# МАГНИТООПТИЧЕСКАЯ СИЛА В РЕЗОНАНСНОМ ПОЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ СВЕТОВЫМИ ВОЛНАМИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин

Новосибирский государственный университет, Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук<sup>\*</sup> 630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 17 октября 2007 г.

В рамках одномерной модели исследуется зависимость магнитооптической силы от эллиптичности поляризации световых пучков для замкнутых оптических переходов  $J_g \rightarrow J_e$ . В линейном приближении по скорости и магнитному полю для ряда переходов найдены аналитические выражения для магнитооптической силы. Показано, что в световых полях, образованных волнами с эллиптической поляризацией возникают качественно новые вклады, имеющие четную зависимость от отстройки светового поля и неисчезающие даже в случае точного резонанса. На основе анализа этих результатов сделан вывод о принципиальной возможности устойчивой работы магнитооптической ловушки при нулевой отстройке поля. С использованием численных методов также изучена нелинейная зависимость силы от скорости и магнитного поля и получены оценки для характерной скорости захвата атомов и числа атомов в ловушке.

PACS: 32.60.+i, 37.10.Vz, 39.10.+j

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Механическое действие резонансного лазерного излучения на атомы является важным направлением исследований в современной атомной и лазерной физике. В настоящее время одним из основных источников холодных атомов (с температурой порядка 10–100 мкК) являются магнитооптические ловушки (МОЛ) различных конструкций. Удачное сочетание эффективного лазерного охлаждения с большой глубиной (порядка нескольких К) магнитооптического потенциала, образованного действием сил резонансного светового давления в присутствии неоднородного магнитного поля, приводит к надежной работе МОЛ при не очень жестких требованиях к параметрам установки (вакуум, градиент магнитного поля, интенсивность и размер лазерных пучков и т.п.). Холодные атомы, приготовленные в МОЛ, находят широкое применение в различных областях физических исследований, например, в нелинейной спектроскопии сверхвысокого разрешения, при исследовании охлаждения и динамики атомов в оптических решетках, в области фундаментальной метрологии при создании первичных стандартов частоты нового поколения, для достижения бозе-эйнштейновской конденсации и других.

Теория МОЛ, так же как и теория лазерного охлаждения и захвата нейтральных атомов в целом [1-3], развивалась, по преимуществу, применительно к обычно используемым в экспериментах полям, образованным циркулярно или линейно поляризованными лазерными пучками. Недавно на примере одномерной оптической решетки в отсутствие магнитного поля нами было показано [4, 5], что кинетика атомов в полях, образованных волнами с эллиптической поляризацией, имеет ряд качественных отличий по сравнению со случаями линейной и циркулярной поляризаций. Так, использование волн с эллиптическими поляризациями приводит к новым особенностям в зависимости силы, действующей на атом, от частоты (отстройки) светового поля. В результате появляется принципиальная возможность

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup>E-mail: llf@laser.nsc.ru

лазерного охлаждения даже в условиях точного резонанса и, более того, в некоторой «аномальной» области голубых отстроек [6]. Другой интересный эффект, имеющий место в эллиптически поляризованных полях — это «выпрямление» дипольной силы в отсутствие магнитного поля [7].

В настоящей работе исследуются поляризационные особенности магнитооптической силы, действующей на атомы в полях, образованных эллиптически поляризованными волнами в присутствии магнитного поля. Рассмотрение ведется в рамках стандартной одномерной модели МОЛ, но без ограничений на поляризацию световых волн, которая в общем случае является эллиптической. В линейном приближении по скорости и магнитному полю найдены коэффициент трения и коэффициент упругости возвращающей магнитооптической силы (коэффициент кривизны магнитооптического потенциала). Особое внимание уделено условиям, при которых возможна устойчивая работа МОЛ при точном резонансе частоты излучения с частотой атомного перехода, поскольку в этом случае наиболее ярко проявляются качественные отличия кинетики атомов, связанные с эллиптичностью поляризации волн. Кроме того, с использованием численных методов изучена нелинейная зависимость магнитооптической силы от скорости и магнитного поля и получены оценки для числа атомов, захваченных в ловушку в различных режимах. Такая постановка задачи и полученные результаты могут быть полезны при теоретическом описании магнитооптической ловушки, использующей световые волны с эллиптической поляризацией.

