ЖЭТФ, 2008, том 133, вып. 1, стр. 140–155

ОБ ИЗМЕРЕНИИ КОРРЕЛЯТОРОВ ТОКА ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

К. В. Баяндин[a*], *А. В. Лебедев*[a,b], *Г. Б. Лесовик*[a]

[a] *Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук 142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

[b] *Theoretische Physik, ETH Zurich CH-8093, Zürich, Switzerland*

Поступила в редакцию 17 января 2007 г.

Рассматривается вопрос об измеримости флуктуаций тока высших порядков линейным детектором. Рассмотрены два различных типа измерений: измерение спектральной мощности флуктуаций и измерение разновременных корреляторов тока при фиксированных временах. Для каждого случая получены формально точные выражения для показаний детектора, содержащие упорядоченные вдоль келдышевского контура операторы электронного тока. Найден явный вид временного упорядочения операторов тока под знаком среднего при измерении разновременных корреляторов тока высших порядков. Рассмотрена ситуация, когда детектор измеряет корреляции тока в различных точках проводника.

PACS: 03.65.Ta, 05.40.-a, 05.60.Gg, 73.23.-b

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование шумов становится все более и более популярным в последнее время. Суть этого интереса удачно подчеркнул Р. Ландауер фразой: «шум — это тоже сигнал» [1]. Как оказалось, измерение шума, т. е. флуктуаций электронного тока, позволяет определить ряд характеристик электронного транспорта, которые невозможно получить, измеряя только средний ток или кондактанс системы.

Такое явление как дробовой шум было предсказано Шоттки [2] еще в начале прошлого века. Шоттки показал, что флуктуации тока, создаваемого дискретными и статистически независимыми носителями заряда, равны произведению заряда носителя и среднего тока. Этот факт позволяет экспериментально измерять заряд частиц в различных системах. Впервые дробовой шум был экспериментально измерен в электронных вакуумных лампах [3]. Гораздо позднее измерение дробового шума позволило определить заряд квазичастиц в краевых состояниях квантового эффекта Холла [4, 5] и удвоенный электронный заряд куперовских пар [6] в гибридных NS-системах. Помимо этого, дробовой шум позволяет изучать электронные корреляции в системе, возникающие вследствие ферми-статистики и эффектов электронного взаимодействия, см., например, обзоры [7].

Большой интерес к изучению корреляторов тока был также вызван возможностью создания двухчастичных запутанных состояний в сверхпроводящих [8] и нормальных [9] электронных проводниках, а также запутанных состояний квазичастиц в квантовом эффекте Холла [10]. При этом соответствующее двухчастичное неравенство Белла, характеризующее степень запутанности, формулируется в терминах корреляторов тока второго порядка. Более того, само измерение таких корреляторов может выступать как источник запутанности электронных пар [9]. В работах [11, 12], была предложена схема создания произвольного n-электронного запутанного состояния, что, в свою очередь, требует измерения корреляторов токов n-го порядка.

Помимо этого, измерение корреляторов тока второго и более высокого порядков позволяет получить максимально полную информацию о состоянии проводника, допускаемую квантовой теорией. Эта идея нашла себя в исследовании полной статистики переданного заряда. Подобного рода величины иссле-

[*] E-mail: baykos@dgap.mipt.ru

довались уже достаточно давно в квантовой оптике, см., например, [13], при изучении статистики фотодетектирования фотонов, испущенных различными источниками. Однако для электронных систем эта идея была осознана достаточно недавно в работах [14, 15], где впервые была найдена функция распределения протекшего заряда через квантовый точечный контакт за конечное время.

В последнее десятилетие появилось огромное количество теоретических работ, посвященных изучению высших корреляторов тока, в частности, в диффузионных [16, 17], хаотических [18] и взаимодействующих [19–21] электронных системах. Значительное внимание было уделено также температурной зависимости [22] и эффекту обратного влияния электромагнитного окружения [23] на коррелятор тока третьего порядка. Недавно был описан общий подход к полной статистике флуктуаций тока при помощи метода интегралов по траекториям [20, 24].

Тем не менее, несмотря на обилие теоретических работ, до настоящего времени непосредственному экспериментальному исследованию был доступен лишь дробовой шум на нулевой или конечной частоте, см. работы [4–6, 25, 26] Помимо этого, в работах [27] были измерены кросс-корреляторы электронного тока в многоконтактном проводнике, что позволило экспериментально изучить антигруппировку электронов в электронном аналоге эксперимента Ханбери – Брауна – Твисса. Лишь в последнее время появился ряд экспериментальных работ, где был измерен третий кумулянт электронного тока на низких частотах в туннельном контакте [28, 29] и квантовой точке в режиме кулоновской блокады [30].

Измерение третьего кумулянта тока вызвало появление ряда теоретических работ, где в качестве детектора флуктуаций тока предлагалось использовать различные квантовые устройства. Такие детекторы можно разделить на два типа: 1) детекторы, где взаимодействие с током вызывает переходы между дискретными энергетическими состояниями [31–35] и 2) пороговые детекторы, где взаимодействие активирует переход детектора из метастабильного состояния [36, 37].

Поскольку операторы тока при различных временах не коммутируют между собой, помимо чисто практического вопроса об измерении флуктуаций тока, возникает также дополнительный вопрос о том, какая именно корреляционная функция измеряется в конкретном эксперименте. Для корреляторов второго порядка стандартный рецепт [38] состоит в рассмотрении симметризованного коррелятора $\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1) + \hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)\rangle$. Однако, как впервые было показано в работе [39], наряду с симметризованным коррелятором вклад в показания детектора дает также и антисимметризованный коррелятор $i\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1) - \hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)\rangle$. В работе [39] (см. также [40, 41]) изучался процесс измерения спектральной мощности шума резонансным LC-контуром, взаимодействующим с проводником. Оказалось, что если детектор изначально находился в основном состоянии (пассивный детектор), то измеряется спектральная мощность шума только на положительной частоте,

$$S(\omega) = \int \langle \hat{I}(t)\hat{I}(0)\rangle e^{-i\omega t} dt,$$

куда входит коррелятор токов, неупорядоченный по временам. В обратном случае, если детектор находится в возбужденном состоянии, то в результат измерения дает вклад также спектральная мощность тока на отрицательных частотах. Такое поведение объясняется тем, что в основном состоянии детектор может только поглощать энергию, тогда как в возбужденном детектор может также передать дополнительную энергию проводнику.

Аналогичный вопрос об упорядочении операторов тока под знаком среднего возникает и при измерении корреляторов тока высших порядков. Еще при изучении полной статистики тока [14, 15] было показано, что неприводимые средние — кумулянты переданного заряда $\langle\langle \hat{Q}^n(t)\rangle\rangle$ при $n \geq 3$ зависят от способа измерения тока. Так, в «наивном» подходе [14], при определении $\hat{Q}(t)$ через интеграл от оператора тока: $\hat{Q}(t) = \int_0^t \hat{I}(t')\, dt'$ без упорядочивания по временам, получающаяся статистика соответствует дробному переданному заряду. Однако при рассмотрении более реалистичной схемы измерения [15] с помощью вспомогательной квантовой системы — спина 1/2 — статистика заряда (далеко от точки рассеяния $x \gg v_{\mathrm{F}}\hbar/eV$ [42]) оказывается биномиальной с целым электронным зарядом. При этом во втором случае кумулянты $\langle\langle \hat{Q}^n(t)\rangle\rangle$ выражаются через интегралы от операторов тока, упорядоченных вдоль келдышевского контура. Такое различие в определении статистики тока вызвало вопрос о том, какая из них может быть измерена в эксперименте [42, 43].

В данной работе мы теоретически изучим вопрос об измеримости корреляторов электронного тока высших порядков как при измерении спектральной мощности флуктуаций, так и при измерении корреляторов тока на конечных временах. При этом нас не будут интересовать внутренняя динамика электронов проводника и поведение флуктуаций тока как таковых. Рассматривая совместную динамику проводника и детектора, покажем, как показания детектора выражаются через корреляционные функции операторов тока, что, в свою очередь, позволяет найти все измеримые корреляционные функции токов. Поскольку данные корреляционные функции могут быть произвольными, полученные результаты в действительности справедливы для измерения наблюдаемых произвольной квантовой системы, взаимодействующей с детектором. Тем не менее в дальнейшем всегда будем иметь в виду измерение тока. Следуя работам [39, 40], рассмотрим ситуацию, когда детектор может быть смоделирован гармоническим осциллятором, взаимодействующим с проводником в одной или нескольких точках. В общем случае такое измерение соответствует измерению тока линейным детектором, т. е. детектором, классическое уравнение движения которого является линейным.

2. ОБЩАЯ СХЕМА ИЗМЕРЕНИЙ ФЛУКТУАЦИЙ ТОКА

В этой главе мы опишем две различные схемы измерения тока, соответствующие либо измерению спектральной мощности флуктуаций тока на конечной частоте, либо измерению корреляторов тока на конечных временах. Будем пока считать, что детектор — это некоторая произвольная квантовая система, взаимодействующая с проводником, измеряя значение координаты $\hat{x}$ которой, можно судить о величине электронного тока в проводнике. В последующих главах в роли детектора будет выступать либо резонансный LC-контур, либо квантовый амперметр, каждый из которых может быть смоделирован гармоническим осциллятором. С точки зрения детектора, данная задача технически сводится к задаче о динамике гармонического осциллятора под действием внешнего поля (см., например, [44]), что позволяет найти формально точный ответ для показаний детектора.

A. Непрерывное квантовое измерение

Допустим, что взаимодействие между детектором и проводником адиабатически включается в некоторый момент времени t_0 в прошлом, а затем, в момент $t > t_0$, проводится измерение наблюдаемой $\hat{x}$ детектора. В квантовой механике результат измерения $\hat{x}$ может быть описан лишь статистически, путем задания функции распределения величины x, что эквивалентно знанию всех средних или, иными словами, моментов величины $\hat{x}$ вида $\langle \hat{x}^n \rangle$, $n \in \mathcal{Z}$.

