ЖЭТФ, 2009, том 136, вып. 6 (12), стр. 1113–1120

О ПРОИСХОЖДЕНИИ КАЛИБРОВОЧНЫХ СИММЕТРИЙ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ КОНСТАНТ

С. Г. Рубин[*]

Национальный исследовательский ядерный университет
«Московский инженерно-физический институт»
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 мая 2009 г.

Предлагается статистический механизм симметризации дополнительного пространства. Обсуждаются условия и скорость установления симметричной конфигурации и, как следствие, появления калибровочной инвариантности в низкоэнергетической физике. Показано, что при некоторых условиях это происходит лишь после окончания инфляционной стадии. Рассмотрена зависимость констант $\hbar$, G от геометрии дополнительного пространства и исходных параметров лагранжиана гравитационного поля с высшими производными.

PACS: 04.50.-h, 04.50.Cd, 11.30.Ly

1. ВВЕДЕНИЕ

На фоне успехов фундаментальной физики наличие большого числа теорий и подходов указывает на существование проблем при описании наблюдательных и экспериментальных данных. Идея о дополнительных компактных измерениях позволяет экономно объяснить значительный ряд явлений и, несмотря на отсутствие прямого экспериментального подтверждения его существования, указывает направление дальнейшего развития теории.

Данная статья посвящена исследованию таких проблем, как возникновение калибровочных симметрий и фундаментальных констант на раннем этапе эволюции Вселенной на основе подхода, предложенного в работах [1, 2]. Этот подход базируется на предположении о существовании дополнительных измерений, образующих компактное пространство, свойства которого определяют наблюдаемую низкоэнергетическую физику. Решение первой проблемы в рамках подхода Калуцы – Клейна (КК) хорошо известно: калибровочные симметрии возникают как следствие соответствующих симметрий дополнительного пространства (см., например, [3]). Поэтому вопрос сводится к обоснованию выбора симметричных пространств среди множества дополнительных пространств произвольной геометрии. Точнее, предположим, что в некий момент на планковском масштабе за счет квантовых флуктуаций возникает четырехмерное риманово пространство M_4 [4–6]. Одновременно с ним возникает дополнительное компактное d-мерное пространство M_d. Множество возможных геометрий дополнительного пространства M_d есть, по крайней мере, континуум. Осуществилась же лишь геометрия, обладающая высокой степенью симметрии, поскольку существование калибровочных симметрий сомнению не подвергается. Вероятность такого события пренебрежимо мала, а значит, должен существовать некий механизм селекции, выделяющий «подходящие» геометрии. Один из возможных вариантов, основанный на статистических соображениях, рассмотрен ниже.

Вторая проблема, обсуждаемая в статье, касается фундаментальности параметров $\hbar, G$ [7] и состоит в следующем. Геометрический подход к теории подразумевает наличие лишь одного масштаба размерности длины ℓ. Параметры исходного лагранжиана, составленного только из метрического тензора, пропорциональны ℓ^n, n — целое число. Возникает вопрос, в какой момент появляются постоянная Планка и гравитационная постоянная как самостоятельные фундаментальные константы? Какова их связь с изначальными параметрами теории? Ответ на этот вопрос для гравитационной постоянной об-

[*]E-mail: sergeirubin@list.ru

щеизвестен и обычно выражается в виде

$$M_P^2 = m_D^{D-2} V_d. \tag{1}$$

Здесь M_P — масса Планка, m_D — параметр размерности массы или, более точно, обратной длины, $V_d < \infty$ — объем дополнительного пространства M_d. Аналогичная проблема фундаментальности постоянной Планка $\hbar$ менее изучена, хотя и в этом направлении появились интересные работы. Так, в статье [8] обсуждается место постоянной Планка в современной теории, проанализированы различные варианты включения этой постоянной в полевые уравнения, рассмотрены следствия гипотетической пространственной зависимости постоянной Планка. При этом конкретная реализация упомянутых гипотетических вариантов не приводится.

В данной статье предлагается механизм возникновения постоянной Планка совместно с гравитационной постоянной без подробного обсуждения открывающихся возможностей. В результате удается установить связи постоянных $\hbar$, G, определенных из экспериментов при низких энергиях, с параметрами исходного лагранжиана, описывающего многомерную гравитацию с высшими производными.