Дополнительно отметим, что, как было замечено в работе [8], данный режим работы МОЛ может иметь ряд преимуществ по сравнению с обычной МОЛ. В частности, обычная МОЛ, радикально подавляя доплеровское уширение, приводит к уширению атомных линий из-за пространственно-неоднородных зеемановских и световых сдвигов. Зеемановские сдвиги уровней существенны для периферийной области атомного ансамбля. В условиях вязкого конфайнмента (в оптическом молассисе) магнитное поле можно сделать малым, но оптические сдвиги будут ощутимы при размерах атомного облака, сравнимых с размерами охлаждающих световых пучков. В МОЛ, образованной волнами с эллиптической поляризацией, в условиях точного резонанса зеемановские и оптические сдвиги могут быть подавлены, что облегчит спектроскопические исследования в стационарном режиме при однородных условиях для всего ансамбля атомов.

#### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим одномерную модель магнитооптической ловушки. Атом с оптическим переходом  $J_g \rightarrow J_e$  (где  $J_g, J_e$  — угловые моменты основного и возбужденного уровней) движется в световом поле, образованном встречными эллиптически поляризованными волнами, в присутствии магнитного поля. Волновые векторы и магнитное поле параллельны оси z. Гамильтониан рассматриваемой системы может быть записан в виде

$$\widehat{H} = \widehat{H}_0 - \widehat{\mu} \mathbf{B} - \widehat{d} \mathbf{E}.$$
 (1)

Здесь  $\hat{H}_0$  — гамильтониан свободного атома во вращающемся (в пространстве энергетического псевдоспина) базисе:

$$\widehat{H}_0 = \frac{\widehat{p}^2}{2M} - \hbar \delta \widehat{\Pi}_e , \qquad (2)$$

где  $\delta = (\omega - \omega_0)$  — отстройка частоты поля от частоты атомного перехода  $\omega_0$ , M — масса атома, проекционный оператор

$$\widehat{\Pi}_e = \sum_{\mu_e} |J_e, \mu_e\rangle \langle J_e, \mu_e| \tag{3}$$

построен из волновых функций зеемановских подуровней возбужденного состояния  $|J_e, \mu_e\rangle$ . Два последних члена в формуле (1) описывают взаимодействие атома с внешним магнитным полем **В** и резонансным монохроматическим лазерным полем  $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}(z)e^{-i\omega t} + \text{с.c.},$  пространственно-неоднородную векторную амплитуду которого запишем в виде

$$\mathbf{E}(z) = E(z)\mathbf{e}(z)e^{i\Phi(z)},\qquad(4)$$

где E(z) — вещественная амплитуда,  $\mathbf{e}(z)$  — единичный комплексный вектор поляризации. Фаза поля  $\Phi(z)$  задается таким образом, что величина  $\mathbf{e}(z) \cdot \mathbf{e}(z) = \cos(2\varepsilon(z))$  является вещественной и определяет локальную эллиптичность светового поля ( $\varepsilon(z)$  — параметр (угол) эллиптичности,  $|tg\varepsilon|$  равен отношению длин малой полуоси эллипса поляризации к большой). В дипольном приближении оператор резонансного взаимодействия с полем (4) записывается следующим образом:

$$\widehat{V}(z) = \hbar \Omega(z) \sum_{q=0,\pm 1} \widehat{D}_q e^q(z) + \text{H.c.}$$
(5)

Здесь  $\Omega = -dE/\hbar$  — частота Раби, d — приведенный матричный элемент,  $e^q(z)$  — контрвариантные компоненты вектора поляризации в циклическом базисе

$$\left\{\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_{\pm 1} = \mp (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}\right\}.$$