Такое измерение является характерным примером так называемого непрерывного квантового измерения, когда детектор непрерывно взаимодействует с измеряемой системой, а определение показаний детектора проводится либо несколько раз, но с ограниченной степенью точности, либо только один раз, см. обзор [45] и приведенные в нем ссылки. Такой тип измерений позволяет измерять усредненные по времени наблюдаемые, причем характерное временное ядро такого усреднения определяется динамикой детектора. Так, если динамика детектора моделируется динамикой гармонического осциллятора, то в низших порядках по взаимодействию кумулянт $\langle\langle \hat{x}^n \rangle\rangle$ оказывается пропорциональным фурье-образу разновременного коррелятора токов n-го порядка, т. е. спектральной мощности флуктуаций на частоте осциллятора, см. ниже.

Определим характеристическую функцию величины $\hat{x}$:

$$\chi(\lambda) = \mathrm{Tr}_{det}\Big\{ \hat{\rho}(t)\, \exp(i\lambda \hat{x}(t)) \Big\}, \qquad (1)$$

зная которую, можно найти произвольный момент $\langle \hat{x}^n \rangle$, дифференцируя $\chi(\lambda)$ по параметру λ:

$$\langle \hat{x}^n \rangle = (-i)^n \lim_{\lambda \to 0} \big(\partial_\lambda^n \chi(\lambda) \big). \qquad (2)$$

Характеристическая функция определяется матрицей плотности детектора $\hat{\rho}$, полученной в результате усреднения полной матрицы плотности $\hat{D}$ по степеням свободы измеряемой системы: $\hat{\rho}(t) = \mathrm{Tr}_{sys}\{\hat{D}(t)\}$. В свою очередь, полная матрица плотности $\hat{D}(t)$ определяется унитарной эволюцией всей системы от некоторого начального состояния в прошлом. Будем считать, что в начальный момент t_0 полная матрица плотности детектора и проводника имеет вид прямого произведения $\hat{D}(t_0) = \hat{\rho}_{in} \hat{R}_{in}$, где $\hat{R}_{in}$ — матрица плотности проводника. Допустим также, что свободная динамика проводника описывается гамильтонианом $\hat{H}_{sys}$, а динамика детектора — гамильтонианом $\hat{H}_{det} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}$, где $\hat{H}_0$ — свободный гамильтониан детектора, $\hat{H}_{int}$ — гамильтониан взаимодействия. Тогда в представлении взаимодействия по гамильтониану $\hat{H}_{sys}$ матрица плотности всей системы в последующий момент времени $t > t_0$ имеет вид

$$\hat{D}(t) = \hat{S}(t_0, t) \hat{\rho}_{in} \hat{R}_{in}(t) \hat{S}^\dagger(t_0, t), \qquad (3)$$

где $\hat{S}(t_0, t)$ — оператор эволюции детектора под действием гамильтониана детектора $\hat{H}_{det}$:

$$\hat{S}(t_0, t) = \mathcal{T} \exp\left(-\frac{i}{h} \int\limits_{t_0}^{t} \hat{H}_{det}(t')\, dt' \right). \quad (4)$$

Перейдем теперь в $\hat{x}$-представление для матрицы плотности и оператора эволюции системы:

$$\hat{D}(x, y, t) = \langle x|\hat{D}(t)|y\rangle,$$
$$\hat{S}(x_0, t_0; x, t) = \langle x|\hat{S}(t_0, t)|x_0\rangle,$$

которые по-прежнему являются операторами в пространстве состояний проводника. Тогда характеристическая функция $\chi(\lambda)$ может быть представлена в виде

$$\chi(\lambda) = \mathrm{Tr}_{sys}\Big\{ \hat{R}_{in}(t) \int dx\, e^{i\lambda x} \rho_{in}(x_0, y_0) \times \times \hat{S}^\dagger(y_0, t_0; x, t) \hat{S}(x_0, t_0; x, t) \Big\}. \quad (5)$$

Отметим, что при $\lambda = 0$ выражение во второй строке является функционалом влияния [44], который описывает обратное влияние детектора на динамику проводника.

B. Повторные квантовые измерения

Рассмотрим теперь другую возможную схему измерений, когда состояние детектора измеряется в последовательные моменты времени $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$. В этом случае, если измерение наблюдаемой $\hat{x}$ в каждый из моментов времени t_i проводится идеально точно, то согласно аксиомам квантовой механики состояние детектора в момент времени t_i проецируется на собственное состояние оператора $\hat{x}$. Данный тип измерения является сильным в том смысле, что измерение в момент времени t_i сильно изменяет волновую функцию детектора, а значит, влияет на его эволюцию и результаты дальнейших измерений в последующие моменты времени $t > t_i$.

Рассмотрим сперва измерение наблюдаемой $\hat{x}$ в два последовательных момента времени t_1 и t_2. Корреляционная функция $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ результатов такого измерения может быть выражена через совместную вероятность $P(x_1, t_1; x_2, t_2)$ обнаружить значение наблюдаемой $\hat{x}$ равным x_1 и x_2 соответственно в моменты времени t_1 и t_2:

$$\langle x(t_1)x(t_2)\rangle = \int dx_1 dx_2\, x_1 x_2\, P(x_1, t_1; x_2, t_2). \quad (6)$$

Совместная вероятность $P(x_1, t_1; x_2, t_2)$, в свою очередь, равна произведению:

$$P(x_1, t_1; x_2, t_2) = P(x_2, t_2|x_1, t_1) P(x_1, t_1),$$

где $P(x_2, t_2|x_1, t_1)$ — условная вероятность обнаружить значение наблюдаемой $\hat{x}$ равным x_2 в момент t_2, если измерение в момент t_1 дало результат x_1; $P(x_1, t_1)$ — вероятность измерить значение x_1 в момент t_1.

Две последние вероятности могут быть найдены согласно правилам квантовой механики. Пусть $\hat{D}(t)$ — полная матрица плотности детектора и проводника, тогда

$$P(x_1, t_1) = \mathrm{Tr}_{sys}\{\langle x_1|\hat{D}(x_1, x_1, t_1)|x_1\rangle\}.$$

Для нахождения условной вероятности необходимо воспользоваться редукционным постулатом фон Неймана [46], согласно которому состояние детектора сразу после первого измерения проецируется на значение измеренного наблюдаемого. Другими словами, матрица плотности системы в момент t_1 претерпевает мгновенное изменение:

$$\hat{D}(t_1^{-0}) \to \hat{D}(t_1^{+0}) = \frac{|x_1\rangle\langle x_1|\hat{D}(t_1^{-0})|x_1\rangle\langle x_1|}{\mathrm{Tr}_{sys}\{\langle x_1|\hat{D}(t_1^{-0})|x_1\rangle\}}, \quad (7)$$

где введение знаменателя обеспечивает правильную нормировку редуцированной матрицы плотности. В дальнейшем при $t > t_1$ динамика редуцированной матрицы плотности описывается унитарной эволюцией:

$$\hat{D}(t_2) = \hat{S}(t_1, t_2) \hat{D}(t_1^{+0}) \hat{S}^\dagger(t_1, t_2).$$

В итоге условная вероятность $P(x_2, t_2|x_1, t_1)$ задается следующей формулой:

$$P(x_2, t_2|x_1, t_1) = = \mathrm{Tr}_{sys}\Big\{ \hat{S}(x_1, t_1; x_2, t_2) \frac{\hat{D}(x_1, x_1, t_1)}{\mathrm{Tr}_{sys}\{\hat{D}(x_1, x_1, t_1)\}} \times \times \hat{S}^\dagger(x_1, t_1; x_2, t_2) \Big\}, \quad (8)$$

где $\hat{D}(x, y, t) = \langle x|\hat{D}(t)|y\rangle$ — матрица плотности системы в базисе собственных функций наблюдаемого $\hat{x}$.

Перемножая условную вероятность с вероятностью $P(x_1, t_1)$, получим, что нормировочный знаменатель сокращается и совместная вероятность оказывается равной

$$P(x_1, t_1; x_2, t_2) = = \mathrm{Tr}_{sys}\{ \hat{S}(x_1, t_1; x_2, t_2) \hat{D}(x_1, x_1, t_1) \times \times \hat{S}^\dagger(x_1, t_1; x_2, t_2)\}. \quad (9)$$

Поскольку при вычислении корреляционной функции $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ проводится усреднение по всем возможным результатам измерений в моменты t_1 и t_2, измерение в момент времени t_1 может быть описано как мгновенная диагонализация матрицы плотности $\hat{D}(x,y,t)$ в момент t_1 в базисе измеренного наблюдаемого:

$$\hat{D}(x,y,t_1^{-0}) \to \hat{D}(x,x,t_1^{+0}), \qquad (10)$$

что является эквивалентной формой записи редукционного постулата.