Продолжая идеологию статьи [2], примем, что пространства с подходящей геометрией возникают в пространственно-временной пене с некоторой, пусть малой, вероятностью. Нас будут интересовать пространства с геометрией типа прямого произведения:

$$M_D = M_{D_1} \otimes M_{d_1}, \quad D_1 \geq 4, \quad d_1 \geq 2 \tag{2}$$

и соотношением объемов $V(D_1) \gg V(d_1)$. Переходы с изменением геометрии удобно описывать в терминах интеграла по путям [4, 5]. Для этого определим суперпространство $\mathcal{M}_D = (M_D; g_{ij})$ как набор метрик g_{ij} в пространстве M_D с точностью до диффеоморфизмов. На пространственноподобном сечении Σ введем метрику h_{ij} (см. детали в обзоре [6]) и определим пространство всех Римановых $(D-1)$-метрик как

$$\mathrm{Riem}(\Sigma) = \{h_{ij}(x)\,|x \in \Sigma\}.$$

Амплитуда перехода от Σ_{in} к Σ_f есть интеграл по всем геометриям, допускаемых граничными условиями

$$A_{f,in} = \langle h_f, \Sigma_f | h_{in}, \Sigma_{in} \rangle = \int_{h_{in}}^{h_f} Dg \exp[iS(g)]. \tag{3}$$

Отсутствие постоянной Планка $\hbar$ в экспоненте обеспечивается выбором подходящих единиц измерения. Тем не менее, далее показано, что постоянная Планка $\hbar$ появляется естественным образом после определения размерных единиц, одновременно с гравитационной постоянной G. Несмотря на это, утверждение об объединении гравитации и квантовой теории было бы преждевременным. Суть квантовой механики заложена в правиле сложения амплитуд перехода (3), которое предполагается изначально.

2. ПОЧЕМУ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ПРОСТРАНСТВО СИММЕТРИЧНО?

Вычисление амплитуды перехода (3), порождающей четырехмерное пространство, обычно проводится в предположении о специальном виде метрики h_f на гиперповерхности Σ_f с интервалом вида [6, 9]

$$\begin{gathered} ds^2 = \sigma^2 \left[N(t)^2 dt^2 - a(t)^2 d\Omega_3^2 \right], \\ \sigma^2 = \frac{1}{12\pi^2 M_P^2}. \end{gathered} \tag{4}$$

При этом подразумевается, что пространство с метрикой, слабо отличающейся от написанной выше, асимптотически приближается к виду (4) в ходе космологического расширения. Если же амплитуда перехода (3) описывает рождение пространства типа (2), где $D_1 = 4$, то для подпространства M_{d_1} не существует выделенной геометрии. В данном разделе предлагается механизм симметризации компактных пространств.

Примем в качестве постулата, что эволюция любой замкнутой системы сопровождается ростом ее энтропии. При этом энтропия подсистемы может уменьшаться. Так, хоукинговское испарение черной дыры уменьшает ее энтропию, но увеличивает энтропию Вселенной в целом. Далее рассматривается пространство с геометрией (2) в предположении, что объем подпространства M_{D_1} много больше объема компактного подпространства M_{d_1}.

2.1. Энтропия компактного пространства

Прежде всего покажем, что минимум энтропии компактного пространства достигается на классе максимально симметричных пространств. Исходным определением энтропии будем считать известное определение Больцмана, связывающее ее с числом Ω состояний системы, $s = k_B \ln \Omega$. Обсуждение других возможностей см., например, в работах [10, 11]. Понятие числа состояний системы корректно определяется на квантовом уровне, когда известен набор энергетических уровней и степень их вырождения. Однако квантование пространства M_d означает квантование гравитационного поля, что само по себе является нерешенной проблемой. Поэтому ограничимся подсчетом числа состояний с классической точки зрения. Этого оказывается достаточно, поскольку нас будут интересовать относительные величины (см. также [12]).

Энтропия произвольного компактного пространства M_d, в котором отсутствуют поля материи, есть функционал $s[G]$ метрического тензора G. Число состояний определяется внешним для системы наблюдателем. Интуитивно ясно, что чем большей симметрией обладает объект, в данном случае компактное пространство, тем меньше его статистический вес. Докажем это утверждение. Для вычисления статистического веса Ω погрузим пространство M_d в пространство R^N, что можно сделать для достаточно гладкого пространства M_d и достаточно большого N [13]. Предполагается, что внешний наблюдатель находится в пространстве R^N. Каждая точка пространства M_d описывается внутренней координатой $y \in M_d$ и внешней координатой $x \in R^N$. Выберем конкретную точку $P \in M_d$ и зафиксируем ее координату $x_P \in R^N$. Выберем набор базисных векторов $e_k, k = 1, 2, \ldots, N$ в R^N. Потребуем, чтобы все d касательных линейно независимых векторов в точке P, $e_a^{(P)}, a = 1, 2, \ldots, d$, образующих координатный базис в пространстве M_d, входили в этот набор. Пользуясь этим базисом, вычислим компоненты метрического тензора $G_{ab}^{(P)}(x_P)$ пространства M_d. Зафиксируем касательное пространство $T(P)$, натянутое на векторы $e_a^{(P)}$.

