ЖЭТФ, 2008, том 134, вып. 3 (9), стр. 447–451

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА АТОМАХ ЗАХВАЧЕННОГО В ПАРАБОЛИЧЕСКУЮ ЛОВУШКУ БОЗЕ-ГАЗА

В. А. Алексеев *

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 марта 2008 г.

Показано, что при появлении у захваченного в ловушку газа конденсатной фракции резко возрастает интенсивность упругого (не сопровождающегося изменением квантовых чисел, описывающих движение атомов газа в ловушке) рассеяния света. В типичных условиях эксперимента эта интенсивность может в тысячи раз превышать интенсивность неупругого рассеяния, на которую появление конденсата практически не влияет. Угловое распределение упруго рассеянного света позволяет определить размер конденсата, а его интенсивность — число захваченных в конденсат частиц.

PACS: 03.75.Nt, 03.75.Pp

Взаимодействию конденсата захваченного в ловушку бозе-газа с лазерным светом посвящено значительное число экспериментальных исследований (см., например, работы [1, 2] и цитированную в них литературу). Во всех этих работах используются сильные лазерные поля, стимулирующие процессы вынужденного рэлеевского рассеяния и позволяющие манипулировать возникающими при этом атомными пучками. В то же время классический процесс спонтанного рэлеевского рассеяния остается экспериментально практически не изученным.

Спектр рэлеевского рассеяния на захваченных в ловушку атомах состоит из центральной компоненты, обязанной своим происхождением упругому рассеянию света, и боковых (стоксовых и антистоксовых) компонент, возникающих при неупругом рассеянии. При упругом (когерентном) рассеянии $(\mathbf{k},\omega \to \mathbf{k}',\omega)$ все атомы газа остаются в начальном состоянии, изменяется только направление волнового вектора падающего фотона $\mathbf{k} \to \mathbf{k}'$, а частота ω' рассеянного фотона совпадает с частотой падающего, $\omega' = \omega$. При неупругом рассеянии изменяется состояние движения центра инерции одного из захваченных в ловушку атомов газа, $\mathbf{n} \to \mathbf{n}'$ (квантовые числа $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ нумеруют эти состояния), и соответственно изменяется не только направление волнового вектора рассеянного фотона, но и его частота $\omega \to \omega'$.

В настоящей статье теоретически показано, что в типичных условиях современного эксперимента интенсивность упругого (когерентного) рэлеевского рассеяния при большом числе N захваченных в ловушку частиц значительно превышает интенсивность неупругого рассеяния. Однако при температуре T, превышающей температуру конденсации T_0, упруго рассеянный свет обладает столь узким угловым распределением в окрестности нулевого угла рассеяния, что его, видимо, затруднительно выделить на фоне задающего лазерного излучения. С появлением конденсата $(T < T_0)$ положение меняется. Характерный угол упругого рассеяния света на конденсате возрастает и становится наблюдаемой величиной. В то же время полная интенсивность упругого рассеяния на конденсате настолько значительно превышает интенсивность рассеяния на надконденсатной части газа, что последней можно пренебречь. В результате оказывается, что в области углов, близких к направлению распространения задающего лазерного излучения, должно наблюдаться интенсивное упругое рассеяние света, связанное с наличием в газе конденсатной фракции.

Отметим, что наше утверждение о том, что при большом количестве N захваченных в ловушку частиц полное сечение упругого рассеяния σ_e весьма значительно превышает сечение неупругого рассея-

*E-mail: valeks@sci.lebedev.ru

ния σ_i, связано с разной зависимостью этих сечений от числа частиц N. Как будет показано ниже, сечение неупругого рассеяния σ_i пропорционально числу частиц N, тогда как упругого σ_e — квадрату числа частиц N^2. Это утверждение находится в противоречии с результатами работы [3], из формул (60) и (62) которой и следующего за этими формулами текста следует, что сечения упругого и неупругого рассеяния имеют одинаковый порядок величины. Такое качественное расхождение наших результатов с результатами работы [3] видимо связано с выполненной в исходных уравнениях в работе [3] неоправданной заменой операторов рождения и уничтожения фотонов их средними значениями (c-числами), что позволило получить в терминологии авторов «уравнение рассеяния», не содержащее атомных переменных.