В общем случае многократных повторных измерений корреляционная функция показаний детектора в моменты времени t_i может быть определена как

$$\langle x(t_1)\dots x(t_n)\rangle = \int \prod_{i=1}^{n} x_i\,dx_i\,P(\{x_i,t_i\}), \qquad (11)$$

где $P(\{x_i,t_i\})$ — совместная вероятность того, что в моменты времени $t_1,\dots,t_n$ координата детектора будет найдена соответственно равной $x_1,\dots,x_n$. При однократном измерении координаты $\hat{x}$ детектора вероятность $P(x_1,t_1)$ выражается через диагональные элементы матрицы плотности детектора в момент времени t_1:

$$P(x_1,t_1) = \mathrm{Tr}_{sys}\{\hat{D}(x_1,x_1,t_1)\}.$$

Аналогично, при последовательных измерениях вероятность $P(\{x_i,t_i\})$ можно выразить через диагональные элементы многовременной матрицы плотности $\hat{D}(\{x_i,x_i,t_i\})$, определенной как

$$\begin{aligned}\hat{D}(\{x_i,x_i,t_i\}) = \int dx_0\,dy_0\,\hat{S}(x_{n-1},t_{n-1};x_n,t_n)\dots \\ \dots\hat{S}(x_0,t_0;x_1,t_1)\,\rho_{in}(x_0,y_0)\hat{R}_{in}\times \\ \times\hat{S}^\dagger(y_0,t_0;x_1,t_1)\,\dots\,\hat{S}^\dagger(x_{n-1},t_{n-1};x_n,t_n),\end{aligned} \qquad (12)$$

где в процессе прямой и обратной эволюции значения координаты $\hat{x}$ при $t=t_i$ фиксированы и равны между собой. Тем самым, при $t=t_i$ матрица плотности детектора автоматически оказывается диагональной в базисе собственных состояний наблюдаемой $\hat{x}$. Тогда искомая вероятность равна

$$P(\{x_i,t_i\}) = \mathrm{Tr}_{sys}\{\hat{D}(\{x_i,x_i,t_i\})\}. \qquad (13)$$

Отметим, что так определенная корреляционная функция по своему смыслу является действительной величиной, поскольку в силу проекционного постулата результат каждого измерения состояния детектора будет выражаться некоторым действительным числом. Введенную корреляционную функцию следует отличать от корреляционной функции операторов координаты $\langle\hat{x}(t_1)\dots\hat{x}(t_n)\rangle$, которая в общем случае не обязана быть действительной.

Такой подход к последовательным измерениям, когда после каждого измерения состояние системы проецируется на собственное состояние измеренной величины, соответствует идеальному измерению фон Неймана. Тем не менее такой тип последовательных измерений не является единственно возможным. Так, в квантовой оптике при описании процесса фотодетектирования предполагается, что после каждого акта детектирования фотодетектор «сбрасывается» в основное состояние, а затем снова переводится в состояние ожидания [13]. Формально это соответствует тому, что при измерении значения $x(t_i)=x_i$ матрица плотности всей системы, в отличие от (7), мгновенно переходит в следующее состояние:

$$\hat{D}(t_i^-) \to \hat{D}(t_i^+) = \hat{\rho}_i \otimes \frac{\langle x_i|\hat{D}(t_i^-)|x_i\rangle}{\mathrm{Tr}_{sys}\{\langle x_i|\hat{D}(t_i^-)|x_i\rangle\}}, \qquad (14)$$

соответствующее прямому произведению матриц плотности детектора, $\hat{\rho}_i$, и проводника. Здесь $\hat{\rho}_i$ — матрица плотности, соответствующая состоянию ожидания детектора в момент времени t_i. В этом случае корреляционная функция наблюдаемой $\hat{x}$ выражается в виде

$$\begin{aligned}&\langle x(t_1)\dots x(t_n)\rangle = \\ &= \mathrm{Tr}_{det}\{\hat{x}\,\hat{S}(t_{n-1},t_n)\hat{\rho}_{n-1}\dots\mathrm{Tr}_{det}\{\hat{x}\,\hat{S}(t_1,t_2)\hat{\rho}_1\times \\ &\times\mathrm{Tr}_{det}\{\hat{x}\,\hat{S}(t_0,t_1)\hat{\rho}_{in}\hat{R}_{in}\hat{S}^\dagger(t_0,t_1)\}\hat{S}^\dagger(t_1,t_2)\}\dots \\ &\dots\hat{S}^\dagger(t_{n-1},t_n)\}.\end{aligned} \qquad (15)$$

В некотором смысле такой тип измерения является более естественным, чем идеальное измерение фон Неймана. Действительно, описанная процедура измерения предполагает, что детектор сам является квантовомеханической системой, состояние которой, в свою очередь, также должно быть измерено. Можно представить, что измерение состояния детектора проводится путем его взаимодействия с некоторым макроскопическим прибором. При этом данное взаимодействие должно быть достаточно сильным, чтобы состояние детектора определилось за время много меньшее, чем временной интервал между последовательными измерениями. В результате такого взаимодействия детектор может оказаться в состоянии отличном от состояния $|x_i\rangle$, например, в основном состоянии. Последний случай может реализовываться, если энергия, накопленная детектором в результате взаимодействия с измеряемой системой, поглощается макроскопическим прибором, выводя его из метастабильного состояния.

3. ИЗМЕРЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ШУМА

Рассмотрим теперь, как измеряется спектральная мощность флуктуаций тока в случае, когда детектором является резонансный LC-контур, индуктивно взаимодействующий с квантовым проводником. Пусть непосредственно наблюдаемой величиной является накопленный электрический заряд на конденсаторе $\hat{q}(t_1)$ в момент времени t_1. Динамику LC-контура будем моделировать динамикой слабо демпфированного гармонического осциллятора, на который действует внешняя сила $\hat{J}(t) = \sum_i \alpha_i \hat{I}_i(t)$ согласно гамильтониану

$$\hat{H}_{det} = \frac{L\hat{j}^2}{2} + \frac{\hat{q}^2}{2C} + \hat{j}\sum_i \alpha_i \hat{I}_i(t), \qquad (16)$$

где L и C — собственная индуктивность и емкость контура; $\hat{j}$ и $\hat{I}_i$ — операторы тока в LC-контуре и точке x_i проводника; α_i — взаимные индуктивности LC-контура и проводника в окрестности точки x_i. Операторы $\hat{q}$ и $\hat{j}$ могут быть выражены через бозонные операторы рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \left(\frac{\hbar}{2\Omega L}\right)^{1/2} \left(\hat{a}^\dagger + \hat{a}\right), \\ \hat{j} &= i\left(\frac{\hbar\Omega}{2L}\right)^{1/2} \left(\hat{a}^\dagger - \hat{a}\right), \end{aligned} \qquad (17)$$

где $\Omega = 1/\sqrt{LC}$ — резонансная частота LC-контура.

Для гармонического осциллятора с гамильтонианом (16) оператор эволюции в $\hat{q}$-представлении $\hat{S}(q_1, t_1; q_2, t_2)$ может быть найден в явном виде [44]:

$$\begin{aligned} \hat{S}(q_1, q_2, T) &= S_0(q_1, q_2, T) \times \\ &\times \mathcal{T}\exp\left(\frac{iL\Omega}{\hbar \sin\Omega T}\left\{\frac{q_1}{L}\int_{t_1}^{t_2} \hat{J}(t)\cos\Omega(t_2 - t)\,dt - \right.\right. \\ &- \frac{q_2}{L}\int_{t_1}^{t_2} \hat{J}(t)\cos\Omega(t - t_1)\,dt + \frac{1}{L^2}\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{t_1}^{t} ds\, \hat{J}(t)\hat{J}(s) \times \\ &\left.\left. \times \cos\Omega(t_2 - t)\cos\Omega(s - t_1)\right\}\right), \end{aligned} \qquad (18)$$

где $T = t_2 - t_1$, а $S_0(q_1, q_2, T)$ — амплитуда перехода осциллятора в результате свободной эволюции:

$$\begin{aligned} S_0(q_1, q_2, T) &= \left(\frac{L\Omega}{2\pi i\hbar \sin\Omega T}\right)^{1/2} \times \\ &\times \exp\left(\frac{iL\Omega}{2\hbar\sin\Omega T}\left((q_1^2 + q_2^2)\cos\Omega T - 2q_1 q_2\right)\right). \end{aligned} \qquad (19)$$

Будем считать, что до начала взаимодействия с проводником в момент $t_0 \to -\infty$ LC-контур находился в состоянии термодинамического равновесия при температуре Θ. Тогда, выполнив явное интегрирование по начальным и конечным координатам детектора в уравнении (5), получим, что характеристическая функция $\chi(\lambda)$ равна произведению равновесной, $\chi_0(\lambda)$, и избыточной характеристических функций флуктуаций заряда на конденсаторе:

$$\begin{aligned} \chi(\lambda) = \chi_0(\lambda) \Bigg\langle \mathcal{T}_\pm \exp\Bigg[\frac{i\lambda}{\hbar}\int_{t_0}^{t_1} \Big(G(t_1 - t)\hat{J}_+(t) \; + \\ + \; G^*(t_1 - t)\hat{J}_-(t)\Big)\,dt\Bigg] F[\hat{J}_+, \hat{J}_-]\Bigg\rangle, \end{aligned} \qquad (20)$$

где $F[\hat{J}_+, \hat{J}_-]$ — функционал влияния детектора:

$$\begin{aligned} F[\hat{J}_+, \hat{J}_-] &= \\ &= \exp\Bigg[-\frac{1}{\hbar^2}\int_{t_0}^{t_1} dt \int_{t_0}^{t} ds\, \left(\hat{J}_+(t) - \hat{J}_-(t)\right) \times \\ &\times \left(\Gamma(t - s)\hat{J}_+(s) - \Gamma^*(t - s)\hat{J}_-(s)\right)\Bigg]. \end{aligned} \qquad (21)$$

Здесь мы определили оператор временного упорядочения $\mathcal{T}_\pm$, который упорядочивает все операторы тока $\hat{J}_\pm(t)$ по возрастающим (убывающим) временам, а усреднение в формуле (20) проводится по состоянию проводника. Мы также определили следующие временные функции отклика:

$$G(t) = \frac{\hbar}{2L}\left((N + 1)e^{-i\Omega t} - Ne^{i\Omega t}\right), \qquad (22)$$

$$\Gamma(t) = \frac{\hbar\Omega}{2L}\left((N + 1)e^{-i\Omega t} + Ne^{i\Omega t}\right), \qquad (23)$$

где $N = 1/(e^{\hbar\Omega/\Theta} - 1)$ — бозевский фактор заполнения моды осциллятора. Характеристическая функция равновесных флуктуаций заряда, $\chi_0(\lambda)$, соответствует гауссовым флуктуациям с среднеквадратичным отклонением $\delta q^2 = (\hbar/L\Omega)(N + 1/2)$:

$$\chi_0(\lambda) = \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda^2\delta q^2\right). \qquad (24)$$

Выражения (20) и (21) могут быть записаны в более компактном виде, если ввести следующие келдышевские функции Грина переменных осциллятора:

$$G_K(t-t') = -i\langle \mathcal{T}_K \, \hat{q}(t)\hat{j}(t')\rangle,$$
$$\Gamma_K(t-t') = \langle \mathcal{T}_K \, \hat{j}(t)\hat{j}(t')\rangle,$$

где $\mathcal{T}_K$ — операция временного упорядочения вдоль келдышевского контура, состоящего из двух частей: верхней (t_0, t_1), соответствующей эволюции вперед во времени, и нижней (t_1, t_0), отвечающей за обратную эволюцию. Тогда

$$\chi(\lambda) = \chi_0(\lambda)\left\langle \mathcal{T}_K \exp\left[\frac{i\lambda}{\hbar}\int\limits_K G_K(t_1-t)\hat{J}(t)\,dt\right]\times \right.$$
$$\left. \times \exp\left[-\frac{1}{2\hbar^2}\int\int\limits_K \Gamma_K(t-s)\hat{J}(t)\hat{J}(s)\,dtds\right]\right\rangle. \quad (25)$$

Данное выражение дает формально точный ответ для статистики заряда на конденсаторе LC-контура. Однако явное вычисление характеристической функции $\chi(\lambda)$ едва ли возможно. Тем не менее выражение (25) позволяет легко развить теорию возмущений по безразмерному параметру $\alpha/L \ll 1$, раскладывая функционал влияния $F[\hat{J}_+, \hat{J}_-]$ в ряд Тейлора.