Выберем вторую точку $Q \in M_d$ с координатами $x_Q \in R^N$ и касательным пространством $T(Q)$. Совершим «движение» вдоль кривой $l_{PQ} \subset M_d$, переместив точку Q в точку с координатами x_P так, чтобы касательное пространство $T(Q)$ совпало с касательным пространством $T(P)$.

Вычислим новые компоненты метрического тензора $G_{ab}^{(Q)}(x_P)$ пространства M_d в той же точке $x_P \in R^N$. Если метрические тензоры не совпадают, $G_{ab}^{(Q)}(x_P) \neq G_{ab}^{(P)}(x_P)$, то наблюдатель в R^N зафиксирует новое «микросостояние» и увеличит статистический вес пространства M_d на единицу. Если же

$$G_{ab}^{(Q)}(x_P) = G_{ab}^{(P)}(x_P), \tag{5}$$

то число микросостояний останется прежним. Но условие (5) есть условие существования вектора Киллинга вдоль кривой PQ. Таким образом, наличие векторов Киллинга уменьшает статистический вес компактного пространства. Максимально симметричные пространства обладают минимальной энтропией.

2.2. Распад возбуждений компактного пространства

Компактное подпространство M_{d_1} можно рассматривать как подсистему пространства M_D, см. (2). Покажем, что если объемы подпространств связаны соотношением $V_{D_1} \gg V_{d_1}$, то имеется поток энтропии из M_{d_1} в M_{D_1} и энтропия подпространства M_{d_1} стремится к минимуму, а его геометрия — к максимально симметричной. При этом энтропия всей системы — пространства M_D — увеличивается.

Изменение энтропии замкнутой системы обычно происходит с сохранением ее энергии. Поскольку определение гравитационной энергии зависит от топологии пространства, ограничимся переходами без ее изменения. В работах [14, 15] показано, что в рамках нелинейной по скаляру Риччи гравитации, по крайней мере, локальные минимумы плотности энергии существуют. В этом случае имеется набор энергетических уровней и каждая геометрия дополнительного пространства может быть представлена в виде разложения по собственным функциям оператора Даламбера фоновой метрики. В духе теории Калуцы–Клейна собственные значения этого оператора дают вклад в массу возбуждений, которые интерпретируются как частицы в пространстве M_4. Для компактного пространства с геометрией окружности радиуса r масса легчайшей частицы $m_1 = 1/r$ и экспериментально ограничена снизу величиной в несколько ТэВ. Очевидно, что ее распад на легкие частицы, распространяющиеся в нашем пространстве, должен сопровождаться ростом энтропии. При этом геометрия дополнительного пространства релаксирует в состояние с минимумом энтропии, характеризующееся отсутствием возбуждений.

В качестве иллюстрации рассмотрим пространство вида (2), где $M_{D_1} = M_4 \otimes M_{d_2}$, $M_{d_2} = S_1$, $M_{d_1} = S_1$ с метрикой g_{MN}, слабо отличающейся от диагональной

$$\eta_{MN} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1, -r_1, -r_2),$$

так что $g_{MN} = \eta_{MN} + h_{MN}(x, y_1, y_2)$. Размер одного из дополнительных пространств много больше другого, $r_2 = \beta r_1$, $\beta \gg 1$. Динамическое уравнение для поля h_{MN} может быть записано в виде [3]

$$\eta^{AB}\partial_A\partial_B h_{MN}(x, y_1, y_2) = 0.$$

Представляя h_{MN} в виде разложения по собственным функциям операторов Даламбера $Y_n(y_1)$, $Y_n(y_2)$ обоих подпространств (в данном случае — окружностей):

$$h_{MN}(x, y_1, y_2) = \sum_{n_1, n_2} h_{MN}^{(n_1,n_2)}(x) Y_{n_1}(y_1), Y_{n_2}(y_2),$$

получим уравнение для компонент

$$\left(\Box_x + \frac{n_1^2}{r_1^2} + \frac{n_2^2}{r_2^2}\right) h_{MN}^{(n_1,n_2)}(x) = 0. \qquad (6)$$

Микросостояния подпространств M_{d_1} и M_{d_2} характеризуются соответственно целыми числами n_1 и n_2. Первое возбужденное состояние подпространства M_{d_1} имеет массу $m_1 = 1/r_1$. Распад этого состояния в два возбужденных состояния подпространства M_{d_2} с массами $m_2 = n_2/r_2$ и $m_2' = n_2'/r_2$, $n_2, n_2' = 0, 1, 2, \ldots, [\beta]$ и нулевыми импульсами осуществляется с сохранением энергии,

$$m_1 = m_2 + m_2', \qquad (7)$$

и ростом энтропии всей системы. Последнее связано с тем, что число различных микросостояний пространства M_{d_2}, удовлетворяющих условию (7), составляет величину порядка $\Omega_2 = \beta/2 \sim r_2/r_1$. При этом геометрия подпространства M_{d_1} стремится к максимально симметричной, поскольку число возбуждений в нем стремится к нулю, а энтропия — к минимуму.