Наше рассмотрение основано на результатах работы [4], в которой для вычисления сечения рэлеевского рассеяния была использована обычная теория возмущений. Для проинтегрированного по частотам дифференциального по углам сечения неупругого рассеяния $d\sigma_i$ в работе [4] было получено следующее выражение:

$$d\sigma_i(\Delta\mathbf{k}) = \chi \sum_{\mathbf{n}'\neq\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}}(1+N_{\mathbf{n}'}) \times \\ \times \left|(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}'}\right|^2 do_{\mathbf{k}'}, \quad \Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}'-\mathbf{k}. \quad (1)$$

В выражении для дифференциального по углам сечения упругого рассеяния $d\sigma_e$ в работе [4] допущена опечатка (в английском переводе эта опечатка устранена). Правильное соотношение следует из приведенного в статье [4] выражения (8) и имеет вид

$$d\sigma_e(\Delta\mathbf{k}) = \chi\langle G^2\rangle do_{\mathbf{k}'}, \quad G = \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}}(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}}. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2)

$$(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}'} = \int \Phi^*_{\mathbf{n}}(\mathbf{r})e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\Phi_{\mathbf{n}'}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r} \quad (3)$$

— матричные элементы оператора $e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ по волновым функциям $\Phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$, описывающим движение атомов в ловушке, $N_{\mathbf{n}}$ — число атомов в состоянии $\mathbf{n}$, χ — дифференциальное по углам сечение рэлеевского рассеяния света на неподвижном атоме ([5], формула (59.5)), угловыми скобками $\langle\ \rangle$ обозначено усреднение по распределению значений $N_{\mathbf{n}}$.

Если размер ловушки $R = \sqrt{\hbar/M\Omega}$, где Ω — характерная частота потенциала ловушки, M — масса атома, много меньше длины волны падающего света $\lambda = 2\pi/k$, то в формуле (2) можно положить $e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 1$, т. е. $(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}'} = \delta_{\mathbf{n}\mathbf{n}'}$. В результате из соотношения (2) получается известный результат (см. [5], с. 256, 257 и [6], формулы (80.6), (80.9)):

$$\sigma_e = 4\pi\overline{\chi}N^2, \quad \overline{\chi} = \frac{1}{4\pi}\int \chi\, do_{\mathbf{k}'}, \quad kR \ll 1, \quad (4)$$

т. е. полное сечение упругого рассеяния пропорционально квадрату числа частиц и может достигать очень больших значений. Для сечения неупругого рассеяния из формулы (1) в этом случае получаем $\sigma_i = 0$. Этот результат не зависит от распределения частиц по уровням $\mathbf{n}$, т. е. справедлив для любой температуры газа T.

Иначе обстоит дело в том случае, когда kR больше или порядка единицы, что выполняется для всех современных экспериментов с конденсатом. Как видно из формулы (2), дифференциальное сечение упругого рассеяния вперед ($\Delta\mathbf{k} = 0$) и в этом случае пропорционально квадрату числа частиц, однако оно быстро уменьшается с увеличением угла рассеяния. Тем не менее, как показано ниже, при достаточно большом числе частиц полное сечение упругого рассеяния и в этом случае может существенно превышать сечение неупругого рассеяния. Приведем сначала оценки для неупругого рассеяния.

В случае больцмановского газа (температура выше температуры конденсации), когда в выражении (1) множитель $1+N_{\mathbf{n}'}$ можно положить равным единице, используя очевидное соотношение

$$\sum_{\mathbf{n}'} \left|(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}'}\right|^2 = 1,$$

получаем

$$\sigma_i = \int \chi \left[N - \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}} \left|(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}}\right|^2\right] do_{\mathbf{k}'} \le 4\pi\overline{\chi}N.$$

При температуре более низкой, чем критическая, слагаемое $N_{\mathbf{n}'}$ в множителе $1+N_{\mathbf{n}'}$ (отражающее роль так называемой бозонной стимуляции) оказывает влияние на результат, однако оно в основном приводит к спектральному перераспределению интенсивности неупругого рассеяния, тогда как полная интенсивность остается порядка $4\pi\overline{\chi}N$ [4].