В дальнейшем нас будет интересовать предел, когда можно полностью пренебречь эффектом обратного влияния детектора на измеряемую систему, который целиком содержится в функционале влияния (21). Тогда положив $F[\hat{J}_+, \hat{J}_-] = 1$, получим

$$\chi(\lambda) =$$
$$= \chi_0(\lambda)\left\langle \mathcal{T}_K \exp\left[\frac{i\lambda}{\hbar}\int\limits_K G_K(t_1-t)\hat{J}(t)dt\right]\right\rangle. \quad (26)$$

Изучим сначала квадрат флуктуаций заряда на конденсаторе. Согласно формуле (2), получим

$$\langle \hat{q}^2\rangle =$$
$$= \delta q^2 + \frac{1}{\hbar^2}\left\langle \mathcal{T}_K\left(\int\limits_K G_K(t_1-t)\hat{J}(t)\,dt\right)^2\right\rangle, \quad (27)$$

где первое слагаемое соответствует равновесным, а второе — избыточным флуктуациям.

Здесь следует отметить важный вопрос о так называемых секулярных расходимостях ряда теории возмущений [47]. Действительно, хотя формально точное выражение для $\chi(\lambda)$ (см. уравнение (25)) конечно при любых λ, тем не менее каждый отдельный член ряда теории возмущений по параметру взаимодействия, как правило, расходится при $t_1 \to \infty$. Это видно уже для второго порядка теории возмущений (27), где в стационарном случае коррелятор токов определяется только разностью времен, и в результате интеграл по одному из оставшихся времен расходится в бесконечном пределе.

Одним из способов устранения данных расходимостей является введение слабого затухания гриновских функций детектора. Физически это соответствует тому, что в реальной ситуации детектор, помимо проводника, неизбежно взаимодействует с внешним окружением и в результате теряет энергию.

Тем не менее введение внешнего резервуара не является физической необходимостью. В действительности, в роли такого резервуара может выступать и сам проводник. Качественно этот процесс можно описать так: в результате взаимодействия с проводником детектор достигает некоторого стационарного состояния, возможно сильно перегретого по сравнению с состоянием в начальный момент. В дальнейшем любое возбуждение состояния детектора имеет конечное время жизни, так как данное возбуждение неизбежно распадается, отдавая обратно энергию проводнику.

Степень перегретости детектора можно оценить по теории возмущений. Считая, что детектор в некоторый момент времени находится в состоянии с числом заполнения N, найдем по теории возмущений вероятности для перехода в более возбужденное состояние $N+1$ и в менее возбужденное состояние $N-1$ за время $\Delta t \gg \Omega^{-1}$:

$$P_{N+1}(\Delta t) = \frac{\alpha^2\Omega\Delta t}{2\hbar L}\,(N+1)\,S^{(2)}(\Omega), \quad (28)$$

$$P_{N-1}(\Delta t) = \frac{\alpha^2\Omega\Delta t}{2\hbar L}\,N\,S^{(2)}(-\Omega), \quad (29)$$

где в теории возмущений данные вероятности предполагаются малыми; $S^{(2)}(\omega)$ — спектральная мощность флуктуаций тока, определенная как

$$S^{(2)}_{ij}(\omega) = \int \langle \hat{I}_i(t_1)\hat{I}_j(t_2)\rangle \times$$
$$\times \exp\{-i\omega(t_1-t_2)\}\,d(t_1-t_2). \quad (30)$$

Из следующего условия баланса: $P_{N-1} \geq P_{N+1}$, характерное число заполнения стационарного состояния детектора можно оценить как

$$\bar{N} \sim \frac{S^{(2)}(\Omega)}{S^{(2)}(-\Omega) - S^{(2)}(\Omega)}. \tag{31}$$

Данная величина не обязательно должна быть малой даже при слабом взаимодействии детектора и проводника, что видно, когда энергия возбуждения стремится к нулю, $\Omega \to 0$.

В дальнейшем однако, мы всегда будем предполагать, что детектор взаимодействует с внешним окружением и вводить фактор затухания $e^{-\eta|t|}$ во все временные интегралы вида (27). Тогда, выполнив усреднение по состоянию проводника в формуле (27), основной вклад в избыточные флуктуации заряда конденсатора $\langle\hat{q}^2\rangle$ можно выразить в виде следующего интеграла по частоте от спектральной мощности шума:

$$\langle\hat{q}^2\rangle = \sum_{ij}\frac{\alpha_i\alpha_j}{(2L)^2}\left\{(N+1)\int\frac{d\omega}{\pi}\frac{S^{(2)}_{ij}(\omega)}{(\omega-\Omega)^2+\eta^2} - \right.$$
$$\left. - N\int\frac{d\omega}{\pi}\frac{S^{(2)}_{ij}(\omega)}{(\omega+\Omega)^2+\eta^2}\right\}. \tag{32}$$

В пределе слабого дампинга, $\eta \ll \Omega$, можно положить $\eta/(x^2+\eta^2) \to \pi\delta(x)$ и в результате выразить флуктуации заряда через спектральные мощности флуктуаций тока на положительных, $S^{(2)}_{ij}(\Omega)$, и отрицательных, $S^{(2)}_{ij}(-\Omega)$, частотах:

$$\langle\hat{q}^2\rangle = \sum_{ij}\frac{\alpha_i\alpha_j}{(2L)^2}\frac{1}{\eta}\times$$
$$\times\left\{S^{(2)}_{ij}(\Omega) + N(S^{(2)}_{ij}(\Omega) - S^{(2)}_{ij}(-\Omega))\right\}. \tag{33}$$

Выражение (33) является обобщением результатов работы [40] на случай, когда детектор может взаимодействовать с проводником в нескольких различных точках. Данный ответ в случае измерения флуктуаций тока в двух различных точках проводника был анонсирован в работе [48], а позднее получен в рамках теории возмущений в работе [49].

Как видно, флуктуации тока на отрицательной частоте дают вклад только при конечной температуре $N > 1$, тогда как флуктуации на положительной частоте дают вклад и при нулевой температуре детектора. Как было отмечено ранее в работах [40, 41], этот факт объясняется тем, что при нулевой температуре детектор может только поглощать энергию из проводника, причем интенсивность таких процессов пропорциональна $S^{(2)}_{ij}(\Omega)$. В случае же конечной температуры детектор изначально может находиться в возбужденном состоянии и передавать энергию проводнику с вероятностью, пропорциональной $S^{(2)}_{ij}(-\Omega)$.

Предложенный метод измерений в принципе позволяет измерить любой коррелятор электронного тока, однако, как оказывается, значительный вклад в флуктуации заряда на конденсаторе дают только корреляторы тока четвертого порядка. Действительно, рассмотрим, например, среднее значение накопленного заряда $\langle\hat{q}\rangle$. Легко показать, что в низшем порядке теории возмущений

$$\langle\hat{q}\rangle = \frac{1}{\eta}\sum_i\frac{\alpha_i}{L}\left(\frac{\eta}{\Omega}\right)^2\langle\hat{I}_i\rangle, \tag{34}$$

т. е. вклад в $\langle\hat{q}\rangle$ подавлен фактором $\eta/\Omega \ll 1$. Аналогичное утверждение справедливо и для любых вкладов в флуктуации заряда, содержащие корреляторы тока нечетного порядка.