Очевидно, что число микросостояний растет с ростом объема подпространства M_{d_2}. Учет состояний с разными 4-импульсами в пространстве Минковского M_4 значительно усилит эффект.

Увеличим размерность компактного пространства большего объема и рассмотрим многообразие вида (2), где $M_{D_1} = M_4 \otimes M_{d_2}$, $M_{d_2} = S_2$, $M_{d_1} = S_1$. Известно, что масса возбуждений в S_2 есть $m(l) = \sqrt{l(l+1)}/r_2$, причем фактор вырождения равен $2l + 1$. Распад возбуждения пространства S_1 в два возбужденных состояния пространства S_2 также происходит с сохранением энергии, $m_1 = m(l) + m(l')$. Нетрудно видеть, что с учетом фактора вырождения общее число энергетически допустимых состояний с нулевым импульсом также пропорционально объему большего пространства, $\Omega_2 \approx \beta^2 = r_2^2/r_1^2$.

Итак, если квантовые флуктуации породили пространство вида $M_a \otimes M_b$, то поток энтропии будет направлен в сторону подпространства большего размера. При этом геометрия подпространства с меньшим размером стремится к максимально симметричной, совместимой с его топологией. Существование калибровочных симметрий в основном пространстве оказывается чисто статистическим эффектом.

2.3. Скорость перехода в симметричное состояние

Рост энтропии всей системы, состоящей из двух подпространств (2), происходит за счет перехода частиц-возбуждений компактного подпространства M_{d_1} в частицы, распространяющиеся в M_{D_1}. Дополнительное компактное пространство, имеющее в начальный момент произвольную геометрию, приобретает максимально симметричную форму в ходе сброса энтропии в основное пространство. При этом энтропия всей системы (дополнительного и основного пространства) увеличивается, а энтропия подсистемы (дополнительного компактного пространства) стремится к минимуму. Ситуация напоминает третий закон термодинамики о стремлении энтропии тела к нулю при уменьшении температуры термостата.

Подпространство M_{D_1} в (2) не обязательно должно иметь структуру прямого произведения. Главное требование к нему — наличие большого числа энергетических уровней, дающих вклад в статистический вес системы при фиксированной энергии. Таким свойством в полной мере обладает само пространство Минковского M_4.

Оценим скорость «симметризации» дополнительного пространства. Слабые отклонения геометрии от равновесной конфигурации можно интерпретировать как возбужденные состояния с массой m_1 (см., например, [16]). Поскольку это единственный масштаб, следует ожидать, что вероятность распада $\Gamma \sim m_1 \sim 1/L_d$, где L_d — характерный размер дополнительного пространства. Полагая $L_d \leq 10^{-17}$ см, получаем время жизни возбужденного состояния $t_1 \sim L_d \leq 10^{-27}$ с. Таким образом, дополнительное пространство перешло в наиболее симметричное состояние задолго до начала первичного нуклеосинтеза, но, возможно, после окончания инфляционной стадии. Впрочем, рассматриваются состояния, отвечающие первому возбужденному уровню КК-башни [17] с временем жизни порядка 10^5 с и более. В этом случае теория приобретает калибровочную инвариантность много позже стадии нуклеосинтеза, что создает новые возможности и проблемы. Для того, чтобы КК-частица была стабильной, надо делать дополнительные предположения, усложняющие структуру дополнительного пространства [18].

3. СВЯЗЬ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ КОНСТАНТ СО СВОЙСТВАМИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

Обсудим проблему возникновения физических параметров в современной Вселенной. При последовательной реализации идеи Калуцы – Клейна бозонные поля представляют собой отдельные метрические компоненты дополнительного пространства. Единственный масштаб, возможный в данной ситуации, — масштаб длины I, причем использование даже этой единицы представляется затруднительным, поскольку в пространственно-временной пене квантовые флуктуации непрерывно перенормируют любые параметры непредсказуемым образом. Ситуация меняется в лучшую сторону, как только за счет тех же квантовых флуктуаций возникает «классическая» пространственно-временная область. При этом появляются независимые стационарные величины, которые можно выбрать в качестве единиц измерения, например, объем компактного пространства V_{d_1} и плотность энергии вакуума U_m. Только в этом случае удается фиксировать размерные физические константы, в том числе фундаментальные. Ниже рассматривается возможный вариант данного сценария.