Оператор  $\widehat{D}_q$  выражается через коэффициенты Клебша—Гордана:

$$\widehat{D}_q = \sum_{\mu_e, \mu_g} |J_e, \mu_e\rangle \ C^{J_e \mu_e}_{J_g \mu_g, 1q} \langle J_g, \mu_g|. \tag{6}$$

Добавка к гамильтониану, описывающая линейное зеемановское расщепление магнитных подуровней, может быть записана в следующей форме:

$$\widehat{H}_B = \hbar \,\Omega_Z \left( \hat{\mathbf{J}}_g + \frac{g^{(e)}}{g^{(g)}} \hat{\mathbf{J}}_e \right) \cdot \,\mathbf{b}\,,\tag{7}$$

где  $\hat{\mathbf{J}}_g$  и  $\hat{\mathbf{J}}_e$  — операторы полного углового момента основного и возбужденного состояний,  $\Omega_Z$  — зеемановское расщепление основного состояния,  $g^{(e,g)}$  гиромагнитные факторы Ланде возбужденного и основного состояний,  $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$  — единичный вектор в направлении магнитного поля.

В стационарных условиях сила, действующая на атом, определяется средним значением оператора силы (см., например, [1]):

$$F(z,v) = \operatorname{Tr}\{\widehat{F}(z)\widehat{\rho}(z,v)\}, \quad \widehat{F}(z) = -\nabla_z \widehat{V}(z), \quad (8)$$

где атомная матрица плотности в вигнеровском представлении  $\hat{\rho}(z, v)$  удовлетворяет в квазиклассическом приближении [1, 2] обобщенным оптическим уравнениям Блоха:

$$v\nabla_{z}\widehat{\rho}(z,v) = -\frac{i}{\hbar} \left[\widehat{V}(z) + \widehat{H}_{B}, \widehat{\rho}(z,v)\right] - \left[\left(\frac{\gamma}{2} - i\delta\right)\widehat{\Pi}_{e} \widehat{\rho}(z,v) + \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta\right)\widehat{\rho}(z,v)\widehat{\Pi}_{e}\right] + \gamma \sum_{q}\widehat{D}_{q}^{\dagger}\widehat{\rho}(z,v)\widehat{D}_{q}.$$
 (9)

Здесь  $\gamma$  — скорость радиационной релаксации возбужденного состояния, а [...,...] — стандартное обозначение для коммутатора операторов.

## 3. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЛОВУШЕК

Нахождение решения уравнения (9) в аналитическом виде в случае неоднородного по интенсивности и поляризации поля возможно только в различных предельных ситуациях. Применительно к задачам лазерного охлаждения и захвата в магнитооптической ловушке особый интерес представляет рассмотрение медленных атомов и слабых магнитных полей, когда соответствующие доплеровский сдвиг и зеемановское расщепление много меньше скорости релаксации по внутренним степеням свободы. При выполнении этих условий в выражении для силы достаточно ограничиться линейным приближением по скорости и амплитуде магнитного поля:

$$F(z, v) \approx F^{(0)}(z) + v \,\xi(z) + \Omega_Z \,f(z) \,, \qquad (10)$$

где  $F^{(0)}(z)$  представляет силу светового давления на неподвижный атом в точке z в нулевом магнитном поле, второе слагаемое является силой трения, а третье соответствует магнитооптической силе первого порядка по  $\Omega_Z$ . В среднем по пространственному периоду поля сила нулевого порядка обычно обращается в нуль. Сила трения и магнитооптическая сила в среднем не исчезают, приводя к формированию потенциала ловушки и захвату атомов в нее. Далее, как обычно, предполагается медленная (по отношению к длине волны) линейная зависимость зеемановского расщепления от координаты  $\Omega_Z = \alpha z$ , тогда  $\kappa = \alpha \langle f(z) \rangle_z$  имеет смысл коэффициента упругости или кривизны магнитооптического потенциала вблизи точки экстремума z = 0.