Рассмотрим теперь измерение корреляторов тока четвертого порядка, которые в низшем порядке теории возмущений дают неисчезающий вклад только в кумулянт заряда четвертой степени $\langle\langle\hat{q}^4\rangle\rangle$. С учетом характеристической функции (26) кумулянт $\langle\langle\hat{q}^4\rangle\rangle = \langle\hat{q}^4\rangle - 3\langle\hat{q}^2\rangle^2$ принимает вид

$$\langle\langle\hat{q}^4\rangle\rangle = \frac{1}{\hbar^4}\times$$
$$\times\left\langle\mathcal{T}_K\left(\int\limits_K G_K(t_1-t)\hat{J}(t)\,dt\right)^4\right\rangle - 3\langle\hat{q}^2\rangle^2. \tag{35}$$

Рассмотрим для простоты ситуацию, когда детектор изначально находится при нулевой температуре $N = 0$. Тогда основной вклад в флуктуации заряда на конденсаторе дают следующие средние от упорядоченных во времени операторов тока:

$$\langle\langle\hat{q}^4\rangle\rangle = \frac{6}{(2L)^4}\int\limits_{-\infty}^{0} ds_1ds_2dt_1dt_2\times$$
$$\times\exp\{i\Omega(t_1+t_2-s_1-s_2)\}\times$$
$$\times\left\langle\mathcal{T}_-\{\hat{J}(s_1)\hat{J}(s_2)\}\mathcal{T}_+\{\hat{J}(t_1)\hat{J}(t_2)\}\right\rangle. \tag{36}$$

Разновременной коррелятор токов четвертого порядка в данном выражении можно представить в виде суммы неприводимого коррелятора и приводимых частей:

$$\langle\hat{I}_1\hat{I}_2\hat{I}_3\hat{I}_4\rangle = \langle\langle\hat{I}_1\hat{I}_2\hat{I}_3\hat{I}_4\rangle\rangle + \langle\hat{I}_1\hat{I}_2\rangle\langle\hat{I}_3\hat{I}_4\rangle +$$
$$+\langle\hat{I}_1\hat{I}_4\rangle\langle\hat{I}_2\hat{I}_3\rangle + \langle\hat{I}_1\hat{I}_3\rangle\langle\hat{I}_2\hat{I}_4\rangle + \ldots,$$

где мы пренебрегли всеми корреляторами нечетного порядка. В стационарной ситуации коррелятор токов зависит только от разности времен, что позволяет определить спектральную плотность неприводимого коррелятора токов четвертого порядка как

$$S^{(4)}_{ijkl}(\omega_1,\omega_2,\omega_3) = \int \prod_{i=1}^{3} d(t_i - t_{i+1}) \times \\ \times \exp\{-i\omega_i(t_i - t_{i+1})\} \times \\ \times \left\langle\left\langle \hat{I}_i(t_1)\hat{I}_j(t_2)\hat{I}_k(t_3)\hat{I}_l(t_4)\right\rangle\right\rangle. \quad (37)$$

В свою очередь, приводимые слагаемые могут быть выражены через спектральную плотность шума, $S^{(2)}_{ij}(\omega)$ (см. уравнение (33)). Тогда, вводя затухание и выполнив интегрирование по временам, получим

$$\langle\langle \hat{q}^4 \rangle\rangle = 24 \sum_{ijkl} \frac{\alpha_i\alpha_j\alpha_k\alpha_l}{(2L)^4} \left\{ \int \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{(2\pi)^3} \times \right. \\ \times \frac{S^{(4)}_{ijkl}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)}{(\omega_1-\Omega-i\eta)((\omega_2-2\Omega)^2+4\eta^2)(\omega_3-\Omega+i\eta)} + \\ + \int \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(2\pi)^2} \frac{S^{(2)}_{ij}(\omega_1)S^{(2)}_{kl}(\omega_2)}{(\omega_1+\omega_2-2\Omega)^2+4\eta^2} \left(\frac{1}{(\omega_2-\Omega)^2+\eta^2} + \right. \\ \left.\left. + \frac{1}{(\omega_1-\Omega+i\eta)(\omega_2-\Omega-i\eta)} \right) \right\} - 3\langle \hat{q}^2\rangle^2. \quad (38)$$

В пределе очень слабого дампинга, $\eta \ll \Omega$, можно взять интегралы по частоте, считая

$$\lim_{\delta\to 0^+} \int \frac{f(x)\,dx}{x \pm i\delta} = \mp i\pi f(0). \quad (39)$$

В итоге все вклады от приводимых частей четвертого коррелятора токов, пропорциональные $S^{(2)}_{ij}(\Omega)$, сократятся с приводимым слагаемым $\langle \hat{q}^2\rangle^2$ и неприводимый коррелятор заряда конденсатора $\langle\langle \hat{q}^4\rangle\rangle$ оказывается пропорциональным неприводимому коррелятору токов четвертого порядка на положительной частоте, полностью симметризованного по координатам:

$$\langle\langle \hat{q}^4 \rangle\rangle = \frac{3}{2\eta} \sum_{ijkl} \frac{\alpha_i\alpha_j\alpha_k\alpha_l}{(2L)^4} S^{(4)}_{ijkl}(\Omega, 2\Omega, \Omega). \quad (40)$$

В заключение отметим, что при измерении спектральной мощности флуктуаций тока одним LC-контуром в различных точках проводника помимо кросс-флуктуаций $S_{ij}(\pm\Omega)$ с $i \neq j$ измеряются также и авто-корреляции $S_{ii}(\pm\Omega)$ в одной и той же точке. Для измерения только кросс-флуктуаций тока необходимо иметь два независимых LC-контура с одинаковой резонансной частотой, каждый из которых взаимодействует с проводником только в одной точке. Приведенные ранее результаты могут быть обобщены на случай нескольких детекторов.

Так, имея два LC-контура, взаимодействующих с проводником в точках x и y, можно показать, что во втором порядке теории возмущений кросс-коррелятор флуктуаций заряда $\langle \hat{q}_x(t_1)\hat{q}_y(t_1)\rangle$ в один и тот же момент времени оказывается пропорциональным спектральной мощности кросс-флуктуаций тока второго порядка:

$$\langle \hat{q}_x \hat{q}_y \rangle = \frac{\alpha_x\alpha_y}{(2L)^2} \frac{1}{\eta} \Big\{ (N+1)\big(S^{(2)}_{xy}(\Omega) + S^{(2)}_{yx}(\Omega)\big) - \\ - N\big(S^{(2)}_{xy}(-\Omega) + S^{(2)}_{yx}(-\Omega)\big) \Big\}. \quad (41)$$

4. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОВРЕМЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ТОКА

Рассмотрим теперь эксперимент, в котором мы желаем измерить корреляторы токов при заданных временах. На мысленном уровне такое измерение можно представить себе как измерение тока квантовым амперметром — устройством, отклонение стрелки которого в данный момент пропорционально мгновенному значению тока. В классическом случае динамику амперметра можно смоделировать динамикой демпфированного осциллятора, на который действует внешняя сила, пропорциональная току:

$$\ddot{x}(t) + \eta\dot{x}(t) + \Omega^2 x(t) = \alpha\, I(t), \quad (42)$$

где $x(t)$ — отклонение стрелки амперметра, Ω — резонансная частота, η — фактор затухания, α — константа взаимодействия. Решение данного уравнения выражается через функцию отклика $x(t) = \int \chi(t-t')I(t')\,dt'$:

$$\chi(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi}\chi(\omega)e^{-i\omega t} = \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{-\alpha\, e^{-i\omega t}}{\omega^2 - \Omega^2 + i\eta\omega}. \quad (43)$$

Поскольку уравнение движения осциллятора является линейным, используя флуктуационно-диссипационную теорему, можно, зная классическую функцию отклика демпфированного осциллятора $\chi(\omega)$, определить температурные квантовые функции Грина [50]. Поэтому в дальнейшем мы поступим следующим образом: сначала выразим корреляционную функцию результатов измерения наблюдаемого детектора $\langle x(t_1)\dots x(t_n)\rangle$ через функции Грина свободного осциллятора, а затем заменим эти функции функциями Грина демпфированного осциллятора.

Итак, будем считать, что показаниями детектора является отклонение стрелки амперметра, $\hat{x}(t)$, а сам амперметр описывается гамильтонианом

$$\hat{H}_{det} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\Omega^2\hat{x}^2}{2} - \alpha m\,\hat{x}\hat{I}(t), \qquad (44)$$

где «масса» m имеет смысл момента инерции, а оператор импульса $\hat{p}$ — оператора кинетического момента. Как видно, в отличие от гамильтониана LC-контура (16), в данном случае гамильтониан взаимодействия линеен по координате, а не по импульсу осциллятора.

В координатном представлении амплитуда перехода детектора из состояния (x_1, t_1) в состояние (x_2, t_2) под действием внешнего тока $\hat{I}(t)$ имеет вид [44]

$$\hat{S}(x_1, t_1; x_2, t_2) = S_0(x_1, x_2, T) \times$$
$$\times \mathcal{T} \exp\left(\frac{im\Omega}{\hbar \sin \Omega T} \left\{ \frac{\alpha x_1}{\Omega} \int\limits_{t_1}^{t_2} \hat{I}(t) \sin \Omega(t_2 - t)\, dt + \right.\right.$$
$$+ \frac{\alpha x_2}{\Omega} \int\limits_{t_1}^{t_2} \hat{I}(t) \sin \Omega(t - t_1)\, dt - \frac{\alpha^2}{\Omega^2} \int\limits_{t_1}^{t_2} dt \int\limits_{t_1}^{t} ds\, \hat{I}(t)\hat{I}(s) \times$$
$$\left.\left. \times \sin \Omega(t_2 - t) \sin \Omega(s - t_1) \right\} \right), \qquad (45)$$

где $S_0(x_1, x_2, T)$ — амплитуда свободного перехода осциллятора (19).

Как было показано ранее (см. уравнение (12)), в случае, если в каждый из моментов времени координата $\hat{x}(t_i)$ измеряется идеально точно, для вычисления корреляционной функции $\langle x(t_1) \ldots x(t_n) \rangle$ необходимо усреднить по промежуточным координатам произведение операторов эволюции вида

$$\int x_i dx_i\, \hat{S}^\dagger_{i,i+1} \hat{S}^\dagger_{i-1,i} \ldots \hat{S}_{i-1,i} \hat{S}_{i,i+1},$$

где $\hat{S}_{ij} = \hat{S}(x_i, t_i; x_j, t_j)$. Однако, как следует из явного вида оператора эволюции (45), такое среднее не является хорошо определенным. Действительно, как функция координаты x_i данное произведение операторов эволюции будет содержать множитель

$$\mathcal{T}_\pm \exp\left(\frac{i\alpha m x_i}{\hbar} \left\{ \int\limits_{t_{i-1}}^{t_i} \left(\hat{I}_+(t) - \hat{I}_-(t) \right) \times \right.\right.$$
$$\times \frac{\sin \Omega(t - t_{i-1})}{\sin \Omega(t_i - t_{i-1})}\, dt +$$
$$\left.\left. + \int\limits_{t_i}^{t_{i+1}} \left(\hat{I}_+(t) - \hat{I}_-(t) \right) \frac{\sin \Omega(t_{i+1} - t)}{\sin \Omega(t_{i+1} - t_i)}\, dt \right\} \right), \qquad (46)$$

где $\mathcal{T}_\pm$ — оператор временного упорядочения, который упорядочивает операторы тока $\hat{I}_+(t)$ $(\hat{I}_-(t))$ по возрастающим (убывающим) временам. Под знаком временного упорядочения операторы тока могут рассматриваться как обычные функции времени. Отсюда видно, что среднее от координаты x_i с таким весом является расходящейся функцией $\hat{I}_\pm(t)$.