Перейдем к вычислению сечения упругого рассеяния. Прежде всего, в формуле (2) необходимо выполнить усреднение по ансамблю. При таком усреднении необходимо иметь в виду, что для возбужденных состояний справедливо известное соотношение (см., например, [7]) $\langle N_n^2\rangle = 2\langle N_n\rangle^2 + \langle N_n\rangle$, тогда как для частиц конденсата с большой точностью $\langle N_0^2\rangle = \langle N_0\rangle^2$ [8]. В итоге находим

$$\langle G^2\rangle = \langle G\rangle^2 + \sum_{\mathbf{n}\neq 0}(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{n}\mathbf{n}}\left(\langle N_{\mathbf{n}}\rangle^2 + \langle N_{\mathbf{n}}\rangle\right). \quad (5)$$

Поскольку $(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{nn}} \le 1$, для второго слагаемого в соотношении (5) выполняется неравенство [8]

$$\sum_{\mathbf{n}\neq 0}(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{nn}}\left(\langle N_\mathbf{n}\rangle^2+\langle N_\mathbf{n}\rangle\right) \le$$
$$\le \left(\langle N_\mathbf{n}\rangle^2+\langle N_\mathbf{n}\rangle\right) \le \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)}(N-N_0),$$

причем знак равенства в последней части этого соотношения выполняется при температуре ниже критической ($\zeta(x)$ — дзета-функция Римана). Как будет видно ниже, это неравенство показывает, что при больших значениях N второе слагаемое в правой части (5) много меньше первого. В итоге можно написать $\langle G^2\rangle = \langle G\rangle^2$.

В случае идеального газа величина $\langle G\rangle$ вычисляется практически точно при любой температуре и при любых значениях параметра kR. Используя в качестве функций $\Phi_\mathbf{n}(\mathbf{r})$ волновые функции осциллятора, для анизотропной ловушки с частотами Ω_x, Ω_y, Ω_z находим

$$(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{nn}} =$$
$$= \prod_{i=x,y,z}\frac{1}{n_i!}\exp\left(-\frac{\Delta k_i^2R_i^2}{4}\right)L_{n_i}\left(\frac{\Delta k_i^2R_i^2}{2}\right),$$

где $L_n(x)$ — полином Лагерра, $R_i = \sqrt{\hbar/M\Omega_i}$. Записываем теперь распределение Бозе–Эйнштейна $N_\mathbf{n}$ по осцилляторным уровням $\mathbf{n}$ в виде

$$N_\mathbf{n} = \left[\exp(\beta_xn_x+\beta_yn_y+\beta_zn_z-\mu)-1\right]^{-1} =$$
$$= \sum_{p=1}^{\infty}\exp\left[-p(\beta_xn_x+\beta_yn_y+\beta_zn_z-\mu)\right], \quad (6)$$

где $\beta_i = \hbar\Omega_i/T$, μ — химический потенциал газа в единицах температуры. Используя это соотношение и производящую функцию для полиномов Лагерра

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{s^n}{n!}L_n(x) = \frac{\exp\left(-x\dfrac{s}{1-s}\right)}{1-s},$$

находим

$$\langle G\rangle = \sum_\mathbf{n} N_\mathbf{n}(e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})_{\mathbf{nn}} =$$
$$= \sum_{p=1}^{\infty}e^{\mu p}\prod_{i=x,y,z}\exp\left(-\frac{\Delta k_i^2R_i^2}{4}\right)g_i, \quad (7)$$
$$g_i = \frac{1}{1-e^{-\beta_ip}}\exp\left(-\frac{\Delta k_i^2R_i^2e^{-\beta_ip}}{2(1-e^{-\beta_ip})}\right).$$

Дальнейшие вычисления могут быть выполнены для ловушки произвольной формы. Однако учет анизотропии ловушки проявляется только в соответствующей анизотропии рассеянного излучения и фактически не сказывается на его полной интенсивности. С другой стороны, учет анизотропии заметно усложняет вычисления. Поэтому далее мы ограничимся случаем сферической ловушки ($\Omega_i = \Omega$), в котором отражены все интересные качественные особенности явления.

Параметр β удобно выразить через температуру конденсации газа T_0 [9]:

$$\beta = \frac{\hbar\Omega}{T} = \frac{\zeta^{1/3}(3)}{N^{1/3}t}, \quad t = \frac{T}{T_0}, \quad T_0 = \zeta^{-1/3}(3)\hbar\Omega N^{1/3}.$$

Из этого соотношения видно, что при больших N вплоть до температур, много меньших температуры конденсации газа, выполняется условие $\beta \ll 1$.