Можно показать, что кинетические коэффициенты могут быть выражены единым образом через матрицу «первых поправок»  $\hat{\varphi}$  [5, 6, 9], которая удовлетворяет неоднородному уравнению

$$\left[ \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta\right) \widehat{\Pi}_e \widehat{\varphi} + \left(\frac{\gamma}{2} - i\delta\right) \widehat{\varphi} \widehat{\Pi}_e \right] - \gamma \sum_q \widehat{D}_q \widehat{\varphi} \widehat{D}_q^\dagger - \frac{i}{\hbar} \left[ \widehat{V}, \widehat{\varphi} \right] = \frac{\widehat{\delta F}}{\hbar k}, \quad (11)$$

источником в котором является оператор флуктуации силы:

$$\widehat{\delta F}(z) = \widehat{F}(z) - F^{(0)}(z).$$
(12)

При этом выражение для коэффициента трения определяется сверткой матрицы  $\hat{\varphi}$  и градиента матрицы плотности атомов:

$$\xi(z) = -\hbar k \operatorname{Tr} \left\{ \widehat{\varphi}(z) \, \nabla_z \, \widehat{\rho} \, (z, v = 0) \right\} \,, \qquad (13)$$

а линейная магнитооптическая сила записывается в виде

$$\Omega_Z f(z) = -i \operatorname{Tr} \left\{ \widehat{\varphi} \left[ \widehat{H}_B, \widehat{\rho}(z, v=0) \right] \right\} .$$
(14)

В общем случае коэффициенты f и  $\xi$  можно представить в виде разложения по локальным градиентам параметров светового поля [5, 6]:

$$f = \hbar \sum_{k} \psi_{k} g^{(k)}, \quad \xi = \hbar \sum_{kk'} \chi_{kk'} g^{(k)} g^{(k')},$$

где  $g^{(k)}$  определены следующим образом:

$$g^{(1)} = \nabla_z \ln E, \quad g^{(2)} = \nabla_z \Phi,$$
$$g^{(3)} = \nabla_z \varepsilon, \quad g^{(4)} = \nabla_z \phi,$$

т. е. это градиенты логарифма амплитуды светового поля, фазы, параметра эллиптичности и угла поворота, задающего ориентацию эллипса поляризации светового поля. Таким образом, задача сводится к поиску коэффициентов  $\chi$  и  $\psi$ , которые зависят от локальных интенсивности и эллиптичности светового поля и типа оптического перехода.

Следует отметить, что в тех случаях, когда оператор  $\hat{H}_B$ , описывающий линейное зеемановское расщепление, пропорционален (точно либо приближенно, например, в полях малой интенсивности) полному угловому моменту  $\hat{\mathbf{J}}_g + \hat{\mathbf{J}}_e$ , существует простая связь между коэффициентами  $\chi$  и  $\psi$ , а именно

$$\psi_k = -\chi_{k4} \,. \tag{15}$$

#### 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для ряда оптических переходов явные аналитические выражения для коэффициентов  $\chi$  были получены нами в работах [5, 6]. Так, например, в пределе малых насыщений, когда населенностью возбужденного состояния можно пренебречь, приближенно выполняются условия применимости формулы (15). Соответствующие аналитические выражения для  $\psi_k$ для оптического перехода  $1 \rightarrow 2$  имеют вид

$$\psi_{1} = 320 \frac{\delta^{2}}{\gamma^{2}} \cos^{2}(2\varepsilon) \sin(2\varepsilon) \frac{4 \cos^{2}(2\varepsilon) + 5}{D},$$

$$\psi_{2} = -160 \frac{\delta}{\gamma} \cos^{2}(2\varepsilon) \sin(2\varepsilon) \frac{4 \cos^{2}(2\varepsilon) + 5}{D},$$

$$\psi_{3} = \frac{1}{D} \left\{ 40 \frac{\delta^{2}}{\gamma^{2}} \cos(2\varepsilon) [25 + 28 \cos^{2}(2\varepsilon) + 4 + 32 \cos^{4}(2\varepsilon)] + 80 \cos^{3}(2\varepsilon) - 250 \cos(2\varepsilon) \right\},$$

$$\psi_{4} = 120 \frac{\delta}{\gamma} \cos^{2}(2\varepsilon) \frac{2 \cos^{2}(2\varepsilon) + 15}{D},$$

$$D = \left[ 4(4 \cos^{2}(2\varepsilon) - 5) \frac{\delta^{2}}{\gamma^{2}} - 5 \right] \left[ 25 - \cos^{2}(2\varepsilon) \right]^{2}.$$
(16)

