp}^{k+j+1} - p_{z1\mp}^{k+j+1}}{k+j+1} -\\
&- \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{m} g_{j\mp}w_{n-j,k}^{\pm\mp}\frac{p_{z2\mp}^{k+1} - p_{z1\mp}^{k+1}}{k+1},
\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{i\omega}{2\pi m_e}h_{l\pm} - i\sum_{j=0}^{l} g_{j\pm}\frac{v_{n-j\pm}}{2\pi m_e} &=\\
= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} h_{j\pm}w_{lk}^{\pm\pm}&\frac{p_{z2\pm}^{k+j+1} - p_{z1\pm}^{k+j+1}}{k+j+1} -\\
- \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{l} h_{j\pm}w_{l-j,k}^{\pm\pm}&\frac{p_{z2\pm}^{k+1} - p_{z1\pm}^{k+1}}{k+1} +\\
+ \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} h_{j\mp}w_{lk}^{\pm\mp}&\frac{p_{z2\mp}^{k+j+1} - p_{z1\mp}^{k+j+1}}{k+j+1} -\\
- \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{l} h_{j\mp}w_{n-j,k}^{\pm\mp}&\frac{p_{z2\mp}^{k+1} - p_{z1\mp}^{k+1}}{k+1},
\end{aligned} \tag{29}$$

$v_{j\pm}$ — коэффициенты разложения групповой скорости электронов v_{grz} по p_z:

$$\begin{aligned}
&v_{grz} = \frac{\partial\varepsilon_\pm}{\partial p_z} = \sum_{j=0}^{\infty} v_{j\pm}p_z^j,\\
&v_{0\pm} = \mp\frac{Jm\beta}{2}, \quad v_{1\pm} = 1 \pm J\frac{1-m^2}{2}\beta^2,\\
&v_{2\pm} = \pm J\frac{3m}{4}(1-m^2)\beta^3.
\end{aligned} \tag{30}$$

Отметим здесь, что коэффициенты $w_{jq}^{\pm\pm}$ не зависят от энергии электрона ε_e, импульсы $p_{z1,2\pm}$ определяются уравнениями $\varepsilon_F = \varepsilon_e^\pm(p_x = 0, p_y = 0, p_z)$.

Решая систему (28), (29), можно найти коэффициенты $g_n(\varepsilon_e)$ и $h_l(\varepsilon_e)$ с точностью до слагаемых порядка β^3. Используя свойства малости $v_j \sim \beta^{j+1}$, $j \neq 1$, $v_1 \sim \beta^0$, $w_{jq}^{\pm\pm} \sim \beta^{j+q}$, $p_{z2\pm}^q - p_{z1\pm}^q \sim \beta$, $q = 2j$, $p_{z2\pm}^q - p_{z1\pm}^q \sim \beta^0$, $q = 2j+1$, нетрудно показать, что достаточно ограничиться в формулах (28), (29) $n \leq 4$ и $l \leq 5$.

По известным функциям распределения можно вычислить плотность тока

$$\mathbf{j}_\pm = -e\frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\int \mathbf{v}_{gr}\delta f_\pm d^3p,$$

где V — объем системы. Полная поляризация дается выражением

$$\mathbf{P} = \sum_{+,-} \frac{\mathbf{j}_\pm}{i\omega}\,.$$

Зная поляризацию, нетрудно найти поправку к диэлектрической проницаемости, линейную по волновому вектору электромагнитной волны $\boldsymbol{\kappa}$:

$$\varepsilon_{zz}^{OA} = -\varepsilon_0^2 \left(\tilde{\alpha} \left(\frac{J}{\varepsilon_F} \right)^2 + \tilde{\tilde{\alpha}} \frac{1}{i(\omega - i/\tau)\tau} \right) \times \\ \times \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i/\tau)^2}\, m_z(1 - m_z^2)\beta^3 v_F \kappa_z, \quad (31)$$

$\tilde{\alpha}$, $\tilde{\tilde{\alpha}}$ — коэффициенты порядка единицы, ε_0 — часть диэлектрической проницаемости, не зависящая от волнового вектора электромагнитной волны, $1/\tau = \int d^3p\, w_{00}\delta(\varepsilon_e - \varepsilon_F)$ и имеет смысл эффективной частоты соударения электронов и примесей,

$$v_F = \sqrt{\frac{2\varepsilon_F}{m_e}}\,, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_e},$$

N — усредненная по двум спиновым веткам концентрация электронов. Выражение для ε_{zz}^{OA} содержит два слагаемых. Первое возникает из-за асимметрии спектра электронов и содержит малую величину $(J/\varepsilon_F)^2$. Второе слагаемое возникает из-за асимметрии рассеяния электронов на примесях. Оно не содержит $(J/\varepsilon_F)^2$, однако в действительную его часть входит множитель $1/\omega\tau$. Таким образом, существуют два механизма возникновения естественной оптической активности: асимметрия спектра электронов и асимметрия их рассеяния. Отметим, что в «полуклассической» модели учитывался лишь первый механизм. Наличие магнитной структуры вносит также изменение в ту часть диэлектрической проницаемости, которая не зависит от волнового вектора $\boldsymbol{\kappa}$. Этот вклад квадратичен по параметру адиабатичности. Здесь мы не будем его рассматривать, так как это не является задачей данной работы.