При температуре, заметно превышающей T_0, химический потенциал μ является большой отрицательной величиной и в сумму по p в формуле (7) дает вклад лишь первый член. Учитывая также, что, как следует из (6), химический потенциал в этом случае определяется условием

$$\sum_\mathbf{n} N_\mathbf{n} = N = \frac{e^\mu}{\beta^3},$$

а $\Delta k^2 = 4k^2\sin^2(\theta/2)$, где θ — угол рассеяния, из (2) и (7) получаем

$$d\sigma_e(\theta,\varphi) = \chi N^2\exp\left[-\frac{2k^2R^2}{\beta}\sin^2\frac{\theta}{2}\right]\sin\theta\, d\theta\, d\varphi. \quad (8)$$

При выполнении условия $k^2R^2/\beta \ll 1$ из выражения (8) следует (4). В противоположном предельном случае $k^2R^2/\beta \gg 1$, который реализуется, когда размер ловушки все еще меньше длины волны λ, характерный угол рассеяния $\overline{\theta}$ становится малой величиной, $\overline{\theta} \le \beta^{1/2}/kR \ll 1$, и мы получаем

$$\sigma_e = 2\pi\chi_0N^2\frac{\beta}{k^2R^2},$$

где χ_0 — дифференциальное по углам сечение рэлеевского рассеяния вперед на неподвижном атоме. Эта величина растет с понижением температуры. В результате при достаточно большом числе N частиц газа при температуре, еще гораздо большей критической, начинает выполняться условие $N\beta/k^2R^2 \gg 1$, и сечение упругого рассеяния начинает заметно превышать сечение неупругого: $\sigma_e \gg \sigma_i \approx 4\pi\overline{\chi}N$. Однако угол рассеяния в этом случае очень мал, $\overline{\theta} \le \beta^{1/2}/kR \ll 1/kR$, что, видимо, существенно осложняет экспериментальное наблюдение рассеянного света.

При температуре, меньшей критической, химический потенциал μ становится малой величиной. Однако при $\mu = 0$ ряд, определяющий фактор $\langle G \rangle$ из формулы (7), расходится. Положим $R_i = R$, $\beta_i = \beta$ и запишем $\langle G \rangle$ в виде

$$\langle G \rangle = \exp\left(-\frac{\Delta k^2 R^2}{4}\right)\left[\sum_{p=1}^{\infty} e^{\mu p} + \sum_{p=1}^{\infty} e^{\mu p}(Q-1)\right],$$

$$Q = (1-e^{-\beta p})^{-3}\exp\left(-\frac{\Delta k^2 R^2 e^{-\beta p}}{2(1-e^{-\beta p})}\right).$$

Первая стоящая в скобках сумма дает число частиц в конденсате,

$$N_0 = (e^{-\mu}-1)^{-1} = N(1-t^3).$$

Вторая сумма сходится и после отбрасывания множителя $e^{\mu p}$, так что при ее вычислении можно положить $\mu = 0$. При $\beta \ll 1$ эта сумма успевает сойтись при $\beta p \ll 1$. Учитывая также, что $\beta^{-3} = \zeta^{-1}(3)N_T$, где $N_T = Nt^3$ — число надконденсатных частиц газа, можно написать

$$\langle G \rangle = \exp\left(-\frac{\Delta k^2 R^2}{4}\right) \times$$
$$\times N\left[1-t^3+\zeta^{-1}(3)t^3\sum_{p=1}^{\infty}\frac{1}{p^3}\exp\left(-\frac{\Delta k^2 R^2}{2\beta p}\right)\right]. \quad (9)$$

При $kR \ll 1$ отсюда получаем выражение (4). В противоположном случае при $kR \gg 1$, подставляя это выражение в (2) и интегрируя по углам, находим

$$\sigma_e = \frac{2\pi\chi_0}{k^2R^2}N^2\left[(1-t^3)^2 + 2\frac{\zeta(2)}{\zeta^{2/3}(3)}\frac{(1-t^3)t^2}{N^{1/3}} + \right.$$
$$\left. + \zeta^{-5/3}(3)\frac{t^5}{N^{1/3}}\sum_{p_1,p_2}\frac{1}{p_1^2p_2^2(p_1+p_2)}\right] \approx \frac{2\pi\chi_0}{k^2R^2} \times$$
$$\times N^2\left[(1-t^3)^2 + 2.91\frac{(1-t^3)t^2}{N^{1/3}} + 0.621\frac{t^5}{N^{1/3}}\right]. \quad (10)$$