Одним из возможных объяснений этого факта является то, что состояние осциллятора с точно локализованной координатой в точке x_i содержит состояния с бесконечно большой энергией. В результате, например, вероятность найти осциллятор в последующий момент времени t в некоторой точке x_{i+1} оказывается вообще не зависящей от x_{i+1} и равной

$$P(x_{i+1}|x_i) = \frac{m\Omega}{2\pi\hbar \sin \Omega t},$$

см., например, [44].

Этого нефизичного обстоятельства можно избежать несколькими способами. Во-первых, можно считать, что измерение координаты проводится с ограниченной степенью точности, $|x - x_i| \sim \Delta$, так что сразу после измерения состояние осциллятора описывается некоторой матрицей плотности, локализованной в пределах погрешности измерения, например, вида

$$\rho_{x_i}(x, y) \sim \exp\left(-[(x - x_i)^2 + (y - x_i)^2]/4\Delta^2 \right).$$

Во-вторых, как уже обсуждалось нами ранее, можно предположить, что после измерения матрица плотности детектора переходит в некоторое состояние «ожидания».

В дальнейшем будем придерживаться второй точки зрения и предполагать, что сразу после измерения $\hat{x}(t_i)$ детектор переходит в состояние термодинамического равновесия при некоторой температуре Θ. В этом случае корреляционная функция показаний детектора формально имеет вид (15). Проинтегрировав операторы эволюции по начальным и конечным координатам, получим

$$\langle x(t_1) \ldots x(t_n) \rangle =$$
$$= \left\langle \mathcal{T}_K F_K[\hat{I}] \prod_{i=1}^{n} \Big(\frac{i\alpha}{\hbar} \int\limits_{K^i_{i-1}} C_K(t_i - t) \hat{I}(t)\, dt \Big) \right\rangle, \qquad (47)$$

где мы определили келдышевскую функцию Грина координаты осциллятора:

$$C_K(t - s) = \langle \mathcal{T}_K \{\hat{x}(t)\hat{x}(s)\} \rangle,$$
$$K^j_i = [t_i + i0 \to t_j \to t_i - i0]$$

— келдышевский контур интегрирования. Функционал

$$F_K[\hat{I}] = \\ = \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2\hbar^2}\int\int_K C_K(t-s)\hat{I}(t)\hat{I}(s)\,dt\,ds\right] \quad (48)$$

является функционалом влияния, определенным на келдышевском контуре $K_{-\infty}^{\infty}$.

Келдышевскую функцию Грина $C_K(t)$ можно найти, зная причинную функцию Грина $C(t>0) = \langle\hat{x}(t)\hat{x}(0)\rangle$, которую, в свою очередь, можно выразить через классическую функцию отклика демпфированного осциллятора $\chi(\omega)$ (43), воспользовавшись флуктуационно-диссипационной теоремой

$$C(t) = \frac{\hbar}{\pi}\int d\omega\, e^{-i\omega t}\,\frac{\mathrm{Im}\chi(\omega)}{1-e^{-\hbar\omega/\Theta}}. \quad (49)$$

В дальнейшем нам будет удобным представить функцию Грина $C(t)$ в виде суммы действительной и мнимой частей:

$$C(t) = S(t) + iA(t),$$

каждая из которых соответствует среднему от симметризованного и антисимметризованного произведения операторов координаты:

$$S(t) = \frac{1}{2}\langle\hat{x}(t)\hat{x}(0)+\hat{x}(0)\hat{x}(t)\rangle,$$
$$A(t) = \frac{1}{2i}\langle\hat{x}(t)\hat{x}(0)-\hat{x}(0)\hat{x}(t)\rangle.$$

Воспользовавшись соотношением

$$\frac{1}{1-e^{-x}} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{x}{2},$$

получим

$$S(t) = \frac{\hbar}{2\pi}\int d\omega\,\cos(\omega t)\,\mathrm{Im}\,\chi(\omega)\,\mathrm{cth}\left(\frac{\hbar\omega}{2\Theta}\right), \quad (50)$$

$$A(t) = -\frac{\hbar}{2\pi}\int d\omega\,\sin(\omega t)\,\mathrm{Im}\,\chi(\omega). \quad (51)$$

A. Измерение корреляторов тока второго порядка

Выпишем явное выражение для корреляционной функции $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ в теории возмущений по параметру взаимодействия $\alpha \ll 1$, пренебрегая обратным действием детектора на проводник, т. е. считая $F_K[\hat{I}] = 1$. Выполнив явное упорядочение операторов тока по временам в уравнении (47), получим, что корреляционная функция $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ выражается в виде интеграла по временам от симметризованного

$$\langle\hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)\rangle^S = \frac{1}{2}\langle\hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)+\hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\rangle$$

и антисимметризованного

$$\langle\hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)\rangle^A = \frac{1}{2}\langle\hat{I}(t_1)\hat{I}(t_2)-\hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\rangle$$

коррелятора токов:

$$\langle x(t_1)x(t_2)\rangle = \frac{4\alpha^2}{\hbar^2}\int_{t_1}^{t_2}dt_2'\int_{t_0}^{t_1}dt_1' \times \\ \times\Big\{A(t_2-t_2')A(t_1-t_1')\big\langle\hat{I}(t_2')\hat{I}(t_1')\big\rangle^S - \\ - iA(t_2-t_2')S(t_1-t_1')\big\langle\hat{I}(t_2')\hat{I}(t_1')\big\rangle^A\Big\}. \quad (52)$$

Поскольку мы заинтересованы в измерении корреляторов тока при фиксированных временах t_1 и t_2, то, как видно из полученного выражения, функции $A(t)$ и $S(t)$ должны затухать на временах гораздо более коротких, чем характерное время τ_e, определяющее динамику электронной системы. В противном случае коррелятор $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ оказывается пропорциональным усредненным по времени корреляторам тока. Выполнив явное интегрирование по частоте в выражении (51), получим, что антисимметризованная корреляционная функция координаты не зависит от температуры и имеет вид затухающих колебаний:

$$A(t) = -\frac{\hbar}{2\omega_\eta}\exp\left(-\frac{\eta|t|}{2}\right)\sin(\omega_\eta t), \quad (53)$$

где $\omega_\eta = \sqrt{\Omega^2-\eta^2/4}$ — перенормированная собственная частота осциллятора.

В свою очередь, симметризованная корреляционная функция $S(t)$ состоит из суммы двух слагаемых: $S(t) = S_1(t) + S_2(t)$ с различным поведением при больших временах. Закон затухания $S_1(t)$ определяется только параметрами осциллятора:

$$S_1(t) = \frac{\hbar}{4\omega_\eta}e^{-\eta t/2} \times \\ \times\left\{e^{i\omega_\eta t}\,\mathrm{cth}\,\frac{\hbar\left(\omega_\eta+i\dfrac{\eta}{2}\right)}{2\Theta}+\mathrm{c.c.}\right\}, \quad (54)$$

тогда как затухание второго слагаемого определяется температурой осциллятора:

$$S_2(t) = -2\eta\Theta\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\nu_n e^{-\nu_n t}}{(\nu_n^2+\Omega^2)^2-\eta^2\nu_n^2}, \quad (55)$$

где $\nu_n = 2\pi n\Theta/\hbar$ — мацубаровские частоты.

Вследствие перенормировки затравочной частоты осциллятора при фиксированном значении Ω функции $A(t)$ и $S_1(t)$ не могут затухать при $t \to \infty$ быстрее, чем $e^{-\Omega t}$ при $\eta = 2\Omega$. При этом в режиме очень сильного дампинга, $\eta \gg \Omega$, фактор затухания уменьшается и функции $A(t)$, $S_1(t)$ затухают примерно как $e^{-\Omega(\Omega/\eta)t}$. Поэтому для измерений разновременных корреляторов тока необходимо по крайней мере выбрать параметры осциллятора как $\eta, \Omega \gg \max\{\tau_e^{-1}, |t_2 - t_1|^{-1}\}$, причем фактор затухания не должен превышать затравочную частоту $\eta \le \Omega$.

При этом, поскольку закон затухания $S_2(t)$ определяется температурой детектора, необходимо положить $\nu_1 \gg \tau_e^{-1}$, что эквивалентно требованию $\Theta \gg \max\{\hbar\tau_e^{-1}, \hbar|t_2 - t_1|^{-1}\}$. Для системы невзаимодействующих электронов в баллистическом проводнике характерное время флуктуаций тока $\tau_e \sim \hbar/eV$, где eV — напряжение на проводнике поэтому условие $\Theta \gg \hbar\tau_e^{-1}$ соответствует $\Theta \gg eV$. Это означает, что в ситуации, когда температуры детектора и проводника сравнимы между собой, будут измеряться слабонеравновесные флуктуации тока.

В этом приближении можно вынести операторы тока из-под интегралов в выражении (52) и положить

$$\int_{t_1}^{t_2} A(t_2 - t)\,\hat{I}(t)\,dt \approx \frac{\hbar}{2\Omega^2}\,\hat{I}(t_2), \tag{56}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} S(t_2 - t)\,\hat{I}(t)\,dt \approx \frac{\Theta}{\Omega^2\eta}\,\hat{I}(t_2). \tag{57}$$

Окончательно, для высоких температур получаем, что измеримой величиной является следующая комбинация симметризованного и антисимметризованного корреляторов токов:

$$\langle x(t_1)x(t_2)\rangle = \left(\frac{\alpha^2}{\Omega^4}\right)\left(\left\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\right\rangle^S - \right.$$
$$\left. - i\left(\frac{2\Theta}{\hbar\eta}\right)\left\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\right\rangle^A\right), \tag{58}$$

причем величина относительного вклада того или иного коррелятора определяется соотношением $\Theta/\hbar\eta$, которое в рассматриваемом режиме измерений может быть произвольным.