Отметим, что для  $\sigma_+-\sigma_-$ -конфигурации светового поля, образованной встречными волнами с противоположными круговыми поляризациями, имеется



Рис.1. Пространственная конфигурация светового поля  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ . Поле образовано встречными волнами эллиптической поляризации с параметрами эллиптичности  $\varepsilon_0$  и  $-\varepsilon_0$ . Магнитное поле направлено вдоль оси z

лишь один пространственный градиент, отличный от нуля, — это градиент угла поворота вектора поляризации  $\nabla \phi = -k$ . Соответственно магнитооптическая сила принимает простой вид:

$$f = \hbar k \frac{120}{17} \frac{\delta \gamma}{4 \,\delta^2 + 5\gamma^2}.\tag{17}$$

Глубина магнитооптического потенциала зависит от величины магнитного поля и отстройки. В частности, в точном резонансе ( $\delta = 0$ ) магнитооптический потенциал исчезает.

В поле, созданном встречными волнами с эллиптическими поляризациями, одновременно отличны от нуля градиенты амплитуды, эллиптичности, фазы и угла поворота. Простейшим примером такого поля является  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ -конфигурация, образованная встречными волнами с противоположными эллиптическими поляризациями  $\varepsilon_0$  и  $-\varepsilon_0$  и углом  $\theta$ между осями эллипсов поляризации (рис. 1). В таких полях, как видно из формул (16), возникают вклады, имеющие четную зависимость от отстройки  $(\psi_1 \ u \ \psi_3)$ . В частности, в точном резонансе при  $\delta = 0$  коэффициент  $\psi_3$ , возникающий от градиента эллиптичности, отличен от нуля. Легко показать, что для одномерных конфигураций светового поля этот вклад в нулевом порядке по интенсивности светового поля исчезает в среднем по пространственному периоду.

Тем не менее, учет конечного насыщения приводит к тому, что четная по отстройке составляющая магнитооптической силы в среднем по пространственному периоду поля отлична от нуля. В качестве примера приведем здесь результаты для перехода  $1/2 \rightarrow 1/2$ :

$$\begin{split} \psi_1 &= -\left(1 + \frac{g^{(e)}}{g^{(g)}}\right) \frac{S_{\varepsilon} \sin(2\varepsilon)}{(1 + S_{\varepsilon})^2} \frac{\delta^2}{\gamma^2/4 + \delta^2},\\ \psi_2 &= \frac{1 + g^{(e)}/g^{(g)}}{2} \frac{S_{\varepsilon} \sin(2\varepsilon)}{(1 + S_{\varepsilon})^2} \frac{\delta\gamma}{\gamma^2/4 + \delta^2},\\ \psi_3 &= -\frac{1 + g^{(e)}/g^{(g)}}{2\cos(2\varepsilon)} \frac{S_{\varepsilon}}{(1 + S_{\varepsilon})^2} \times \frac{(18)}{\gamma^2/4 + \delta^2(S_{\varepsilon} - 1) + 2\delta^2\cos^2(2\varepsilon)}{\gamma^2/4 + \delta^2}, \end{split}$$

 $\psi_4 = 0,$ где

$$S_{\varepsilon} = \frac{2}{3}\cos^2(2\varepsilon)\frac{\Omega^2}{\gamma^2/4 + \delta^2}$$

— эффективный параметр насыщения.

В общем случае сила трения и магнитооптическая сила содержат как нечетные, так и четные по отстройке вклады, которые не исчезают при усреднении по пространственному периоду даже в случае точного резонанса. Это обстоятельство является принципиальным, приводя к возможности захвата атомов в МОЛ в условиях точного резонанса с излучением.