Сделаем оценку величины тензора оптической активности. Возьмем следующие параметры среды: $J = 0.08$ эВ, $2\pi/q = 30$ нм, $1/\tau = 10^{14}$ Гц; концентрацию электронов $N = 5.3 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$. Тогда $\omega_p = 4.1 \cdot 10^{15}$ Гц. При $\omega \sim \omega_p$ для указанных выше параметров получаем $|\varepsilon_{zz}^{OA}| = 3.8 \cdot 10^{-5}$. Отметим, что вклад первого слагаемого в уравнение (31) на порядок меньше второго.

Одним из проявлений наличия линейного по волновому вектору электромагнитной волны слагаемого в диагональной компоненте тензора диэлектрической проницаемости является различие в коэффициентах отражения волны от плоской границы при ее падении слева и справа (под одинаковым углом к поверхности). При этом необходимо, чтобы ось геликоида была расположена параллельно границе раздела и в плоскости падения электромагнитной волны. Кроме того, электромагнитная волна должна быть ТМ-типа, так как только в этом случае в среде возникает электрическое поле, направленное вдоль оси геликоида. Поскольку отличие диэлектрической проницаемости в среде для волн, движущихся в противоположных направлениях вдоль оси спирали, составляет величину порядка 10^{-5}, следует ожидать, что относительная разница коэффициентов отражения также может достигать такого значения.

Отметим здесь, что эффект, рассмотренный в работе [3], также будет отличен от нуля для среды с геликоидальной магнитной структурой (см. формулу (2)). При этом он будет давать вклад в ту же самую компоненту тензора диэлектрической проницаемости. Однако, как нетрудно понять, эффект, описываемый формулой (2), будет иметь другую зависимость от внешнего магнитного поля. С увеличением последнего намагниченность в среде также будет увеличиваться, пока не достигнет насыщения. Поэтому, в соответствии с формулой (2), величина эффекта также будет расти до некоторого насыщения при росте магнитного поля. Явление, описанное в данной работе, исчезнет, когда намагниченность станет однородной, а значит, компланарной.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено теоретическое исследование явления оптической активности в средах с неоднородным распределением намагниченности. Для сред, в которых обменное взаимодействие является доминирующим, построена феноменологическая теория явления оптической активности, обусловленного наличием магнитной структуры, не обладающей центром инверсии. Получен тензор оптической активности и показано, что он отличен от нуля только в случае некомпланарной магнитной структуры. Особенность тензора оптической активности в среде с некомпланарным распределением намагниченности заключается в том, что он имеет отличные от нуля диагональные элементы. Таким образом, данный эффект заключается в изменении показателя преломления среды при обращении волнового вектора электромагнитной волны.

Построена микроскопическая модель явления оптической активности в среде с геликоидальным распределением намагниченности, в основе которой лежит классическое описание поведения электрона проводимости в магнитной среде. В рамках этой модели продемонстрировано, что в случае, когда распределение намагниченности некомпланарно, обменное взаимодействие магнитного момента электрона проводимости с магнитным окружением (локализованными электронами) приводит к возникновению поправки к массе электрона, которая зависит от знака скорости электрона и ее величины. В совокупности с изменением частоты внешней электромагнитной волны в системе координат, связанной с движущимся электроном, это приводит к возникновению оптической активности. Малая скорость электронов проводимости по сравнению со скоростью распространения электромагнитной волны обусловливает малость эффекта оптической активности.

Также в работе предложена теория явления оптической активности в среде с геликоидальной магнитной структурой, основанная на квантово-механическом описании электронов проводимости. В рамках этого подхода учтен еще один механизм возникновения оптической активности, а именно асимметричное рассеяние электронов проводимости на примесях в среде с некомпланарной геликоидальной магнитной структурой. Асимметрия массы электрона и асимметрия рассеяния вносят различный вклад в величину оптической активности. Вклад первого механизма пропорционален квадрату отношения обменной константы к энергии Ферми. Вклад второго механизма не содержит такого множителя, однако содержит отношение частоты столкновений электронов к частоте волны. Отметим, что указанные механизмы приводят к эффекту выпрямления электрического тока в среде с некомпланарной геликоидальной магнитной структурой, рассмотренному в работах [15, 16].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1979).

2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982), с. 497.

3. Н. Б. Баранова, Ю. В. Богданов, Б. Я. Зельдович, УФН **123**, 349 (1977).

4. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).

5. W. C. Koehler, J. W. Cable, M. K. Wilkinson et al., Phys. Rev. **151**, 414 (1966).

6. А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др., *Физические величины*, Энергоатомиздат, Москва (1991).

7. S. V. Grigoriev, S. V. Maleyev, A. I. Okorokov et al., Phys. Rev. B **74**, 214414 (2006).

8. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1042 (1999).

9. A. A. Fraerman, B. A. Gribkov, S. A. Gusev et al., J. Appl. Phys. **103**, 073916 (2008).

10. Y. Aharonov and A. Stern, Phys. Rev. Lett. **69**, 25, 3593 (1992).

11. F. Zhou, Phys. Rev. B **70**, 125321 (2004).

12. В. М. Матвеев, Э. Л. Нагаев, ЖЭТФ **69**, 2151 (1975).

13. Э. Л. Нагаев, *Физика магнитных полупроводников*, Наука, Москва (1979).

14. M. Calvo, Phys. Rev. B **19**, 5507 (1978).

15. A. A. Fraerman and O. G. Udalov, Phys. Rev. B **77**, 9, 094401 (2008).

16. А. А. Фраерман, О. Г. Удалов, Письма в ЖЭТФ **87**, 187 (2008).