Гораздо больший интерес представляет измерение квантовых флуктуаций тока в режиме низких температур $\Theta \ll \hbar\tau_e^{-1}$. В этом случае представляется реальным измерить именно избыточные, сильно неравновесные флуктуации. Так, например, в предельном случае нулевой температуры, заменив сумму интегралом в уравнении (55), получим, что при больших временах $t \gg \eta^{-1}$ функция $S_2(t)$ затухает только степенным образом:

$$S_2(t \gg \eta^{-1}) = -\frac{\hbar\eta}{\pi\Omega^2}\,\frac{1}{(\Omega t)^2}. \tag{59}$$

Считая по-прежнему, что $\eta, \Omega \gg \max\{\tau_e^{-1}, |t_2 - t_1|^{-1}\}$, функцию $S_2(t)$ можно аппроксимировать любой гладкой функцией с указанной асимптотикой, так чтобы выполнялось равенство

$$\int_0^\infty S(t)\,dt = \frac{\Theta}{\eta\Omega^2},$$

которое справедливо при любых температурах. Тогда при $\Theta = 0$ положим

$$S_2(t) = -\frac{\hbar\eta}{\pi\Omega^2}\,\frac{1}{(\Omega t)^2 + (2\omega_\eta/\Omega)^2}. \tag{60}$$

В результате при нулевой температуре детектора коррелятор $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ оказывается равным

$$\langle x(t_1)x(t_2)\rangle =$$
$$= \frac{\alpha^2}{\Omega^4}\left\{\left\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\right\rangle^S - \frac{i\eta}{2\omega_\eta}\left\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1)\right\rangle^A + \right.$$
$$\left. + \frac{2i\eta}{\pi}\int_{t_0}^{t_1} dt_1'\,\frac{\left\langle \hat{I}(t_2)\hat{I}(t_1')\right\rangle^A}{\Omega^2(t_1 - t_1')^2 + (2\omega_\eta/\Omega)^2}\right\}. \tag{61}$$

B. Измерение корреляторов высших порядков

В теории возмущений уравнение (47) позволяет легко выразить корреляционную функцию координаты осциллятора произвольного порядка через корреляторы тока. Рассмотрим сначала измерение корреляторов третьего порядка. Выполнив явное упорядочение операторов тока вдоль келдышевского контура, получим, что коррелятор $\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)\rangle$ равен

$$\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)\rangle = -\left(\frac{2\alpha}{\hbar}\right)^3 \int\limits_{t_2}^{t_3} dt_3' \int\limits_{t_1}^{t_2} dt_2' \int\limits_{t_0}^{t_1} dt_1' \times$$
$$\times \Big\{ A(t_3-t_3')A(t_2-t_2')A(t_1-t_1')\left\langle \hat I(t_3')\hat I(t_2')\hat I(t_1')\right\rangle^S -$$
$$- iA(t_3-t_3')A(t_2-t_2')S(t_1-t_1')\left\langle \hat I(t_3')\hat I(t_2')\hat I(t_1')\right\rangle^{SA_1} -$$
$$- iA(t_3-t_3')S(t_2-t_2')A(t_1-t_1')\left\langle \hat I(t_3')\hat I(t_2')\hat I(t_1')\right\rangle^{SA_2} +$$
$$+ A(t_3-t_3')S(t_2-t_2')S(t_1-t_1') \times$$
$$\times \left\langle \hat I(t_3')\hat I(t_2')\hat I(t_1')\right\rangle^A \Big\}. \quad (62)$$

Как видно, в этом случае измеряются четыре различных коррелятора токов третьего порядка. Обозначим через $\{A,B\}$ и $[A,B]$ операции антикоммутации и коммутации операторов. Тогда два из четырех данных корреляторов можно представить как среднее от симметризованной и антисимметризованной комбинаций операторов тока на различных временах:

$$\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle^S = \frac14\left\langle\{\{\hat I_3,\hat I_2\},\hat I_1\}\right\rangle, \quad (63)$$

$$\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle^A = \frac14\left\langle[\,[\hat I_3,\hat I_2\,],\hat I_1\,]\right\rangle, \quad (64)$$

а два других представляют собой среднее от смешанной комбинации симметризованных и антисимметризованных операторов тока:

$$\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle^{SA_1} = \frac14\left\langle[\{\hat I_3,\hat I_2\},\hat I_1]\right\rangle, \quad (65)$$

$$\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle^{SA_2} = \frac14\left\langle\{[\hat I_3,\hat I_2],\hat I_1\}\right\rangle. \quad (66)$$

Отметим, что данные четыре эрмитовы комбинации операторов тока являются не единственно возможными. Так, например, следуя стандартному рецепту, можно было бы предположить, что измеримой является полностью симметризованная комбинация:

$$\left\langle \hat I_1\hat I_2\hat I_3\right\rangle^{S'} =$$
$$= \frac16\left\langle \hat I_1\{\hat I_2,\hat I_3\} + \hat I_2\{\hat I_3,\hat I_1\} + \hat I_3\{\hat I_2,\hat I_1\}\right\rangle. \quad (67)$$

Однако, как показывает приведенный выше анализ, это не так. Формальная причина этого факта кроется в том, что при описании динамики детектора операторы тока упорядочиваются вдоль келдышевского контура. Поскольку $t_1 < t_2 < t_3$, комбинации токов $\langle \hat I(t_2)\hat I(t_1)\hat I(t_3)\rangle$ и $\langle \hat I(t_3)\hat I(t_1)\hat I(t_2)\rangle$, присутствующие в корреляторе (67) и отсутствующие в (63), не могут появиться при таком упорядочении. Действительно, оператор $\hat I(t_1)$, который измеряется первым, может стоять либо справа, либо слева от остальных операторов тока соответственно при прямой и обратной эволюции. Иными словами, отсутствие слагаемых $\langle \hat I(t_2)\hat I(t_1)\hat I(t_3)\rangle$ и $\langle \hat I(t_3)\hat I(t_1)\hat I(t_2)\rangle$ в корреляторе (63) есть следствие принципа причинности: измерения в более поздние моменты времени t_2 и t_3 не могут повлиять на результат первого измерения в более ранний момент времени t_1.

Исходя из этих соображений, можно сразу заключить, что при помощи линейного детектора можно измерить только корреляторы тока вида

$$\langle x(t_1)\ldots x(t_n)\rangle \sim$$
$$\sim \left\langle\{\{\hat I(t_n),\hat I(t_{n-1})\},\ldots\},\hat I(t_1)\}\right\rangle, \quad (68)$$

где $t_1 \le \ldots \le t_n$, а также оставшиеся $2^{n-1}-1$ корреляторов с произвольной заменой одной или нескольких операций антикоммутации операциями коммутации.

Заметим, что в зависимости от режима измерения вклад в $\langle x(t_1)\ldots x(t_n)\rangle$ некоторых из этих 2^{n-1} корреляторов может быть одинаковым. Так, при измерении корреляторов тока третьего порядка в режиме высоких температур имеем

$$\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)\rangle = -\left(\frac{\alpha}{\Omega^2}\right)^3\Big\{\left\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\right\rangle^S -$$
$$- i\left(\frac{2\Theta}{\hbar\eta}\right)\left\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\right\rangle^{A'} +$$
$$+ \left(\frac{2\Theta}{\hbar\eta}\right)^2\left\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\right\rangle^{A}\Big\}, \quad (69)$$

где коррелятор $\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\rangle^{A'}$ является суммой корреляторов $\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\rangle^{SA_1}$ и $\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\rangle^{SA_2}$ и имеет вид

$$\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle^{A'} = \frac12\left(\left\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\right\rangle - \left\langle \hat I_1\hat I_2\hat I_3\right\rangle\right). \quad (70)$$

В действительности, то обстоятельство, что корреляторы $\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\rangle^{AS}$ и $\langle \hat I_3\hat I_2\hat I_1\rangle^{SA}$ дают вклад в $\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)\rangle$ с одинаковыми весами, объясняется тем, что мы предполагали, что после каждого измерения координаты $\hat x(t)$ осциллятор сбрасывается в состояние термодинамического равновесия при одной и той же температуре. Если, однако, предположить, что эти температуры могут отличаться друг от друга, то вклад корреляторов (65) и (66) будет различным:

$$\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)\rangle = -\Big(\frac{\alpha}{\Omega^2}\Big)^3\Big\{\big\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\big\rangle^S - \\ - i\Big(\frac{2\Theta_1}{\hbar\eta}\Big)\big\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\big\rangle^{SA} - \\ - i\Big(\frac{2\Theta_2}{\hbar\eta}\Big)\big\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\big\rangle^{AS} + \\ + \Big(\frac{2\Theta_2}{\hbar\eta}\Big)\Big(\frac{2\Theta_1}{\hbar\eta}\Big)\big\langle \hat I(t_3)\hat I(t_2)\hat I(t_1)\big\rangle^{AA}\Big\}. \quad (71)$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы теоретически рассмотрели вопрос об измерении корреляторов электронного тока высших порядков квантовым детектором — вспомогательной квантовой системой, взаимодействующей с проводником. В качестве детектора был взят демпфированный гармонический осциллятор, координата $\hat{x}(t)$ которого непосредственно измеряется в эксперименте. Такой тип детектора соответствует линейному детектору, классическое уравнение движения которого линейно по переменной x.

Было рассмотрено два принципиально различных типа измерения: измерение спектральной мощности флуктуаций тока и измерение разновременных корреляторов тока при фиксированных временах.