Для данного перехода в поле  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ -конфигурации, в условиях малого насыщения перехода в низших порядках по S можно провести усреднение по координате z в аналитическом виде. В этом случае неисчезающий при нулевой отстройке член имеет вид

$$\langle f \rangle_z = \hbar k \, \frac{2S_0}{3} \, \left( 1 + \frac{g^{(e)}}{g^{(g)}} \right) \times \\ \times \, \operatorname{tg} \theta \left( \sqrt{1 - \cos^2(2\varepsilon_0)\cos^2\theta} - 1 \right), \quad (19)$$

где  $S_0$  — параметр насыщения в расчете на одну волну. Из выражения (19), в частности, видно, что магнитооптическая сила в случае точного резонанса является четной функцией параметра эллиптичности встречных волн  $\varepsilon_0$  и нечетной функцией угла  $\theta$ . Коэффициент трения для рассматриваемого случая был найден нами в работе [5]:

$$\left\langle \xi \right\rangle_z = \hbar k^2 \frac{3}{8} \frac{\sin(2\theta)\cos(2\varepsilon_0)\sin(4\varepsilon_0)}{\left(1 - \cos^2(2\varepsilon_0)\cos^2\theta\right)^{3/2}}.$$
 (20)

Он имеет нечетную зависимость как от параметра эллиптичности встречных волн  $\varepsilon_0$ , так и от угла  $\theta$ . Пусть гиромагнитные факторы основного и возбужденного состояний положительны и градиент магнитного поля больше нуля, т.е.  $\nabla_z \Omega_Z > 0$ , тогда устойчивый захват атомов в точном резонансе будет иметь место при  $-\pi/2 < \theta < 0$  и  $0 < \varepsilon_0 < \pi/4$ .

#### 5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для переходов с угловыми моментами уровней, большими 1/2, аналогичные результаты могут быть получены на основе численного решения системы алгебраических уравнений для элементов матрицы первых поправок, выведенной в работе [5]. На рис. 2 приведена зависимость линейной магнитооптической силы для оптического перехода  $2 \rightarrow 3$ (например, один из замкнутых переходов  $D_2$ -линии <sup>87</sup>Rb) и коэффициента трения в поле  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$  для  $\varepsilon_0 = -\pi/8$ ,  $\theta = -\pi/4$  и амплитуд встречных волн, соответствующих частоте Раби  $\Omega = 0.5\gamma$ . Гиромагнитные множители основного и возбужденного состояний выбраны равными  $g^{(g)} = 1/2$  и  $g^{(e)} = 2/3$ . Отметим, что в отличие от рассмотренного ранее оптического перехода  $1/2 \rightarrow 1/2$  для оптических пере-



Рис.2. Магнитооптическая сила (a) и коэффициент трения (б) как функции отстройки. Штриховые линии — конфигурация  $\sigma_+ - \sigma_-$  светового поля, сплошные линии — конфигурация  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$  светового поля с  $\varepsilon = -\pi/8$ ,  $\theta = -\pi/4$ . Амплитуда встречных волн соответствует частоте Раби  $\Omega = 0.5\gamma$ 



Рис.3. Зависимости магнитооптической силы от скорости атомов для замкнутого перехода  $2 \rightarrow 3$  в поле  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$  при  $\varepsilon_0 = -\pi/8$ ,  $\theta = -\pi/4$  и амплитуд встречных волн, соответствующих частоте Раби  $\Omega = \gamma$  при  $\delta = 0$  (сплошная линия), и в стандартной  $\sigma_+ - \sigma_-$ -конфигурации светового поля при  $\delta = -0.5\gamma$  (штриховая линия)