Последние два члена в скобках этого выражения возникают из-за наличия надконденсатных частиц газа. Соответствующая этим двум членам часть рассеянного света сосредоточена, как это видно из формулы (9), в очень малом угле $\overline{\theta} \le \beta^{1/2}/kR$, что отражено наличием в знаменателе большой величины $N^{1/3}$. Отсюда видно, что интенсивность упругого рассеяния резко возрастает при появлении конденсата. Это фактически происходит в результате увеличения угла $\overline{\theta} \le 1/kR$ при рассеянии на атомах конденсата, который становится измеримой величиной. В результате уже при температуре, еще очень близкой к критической, $t < 1 - N^{-1/6}/3$ основной вклад дает рассеяние на конденсате и можно написать

$$\sigma_e = \frac{2\pi\chi_0}{k^2R^2}N^2(1-t^3)^2, \quad kR \gg 1, \quad N^{1/3} \gg 1. \quad (11)$$

При достаточно большом полном числе N частиц газа это сечение упругого рассеяния может в сотни раз превышать сечение неупругого рассеяния. Следует отметить, однако, что речь идет о полном сечении упругого рассеяния. Характерный угол упругого рассеяния $\overline{\theta}$, как это видно из формулы (10), относительно мал, $\overline{\theta} \le 1/kR$, так что при больших углах неупругое рассеяние преобладает.

С ростом числа N_0 частиц в конденсате начинают проявляться эффекты, вызванные взаимодействием (как правило, отталкиванием) частиц газа. В этом случае при температуре, много меньшей критической, для описания волновой функции частиц конденсата $\Phi_0(\mathbf{r})$ можно воспользоваться уравнением Гросса – Питаевского [9–11]:

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Phi_0 + \left(\frac{1}{2}M\Omega^2r^2 + g|\Phi_0|^2\right)\Phi_0 = \mu\Phi_0, \quad (12)$$

где $g = 4\pi N\hbar^2 a/M$, $a > 0$ — длина рассеяния, характеризующая силу взаимодействия частиц газа, а химический потенциал μ определяется условием нормировки:

$$\int |\Phi_0(\mathbf{r})|^2\, d\mathbf{r} = 1.$$

В общем случае решение уравнения (12) может быть найдено только численными методами. Однако в большинстве экспериментов выполняется условие $N_0 a/R \gg 1$. В этом случае в уравнении (12) можно отбросить член с лапласианом, после чего волновая функция оказывается равной (см., например, [9])

$$\Phi_0(\mathbf{r}) = \left[\frac{1}{g}\left(\mu - \frac{M\Omega^2r^2}{2}\right)\right]^{1/2} \quad (13)$$

в области $\mu - M\Omega^2r^2/2 > 0$ и $\Phi_0(\mathbf{r}) = 0$ вне этой области. Соответствующий (13) химический потенциал равен

$$\mu = (\hbar\Omega/2)(15N_0a/R)^{2/5}.$$

Подставляя это значение волновой функции в формулу (2), получаем

$$d\sigma_e(\theta,\varphi) = \chi_0 N_0^2 f^2\left(2kR_c\sin\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta\, d\theta\, d\varphi, \quad (14)$$

$$f(x) = \frac{15}{x}\left(\frac{3\sin x}{x^4} - 3\frac{\cos x}{x^3} - \frac{\sin x}{x^2}\right),$$

где $R_c = R(15Na/R)^{1/5}$ — радиус конденсата [9]. При $kR_c \gg 1$, что фактически всегда выполняется в современных экспериментах, это дифференциальное сечение рассеяния является узкой функцией угла θ. Поэтому при вычислении полного сечения упругого рассеяния можно положить $\sin(\theta/2) \approx \theta$ и распространить интегрирование по θ от нуля до бесконечности. Учитывая при этом численное значение интеграла

$$\int_0^\infty f^2(x)\,x\,dx \approx 3.1,$$

находим

$$\sigma_e \approx 20\frac{\chi_0 N_0^2}{k^2 R_c^2}. \qquad (15)$$

Характерный угол рассеяния определяется из условия

$$\overline{\theta} = \sigma_e^{-1} \int \theta\, d\sigma_e(\theta, \varphi)$$

и оказывается равным $\overline{\theta} \approx 2/kR_c$.