Выберем действие в виде (см., например, [19–21])

$$S = N_0 \int d^D y \sqrt{-G} F(R; a_n), \qquad F(R; a_n) = \sum_n a_n R^n, \quad a_1 = 1. \tag{8}$$

Параметры a_n, N_0 получают конкретные значения при рождении данной пространственной области [2] и выборе единицы длины. При подходящем выборе параметров a_n можно обеспечить ограниченность эффективного действия снизу [1, 15]. Удобно выбрать размерность функции $F(R)$ совпадающей с размерностью R, т. е. равной I^{-2}. Тогда размерность N_0 равна I^{2-D}.

Метрику пространства M_D запишем в виде [15, 22]

$$ds^2 = G_{AB} dX^A dX^B = g_{ab}(x)\, dx^a dx^b - e^{2\beta(x)} \gamma_{ij}(y)\, dy^i dy^j = N\, dt^2 - g_{\mu\nu}(x)\, dx^\mu dx^\nu - e^{2\beta(x)} \gamma_{ij}(y)\, dy^i dy^j. \tag{9}$$

Здесь g_{ab} — метрика подпространства $M_4 = R \otimes M_3$ с сигнатурой $(+ - - -)$, $e^{2\beta(x)}$ — радиус кривизны компактного подпространства M_d, а $\gamma_{ij}(y)$ — его положительно определенная метрика. Для заданного расслоения пространства пространственноподобными поверхностями всегда можно выбрать нормальные гауссовы координаты, что и использовано в последнем равенстве (9). Будем считать координаты x, y имеющими размерность I, время измеряется в секундах, а функция хода N есть неизвестный параметр размерности $(\mathrm{I}/c)^2$. Метрики g_{ab} и γ_{ij} безразмерны.

Следуя работам [1, 15], конкретизируем топологию и метрику на пространственноподобном сечении Σ_f амплитуды (3), подчинив их следующим условиям. а) Топология пространства M_D имеет вид прямого произведения:

$$M_D = M_4 \otimes M_d, \tag{10}$$

где d — размерность дополнительного компактного пространства. б) Выполняется условие на кривизну подпространства M_d:

$$R_4(g_{ab}) \ll R_d(\gamma_{ij}). \tag{11}$$

в) Как показано выше, дополнительное пространство произвольной геометрии эволюционирует в пространство с максимальным числом векторов Киллинга, возможным для данной топологии. Поэтому в наборе подпространств M_d выберем максимально симметричные пространства с постоянной кривизной R_d, связанной с параметром кривизны k обычным образом

$$R_d(\gamma_{ij}) = e^{-2\beta(x)} k d(d-1) \mathrm{I}^{-2}. \tag{12}$$

Следующие соотношения имеют место благодаря специальной форме выбранной метрики (9) [1, 22]:

$$R = R_4 + \phi + f_{der}, \qquad \phi = kd(d-1) e^{-2\beta(x)} \mathrm{I}^{-2}, \qquad f_{der} = 2d g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \beta + d(d+1) g^{\mu\nu} \partial_\mu \beta \partial_\nu \beta, \tag{13}$$

где при определении поля ϕ явно введена его размерность I^{-2}. Ковариантная производная ∇ действует в пространстве M_4. Объем $\mathcal{V}_d$ внутреннего пространства единичной кривизны зависит от его геометрии, поскольку выражается через внутреннюю метрику:

$$\mathcal{V}_d = \int d^d y \sqrt{\gamma}. \tag{14}$$

В дальнейшем будем использовать приближение медленных изменений, предложенное в работе [1]:

$$|\phi| \gg |R_4|, \ |f_{der}|, \tag{15}$$

и справедливое уже начиная с инфляционной стадии. Тогда, разлагая выражение

$$F(R;a_n) = F(\phi + R_4 + f_{der};a_n)$$

в ряд Тейлора и интегрируя по координатам дополнительных измерений, получим выражение

$$S \approx \mathcal{V}_d\, N_0 \int \sqrt{{}^4 g}\, d^4x\, e^{d\beta} \times \times [F'(\phi;a_n)R_4 + F(\phi;a_n) + F'(\phi;a_n) f_{der}], \quad (16)$$

типичное для скалярно-тензорной теории гравитации в картине Йордана. Используя конформное преобразование

$$g_{\mu\nu} \mapsto \tilde{\gamma}_{\mu\nu} = |f(\phi)| g_{\mu\nu}, \quad f(\phi) = e^{d\beta} F'(\phi;a_n), \quad (17)$$