ходов  $J \to J+1$  устойчивый захват атомов при точном резонансе имеет место в области  $-\pi/2 < \theta < 0$ и  $-\pi/4 < \varepsilon_0 < 0$  при положительном градиенте магнитного поля  $\nabla_z \Omega_Z > 0$ . Как видно из расчета, магнитооптическая сила и коэффициент трения отрицательны при  $\delta = 0$ , что является необходимым условием работы МОЛ при  $\nabla_z \Omega_Z > 0$ . Для сравнения на рис. 2 приведены данные для стандартной  $\sigma_+ - \sigma_-$ -конфигурации светового поля. Видно, что коэффициенты кривизны потенциала и трения в поле  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ -конфигурации ( $\varepsilon_0 = -\pi/8, \ \theta = -\pi/4$ ) при  $\delta = 0$  и в  $\sigma_+ - \sigma_-$ -поле ( $\varepsilon_0 = \pi/4, \theta = 0$ ) при  $\delta = -0.5\gamma$ являются величинами одного порядка. Важно отметить, что для устойчивой работы МОЛ в двух различных режимах (при  $\delta = 0$  и при  $\delta < 0$ ) требуются противоположные спиральности пространственно-поляризационной конфигурации поля, т.е. противоположные знаки  $\varepsilon_0$ .

# 6. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЛОВУШЕК

Для оценки числа атомов  $N_c$ , захваченных в ловушке, нужно знать характерную скорость захвата  $v_c$  (атомы со скоростями выше  $v_c$  пролетают область действия магнитооптических сил, не захватываясь). Как известно [10],  $N_c \propto v_c^4$ . Для нахождения ско-



Рис. 4. Зависимость магнитооптической силы от магнитного поля в поле  $\varepsilon$ - $\theta$ - $\overline{\varepsilon}$  при  $\varepsilon_0 = -\pi/8$ ,  $\theta = -\pi/4$  и амплитуд встречных волн, соответствующих частоте Раби  $\Omega = \gamma$  при  $\delta = 0$  (сплошная линия), и в стандартной  $\sigma_+$ - $\sigma_-$ -конфигурации светового поля при  $\delta = -0.5\gamma$  (штриховая линия). Сила  $\langle F(v=0,\Omega_Z)\rangle_z$  измеряется в единицах  $\hbar k\gamma$ , зеемановское расщепление  $\Omega_Z$  — в единицах  $\gamma$ 

рости v<sub>c</sub> необходим выход за рамки линейной теории. Нами развит метод расчета усредненной по пространственному периоду силы  $\langle F(v,\Omega_Z)\rangle_z$ , действующей на атом, с полной (нелинейной) зависимостью от скорости и магнитного поля в световом поле произвольной одномерной конфигурации. Наш подход основан на численном решении системы уравнений (9) посредством разложения вигнеровской матрицы плотности атомов в ряд Фурье по пространственным координатам с последующим использованием метода матричных цепных дробей [11] для вычисления коэффициентов этого разложения. На рис. 3, 4 приведены типичные нелинейные зависимости  $\langle F(v, \Omega_Z = 0) \rangle_z$  и  $\langle F(v = 0, \Omega_Z) \rangle_z$  для замкнутого перехода 2  $\rightarrow$  3  $D_2$  линии  $^{87}{
m Rb}$  в поле  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ для  $\varepsilon_0 = -\pi/8, \ \theta = -\pi/4$  и амплитуд встречных волн, соответствующих частоте Раби  $\Omega = \gamma$  при  $\delta = 0$ . Для сравнения на тех же рисунках приведены расчеты для стандартной  $\sigma_+-\sigma_-$ -конфигурации светового поля при  $\delta = -0.5\gamma$ . Из рис. 3, 4 видно, что область действия сил трения в случае стандартной конфигурации существенно больше, чем в случае  $\delta = 0$ , при сравнимой глубине соответствующих магнитооптических потенциалов. Это должно приводить к существенно меньшим значениям  $v_c$ и  $N_c$  в интересующем нас случае  $\delta = 0$ . Действительно, расчеты, основанные на численном решении