Приведем численные оценки. Положим $N_0 = 10^7$, $k = 10^5$ см$^{-1}$, $R = 10^{-4}$ см, $a/R = 3 \cdot 10^{-3}$ (в случае, например, ^{23}Na длина рассеяния примерно равна $a \approx 3\cdot 10^{-7}$ см [9]). Тогда полное сечение упругого рассеяния равно $\sigma_e \approx 1.1 \cdot 10^4 \chi_0 N_0$, т. е. почти в десять тысяч раз превышает сечение неупругого рассеяния. Радиус конденсата равен $R_c \approx 1.35 \cdot 10^{-3}$ см и соответствующий характерный угол рассеяния весьма мал $\overline{\theta} \approx 1.5 \cdot 10^{-2}$, однако в 30 раз превышает дифракционную расходимость лазерного пучка с перетяжкой шейки каустики $R_L = 2 \cdot 10^{-2}$ см.

Обычно в экспериментах по рэлеевскому рассеянию света на атомах конденсата частоту лазерного света выбирают таким образом, чтобы ее отстройка $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ от частоты ω_0 электронного перехода $1 \to 2$ была много больше ширины линии поглощения, однако $|\Delta\omega| \ll \omega_0$, что позволяет существенно увеличить интенсивность рассеяния. В этом случае, вычисляя величину χ, можно учитывать вклад лишь одного резонансного перехода. Кроме того, поскольку угол рассеяния мал, направления поляризаций $\mathbf{e}$ и $\mathbf{e}'$ падающего и рассеянного фотонов можно считать одинаковыми. В итоге получаем

$$\chi_0 = \frac{\omega^4}{\hbar^2 c^4}\,\frac{1}{\Delta\omega^2}\,|\mathbf{d}_{12}|^4,$$

где $\mathbf{d}_{12}$ — матричный элемент электрического дипольного момента перехода $1 \to 2$. Далее, используя выражение для вероятности спонтанного излучения

$$\gamma \approx \omega^3 |\mathbf{d}_{12}|^2/\hbar c^3,$$

находим

$$\chi_0 \approx \frac{\lambda^2}{4\pi^2}\,\frac{\gamma^2}{\Delta\omega^2}.$$

Полагая $\gamma = 3 \cdot 10^7$ с$^{-1}$, $\Delta\omega = 10^{10}$ с$^{-1}$, получаем $\chi_0 = 9 \cdot 10^{-16}$ см^2 и соответственно $\sigma_e \approx 10^{-4}$ см^2. В этом случае рассеивается примерно 10 % интенсивности лазерного пучка с перетяжкой шейки каустики $R_L = 2 \cdot 10^{-2}$ см. Подчеркнем, что на каждые десять тысяч упруго рассеянных фотонов (число вполне достаточное для выполнения измерения) приходится всего один неупруго рассеянный фотон, так что процесс измерения практически не влияет на состояние конденсата.

Таким образом, исследование интенсивности и углового распределения упруго рассеянного света позволяет выполнить неразрушающее конденсат измерение его размера и оценить число захваченных в конденсат частиц.

Отметим, что помимо рассмотренного процесса неупругого рассеяния, связанного только с изменением квантовых чисел, описывающих движение атомов в ловушке, всегда присутствует также процесс неупругого рассеяния, при котором изменяется не только движение атома, но и его электронное состояние (например, магнитное квантовое число). Нетрудно понять, что сечение такого рассеяния имеет тот же порядок величины, что и рассмотренное неупругое рассеяние без изменения электронного состояния атомов.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn et al., Science **285**, 571 (1999).
2. J. M. Vogels, K. Xu, and W. Ketterler, Phys. Rev. Lett. **89**, 020401-1 (2002).
3. L. You, M. Lewenstein, R. Glauber et al., Phys. Rev. **53**, 329 (1996).
4. В. А. Алексеев, ЖЭТФ **131**, 387 (2007).
5. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1967).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964).
8. В. А. Алексеев, КЭ **31**, 16 (2001); ЖЭТФ **119**, 700 (2001).
9. F. Dalfovo, S. Giorgini, L. Pitaevskii et al., Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
10. E. P. Gross, Nuovo Cimento **20**, 454 (1961), J. Math. Phys. **4**, 195 (1963).
11. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **40**, 646 (1961).