перейдем к картине Эйнштейна:

$$S = \mathcal{V}_d\, N_0 \int d^4x \sqrt{\tilde{\gamma}}\, \mathrm{sign}(F')L, \quad (18)$$

$$L = R_I + \frac{1}{2}K(\phi)(\partial\phi)^2 - U(\phi), \quad (19)$$

$$K(\phi) = \frac{1}{2\phi^2}\left[6\phi^2\left(\frac{F''(\phi;a_n)}{F'(\phi;a_n)}\right)^2 - - 2d\phi\frac{F''(\phi;a_n)}{F'(\phi;a_n)} + \frac{1}{2}d(d+2)\right], \quad (20)$$

$$U(\phi) = -\,\mathrm{sign}(F'(\phi;a_n))\left[\frac{|\phi|\cdot \mathrm{I}^2}{d(d-1)}\right]^{d/2} \times \times \frac{F(\phi;a_n)}{F'(\phi;a_n)^2}, \quad (21)$$

где $F'(\phi;a_n) = dF/d\phi$.

Предполагая существование минимума потенциала (21) при $\phi = \phi_m$ и используя приближение медленных изменений, запишем действие (18) вблизи этого минимума:

$$S \approx N_0 \mathcal{V}_d c_I \int dt\, d^3x_I \left[R_I + \frac{1}{2}K(\phi_m)(\partial_I\phi)^2 - - U(\phi_m) - \frac{1}{2}U''(\phi_m)(\phi - \phi_m)^2\right], \quad (22)$$

где

$$(\partial_I\phi)^2 = (\partial\phi/c_I\partial t)^2 - (\partial\phi/\partial x_I)^2 .$$

Здесь учтено, что в четырехмерном пространстве Минковского $\sqrt{g} = c_I$. Индекс «I» обозначает используемую единицу длины, c_I — скорость света в выбранных единицах.

Определим связь между единицами измерения:

$$\mathrm{I} = \alpha \cdot \text{см}, \quad (23)$$

где α — пока неизвестный параметр. Перейдем в выражении (22) к стандартным единицам длины:

$$S = N_0 \mathcal{V}_d c \int dt\, d^3x \left[R_4 + \frac{1}{2}K(\phi_m)(\partial\phi)^2 - - \alpha^2 U(\phi_m) - \alpha^2\frac{1}{2}U''(\phi_m)(\phi - \phi_m)^2\right]. \quad (24)$$

Здесь $x_I = \alpha x$, $c_I = \alpha c$, $R_I = R_4/\alpha^2$, $(\partial_I\phi)^2 = (\partial\phi)^2/\alpha^2$.

Будучи низкоэнергетическим пределом действия (8), выражение (24) должно адекватно описывать чисто гравитационные явления. Кроме того, с его помощью можно объяснить происхождение инфлатонного потенциала и космологической постоянной. Эффективное действие (24) содержит исходные параметры теории, где не упоминаются такие фундаментальные параметры как постоянная Планка $\hbar$ и гравитационная постоянная G. Однако с практической и исторической точек зрения гораздо более удобно ввести эти параметры явно. В рамках развиваемого подхода это может быть сделано посредством наложения связей

$$N_0 \mathcal{V}_d c = \frac{c^4}{16\pi G\hbar}, \quad (25)$$

$$\alpha^2 U(\phi_m) = \frac{16\pi G}{c^4}\Lambda. \quad (26)$$

Здесь Λ — наблюдаемая плотность энергии вакуума (темной энергии). Важно отметить, что такие величины, как объем дополнительного пространства $\mathcal{V}_d$ и минимальное значение потенциала $U(\phi_m)$ приобретают определенное значение только при $\phi = \mathrm{const}$. Если отождествить поля ϕ с инфлатоном, возникает нетривиальная ситуация. Инфляционный период заканчивается по достижении скалярным полем (инфлатоном) минимума потенциала. Следовательно, на инфляционной стадии, когда образовывалась Вселенная и поле ϕ менялось со временем, величины G и $\hbar$ также должны были зависеть от времени. При этом теория тяготения оказывается эффективной теорией, справедливой при низких энергиях, см. также [23].

Введем определение

$$m_\Phi \equiv \alpha\sqrt{\frac{U''(\phi_m)}{K(\phi_m)}} \quad (27)$$

и, полагая $K(\phi_m) > 0$, проведем замену переменных

$$\sqrt{\frac{c^4}{16\pi G}K(\phi_m)}(\phi - \phi_m) = \Phi.$$

В результате приходим к стандартному виду действия для скалярного поля Φ, взаимодействующего с гравитацией:

$$S = \frac{1}{\hbar}\int dt\, d^3x \times \\ \times \left(\frac{c^4}{16\pi G}R_4 + \frac{1}{2}(\partial\Phi)^2 - \Lambda - \frac{1}{2}m_\Phi^2\Phi^2\right). \quad (28)$$

Теперь очевидно, что параметр m_Φ имеет смысл массы скалярного поля.