уравнений движения (Ньютона) с полной нелинейной зависимостью  $\langle F(v, \Omega_Z) \rangle_z$ , показывают, что при  $\delta = 0$  значение  $v_c$  с хорошей точностью определяется точкой обращения в нуль магнитооптической силы на входе в ловушку. Другими словами, vc есть положительное решение уравнения  $\langle F(v_c, \Omega_Z) \rangle_z = 0$ , где  $\Omega_Z = -\alpha L$  соответствует зеемановскому расщеплению на входе в ловушку (2*L* — линейный размер ловушки, который задается диаметром лазерного пучка). В достаточно интенсивных лазерных полях (при  $\Omega \geq \gamma$ , что соответствует интенсивности  $\mathcal{I} \geq 12$  мBт/см<sup>2</sup>) скорость  $v_c$  может достигать значений порядка  $\gamma/k \approx 4.5$  м/с. Оценка числа захваченных атомов (по формуле (1) работы [10]) с этим значением  $v_c$  и L=1 см дает  $N_c \approx 2 \cdot 10^5$ . Таким образом, число атомов в ловушке при  $\delta = 0$  на два-три порядка меньше, чем в стандартной МОЛ. Однако даже такое относительно небольшое количество атомов легко детектируется стандартными методами, основанными на наблюдении резонансной флюоресценции холодных атомов. При этом оптимальное зеемановское расщепление на входе в ловушку  $\alpha L \approx 0.01 \gamma$ , а соответствующий градиент магнитного поля  $\nabla_z B \approx 0.1$  Гс/см на один-два порядка меньше, чем обычно используемые градиенты  $(\sim 10 \ \Gamma c/cm)$  в стандартных МОЛ [12].

#### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги. В работе в рамках одномерной модели МОЛ исследуется зависимость магнитооптической силы от эллиптической поляризации световых пучков для замкнутых оптических переходов  $J_q \rightarrow J_e$ . В линейном приближении по скорости и магнитному полю для ряда переходов найдены коэффициенты трения и кривизны магнитооптического потенциала. На основе анализа этих результатов сделан вывод о принципиальной возможности устойчивой работы МОЛ при нулевой отстройке поля от резонанса в случае  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ -конфигурации. С использованием численных методов изучена нелинейная зависимость силы от скорости и магнитного поля. Получены оценки для характерной скорости захвата атомов и числа атомов в ловушке. Проведено сравнение двух режимов работы МОЛ: при  $\delta = 0$  в  $\varepsilon - \theta - \overline{\varepsilon}$ -поле и стандартной  $\sigma_+ - \sigma_-$ -конфигурации при  $\delta < 0$ . При этом установлены следующие основные различия этих режимов: 1) для устойчивой работы МОЛ требуются противоположные спиральности пространственно-поляризационной конфигурации поля; 2) максимальное число атомов в стандартной МОЛ на два-три порядка больше; 3) оптимальный градиент магнитного поля, при котором число атомов достигает максимума, в стандартной МОЛ на один-два порядка больше.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 07-02-01230, 07-02-01028, 08-02-01108), ИНТАС – СО РАН (проект № 06-1000013-9427) и Президиума СО РАН. Работа О. Н. П. была поддержана грантом МК-3745.2007.2.

# ЛИТЕРАТУРА

- А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, Механическое действие света на атомы, Наука, Москва (1991).
- 2. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, Давление лазерного излучения на атомы, Наука, Москва (1986).
- H. J. Metcalf and P. van der Straten, Laser Cooling and Trapping, Springer, Berlin (1999).
- О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ 70, 439 (1999).
- 5. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **125**, 499 (2004).
- А. В. Безвербный, О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ 123, 437 (2003).
- О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ 120, 76 (2001).
- А. В. Яровицкий, О. Н. Прудников, В. В. Васильев,
   В. Л. Величанский, О. А. Разин, И. В. Шерстов,
   А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, КЭ 34, 341 (2004).
- 9. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин,
  В. И. Юдин, ЖЭТФ 115, 791 (1999).
- C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990).
- V. G. Minogin and O. T. Serimaa, Opt. Comm. 30, 373 (1979).
- C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, and J. Dalibard, Phys. Rev. A 52, 1423 (1995).