В первом случае спектральных измерений под детектором понимался резонансный LC-контур в режиме слабого затухания, индуктивно взаимодействующий с проводником. В таком типе измерений детектор взаимодействует с проводником продолжительное время, а измеримой величиной $\hat{q}$ является заряд, накопленный на конденсаторе LC-контура. Измеряя моменты $\langle \hat{q}^n\rangle$ накопленного заряда, можно судить о спектральной мощности флуктуаций тока n-го порядка. Полная статистика величины $\hat{q}$ описывается уравнением (25), которое выражает накопленный заряд на конденсаторе через интегралы от операторов тока упорядоченных вдоль келдышевского контура.

Данное уравнение позволяет легко развить теорию возмущений по параметру взаимодействия. В пренебрежении эффектами обратного влияния детектора на измеряемую систему получены явные выражения для неприводимых корреляторов заряда второго: $\langle\langle \hat{q}^2\rangle\rangle$ (34) и четвертого: $\langle\langle \hat{q}^4\rangle\rangle$ (40) порядков в ситуации, когда детектор может взаимодействовать с проводником в нескольких различных точках. При нулевой температуре детектора данные кумулянты оказываются пропорциональны фурье-образу на положительной частоте от симметризованного по координатам коррелятора токов соответственно второго и четвертого порядков. При конечной температуре детектора вклад в накопленный заряд дают также симметризованные по координате корреляторы токов на отрицательной частоте.

Во втором типе измерений разновременных корреляторов тока рассматривался обратный предел сильного дампинга (порядка частоты осциллятора). В этом случае измерялась корреляционная функция значений координаты осциллятора в последовательные моменты времени: $\langle x(t_1)\ldots x(t_n)\rangle$. Для рассмотрения таких корреляционных функций осциллятор после каждого измерения координаты «сбрасывался» в состояние термодинамического равновесия. Такой тип измерений отличается от классического подхода фон Неймана, где при последовательных измерениях состояние квантовой системы проецируется на собственное состояние измеренного наблюдаемого. Однако, как оказалось, в таком классическом подходе возникают сложности при попытке найти корреляционную функцию $\langle x(t_1)\ldots x(t_n)\rangle$, физическая причина которых, возможно, кроется в том, что в точно локализованном состоянии электрон обладает бесконечной энергией.

Результат последовательных измерений состояний детектора в общем случае описывается уравнением (47). В теории возмущений получены явные выражения для корреляторов координаты второго (52) и третьего (62) порядков. В случае измерения корреляторов второго порядка вклад в показания детектора дают симметризованный и антисимметризованный по временам корреляторы токов. При этом ответ сильно зависит от отношения температуры детектора Θ и энергии, связанной с характерным временем, определяющим динамику тока: $\hbar\tau_e^{-1}$. В режиме высоких температур, $\Theta \gg \hbar\tau_e^{-1}$, вклад в $\langle x(t_1)x(t_2)\rangle$ дают симметризованные и антисимметризованные корреляторы токов на тех же временах (58), тогда как при низких температурах вклад антисимметризованного коррелятора выражается в виде временного интеграла с ядром, пропорциональным действительной части функции отклика осциллятора (61).

При измерении корреляторов координаты более высоких порядков количество различно упорядоченных корреляторов тока, дающих вклад в результат измерения, возрастает. Однако порядок операторов тока в таких корреляторах (см. уравнение (68)) определяется келдышевским упорядочением или, что эквивалентно, требованием причинности: измерение тока в будущем не может влиять на результат измерения в прошлом.

Авторы благодарны за стимулирующие обсуждения Дж. Блаттеру (G. Blatter). Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-02-17086-а), в рамках программы «Квантовая макрофизика» РАН, а также Swiss National Foundation.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Landauer, Nature **392** (1998).
2. W. Schottky, Ann. Phys. **57**, 541 (1918); **68**, 157 (1922).
3. J. R. Pierce, Bell Syst. Tech. J. **27**, 15 (1948).
4. L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne, Phys. Rev. Lett. **79**, 2526 (1997).
5. R. de-Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, and D. Mahalu, Nature **389**, 162 (1997).
6. A. A. Kozhevnikov, R. J. Schoelkopf, and D. E. Prober, Phys. Rev. Lett. **84**, 3398 (2000).
7. Ya. M. Blanter and M. Büttiker, Phys. Rep. **336**, 1 (2000); *Quantum Noise in Mesoscopic Physics*, ed. by Yu. Nazarov, Kluwer, Amsterdam (2003); T. Martin, in *Nanoscopic Quantum Transport*, Les Houches session LXXXI, Elsevier (2005), E-print archives, cond-mat/0501208.
8. G. Lesovik, Th. Martin, and G. Blatter, Eur. Phys. J. B **24**, 287 (2001); N. M. Chtchelkatchev, G. Blatter, G. Lesovik, and Th. Martin, Phys. Rev. B **66**, 161320 (2002); K. V. Bayandin, G. B. Lesovik, and T. Martin, E-print archives, cond-mat/0605428.
9. A. V. Lebedev, G. B. Lesovik, and G. Blatter, Phys. Rev. B **71**, 045306 (2005); G. B. Lesovik, A. V. Lebedev, and G. Blatter, Phys. Rev. B **71**, 125313 (2005).
10. C. W. J. Beenakker, C. Emary, M. Kindermann, and J. L. van Velsen, Phys. Rev. Lett. **91**, 147901 (2003); P. Samuelsson, E. V. Sukhorukov, and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **92**, 026805 (2004).
11. C. W. J. Beenakker, C. Emary, and M. Kindermann, Phys. Rev. B **69**, 115320 (2004).
12. H.-S. Sim and V. Sukhorukov, Phys. Rev. Lett. **96**, 020407 (2006).
13. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
14. Л. С. Левитов, Г. Б. Лесовик, Письма в ЖЭТФ **55**, 534 (1992).
15. Л. С. Левитов, Г. Б. Лесовик, Письма в ЖЭТФ **58**, 225 (1993); L. S. Levitov, H.-W. Lee, and G. B. Lesovik, J. Math. Phys. **37**, 4845 (1996).
16. H. Lee and L. S. Levitov, Phys. Rev. B **51**, 4079 (1995).
17. K. E. Nagaev, Phys. Rev. B **66**, 075334 (2002).
18. Ya. M. Blanter, H. Schomerus, and C. W. J. Beenakker, Physica E **11**, 1 (2001); K. E. Nagaev, S. Pilgram, and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **92**, 176804 (2004).
19. M. Kindermann, and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **91**, 136802 (2003).
20. D. S. Golubev, A. V. Galaktionov, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **68**, 235333 (2003).
21. A. Golub, Phys. Rev. B **72**, 075331 (2005).
22. D. B. Gutman and Yu. Gefen, Phys. Rev. B **68**, 035302 (2003); L. S. Levitov and M. Reznikov, Phys. Rev. B **70**, 115305 (2004).
23. C. W. J. Beenakker, M. Kindermann, and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **90**, 176802 (2003).
24. M. Kindermann and Yu. V. Nazarov, in *Quantum Noise in Mesoscopic Physics*, ed. by Yu. Nazarov, Kluwer, Amsterdam (2003).
25. M. Reznikov, M. Heiblum, Hadas Shtrikman, and D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995).
26. R. J. Schoelkopf, P. J. Burke, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, and M. J. Rooks, Phys. Rev. Lett. **78**, 3370 (1997).
27. M. Henry, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, and C. Schonenberger, Science **284**, 296 (1999); W. D. Oliver, J. Kim, R. C. Liu, and Y. Yamamoto, Science **284**, 299 (1999).
28. B. Reulet, J. Senzier, and D. Prober, Phys. Rev. Lett. **91**, 196601 (2003).
29. Yu. Bomze, G. Gershon, D. Shovkun, L. S. Levitov, and M. Reznikov, Phys. Rev. Lett. **95**, 176601 (2005).
30. S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovic, R. Schleser, T. Ihn, P. Studerus, K. Ensslin, D. C. Driscoll, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **96**, 076605 (2006).
31. R. Aguado and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **84**, 1986 (2000).
32. T. T. Heikkilä, P. Virtanen, G. Johansson, and F. K. Wilhelm, Phys. Rev. Lett. **93**, 247005 (2004).
33. G. B. Lesovik, F. Hassler, and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **96**, 106801 (2006).

34. T. Ojanen and T. T. Heikkilä, Phys. Rev. B **73**, 020501(R) (2006); T. T. Heikkilä and T. Ojanen, E-print archives, cond-mat/0609133.

35. V. Brosco, R. Fazio, F. W. J. Hekking, and J. P. Pekkola, E-print archives, cond-mat/0603844.

36. J. Tobiska, and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **93**, 106801 (2004).

37. J. Ankerhold, and H. Grabert, Phys. Rev. Lett. **95**, 186601 (2005).

38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1995).

39. Г. Б. Лесовик, УФН **168**, 155 (1998).

40. G. B. Lesovik and R. Loosen, JETP Lett. **65**, 295 (1997).

41. U. Gavish, Y. Levinson, and Y. Imry, Phys. Rev. B **62**, R10637 (2000).

42. G. B. Lesovik and N. M. Chtchelkatchev, JETP Lett. **77**, 393 (2003).

43. J. Salo, F. W. J. Hekking, and J. P. Pekola, E-print archives, cond-mat/0605478.

44. R. P. Feynman and F. L. Vernon, Ann. Phys. (N. Y.) **24**, 118 (1963).

45. М. Б. Менский, УФН **168**, 1017 (1998).

46. Дж. фон Нейман, *Математические основания квантовой механики*, Наука, Москва (1964).

47. В. Л. Березинский, ЖЭТФ **53**, 203 (1957); Кухаренко, Тиходеев, ЖЭТФ **83**, 1444 (1983).

48. G. B. Lesovik, A. V. Lebedev, and G. Blatter, Phys. Rev. B **71**, 125313 (2005).

49. M. Creux, A. Crepieux, and T. Martin, E-print archives, cond-mat/0507708.

50. U. Weiss, *Quantum Dissipative Systems*, World Scientific, Singapore (1999).