Связи (25), (26) решают проблему раздельного появления гравитационной постоянной и постоянной Планка, которые оказываются функциями параметров теории $N_0, \{a_n\}$. Набор параметров $\{a_n\}$ входит неявно и в выражения для $\mathcal{V}_d, U(\phi_m)$. Происхождение функции хода, а значит, и скорости света в этой статье не рассматривается. Исключая несущественный параметр α из связей (25), (26), (27), получим

$$\frac{U(\phi_m)K(\phi_m)}{U''(\phi_m)} = \frac{16\pi G}{c^4}\,\frac{\Lambda}{m_\Phi^2}, \quad (29)$$

$$N_0\mathcal{V}_d(\phi_m) = \frac{c^3}{16\pi G\hbar}. \quad (30)$$

Здесь правые части содержат измеряемые величины, а левые — зависящие от исходных параметров теории. При энергиях планковского масштаба, когда поле ϕ еще не достигло минимума потенциала, использование современных значений фундаментальных констант G и $\hbar$ требует осторожности. Кроме того, если полагать, что энергия вакуума Λ в разных областях Вселенной различна [2, 24, 25], то согласно (29), (30) различны и фундаментальные константы G и $\hbar$. Обсуждение этого вопроса и ссылки можно найти в статье [8].

На инфляционной стадии, когда $\phi = \mathrm{var}$, меняются также и величины $G, \hbar$. Зависимость этих величин от поля может быть получена из уравнений (29), (30) путем замены $\phi_m \to \phi$, что справедливо при слабых отклонениях поля от положения равновесия. В результате имеем

$$G = G(\phi) \approx \frac{c^4 m_\Phi^2}{16\pi\Lambda}\,\frac{U(\phi)K(\phi)}{U''(\phi)}, \\ \hbar = \hbar(\phi) \approx \frac{c^3}{16\pi G(\phi)\mathcal{V}_d(\phi)N_0}. \quad (31)$$

Зависимость инфлатонного поля ϕ от времени для различных моделей инфляции хорошо изучена [26], что позволяет описать динамику фундаментальных параметров при выборе конкретной инфляционной модели.

Коэффициент перехода между единицами длины $\alpha = \mathrm{I}/\text{см}$ может быть найден и другим способом. Действительно, характерный размер дополнительного пространства определяется как $\mathcal{V}_d^{1/d}$ в единицах I. С другой стороны, обозначая размер гипотетического дополнительного пространства, выраженный в сантиметрах, как L_d, получим $\alpha = L_d/\mathcal{V}_d^{1/d}$. Экспериментальным данным не противоречат значения $L_d \le 10^{-17}$. Учитывая связь (27), получим ограничение на исходные параметры:

$$m_\Phi\mathcal{V}_d^{1/d}\sqrt{\frac{K(\phi_m)}{U''(\phi_m)}} = L_d < 10^{-17}. \quad (32)$$

Связи (29), (30), (32) позволяют получить значения параметров теории N_0, a_n (см. (8)), исходя из известных констант $c, \hbar, G$, плотности энергии Λ, массы скалярного поля m_Φ и объема дополнительного пространства $\mathcal{V}_d$. Осуществление этой программы в полной мере есть дело будущего. Действительно, если фундаментальные константы измерены с хорошей точностью, то плотность энергии вакуума уже определена гораздо менее точно. Это тем более относится к массе гипотетического скалярного поля, даже если его ассоциировать с инфлатоном. Наибольшая неопределенность касается объема дополнительного пространства, которое еще только предполагается обнаружить.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

В статье рассмотрены вопросы происхождения калибровочных симметрий и фундаментальных параметров $\hbar$ и G. Показано, что как современные значения фундаментальных параметров, так и калибровочная инвариантность теории начинают устанавливаться в инфляционный период, т. е. при плотностях энергии, много меньших планковских. Установленная зависимость констант $\hbar$, G от геометрии дополнительного пространства и исходных параметров лагранжиана гравитационного поля с высшими производными указывает на то, что эти параметры не являются фундаментальными. Согласно теории струн [27, 28], а также в рамках каскадного происхождения Вселенной [2], непрерывное образование пространственных областей порождает области, характеризующиеся различными значениями эффективных параметров теории [24, 25] и, в частности, различными значениями космологической постоянной Λ. Согласно связи (29) это означает, что пространственным флуктуациям подвержены также и гравитационная постоянная, и постоянная Планка.

Выбор конкретной симметрии является необходимой составляющей при построении теории. Использование калибровочных симметрий позволяет экономным образом описывать широкий класс явлений. При этом само существование симметрий обычно постулируется, а их происхождение не уточняется. Тем не менее хорошо известно, что в рамках многомерного подхода калибровочные симметрии есть следствие симметрий дополнительного пространства. Если принять гипотезу о существовании дополнительного пространства, то проблема сводится к выяснению причин существования векторов Киллинга в этом пространстве. Как показано в статье, дополнительное пространство эволюционирует к наиболее симметричной геометрии, допустимой данной топологией, благодаря переходу в состояние с минимумом энтропии. При этом энтропия всей системы, включающей в себя как дополнительное пространство, так и основное, возрастает. Обсуждаются условия и скорость симметризации дополнительного пространства и появления калибровочной инвариантности в низкоэнергетической физике. Показано, что при некоторых условиях это происходит лишь после окончания инфляционной стадии.

Автор благодарен А. Беркову и Д. Синглетону за интерес к работе, а также С. В. Болохову, К. А. Бронникову, В. Д. Иващуку, М. И. Калинину и В. Н. Мельникову за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-02-00677-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. K. A. Bronnikov and S. G. Rubin, Phys. Rev. D **73**, 124019 (2006); arXiv:gr-qc/0510107.
2. С. Г. Рубин, ЖЭТФ **133**, 820 (2008).
3. M. Blagojevic, *Gravitation and Gauge Symmetries*, IOP Publ. (2002).
4. J. B. Hartle and S. W. Hawking, Phys. Rev. D **28**, 2960 (1983).
5. A. Vilenkin, Phys. Lett. B **117**, 25 (1982).
6. D. L. Wiltshire, in: *Cosmology: the Physics of the Universe*, ed. by B. Robson, N. Visvanathan, and W. S. Woolcock, World Sci., Singapore (1996), p. 473.
7. M. J. Duff, L. B. Okun, and G. Veneziano, JHEP 03:023 (2002), arXiv:physics/0110060.
8. G. E. Volovik, arXiv:0904.1965 [gr-qc].
9. A. Vilenkin, Phys. Rev. D **37**, 888 (1988).
10. T. A. Brun and J. B. Hartle, Phys. Rev. E **59**, 6370 (1999); arXiv:quant-ph/9808024.
11. А. Б. Каток, Б. Хассельблат, *Введение в современную теорию динамических систем*, Факториал, Москва (1999).
12. G. D. Starkman, D. Stojkovic, and M. Trodden, Phys. Rev. D **63**, 103511 (2001); arXiv:hep-th/0012226v2.
13. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, *Современная геометрия*, Наука, Москва (1979).
14. U. Günther, P. Moniz, and A. Zhuk, Astrophys. Space Sci. **283**, 679 (2003); arXiv:gr-qc/0209045.
15. K. A. Bronnikov, R. V. Konoplich, and S. G. Rubin, Class. Quant. Grav. **24**, 1261 (2007); arXiv:gr-qc/0610003.
16. I. Antoniadis and K. Benakli, Phys. Lett. B **331**, 313 (1994); arXiv:hep-ph/9403290.
17. H. Davoudiasl and T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **76**, 055009 (2007); arXiv:hep-ph/0702078.
18. M. Regis, M. Serone, and P. Ullio, Phys. Lett. B **663**, 250 (2008); arXiv:hep-ph/0612286.
19. A. A. Starobinsky, Письма в ЖЭТФ **86**, 183 (2007).
20. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, 115 (2007); arXiv:hep-th/0601213v5.
21. L. M. Sokolowski, Acta Phys. Polon. B **39**, 2879 (2008).
22. S. M. Carroll et al., Phys. Rev. D **66**, 024036 (2002); arXiv:hep-th/0110149.
23. G. E. Volovik, Proc. of *From Quantum to Emergent Gravity: Theory and Phenomenology*, PoS(QG-Ph) 043 (2007).
24. J. Garriga and A. Vilenkin, Phys. Rev. D **64**, 023517 (2001); arXiv:hep-th/0011262.
25. A. D. Dolgov and F. R. Urban, Phys. Rev. D **77**, 083503 (2008); arXiv:0801.3090.
26. D. H. Lyth and A. Riotto, Phys. Rep. **314**, 1 (1999); arXiv:hep-ph/9807278v4.
27. W. Lerche, D. Lust, and A. N. Schellekens, Nucl. Phys. B **287**, 477 (1987).
28. S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, Phys. Rev. D **68**, 046005 (2003).